

2020 年下半年中小学教师资格考试 数学学科知识与教学能力试题(初级中学)

注意事项:

1. 考试时间为 120 分钟,满分为 150 分。
2. 请按规定在答题卡上填涂、作答。在试卷上作答无效,不予评分。

一、单项选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 3x}{\tan x + 2x}$ 的值为()。

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. ∞

D. 不存在

2. 若 α 为向量 $m = (2, 2, 1)$ 和 $n = (-1, 2, 2)$ 的夹角,则 $\cos \alpha = ()$ 。

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{5}{9}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. 设 $f(x) = \frac{1}{x}, x \in (0, 1]$, 则下列说法不正确的是()。

A. $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上连续

B. $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上一致连续

C. $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上可导

D. $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上单调递减

4. 空间曲面 $x^2 - 4y^2 + z^2 = 25$ 被平面 $x = -3$ 截得的曲线是()。

A. 椭圆

B. 双曲线

C. 抛物线

D. 圆

5. 甲、乙两位棋手通过五局三胜制比赛争夺 1000 元奖金,前三局比赛结果为甲胜两局负一局,现因故停止比赛。设在每局比赛中,甲、乙获胜的概率都是 $\frac{1}{2}$,如果按照甲、乙最终获胜的概率大小分配奖金,甲应得奖金()元。

A. 250

B. 500

C. 666

D. 750



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解



视频讲解

6. 已知球面方程为 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 在 z 轴上取一点 P 作球面的切线, 与球面相切于点 M , 线段 PM 长为 $2\sqrt{2}$, 则在点 P 的坐标 $(0, 0, z)$ 中, $|z|$ 的值为()。

- A. $\sqrt{2}$ B. 2
C. 3 D. 4



视频讲解

7. 数学测验卷的编制步骤一般为()。

- A. 制订命题原则 → 明确测验目的 → 编拟双向细目表 → 精选试题
B. 明确测验目的 → 制订命题原则 → 精选试题 → 编拟双向细目表
C. 明确测验目的 → 编拟双向细目表 → 精选试题 → 制订命题原则
D. 明确测验目的 → 制订命题原则 → 编拟双向细目表 → 精选试题



视频讲解

8. 解二元一次方程组用到的数学方法主要是()。

- A. 降次
B. 放缩
C. 消元
D. 归纳



视频讲解

二、简答题(本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 求行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$ 。



视频讲解

10. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明: $\int_a^b f(a + b - x) dx = \int_a^b f(x) dx$ 。



视频讲解

11. 设 A 是 3×4 矩阵, 其秩为 3, 已知 η_1, η_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个不同解, 其

$$\text{中 } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}.$$

(1) 用 η_1, η_2 构造 $Ax = 0$ 的一个解, 并写出 $Ax = 0$ 的通解; (4 分)

(2) 求 $Ax = b$ 的通解。 (3 分)



12. 简述进行单元教学设计的基本流程。



13. 简述数学运算的基本内涵。



视频讲解

三、解答题(本大题共1小题,10分)

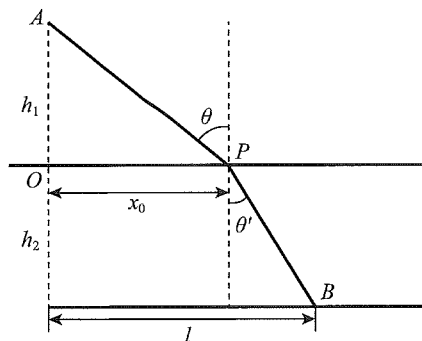
14. 已知一束光线在空气中从点 A 到达水面上的点 P , 然后折射到水下的点 B (如图所示), 设光在空气中的速度为 c , 在水中的速度为 c' , 光线在点 P 的入射角为 θ , 折射角为 θ' 。

(1) 若 OP 长为 x_0 , 请写出光线从点 A 到达点 B 所需时间 $T(x_0)$ 的表达式; (3分)



视频讲解

(2) 若 $T(x_0)$ 为光线从点 A 到达点 B 时间的极小值, 证明: $\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{c}{c'}$ 。 (7分)



四、论述题(本大题共1小题,15分)

15. 伴随着大数据时代的到来,数据分析已经深入到现代社会生活的各个方面,结合实例,阐述在中学数学中培养学生数据分析能力的意义。



五、案例分析题(本大题共1小题,20分) 阅读案例,并回答问题。

16. 案例:“三角形中位线定理”是八年级学生的学习内容,下面是两位教师的教学片段:

(一) 教师甲

在讲授中位线定理这一内容时,利用“数学软件A”作了两次测量,一次是验证三角形中位线定理,另一次是验证顺次连接四边形的中点所围成的图形为平行四边形。教师甲发现,当他让学生动手测量的时候,有一部分学生懒散地坐着,没有刚开始接触该软件时那样积极,课后教师向几位同学询问情况,有学生说这两道题书上都有结论,早就看过了,再去测量是不是有点儿傻?

(二) 教师乙

教师首先让学生探究问题,如图1,五边形 $ABCDE$ 中,点 F, G, H, I 分别是 AB, BC, CD, DE 的中点, J, K 分别是 FH, GI 的中点, AE 与 JK 有什么关系?

学生们马上打开“数学软件A”进行测量,很快发现 $AE = 4JK$,能不能证明发现的结论呢?学生们没有一点头绪。

教师提示说当遇到问题解决不了的时候,我们是不是进一步先解决容易的问题?教师引导学生去研究三角形中位线定理和顺次连接四边形中点所围成的图形是平行四边形两个问题,经过师生的共同研究,取 AD 的中点 L 后,学生不仅验证了 $AE = 4JK$,而且高兴地发现 AE 和 JK 还存在平行关系,如图2。

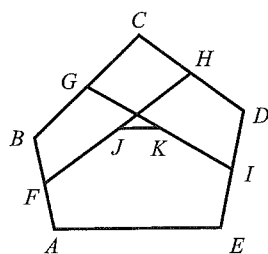


图1

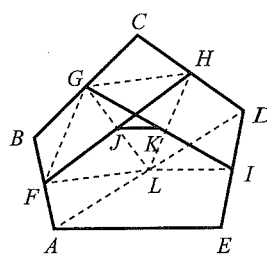


图2

问题：

- (1) 请分别对教师甲和乙的教学进行评价；(10 分)
- (2) 请画出适用于本节课教学的“三角形中位线定理”证明的示意图(图中辅助线用虚线表示)；(5 分)
- (3) 结合本案例,请谈谈信息技术在数学中的作用。(5 分)



视频讲解

六、教学设计题(本大题共1小题,30分)

17. 针对“分式的基本性质”一课完成下列教学设计。

- (1) 写出教学重点;(6分)
- (2) 设计新课程(性质、约分)导入和探索过程;(16分)
- (3) 设计一个运用分式基本性质的问题,并给出解答。(8分)



视频讲解