

## 2022 年下半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(初级中学)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按照规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

### 一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 函数  $f(x) = (x^2 - 1)(x - 2)$  零点的个数是( )。  
A. 0  
B. 1  
C. 2  
D. 3
2. 定积分  $\int_0^1 e^{2x} dx$  的值是( )。  
A.  $\frac{1}{2}(1 - e^2)$   
B.  $1 - e^2$   
C.  $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$   
D.  $\frac{1}{2}e^2$
3. 若齐次线性方程组  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  有非零解,则  $\lambda$  的值是( )。  
A.  $-\frac{4}{3}$   
B.  $-\frac{2}{3}$   
C. 2  
D.  $\frac{2}{3}$
4. 已知向量  $\alpha = (2, 0, 1)$ ,  $\beta = (1, 1, -1)$ , 则  $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$  的值是( )。  
A. -2  
B. -1  
C. 1  
D. 2
5. 在空间直角坐标系中,  $z$  轴与平面  $3x - 6y - 4 = 0$  的位置关系是( )。  
A. 斜交  
B. 平行  
C. 垂直  
D. 直线在平面上
6. 从编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6 的六个球中, 一次拿出三个, 拿出的球编号为 1, 2, 3 的概率为( )。  
A.  $\frac{1}{20}$   
B.  $\frac{1}{2}$   
C.  $\frac{3}{20}$   
D.  $\frac{1}{10}$

7. “文华逾九章,拓扑公式彪史册;俊杰胜十书,机器证明誉寰球”是对数学家成就的高度概括,这位数学家是( )。

- A. 吴文俊  
B. 苏步青  
C. 祖冲之  
D. 李善兰

8. 在初中数学的教学中,下列结论不需要证明的是( )。

- A. 三角形的内角和为  $180^\circ$   
B. 直角三角形的两个锐角互余  
C. 两点之间线段最短  
D. 角平分线上的点到角两边距离相等

二、简答题(本大题共 5 小题,每小题 7 分,共 35 分)

9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 1, \\ ax + b, & x < 1 \end{cases}$  在  $x = 1$  处可导,求  $a, b$  的值。

10. 有 4 件产品,其中 3 件是合格品,1 件是次品。不放回地随机抽取两次,每次取 1 件产品。求在第一次取到合格品的条件下,第二次仍然取到合格品的概率。

11. 曲面  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$  与  $x^2 + y^2 = 4z$  的交线是什么曲线? 并求该曲线在  $Oxy$  平面上的投影方程。

12. 义务教育阶段要求理解有理数的运算律,请列出并用符号表示。

13. 结合实例给出学生积累数学活动经验的两种活动。

三、解答题(本大题共 1 小题,共 10 分)

14. 已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ 。

(1) 求行列式  $|A|$  的值;(5 分)

(2) 求线性方程组  $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$  的解。(5 分)

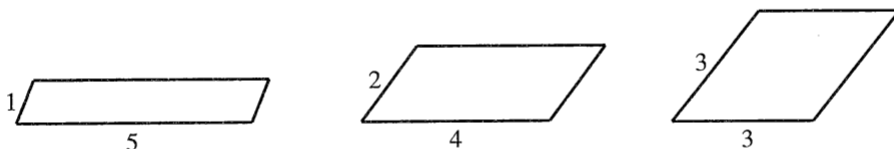
#### 四、论述题(本大题共1小题,共15分)

15. 以等腰三角形和轴对称为例,论述你对“图形的性质”与“图形的变化”含义及相互关系的理解。

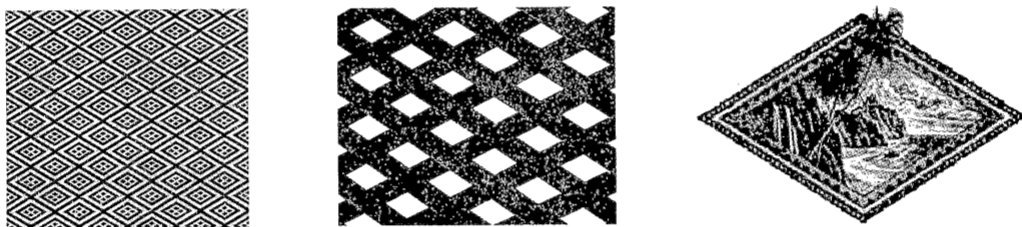
#### 五、案例分析题(本大题共1小题,共20分)

16. 现实生活中,教师有不同引出菱形概念的方法:

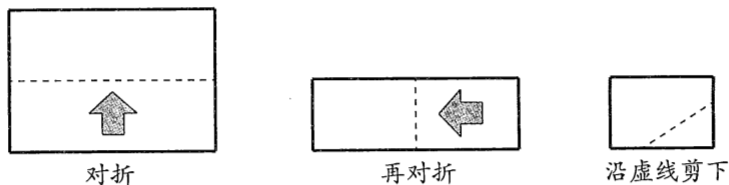
【教师甲】让学生画出周长为12的平行四边形,要求各个边长为整数。学生在教师指导下,画出了边长分别为1和5,2和4,3和3的平行四边形,将第3个平行四边形与前面2个平行四边形进行对比,从而引出菱形的概念。



【教师乙】让学生观察并概括以下生活中平行四边形图片的共性,从而引出菱形的概念。



【教师丙】引导学生回顾小学学习的平行四边形、矩形等图形,请学生用一张B5的纸按下列步骤得到一个平行四边形,发现该平行四边形的特殊之处,由此引出菱形的概念。



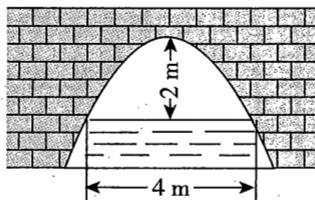
【教师丁】在学生学习了三角形、特殊三角形和平行四边形的基础之上,类比三角形到特殊三角形的研究过程,将平行四边形的边长之间的关系特殊化,从而得到等长的平行四边形,由此引出菱形的概念。

问题:分析上述各位老师关于菱形教学的优点。

六、教学设计题(本大题共 1 小题,共 30 分)

17. 材料:下面是某版九年级上册教材“实际问题与二次函数”单元的一道例题。

例题:如图是抛物线形拱桥,当拱顶离水面 2 m 时,水面宽 4 m,水面下降 1 m,水面宽度增加多少?



根据上面的内容完成下列问题:

(1) 给出该例题的解答;(8 分)

(2) 基于该例题的教学,设计两个引导性的问题和解题的小结,并分别给出设计意图。

(22 分)