

Q2)

$$(a) \quad \text{maxmag}(A) = \frac{1}{\text{minmag}(A^{-1})}$$

$$\text{maxmag}(A) = \max_{\|x\|_2=1} \|Ax\|_2$$

$$\text{minmag}(A) = \min_{\|x\|_2=1} \|Ax\|_2$$

$$\text{maxmag}(A) = \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|_2}{\|x\|_2}$$

$$Ax = y \Rightarrow x = A^{-1}y \quad (A \text{ is invertible})$$

$$= \max_{x \neq 0} \frac{\|Ay\|_2}{\|A^{-1}y\|_2}$$

$$= \frac{1}{\min_{y \neq 0} \frac{\|A^{-1}y\|_2}{\|y\|_2}}$$

$$\boxed{\text{maxmag}(A) = \frac{1}{\text{minmag}(A^{-1})}}$$

$$(b) \quad \text{cond}(A) = \|A\|_2 \|A^{-1}\|_2$$

$$= \text{maxmag}(A) \cdot \text{maxmag}(A^{-1})$$

$$\text{maxmag}(A^{-1}) = 1/\text{minmag}(A) \quad (\text{From a})$$

$$\boxed{\text{cond}(A) = \frac{\text{maxmag}(A)}{\text{minmag}(A)}}$$