2012年下半年教师资格证考试《初中数学》真题（解析）

1
本题主要考查的是对导数与原函数单调关系的理解。

利用导数研究函数的单调性：先求导函数，确定函数的单调性，再利用零点存在定理，即可求得结论。

$f'(x)=x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$，所以 $f(x)$ 在 R 上是增函数。利用特殊值代入法验证，又因为 $f(-2)<0, f(0)>0$，所以 $y=f(x)$ 与 x 轴只有一个交点。

故正确答案为B.

2
本题主要考查函数奇偶性的判断及求导，关键是掌握函数奇偶性的判断方法与复合函数求导法则。

依题意,设 x 是定义域内的任一实数,则 $f(-x)=-f(x)$，两边对 x 求导得

$-f'(-x)=-f'(x)$。所以 $f'(-x)=f'(x)$，即 $f'(x)$ 是偶函数。

故正确答案为A。

3
本题主要考查的是等可能事件的概率公式。

由题意可知本题是一个古典概型，试验包含的总事件从10个球中取出4个，不同的取法有 $C_{10}^4=210$ 种。

要求取出的球的编号互不相同，可以先从5个编号中选取4个编号，有 C_5^4 种选法。对于每一个编号，再选择球，有两种颜色可供挑选，所以取出的球的编号互不相同的取法有 $C_5^4\cdot 2^4=80$ 种。所以取出的球的编号互不相同的概率为 $\frac{80}{210}=\frac{8}{21}$.

故正确答案为D。

4
观察方程式判断其为特殊的曲面球面，利用球面的标准方程与其特性进行解答。

方法一：设球面方程为 $x^2+y^2+z^2+2px+2qy+2rz+d=0$，则过球面上点 (x_0,y_0,z_0) 的切平面方程为：$x_0x+y_0y+z_0z+p(x+x_0)+q(y+y_0)+r(z+z_0)+d=0$，

由 $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0$ 可知，此曲面为球面，且

$p=-1,q=1,r=-2,d=-3$，又因为 $(3,-2,4)$ 在球面上，所以切平面方程为：

$2x-y+2z=16$.

方法二：曲面$x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0$为球面，标准方程为：

$(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$，球心为（1，-1,2），半径为 3，四个选项中，只有 B、C 过点(3，-2.4) ，故 A、D 两项错误。同时球心到切平面的距离应该等于球的半径，选项 B 球心到平面的距离为 $d_B=\frac{|2\times1-(-1)+2\times2-16|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=3$ ，等于球半径，满足题意。

故正确答案为 B。

5

本题主要考查的是正交矩阵的定义及其判定方法。

正交矩阵的判定方法：1、定义：A 是一个 n 阶方阵，A' 是 A 的转置，如果有

$A'A=E$(单位阵)，即 A'=A 我们就说 A 是正交矩阵。2、正交矩阵每一行（列）n 个元的平方和等于 1，两个不同行（列）的对应元乘积之和等于 0。由此可判断，A、B、C 三项正确。

选项 C：$\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$结果不是单位矩阵，错误。

故正确答案为 C。

6

本题主要考查简易逻辑的知识。

本题可以从两个方面去考虑，一是数列 $\{a_n\}$ 无界的定义。对任意正数 M，存在正整数 n，

使得 $|a|>M$，则称数列 $\{a_n\}$ 无界。二是根据一个命题的否定形式，既要否定前件，又要否定后件，“存在正数 M”的否定为“对于任意正数 M”。

故正确答案为 B。

7

本题主要考查推理与证明。

反证法是“间接证明法”一类，是从反方向证明的证明方法，即：肯定题设而否定结论，从而得出矛盾。反证法就是从反论题入手，把命题结论的否定当作条件，使之得到与条件相

矛盾，肯定了命题的结论，从而使命题获得了证明。由此可知，反证法的理论依据可概括成形式逻辑的两个基本规律——矛盾律和排中律。故 A、B、C 三项正确。

故正确答案为 D。

8
本题主要考查初中数学课程知识。

《义务教育数学课程标准(2011 年版)》中规定的“图形与几何”领域的 9 条“基本事实”为：（1）两点确定一条直线；（2）两点之间线段最短；（3）过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；（4）过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行；（5）两条平行线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行；（6）两边及其夹角分别相等的两个三角形全等；（7）两角及其夹边分别相等的两个三角形全等；（8）三边相等的两个三角形全等；（9）两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。故 A、B、C 三项正确。

由基本事实（5）两条平行线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行。可知，D 项错误。

故正确答案为 D。

9

因为点 $A(1,-2)$ 在圆 $x^2+y^2=5$ 上，设直线 $ax+by+c=0$ 被圆 $x^2+y^2=5$ 截得的线段的另一端点为 $P(x_1,y_1)$，线段中点坐标为 $M(x_0,y_0)$，则 $\begin{cases} x_1+1=2x_0 \\ y_1-2=2y_0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} x_1=2x_0-1 \\ y_1=2y_0+2 \end{cases}$，代入圆 $x^2+y^2=5$，得 $(2x_0-1)^2+(2y_0+2)^2=5$，整理得 $(x_0-\frac{1}{2})^2+(y_0+1)^2=\frac{5}{4}$。所以，直线 $ax+by+c=0$ 被圆 $x^2+y^2=5$ 截得的线段中点的轨迹方程为

$(x-\frac{1}{2})^2+(y+1)^2=\frac{5}{4}(x\neq 1)$.

10
（1）证明：

因为 $P\xi_1=0$，$P\xi_2=0$

所以 $c_1P\xi_1=0$，$c_2P\xi_2=0$

所以 $P(c_1\xi_1+c_2\xi_2)=0$

即 $c_1\xi_1+c_2\xi_2$ 也是 $PX=0$ 的解。

（2）方程组 $PX=0$ 的解空间的维数是未知量的个数 $n=3$ 减去系数矩阵 P 的秩 2，即为 1.

11

（1）凸函数的定义：设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有定义，若 $[a,b]$ 中任意不同两点 x_1,x_2 都成立：$f[\frac{(x_1+x_2)}{2}]\leq\frac{[f(x_1)+f(x_2)]}{2}$，则 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上是凸的。

证明：$f(x)=\sin x\cdot f''(x)=-\sin x\cdot f''(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 中小于等于 0，故$f(x)=\sin x$在区间 $[0,\pi]$ 上是凸的。

（2）证明：A、B、C 为三角形三内角，所以，$A+B+C=\pi$，又因为 $y=\sin x(0<x<\pi)$ 是凸函数，根据 Jensen 不等式，所以 $\frac{\sin A+\sin B+\sin C}{3}\leq\sin\frac{A+B+C}{3}=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $\sin A+\sin B+\sin C\leq\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

12
数据分析观念包括：了解在现实生活中有许多问题应当先做调查研究，收集数据，通过分析做出判断，体会数据中蕴涵着信息；了解对于同样的数据可以有多种分析的方法，需要根据问题的背景选择合适的方法；通过数据分析体验随机性，一方面对于同样的事情每次收集到的数据可能不同，另一方面只要有足够的数据就可能从中发现规律。数据分析是统计的核心。

13
数学科学是严谨的。中学生学习数学科学的严谨性，由于受其思维发展水平的制约，因此，在数学教学中，既要体现数学科学的特色，又要符合学生的实际，这就是严谨性与量力性相结合原则。

对数学教学的总要求：（1）认真了解学生的学业水平与认知水平。这就是贯穿量力性原则的基础。教学过程中，要对学生知识基础、年龄心理特征、认知水平、兴趣爱好等情况做到心中有数。对教学内容与学生的接受能力有较大差距的内容，即数学难点、重点要设法分散，将之转化为学生容易接受的知识，及时解决疑难，扫清障碍。（2）根据数学课程标准制定恰当、合理的课堂教学目标，这就要妥善处理好数学知识体系，学生的年龄特征、课程目标之间的关系，把握严谨性和与量力性相结合的原则，制定符合本班学生认知水平的目标。（3）螺旋式地处理教材内容。数学知识的发生不是按逻辑方法建立的，而是实验归纳、类比联想，直觉猜测得到的，严格的逻辑证明和演绎体系常常是后来补上的。这也是人类的认识规律。为了符合学生的认识规律，适应学生原有的知识基础和认知水平，某些数学课题学习也是分作几个阶段逐步深化的。对于这样的课题，第一次讲授可以是不完整的知识，但绝不应该是在今后的进一步学习中遭到否定的知识。（4）注重数学语言的教学。数学中的每一个名词、术语、公式、法则都有精确的含义。学生能否确切地理解，他们的含义是能否保证数学教学的严谨性的重要标志之一。而学生理解的程度如何，又常常反映在他们的语言表达之中，因此，应该要求学生逐步掌握精确的数学语言。数学语言是严谨的，抽象的、精确地。再去爱中学数学教学中，教师首先应该使学生了解他们自己在语言精确画方面存在哪些问题，有什么危害，从而使他们认识到语言精确化的必要性。在这个基础上，再要求学生细心地理解数学课本中一些概念、定理的精确叙述，并逐步学会准确地用数学语言叙述课本中的结论和解题过程。（5）周密思考推理有据。推理有据

是思维严谨性的核心要求。在一般解题过程中，除证明题要有论证的根据外，就是计算题、作图题等，也都包含推理过程，到要强调每一步骤的根据。在要求学生做到推理有据时，有时可以借助于直观或猜想去探寻所需的根据。

14

证明：由于函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$上连续，在 (a,b) 可微，$b>a>0$，则 $F(X)=\frac{f(x)}{x}$ 在 $[a,b]$上连续，在 (a,b) 可微，$F'(x)=\frac{f'(x)x-f(x)}{x^2}$，令 $F'(x)=0$，则 $F(x)$ 在 (a,b) 存在极值点满足 $f'(x)x-f(x)=0$，即为 $x=\xi\in(a,b)$ 是函数 $F(x)$ 的极值点，且 $f'(\xi)=\frac{f(\xi)}{\xi}$.又在 (a,b) 内，$f(a)=f(b)=0$，且 $f(x)>0$，则 $F(a)=F(b)=0$，且 $F(\xi)>F(a)=F(b)$，所以函数 $F(X)=\frac{f(x)}{x}$ 在 ξ 处取得最大值。

15

《课程标准》指出：数学学习的评价既要重视结果，又要重视过程。对学生数学学习过程的评价，包括学生参与数学活动的动机和态度，完成数学学习的自信，独立思考的习惯，合作交流的意识，数学认知的发展水平等方面。

一、关注学习的准备状态

从学习的准备来看，关注学习的准备状态非常重要。在学习即将进行时，应充分调动学生的积极情绪和思维，唤起学习的欲望。此项活动应包括原有知识的储备、相应的能力态度、激活的思维等。为学习活动的顺利进行作好心理的准备后，有助于学生愉快而高效率地学习，也只有这样，学生才能坚定学好数学的信念，会更加勤奋刻苦地学习数学，当遇到困难时，会克服困难，始终保持旺盛的学习斗志。比如在学习正余弦定理的应用第一课时如何测量底部不可到达的建筑物的高度，教学中不直接给出例题，而是先提问题：如何测量学校旗杆的高度呢？测量旗杆的高度问题是初中所讲的一个内容，学生比较熟悉，从学生熟悉的例子入手，感觉不困难。经过思考，学生很快就提出了各种解决问题的方案，调动了学生学习的积极性。随后又提出问题：若旗杆底部被埋，底部不可到达，又如何测量呢？学生经过刚才的思考，有了准备，都积极的进行思考，发表自己的意见。这样激发了学生学习的兴趣，提高了课堂效率。

二、关注对学生学习动机和合作精神的评价

在评价中应关注学生是否积极主动地参与数学学习活动，是否愿意与同伴交流数学学习的体会，与他人合作探究数学问题.在评价过程中应努力引导学生正确认识数学的价值，产生积极的学习态度、动机和兴趣.例如在教学时注重公式的推导，要思考公式是如何推导而来，学生之间可相互合作讨论，发表见解，这样，学生学习时就会有动机：要搞清知识是怎么来的，学习这些知识能够解决哪些问题。

三、关注学生学习数学的独立思考和独立学习能力的评价。

独立思考和独立学习是数学学习的基本特征之一，而每个学生，除了有特殊原因外，都有相当强的潜在的和显在的独立思考和独立学习能力的能力，因此，我们在教学中，应建立评价学生是否独立思考的方法与过程，从根本上提高学生的独立思考、独立学习的能力。

例如在课堂上，备课时设计好问题，课堂中给学生足够的时间进行思考讨论，让他们能独立的完成，发表意见，师生再进行评析，及时鼓励学生。再次课下给学生做题的时间，根据学生学习的基础及学习能力，有针对性的给学生布置适量的课外作业，让他们独立完成，及时检查，肯定做得好的学生，鼓励其他学生也要做得更好，这样培养了学生独立学习的能力。

四、关注学生学习数学的差异性。

每个学生都有自己独特的内心世界、精神世界和内在感受，有着不同于他人的观察、思考和解决问题的方式。因此每个学生具体的数学学习方式是不同的。由于具备的认知基础和情感准备以及学习能力倾向不同，他们对同样的内容和学习速度和掌握所需要的时间及需要的帮助不同。例如，课堂上回答不出问题的学生，我会和他商量好，课堂上我不叫他回答问题了，让他自己思考，课下再好好钻一钻，有什么问题到办公室我帮他解决。

五、关注学生对数学思想方法的学习评价。

从分析数学认知结构与解决数学问题可知，它们所需要的知识，是那些具有较高概括性和包容性，显示数学特色 和贯穿数学前后的基本概念、原理、观念和方法，即数学思想方法。一旦学生掌握了它，就能触类旁通，因此学习基本的数学思想方法是形成和发展数学能力的基础。例如（1）课堂中及时总结公式、定理的推导、例题中所渗透的数学思想及方法，让学生体会；（2）做习题，整理笔记，写总结时重视思想方法的总结，对做得好的学生提出表扬，建议其他学生也这样做，让他们养成一个做完题后总结方法的好习惯。

16

（1）对于甲教师的情境创设我不是特别认可。分析：

优点：运用学生熟悉的物理背景来进行情境导入，降低了认知的难度。

缺点：看似联系实际，其实脱离学生的现有认知水平，使学生的认知起点与数学逻辑起点失调，无法引起学生的思维共鸣，使问题情境中隐含的数学问题与数学方法不能与教学目标相衔接，不能形成学生原有认知水平及生活经验的正迁移。

（2）对于乙教师的教学过程我不是特别认可。分析：

优点：一开始复习了上节内容，进行了新旧知识间的过渡，降低了学生对新知识的认知难度；采取了直接导入的方法，开门见山地介绍本节课题，引起学生的注意，使学生迅速进入学习状态，对本节内容的基本轮廓有了大致了解；整个教学过程条理清楚、重难点突出；最后进行巩固练习，加深了学生对新知识的识记和掌握。

缺点：在于没有进行合适的情境创设，将知识全盘塞给学生，剥夺了学生研究问题的策略，无法激发学生学习新知识的兴趣，学生只能机械地配合老师的教学，整个过程中，缺乏师生间的互动，忽略了学生的主体地位。

（3）丙教师的教学过程存在优点也存在缺陷，所以我不完全认可丙。分析：

优点：充分发挥了学生的主体地位，开放性问题激发了学生自主探究的兴趣。有利于培养他们的独立思考能力和创新意识。

缺点：教师没有给予学生自主探究的准备时间，没有提供丰富的自学素材；另外教师导入的开放式问题并不能充分突出代数式这节的核心——“数”与“式”的区别；在探究过程中，教师没有科学合理地发挥自己的主导作用，小结也显得过于潦草和模糊。

17

（1）教学目标：

知识与技能目标：基于生活经验，学生初步感知用常量与变量来刻画一些简单的数学问题．能指出具体问题中的常量、变量．

借助简单实例，初步理解变量与函数的关系，知道存在一类变量可以用函数方式来刻画．能举出涉及两个变量的实例，并指出由哪一个变量确定另一个变量，这两个变量是否具有函数关系．

借助简单实例，初步理解对应的思想，体会函数概念的核心是两个变量之间的特殊对应关系．能判断两个变量间是否具有函数关系．

过程与方法目标：借助简单实例，引领学生参与变量的发现和函数概念的形成过程,体会从生活实例抽象出数学知识的方法，感知现实世界中变量之间联系的复杂性，数学研究从最简单的情形入手，化繁为简。

情感态度与价值观目标：从学生熟悉、感兴趣的实例引入课题，学生初步感知实际生活蕴藏着丰富的数学知识，感知数学是有用、有趣的学科。

借助简单实例，引领学生参与变量的发现和函数概念的形成过程,体验“发现、创造”数学知识的乐趣。

（2）教学重难点

借助简单实例，从两个变量间的特殊对应关系抽象出函数的概念.

（3）

概念的引入：

1.票房收入问题：每张电影票的售价为 10 元.

若一场售出 150 张电影票，则该场的票房收入是____元；

若一场售出 205 张电影票，则该场的票房收入是____元；

若一场售出 310 张电影票，则该场的票房收入是____元；

若一场售出 x 张电影票，则该场的票房收入 y 元，则 $y=$____.

思考：

票房收入随售出的电影票变化而变化，即 y 随__的变化而变化；

当售出票数 x 取定一个确定的值时，对应的票房收入 y 的取值是否唯一确定？

(例如，当 x=150 时，y 的取值是唯一、还是有多个值？)答：__________________.

设计意图：这三个问题中都含有变量之间的单值对应关系，通过研究这些问题引出常量、变量、函数等概念，通过这种从实际问题出发开始讨论的方式，使学生体验从具体到抽象

地认识过程.问题的形式有填空、列表、求值、写解析式、读图等，隐含着在函数关系中表示两个变量的对应关系有解析法、列表法、图象法。

概念的定义：

上述四个问题中，分别涉及哪些量的关系？通过哪一个量可以确定另一个量？

答：票房收入问题中，涉及票价(10 元)、售出票数 x、票房收入 y，票数 x 的变化会引起

票房收入 y 的变化，如图所示：

售出票数 $\rightarrow$ 票房收入

设计意图：这三个问题中都含有变量之间的单值对应关系，通过研究这些问题引出常量、变量、函数等概念，通过这种从实际问题出发开始讨论的方式，使学生体验从具体到抽象地认识过程.问题的形式有填空、列表、求值、写解析式、读图等，隐含着在函数关系中表示两个变量的对应关系有解析法、列表法、图象法。