19CS30048

SUHAS JAIN

ASSIGNMENT-2

Q1) To prove : $\|AB\|_2 \leq \|A\|_2 \cdot \|B\|_2$

for $B = 0$ [Trivially true]

for $B \neq 0$

$$\frac{\|AB\|_2}{\|B\|_2} \leq \max_{B \neq 0} \frac{\|AB\|_2}{\|B\|_2} = \|A\|_2$$

$$\frac{\|AB\|_2}{\|B\|_2} \leq \|A\|_2$$

$$\boxed{\|AB\|_2 \leq \|A\|_2 \, \|B\|_2}$$

for frobenius norm :-

$$\|AB\|_F^2 = \|C\|_F^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |C_{ij}|^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \Big| \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} \Big|^2$$

Applying cauchy- swartz inequality

$$\leq \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \Big(\sum_{k=1}^{n} |a_{ik}|^2 \sum_{k=1}^{n} |b_{kj}|^2 \Big)$$

$$= \Big(\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} |a_{ik}|^2 \Big) \Big(\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (b_{kj})^2 \Big)$$

$$= \|A\|_F^2 \, \|B\|_F^2$$

Hence, this property holds for frobenius norm.