

2014 下半年教师资格证考试《数学学科知识与教学能力》(初级中学)真题 (解析)

1

因为

$f(x)$ 在 (a, b) 内连续可导, 且 $f'(x) > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 单调递增, 但以 $f(a)$ 的正负无法确定。

2

由 $|a+b| < |a-b| \Leftrightarrow |a+b|^2 = a^2 + 2ab + b^2 < |a-b|^2 = a^2 - 2ab + b^2 \Leftrightarrow 4ab < 0$ 得两向量的夹角大于 90° , 小于 180° 。故选 B。

3

$x = \sin\theta, y = -1 + \cos\theta$, 且 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 。得到 $x^2 + y^2 + 2y = 0$ 由 $\cos\theta = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2}$, 得到 $y = -1 + 1 - \frac{z^2}{2}$, 得到 $2y + z^2 = 0$ 。

4

由定义, 互换石。 , 石: 的位置, 二元多项式不变, 即正确选项为选项 C。

5

由一致收敛的定义得出。

6

对 $A=4$, 求相应的线性方程组 $(AE-A)x=0$ 的一个基础解系, 化简求得此方程组的一个基础解系。

7

创立解析几何的主要数学家是笛卡儿、费马。拉格朗日、柯西在数学分析方面贡献杰出。莱布尼茨在高等数学方面的成就巨大。牛顿的数学方向主要是微积分学。

8

《义务教育数学课程标准(2011 年版)》中规定了课程内容的四个部分是: 数与代数, 图形与几何, 统计与概率, 综合与实践。

9

平面 π 的法向量为 $n=(3, -1, 2)$;

平面 $2x+y+z=0$ 的法向量为 $n_1=(2, 1, 1)$, 平面 $x+2y-2z=0$ 的法向量为 $n_2=(1, 2, -1)$,

则直线 l 的方向向量为 $m=n_1 \times n_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3i + 3j + 3k$ 可取 $m=(-3, 3, 3)$ 。

直线 l 与平面 π 相交。设直线 l 与平面 π 的夹角为 θ , 则

$$\sin\theta = |\cos\langle m, n \rangle| = \left| \frac{m \cdot n}{|m||n|} \right| = \left| \frac{-6}{\sqrt{14} \times \sqrt{27}} \right| = \frac{\sqrt{42}}{21}。$$

10

(1)每次摸到红球的概率均为 $P=\frac{70}{70+30}=\frac{7}{10}=0.7$,两次摸球相互独立. 所以两次摸球均为红球的概率为 $P=0.7 \times 0.7=0.49$ 。

(2)两次摸球均为黑球的概率为 $0.3 \times 0.3=0.09$, 所以两次摸球颜色不同的概率为 $1-0.49-0.09=0.42$ 。

11

利用泰勒公式。

令 $f(x)=e^x$, 则 $f^{(n+1)}(x)=e^x$,

由泰勒展式得到 $e^x=1+x+\frac{x^2}{2}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\frac{e^\theta}{(n+1)!}x^{n+1}(0<\theta<1)$,

$R_n(1)=\frac{e^\theta}{(n+1)!}<\frac{3}{(n+1)!}$, 当 $n=6$ 时, $R_6(1)<\frac{3}{7!}=\frac{3}{5040}<10^{-3}$, 从而 e 的近似值为 $1+1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{5!}+\frac{1}{6!}\approx 2.7181$ 。

12

符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律;知道使用符号可以进行运算和推理,得到的结论具有一般性。建立符号意识有助于学生理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式。

13

(1)直接导入法

直接导入法就是开门见山紧扣教学目标要求直接给出本节课的教学目的,以引起学生的有意注意,诱发探求新知识的兴趣。使学生直接进入学习状态。这种导入能使学生迅速定向,对本节课的学习有一个总的概念和基本轮廓。他能提高学生自学的效率和质量,适合条理性强的教学内容。如在讲切割定理时,先将定理内容写在黑板上。让学生分清已知、求证后,师生共同证明。

(2)复习导入法

复习导入法即所谓“温故而知新”,主要是利用新旧知识间的逻辑联系,即旧知识是新知识的基础,新知识是旧知识的发展与延伸,从而找出新旧知识联接的交点,由旧知识的复习迁移到新知识的学习上来导入新课。通过这种方法导入新课,可以淡化学生对新知识的陌生感,使学生迅速将新知识纳入原有的知识结构中,能有效降低学生对新知识的认知难度。使用这种导入方法,教师一定要摸清学生原有的知识水平;要精选复习、提问时新旧知识联系的“支点”。例如在学习勾股定理逆定理时,可先复习勾股定理的内容,再求以线段 Π , b 为直角边的直角三角形,求斜边 c 的长,再提出“以上述三边长为边的三角形是什么样?”的问题,引出勾股定理逆定理。

(3)类比导入法

类比就是当两个对象都有某些相同或类似属性,而且已经了解其中一个对象的某些性质时,推测另一个对象也有相同或类似性质的思维形式。所谓联想,就是由一事物想到与之相似的另一事物。采用类比联想导入简洁明快,同时能高效地调动学生思维的积极性。

例如讲相似三角形性质时,可以与全等三角形性质类比。

(4)趣味导入法

趣味导入法就是把与课堂内容相关的趣味知识，如数学家的故事、数学典故、数学史、游戏、谜语等传授给学生来导入新课。俄国教育学家乌申斯基认为：“没有丝毫兴趣的强制性学习将会扼杀学生探求真理的欲望。”

美国著名心理学家布鲁诺也说过：“学习的最好刺激乃是对所学知识的兴趣。”趣味导入可以避免平铺直叙之弊。可以创设引人入胜的学习情境，有利于学生从无意注意迅速过渡到有意注意。

例如讲一元二次方程根与系数关系时，可提出问题：“方程 $3x^2-x=0$ 的一个根为 $x_1=-1$ ，不解方程求出另一根 x_2 。”，解决这个问题使学生感到困难，教师给出答案。

$x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{-4}{3}$ ，所以 $x_2=-\frac{4}{3}\div(-1)=\frac{4}{3}$ ，请同学们验算。激发同学们兴趣。

14

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

证明 设矩阵行空间的维数为 r ，列空间维数为 r'

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 为矩阵 A 的行向量组，不妨设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 为一组基所以方程组

$x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2 + \cdots + x_n\alpha_n = 0$ 只有零解。即线性方程组 $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \cdots + a_{rn}x_n = 0 \end{cases}$ 只有零解，

则其系数矩阵 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn} \end{pmatrix}$ 的行向量空间的维数 $\geq r$ ，

因此它的行向量组可以找到 r 个线性无关的向量，不妨设为

$(a_{11}, a_{21}, \dots, a_{r1}), (a_{12}, a_{22}, \dots, a_{r2}), \dots, (a_{1r}, a_{2r}, \dots, a_{rr})$ 线性无关，

则 $(a_{11}, a_{21}, \dots, a_{r1}), (a_{12}, a_{22}, \dots, a_{r2}), \dots, (a_{1r}, a_{2r}, \dots, a_{rr})$ 也线性无关。它们正好是矩阵 A 的 r 个列向量，则矩阵 A 的列空间的维数 $r' \geq r$ 。

同理可证 $r \geq r'$ ，所以 $r=r'$ ，即矩阵 A 行空间的维数等于它列空间的维数。

15

(1)实例：老鼠的繁殖率：假设老鼠每胎产鼠 6 只，其中 3 雌 3 雄，两胎之间间隔时间为 40 天，小鼠从出生到发育成熟需要 120 天。现假设在理想情况下(即不考虑死亡、周期变化、突发事件等)，一对老鼠开始生育，估计一年后老鼠的总数将达多少只？

“数学化”：①从实际问题中，抽象出有关的数学模型，并对这些数学成分用图式法表示。

②从图式法表示中，寻找并发现问题的有关关系和规律。③从所发现的关系中，建立相应的公式，以求得某种一般化的规律。④运用其他不同方法(数学模型)解决这一问题。

(2)经历上述“数学化”过程，对于培养学生“发现问题，提出问题”以及“抽象概括”能力有以下作用：

①充分考虑学生的认知规律，已有的生活经验和数学的实际，灵活处理教材，根据实际需要，对原材料进行优化组合。通过设计与生活现实密切相关的问题，帮助学生认识到数学与生活有密切联系，从而体会到学好数学对于我们的生活有很大的帮助。无形当中产生了学习数学的动力，有利于快速地发现问题。

②由“数学化”过程可以看出发现问题是直观的，容易引起学生想象的数学问题，进而提出问题。而这些数学问题中的数学背景是学生熟悉的事物和具体情景，而且与学生已经了解或学习过的数学知识相关联，特别是要与学生生活中积累的常识性知识和那些学生已经具

有的数学知识。

③通过一个充满探索的过程去学习数学，让已经存在于学生头脑中的那些非正规的数学知识和数学体验上升发展为科学的结论，从中感受数学发现的乐趣，增进学好数学的信心，形成应用意识、创新意识，从而达到素质教育的目的，对于学生抽象概括能力明显增强。

16

(1)知识与技能目标：理解函数图象表示的意义；

过程与方法目标：通过观察图象，提高学生分析图象、提出问题、解决问题的能力 and 语言表达能力；

情感态度与价值观目标：体会函数是刻画现实世界中一类运动变化规律的模型，使学生养成运用无限运动、发展、变化的观点认识客观世界的思维习惯。

(2)该教师在课堂教学中是组织者、引导者与参与者，如果我是该教师，会这么做：诚恳的跟学生说：“老师一时也没想到，要不咱们比一比，看谁先想到？”课堂上，表扬小洁具有勇于质疑、勤于思考的精神，并与同学们一起分享。

(3)吃过晚饭，小洁从家出发 20 分钟后，沿着以他家为圆心，800 米为半径的圆形道路上散步，走了 10 分钟，又经过 30 分钟到家。因为在圆周上的点到圆心的距离处处相等，所以沿着圆周既可以运动也可以静止，既可以前进又可以来回走动，既可以原路返回又可以走别的路返回。

17

(1)两位教师的教学片段均属于课堂提问的类型。教师甲是应用提问。这种提问的目的是了解学生能否在理解新知识的基础上应用新知识和旧知识来解决问题。而教师乙采用的是复习、回忆提问。通过复习，回忆提问，使新旧知识相互连贯，强化了所学知识，还能检查学生的复习情况。

(2)例题：如图 2 在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在 AB, AC 边上，连结 DE 并延长交 BC 的延长线于点 F ，连结 DC, BE ，若 $\angle BDE + \angle BCE = 180^\circ$

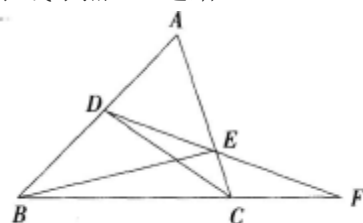


图 2

①写出图中三对相似三角形(注意：不得加字母和线)

②请在你所找出的相似三角形中选取一对，说明他们相似的理由。

习题：如图 3，已知格点 $\triangle ABC$ ，请在图 4 中分别画出与 $\triangle ABC$ 相似的格点 $\triangle A_1B_1C_1$ 和格点 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并使 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle ABC$ 的相似比等于 2，而 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 的相似比等于 $\sqrt{5}$ 。(说明：顶点都在网格线交点处的三角形叫做格点三角形，友情提示：请在画出的三角形的顶点处标上相应的字母。)

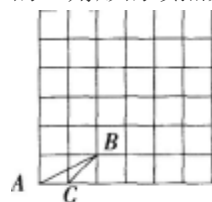


图 3

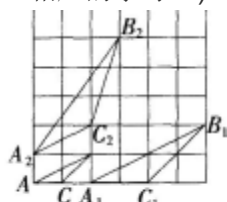


图 4

理由：两道例题设计具有梯度，难度逐渐增加，例 1 在老师的引导下充分巩固了三角形相似的性质，练习题设置具有开放性，能够充分发挥学生的创造力，调动学生主动思考的积

极性。

(3)例题设计应具有目的性、典型性、启发性、科学性、变通性和有序性。具体来说，例题的选择要从学习目标和任务出发进行精选；要根据学生的学情进行例题的选配和安排，学习新知识必须建立在已有知识基础之上；更要具有提炼性。

习题是数学课堂教学的一个重要组成部分，它不仅有助于学生对知识的理解，巩固形成熟练的技能技巧，而且对学生智力发展和能力提高起着重要的作用，所以习题的设计应具有目的性、要及时、要有层次、要多样化、要有反馈。