

ELEKTROSTATYKA część 2.

1. Cienki pręt o długości $2a$ został naładowany ze stałą gęstością liniową ładunku λ . Znaleźć moduł natężenia pola i potencjał pola jako funkcję odległości r od środka pręta dla punktów leżących na prostej prostopadłej do osi pręta i przechodzącej przez jego środek. Rozpatrzyć przypadek $a \rightarrow \infty$.

$$\text{Odp.: } E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{a}{r\sqrt{a^2+r^2}} \quad E = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{a}{r\sqrt{a^2+r^2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

2. Znaleźć natężenie pola i potencjał pochodzące od jednorodnie naładowanego (ładunkiem powierzchniowym o gęstości σ) pierścienia o promieniach $R_1 < R_2$ na osi symetrii pierścienia w punkcie odległym o b od płaszczyzny pierścienia. Gęstość powierzchniowa pierścienia jest stała i wynosi σ . Z badać następujące przypadki:

- a. $R_1 \Rightarrow 0$
b. $R_1 \Rightarrow 0, R_2 \Rightarrow \infty$

$$\text{Odp.: } E = \frac{\sigma b}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{R_1^2+b^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2+b^2}} \right], \quad a: E = \frac{\sigma b}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2+b^2}} \right], \quad b: E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

3. Obliczyć potencjał i natężenie pola elektrostatycznego wewnątrz i na zewnątrz naładowanej powierzchni sfery o promieniu R , która posiada równomiernie rozłożony ładunek o wartości Q .

$$\text{Odp.: wewnątrz: } E = 0, \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}, \text{ na zewnątrz: } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

4. Wyznacz natężenie pola elektrycznego od naładowanej powierzchniowo kuli o promieniu R . Powierzchniowa gęstość ładunku jest stała i wynosi σ .

$$\text{Odp.: } \vec{E}(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} \hat{r} \text{ dla } r > R, E = 0 \text{ dla } r < R.$$

5. Wyznacz natężenie pola elektrycznego od naładowanej objętościowo kuli o promieniu R . Objętościowa gęstość ładunku jest stała i wynosi ρ .

$$\text{Odp.: } \vec{E}(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \text{ dla } r < R, \vec{E}(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \hat{r} \text{ dla } r > R.$$

6. Nieskończenie długi walec o promieniu R został naładowany jednorodnie ładunkiem o gęstości objętościowej ρ . Znaleźć natężenie pole zarówno wewnątrz jak i na zewnątrz walca.

$$\text{Odp.: } E(r) = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} \text{ dla } r > R, E(r) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \text{ dla } r < R.$$

7. Kondensator płaski o pojemności C jest połączony do baterii dostarczającej napięcie U . Jaką pracę należy wykonać, aby podwoić odległość pomiędzy okładkami kondensatora przy

- a. baterii cały czas podłączonej
b. baterii odłączonej przed rozsunieniem okładek.

$$\text{Odp.: a: } W = \frac{CU^2}{4}, \quad b: W = \frac{CU^2}{2}.$$

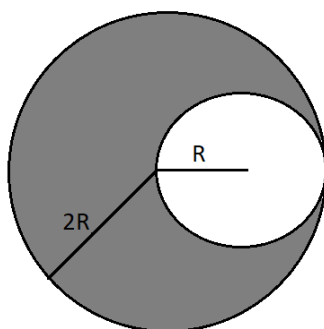
8. Przestrzeń wypełniona jest ładunkiem o gęstości $\rho = \frac{\rho_0}{r}$, gdzie $\rho_0 = \text{const}$, a r jest odległością od początku układu współrzędnych. Znajdź natężenie pola elektrycznego i potencjał w funkcji odległości. Oblicz dywergencję pola elektrostatycznego.

$$\text{Odp.: } \text{div} \vec{E} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 r}.$$

9. Oblicz energię potrzebną do jednorodnego naładowania nieprzewodzącej kuli.

$$\text{Odp.: } W = \frac{3Q^2}{20\pi\epsilon_0 R}.$$

10. Nieskończenie długi walec o promieniu $2R = 3\text{cm}$ naładowano jednorodnie ładunkiem o gęstości objętościowej $\rho = 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$. W walcu utworzono wnękę, usuwając walec o promieniu R w sposób pokazany na rysunku. Oblicz natężenie pola elektrostatycznego we wnękę.



Odp.: $E = \frac{\rho R}{2\epsilon_0} \approx 1,69 \cdot 10^3 \frac{V}{m}$.

11. Znajdź wyrażenie na potencjał elektryczny, jeżeli na ładunek q działają siły

$\vec{F}_1 = q(-6ax, 2by, 2z)$, przy założeniu, że $V(0) = 0$, lub $\vec{F}_2 = qcke^{-kr} \frac{\vec{r}}{r}$, przy założeniu, że $\lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = a$.

Odp.: $V_1(x, y, z) = 3ax^2 - by^2 - z^2$, $V_2(x, y, z) = ce^{-kr} + a$.

12. Które z podanych pól elektrycznych może pochodzić od statycznego rozkładu ładunku:

$\vec{E}_1(\vec{r}) = y^2 z \hat{i} + xyz \hat{j} + xy^2 \hat{k}$, $\vec{E}_2(\vec{r}) = Ae^{-br^2} \vec{r}$? Dla pól statycznych wyznacz gęstość ładunku.

Odp.: Jeżeli pole elektryczne jest wynikiem statycznego rozkładu ładunku, to muszą być spełnione następujące równania: $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$, $\text{rot} \vec{E} = 0$. Pole $\vec{E}_1(\vec{r})$ nie jest polem elektrostatycznym, pole $\vec{E}_2(\vec{r})$ jest polem elektrostatycznym. Gęstość ładunku w tym przypadku: $\rho = 3\epsilon_0 Ae^{-br^2} - 2br^2$.

13. Nieskończona naładowana linia prosta wytwarza w odległości $2m$ pole elektryczne o natężeniu $4,5 \cdot 10^4 \frac{N}{C}$. Oblicz liniową gęstość ładunku znajdującego się na tej linii.

Odp.: $\lambda = 5 \frac{\mu C}{m}$.