

一. 单项选择题：下列各题的备选答案中，只有一个是符合题目要求的，请根据题干要求选择正确答案。（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}}$  的值是（ ）。

- A. 0
- B. 1
- C.  $e$
- D.  $\frac{1}{e}$

2. 下列级数中，不收敛的是（ ）。

- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$
- B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$
- C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
- D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

3. 方程  $x^2 - y^2 + z^2 = -1$  所确定的二次曲面是（ ）。

- A. 椭球面
- B. 旋转双曲面
- C. 旋转抛物面
- D. 圆柱面

4. 若函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上黎曼可积，则  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上（ ）。

- A. 连续
- B. 单调
- C. 可导
- D. 有界

5. 矩阵  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  的特征值的个数为（ ）。

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

6. 二次型  $x^2 - xy + y^2$  是（ ）。

- A. 正定的
- B. 半正定的
- C. 负定的
- D. 半负定的

7. 下面不属于第三段“数与代数”内容的是有（ ）。

- A. 实数
- B. 平均数
- C. 代数式
- D. 函数

8. 创新意识的培养是现代数学教育的基本任务，应体现在数学教与学的过程之中，下面表述中不适合在教学中培养学生创新意识的是（ ）。

- A. 发现和提出问题
- B. 寻求解决问题的不同策略
- C. 规范数学书写
- D. 探索结论的新应用

二. 简答题：请按题目要求，进行简答。（本大题共5小题，每小题7分，共35分）

9. （计算题）  
设质点在平面上的运动轨迹为  $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t, \end{cases} t \geq 0$ 。求质点在时刻  $t = 1$  的速度的大小。

10. （计算题）设球面方程为  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 。求它在点  $(1, 2, 2)$  处的切平面方程。

11. （计算题）设概率空间为  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，且这六个数的出现率均为  $\frac{1}{6}$ 。设事件  $A = \{1, 3, 5\}$ ，事件  $B = \{1, 2\}$ 。请回答事件  $A$  和  $B$  是否独立，并说明理由。

12. (论述题)《义务教育数学课程标准(2011年版)》有两类行为动词,其中一类是描述结果目标的行为动词,包括“了解”“理解”“掌握”“运用”,请以“平行四边形”概念为例,说明“理解”的基本含义。
13. (论述题)以“三角形的中位线定理”教学为例,简述数学定理教学的主要环节。

### 三.解答题:请对以下题目进行解答。(本大题共1小题,共10分)

14. (计算题) 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ , 求子空间  $A(R^3) = \{Aa | a \in R^3\}$  的一组正交基。 $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\}$

### 四.论述题:运用相关知识对以下题目进行论述。(本大题共1小题,共15分)

15. (论述题)“严谨性与量力性相结合”是数学教学的基本原则。
- (1) 简述“严谨性与量力性相结合”教学原则的内涵(3分);
  - (2) 初中数学教学中“负负得正”运算法则引入的方式有哪些?请写出至少两种(6分);
  - (3) 在初中“负负得正”运算法则的教学中,如何体现“严谨性与量力性相结合”的教学原则?(6分)

### 五.案例分析题:阅读材料,回答问题。(本大题共1小题,共20分)

16. (分析题)案例:

在“有理数运算”的习题课上,有这样一道题:

计算:  $(-105\frac{5}{7}) \div (-5) - 2 \times (-\frac{3}{8} + \frac{1}{2})$ 。

学生甲的计算:

$$\begin{aligned} & (-105\frac{5}{7}) \div (-5) - 2 \times (-\frac{3}{8} + \frac{1}{2}) \\ &= -21\frac{1}{7} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \\ &= 20\frac{1}{7}。 \end{aligned}$$

学生乙的计算:

$$\begin{aligned} & (-105\frac{5}{7}) \div (-5) - 2 \times (-\frac{3}{8} + \frac{1}{2}) \\ &= 105\frac{5}{7} \times 5 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \\ &= 528\frac{4}{7} + \frac{7}{4} \\ &= 20\frac{25}{28}。 \end{aligned}$$

学生丙的计算:

$$\begin{aligned} & (-105\frac{5}{7}) \div (-5) - 2 \times (-\frac{3}{8} + \frac{1}{2}) \\ &= 105\frac{5}{7} \div 5 - [2 \times (-\frac{3}{8}) + 2 \times \frac{1}{2}] \\ &= 21\frac{1}{7} - \frac{1}{4} \\ &= 20\frac{25}{28}。 \end{aligned}$$

问题:

- (1) 判断学生甲、乙、丙的运算过程是否正确;(4分)
- (2) 请指出学生运算过程中的错误,并分析产生错误的原因;(8分)
- (3) 针对有理数的运算,谈谈如何提高学生的运算能力。(8分)

### 六.教学设计题:请根据提供的教学材料和相关情况,按要求完成教学设计。(本大题共1小题,共30分)

17. (分析题)针对“一元二次方程”起始课的教学,两位老师给出了如下教学片断:

【教师甲】

设置问题：请同学们根据下列问题，只列出含未知数 $x$ 的方程：

(1) 一个正方形的面积为2，求正方形的边长 $x$ 。

(2) 长度为1的线段 $AB$ 上有一点 $C$ ，且满足 $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$ ，求线段 $AC$ 的长 $x$ 。

预设：学生会分别列出两个方程。

教师要求学生分别整理成方程左侧降幂排序，右侧为零的形式，然后引导学生完成下面两件事：对比“一元一次方程”的定义，为这类方程定义一个名称——一元二次方程。再请学生自行写出几个不同的一元二次方程，并提炼出一元二次方程的一般表达式。

【教师乙】

上课开始。提问：什么是“一元一次方程”？请你根据“一元一次方程”的定义，给出“一元二次方程”的定义，并举出几个“一元二次方程”的例子。在学生举例的基础上，提炼出“一元二次方程”的一般表达式。请完成下列任务：

(1) 请分析两位老师引入“一元二次方程”概念设计方案的各自的特点。（15分）

(2) 在教学中，当引入一个新的数学概念之后，往往通过例题、习题加深对概念的理解。请针对“一元二次方程”概念，设计不同难度的两道例题和两道练习题，加深学生对“一元二次方程”概念的理解。（15分）