# 2013年下半年教师资格证考试《初中数学》真题（解析）

1

本题主要考查的是极限的求法，此极限时属于：无穷大的零次方型，运用洛必达法则与求导。具体步骤：1、将$x$写成$x$的倒数的倒数，再乘上后面的部分。2、将$x$的倒数用一个变量$y$代换，所以，原来的极限变成求$y$趋向于零时的极限。3、因为写成了分数的形式，且当$y$趋于零的时候，上下都趋于零，所以运用洛必达法则，即上下求导，结果变成$e^y$，从而，当$y$趋于零的时候，最后的结果就是$e$的零次方，等于 1 了。

设$\frac{1}{x}=y$，则原式变为$\lim\limits_{y\to 0}\frac{1}{y}(e^y-1)=\lim\limits_{y\to 0}\frac{e^y-1}{y}$，由洛必达法则得$\frac{0}{0}$型是不定式极限，所以，$\lim\limits_{y\to 0}\frac{e^y-1}{y}=\lim\limits_{y\to 0}\frac{(e^y-1)'}{y'}=\lim\limits_{y\to 0}e^y=1$

故正确答案为 C。

2

本题考查的是函数奇偶性的判断。由于函数的定义域都是$R$,故只看$F(-x)$与$F(x)$的关系，然后根据奇偶函数的定义即可得到答案。

A 项：设$F(x)=f(x)f(-x)$，$F(-x)=f(-x)f(x)=F(x)$，故$F(x)$为偶函数。错误。

B 项: $F(x)=f(x)|f(-x)|$，$F(-x)=f(-x)|f(x)|$，因为$f(x)$为任意函数，故此时$F(x)$与$F(-x)$的关系不能确定，即函数$F(x)=f(x)|f(-x)|$的奇偶性不定。错误。

C 项：令$F(x)=f(x)-f(-x)$，令$F(-x)=f(-x)-f(x)=-F(x)$，即函数$F(x)=f(x)-f(-x)$为奇函数。错误。

D 项：$F(x)=f(x)+f(-x)$，$F(-x)=f(-x)+f(x)=F(x)$，即函数$F(x)=f(x)+f(-x)$为偶函数。正确。

故正确答案为 D。

3

本题运用定积分换元法解决。因为$\int_{-2}^{3}\sqrt{16+6x-x^2}dx=\int_{-2}^{3}\sqrt{25-(x-3)^2}dx$，所以，令$x-3=5\sin t(-\frac{\pi}{2}\le t\le 0)$，则$t=arc\sin\frac{x-3}{5}$。

$\sqrt{5^2-(x-3)^2}=\sqrt{5^2-5^2\sin^2 t}=5\sqrt{\cos^2 t}=5\cos t$，$dx=5\cos tdt$，$x:-2\to 3$，

$t: -\frac{\pi}{2} \to 0$。所以，原式$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \sqrt{-(5\sin t)^2 + 25} \cdot 5\cos t dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} 25\cos^2 t dt$

$= \frac{25}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}(1+\cos 2t)dt = \frac{25}{2}[t + \frac{\sin 2t}{2}]_{-\frac{\pi}{2}}^{0} = -\frac{25}{2}(-\frac{\pi}{2}) = \frac{25\pi}{4}$

故正确答案为 A。

4

此题考查的是函数驻点与极值的概念及其求法。驻点为函数的一阶导数为零的圆。

根据极值判定的第一充分条件，$f(x)$在$x_o$处连续，$f(x)$在$x_o$的某去心领域内可导，在$(x_o - a, x_o), f'(x) < 0$，在$f(x_o, x_o + a), f'(x) > 0$取极小值。

因为$f'(x_o) = 0$，所以$x_o$是驻点，且$x$在小于$x_o$的领域$f'(x) < 0$，$x$在大于$x_o$的领域$f'(x) > 0$，则$x_o$为极小值。

故正确答案为 C。

5

本题考查的是圆的标准方程和直线的点斜式方程的应用。属于基础题。解题时要注意直线与直线垂直的性质和圆的简单性质的合理运用。

圆的方程$x^2 + 2x + y = 0$可化为$(x+1)^2 + y^2 = 1$，所以圆心$G(-1, 0)$，因为直线

$x + y = 0$的斜率为-1，所以由点斜式方程可知，所求直线方程为$y = x + 1$，即

$x - y + 1 = 0$。

故正确答案为 D。

6

本题考查的是矩阵的旋转变换，旋转:绕原点逆时针旋转$\theta$度角的变换公式是

$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$与$y' = x\sin\theta + y\cos\theta$，用矩阵表示为: $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

A 项：是切变变换，平行于$x$轴的切变为$x' = x + y$与$y' = y$。用矩阵表示为:

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$。错误。

B 项:是$0 = 0$时的情况。正确。

C 项：是$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{20}}{10}, \sin\theta = \frac{4}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{20}}{5}$时的情况。正确。

D 项：是一般情况。正确。

本题为选非题，故正确答案为 A。

7

《义务教育数学课程标准 》第三部分课程内容第三学段第一部分“数与式”包括：1.有理数 2.实数 3.代数式 4.整数与分数；而方程属于第二部分：方程与不等式

故正确答案为 C。

8
本题主要考查的是数学史实

A 项：祖冲之（公元 429~公元 500），是我国杰出的数学家他写的《缀术》一书，被收入著名的《算经十书》中，作为唐代国子监算学课本，祖冲之算出 π 的真值在 3.1415926 和 3.1415927 之间，相当于精确到小数第 7 位，简化成 3.1415926，成为当时世界上最先进的成就。祖冲之入选世界纪录协会世界第一位将圆周率值计算到小数第 7 位的科学家，创造了中国纪协世界之最。这一纪录直到 1596 年由荷兰数学家卢道夫打破。祖冲之还给出 π 的两个分数形式：22/7（约率）和 355/113（密率），其中密率精确到小数第 7 位，在西方直到 16 世纪才由荷兰数学家奥托重新发现。祖冲之还和儿子祖暅之一起圆满地利用「牟合方盖」解决了球体积的计算问题，得到正确的球体积公式。正确。

B 项: 秦九韶(1208 年-1268 年)，字道古，汉族，生于普州安岳(今四川省安岳县)。南宋官员、数学家，与李冶、杨辉、朱世杰并称宋元数学四大家。他所提出的大衍求一术和正负开方术及其名著《数书九章》，是中国数学史、乃至世界数学史上光彩夺目的一页，对后世数学发展产生了广泛的影响。秦九韶独立推出了三斜求积公式，它填补了我国传统数学的一个空白。正确。

C 项：孙思邈(581-682)，京兆华原(现陕西铜川市耀州区)人，唐代医药学家，主要成就：编写《千金方》、《千金要方》 编写《千金翼方》 誉为药王。错误。

D 项：杨辉，字谦光，汉族，钱塘(今杭州)人，南宋杰出的数学家和数学教育家。他署名的数学书共五种二十一卷。他在总结民间乘除捷算法、"垛积术"、纵横图以及数学教育方面，均做出了重大的贡献。他是世界上第一个排出丰富的纵横图和讨论其构成规律的数学家。著有《详解九章算法》、《日用算法》、《乘除通变本末》、《田亩比类乘除捷法》、《续古摘奇算法》。与秦九韶、李冶、朱世杰并称"宋元数学四大家"。正确。

本题为选非题，故正确答案为 C。

9

证明：令集合$A_n=\{0,\frac{1}{n},\frac{2}{n},\frac{3}{n},...\}(n\in N)$，取$n$足够大，使得$\frac{1}{n}<b-a$

显然，在$(0,+\infty)$上，$(a,b)\cap A_n\neq\phi$，又因为$A_n$中的数字都是有理数，所以$(a,b)$中肯定有有理数。

10

因为$M=\begin{pmatrix}1 1\\0 1\end{pmatrix}$，所以$M^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -1\\0 & 1\end{pmatrix}$设曲线$y^2-x+y=0$上任意一点在矩阵$M^{-1}$所对应的

线性变换作用下的像是$(x',y')$.由$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-y\\y\end{pmatrix}$，所以$\begin{cases}x-y=x'\\y=y'\end{cases}$ 得

$\begin{cases} x = x' + y' \\ y = y' \end{cases}$ 代入曲线$y^2 - x + y = 0$得$y'^2 = x'$，由$(x, y)$的任意性可知，曲线$y^2 - x + y = 0$在矩阵$M^{-1}$对应的线性变换作用下的曲线方程为$y^2 = x$。

11

根据题意得，甲中奖的概率是$P_1 = \frac{1}{2}$，乙中奖的概率是$P_2 = \frac{3}{5} - x$，那么甲乙都中奖的概率是$P = \frac{1}{2} - x$，因为甲、乙中奖是两个独立事件，因此，$P = P_1 P_2$,则$\frac{1}{2} - x = \frac{1}{2}(\frac{3}{5} - x)$，解得，$x = \frac{2}{5}$。

12

（1）四基内容指的是数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。

（2）基础知识一般是指数学课程中所涉及的基本概念、基本性质、基本法则、基本公式等。数学知识的教学，要注重知识的“生长点”与“延伸点”，把每堂课教学的知识置于整体知识的体系中，注重知识的结构和体系，处理好局部知识与整体知识的关系，引导学生感受数学的整体性，体会对于某些数学知识可以从不同的角度加以分析、从不同的层次进行理解。

例如，正数与负数的概念、直角三角形三边之间的关系、有理数运算的法则、完全平方公式等。

基本技能内容包括基本的运算、测量、绘图等技能。在基本技能的教学中，不仅要使学生掌握技能操作的程序和步骤，还要使学生理解程序和步骤的道理。

例如，对于整数乘法计算，学生不仅要掌握如何进行计算，而且要知道相应的算理；对于尺规作图，学生不仅要知道作图的步骤，而且要能知道实施这些步骤的理由。基本技能的形成，需要一定量的训练，但要适度，不能依赖机械的重复操作，要注重训练的实效性。教师应把握技能形成的阶段性，根据内容的要求和学生的实际，分层次地落实。

数学基本思想主要是指数学抽象的思想、数学推理的思想和数学模型的思想。数学思想蕴涵在数学知识形成、发展和应用的过程中，是数学知识和方法在更高层次上的抽象与概括，如抽象、分类、归纳、演绎、模型等。学生在积极参与教学活动的过程中，通过独立思考、合作交流，逐步感悟数学思想。

例如，分类是一种重要的数学思想。学习数学的过程中经常会遇到分类问题，如数的分类，图形的分类，代数式的分类，函数的分类等。在研究数学问题中，常常需要通过分类讨论解决问题，分类的过程就是对事物共性的抽象过程。教学活动中，要使学生逐步体会为什么要分类，如何分类，如何确定分类的标准，在分类的过程中如何认识对象的性质，如何区别不同对象的不同性质。通过多次反复的思考和长时间的积累，使学生逐步感悟分类是一种重要的思想。学会分类，可以有助于学习新的数学知识，有助于分析和解决新的数学问题。

数学基本活动经验的积累要和过程性目标建立联系。数学活动经验的积累是提高学生数学素养的重要标志。帮助学生积累数学活动经验是数学教学的重要目标，是学生不断经历、体验各种数学活动过程的结果。数学活动经验需要在“做”的过程和“思考”的过程中积淀，是

在数学学习活动过程中逐步积累的。教学中注重结合具体的学习内容，设计有效的数学探究活动，使学生经历数学的发生发展过程，是学生积累数学活动经验的重要途径。

例如，在统计教学中，设计有效的统计活动，使学生经历完整的统计过程，包括收集数据、整理数据、展示数据、从数据中提取信息，并利用这些信息说明问题。学生在这样的过程中，不断积累统计活动经验，加深理解统计思想与方法。

13

教师的“引导”作用主要体现在：

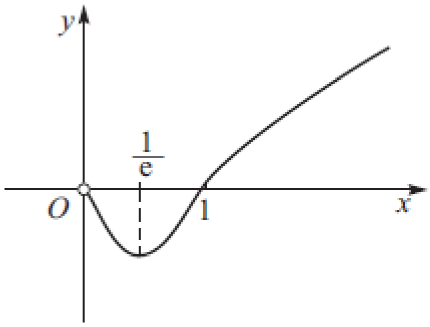
（1）通过恰当的问题，或者准确、清晰、富有启发性的讲授，引导学生积极思考、求知求真，激发学生的好奇心；

（2）通过恰当的归纳和示范，使学生理解知识、掌握技能、积累经验、感悟思想；

（3）能关注学生的差异，用不同层次的问题或教学手段，引导每一个学生都能积极参与学习活动，提高教学活动的针对性和有效性。

14

（1）$f'(x)=\ln x+1$,令$f'(x)=0, x=\frac{1}{e}$，当$x>\frac{1}{e}$时，$f'(x)>0$，且当$f(1)=0$，则图象如




下图；

（2）根据函数的凹性，由詹森不等式得 $f\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\right) \le \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)$，根据题意

$\sum_{i=1}^{n} x_i=1$ 可知，$f\left(\frac{1}{n}\right) \le \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)$ 因为

$g(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n)=-\sum_{i=1}^{n} x_i \ln x_i=-\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \le -nf(\frac{1}{n})$ 所以函数

$g(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n)$ 的最大值为 $-nf(\frac{1}{n})$。

15

（1）必要性：我国学生实践能力和综合运用能力相对薄弱，为此《基础教育课程改革纲要（试行）》在规划新的课程体系时，规定“从小学到高中设置综合实践活动并作为必修课程”，强调通过学生实践，增强探究和创新意识，学习研究的方法，发展综合运用知识的能力。增进学校与社会的密切联系，培养学生的社会责任感。

同时《基础教育课程改革纲要（试行）》又指出综合实践活动与各学科领域应形成一个有机整体，二者既有其相对独立性，又存在紧密的联系，在某些情况下，综合实践活动也可和某些学科教学打通进行，同时，各学科课程中亦应注重培养学生的实践和综合应用能力。为此，课程标准调整了数学学科的结构，在“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”这些知识性的领域外，设置了“综合与实践”这一数学学习领域。

（2）教学特点：

《标准》对数学综合实践课的教学提出了具体的目标要求，纵观目标内容，它主要体现了以下特点：

1、学科性。尽管数学综合实践课的教学涉及自然、美术、思品与生活等内容，但它首先是姓“数”，其落脚点在于全面提高学生的数学素养，而不是主要为了让学生掌握其他学科和其他领域的知识。例如：以“汽车中的数学问题”为主题，让学生进行数学综合实践课的学习，尽管需要学生搜集、理解有关汽车的常识，或者让学生知道有关交通规则、安全防范措施等，但其目的在于让学生了解数学与生活的联系，培养学生计算、理解、搜集和处理信息的能力，而不是让学生获取有关汽车的知识。

2、综合性。从《标准》对各学段数学综合实践课教学的阶段目标的阐述上，我们可以看出这种综合性主要体现：在学习空间上，体现课堂学习与课外学习的有机整合；在学习内容上，体现自然、美术、思品与生活同数学课程内容的综合；在学习方式上，体现实践性学习、探究性学习、合作性学习、体验性学习等多种学习方式的综合。例如，在学过“圆柱和圆锥”的体积和表面积计算后，六年级教师便组织学生到环卫设计部门和施工现场参观考察，并让学生实际测量一个圆柱形涵洞的长度和直径，计算其体积和表面积，再让学生思考下水道为何通常做成圆柱形而不是长方体形或正方体形？最后让学生进行交流讨论，评选最佳设计方案。这样的活动综合了测量、估算、计算以及如何运用数学思想方法进行比较选择，增强了学生的策略意识，提高了学生解决问题的能力，突出了教学目标的综合性。

3、实践性。数学综合实践课的教学是培养学生数学实践能力的最有效的途径。数学源于生活，生活中充满着数学。可以说，观察生活既是学习数学的起点，又是数学学习的归宿。数学教学要使学生获得作为一个公民所必须的基本数学知识和技能，为学生终生可持续发展打好基础，必须打破传统数学的封闭性，把与学生生活密切相关的、具有生活气息和时代特征的现实性、生活化、亲切感的内容引入课堂。如教学“25＋9×4”时，对于“为什么先乘后加”的运算顺序，就可以从学生买东西的生活体验中悟出。二年级一位教师在新授这一内容时，分如下三步进行：第一步，展示生活情境，出示一把标价 25 元的雨伞和 4 本标价 9 元的图书。询问：“这两样物品共多少钱？”学生列式是：25＋9＋9＋9＋9 或 25＋9×4；第二步，讨论“25＋9×4”怎样算。有的学生说先算 25 和 9 的和，再乘以 4，也有的说先算 9 与 4 的积，再加上 25。经过讨论，意见趋于一致，教师立即追问：“为什么先算 9 与 4 的积？请根据具体事例说明。”最后学生搞清两种不同的物品计算总价时，要分别算出各自的价钱，然后再算它们的和；第三步，在学生初步理解的基础上，教师不急于

讲解运算顺序，而是又一次组织学生讨论交流平时生活中购买两种物品的情况和计算总价的方法。

16

教学目标：

（1）知识与技能目标：掌握整数指数幂的运算性质，理解零指数幂的意义，掌握数学中归纳总结的能力。

（2）过程与方法目标： 通过探索，学生体会从特殊到一般的数学研究方法；

（3）情感态度与价值观目标：培养学生的观察分析和根据规律探究问题的能力，加深对类比、找规律、严密的推理等数学方法的认识，培养学生的数学思维能力。

证明：不妨设$m=0$，则左边$=a^{m+n}=a^{0+n}=a^n$，右边$=a^m\cdot a^n=1\times a^n$。由于左边=右边，所以$a^{m+n}=a^m\cdot a^n$成立；当$m=n=0$时，左边$=a^{0+0}=a^0=1$，右边$=a^0\cdot a^0=1\times 1=1$由于左边=右边，所以$a^{m+n}=a^m\cdot a^n$成立。综上所述，$a^{m+n}=a^m\cdot a^n(m,n\in N)$。

启示：面对挑战-提出“规定”的猜想-通过各种途径说明“规定”的合理性-做出“规定”-验证这种“规定”与原有知识体系无矛盾-指数概念得到扩充。这样的过程充分的体现了数学自身发展的轨迹，有助于学生感悟指数概念是如何扩充的，他们借助学习“零指数”所获得的经验，可以进一步尝试对负数指数幂的意义做出合理的“规定”。这样的过程充分地展示了“规定”的合理性，有助于发展学生的理性精神。另外，从特殊到一般是研究数学问题的一个重要方法，可以在已有知识的基础上推导运算法则，观察分析和根据规律是数学运算法则教学中的一种方法，要注意学科之间的交叉性，可以用学生比较熟悉的其他学科的知识进行教学。

17

（1）教学目标①实例：

实例①：足球比赛，中国国家队上半场进了 2 个球；下半场丢了 2 个球。

实例②：学校四年级共转来 25 名新同学，五年级转走了 10 名同学。

实例③：张阿姨做生意三月份赚了 6000 元，四月份亏了 2000 元。

设计意图：通过丰富的熟悉的生活实例,了解负数产生的背景（数的产生和发展离不开生活和生产的需要），使学生进一步体会负数的意义，体会负数在生产和生活中运用的重要性，进一步体会到正负数的引入对解决实际问题的优越性，体验数学和生活的密切联系，激发学生学习数学的兴趣。

（2）教学目标②实例：

问题①：北京冬季里某天的温度为-3～3，它的确切含义是什么？这一天北京的温差是多少？

问题②：有三个队参加的足球比赛中，红队胜黄队（4:1），黄队胜蓝队（1:0），蓝队胜红队（1:0）三个队的净胜球数分别是 2，-2,0，如何确定排名顺序？

设计意图：通过温度的例子——出现新数-3 还涉及到有理数的减法；净胜球的例子，也出现了负数，确定净胜球涉及有理数的加法，确定排名顺序涉及有理数的大小的比较，引出用各种符号表示数，让学生试着解释，激发他们的求知欲，让其感受到引入数学符号的必要性，同时对问题进行说明，找出它们的共性，揭示问题的实质（具有相反意义的量）。学生经历负数引入的过程：生产和生活中的例子（具有互为相反意义的量）——数不够用——负数的引入——数学符号的表示——问题的解决等过程，初步培养学生数学符号感，了解数学符号在数学学习中的地位和作用。培养学生在与人合作交流的过程中，主动探究问题本质，善于观察、归纳、概括以及发现解决问题的方法的能力。

（3）教学目标③实例：

①一辆公共汽车在一个停车站下去 10 个乘客

②甲工厂盈利了 10 万元，乙工厂亏损了 8 万元

③商品价格上涨 10%和下降 15%.

设计意图：在正负数的应用中，进一步理解正负数意义，它起源于表示两种意义相反的量，正负数的表示具有相对性，与规定的哪一方为正有关。让学生学会用负数表示现实情境中的量,感受引入负数的必要性，体会数学应用的广泛性。激励学生在今后的学习中，善于从生活和生产的事例中，发掘问题的本质，寻找规律，自我归纳，明确解决问题的基本套路，从而主动地去理解数学，感悟数学

（4）教学重难点的确立是教案编写过程中一个重要内容，不可或缺。 重点主要由以下三个方面构成：

从学科知识系统而言，重点是指那些与前面知识联系紧密，对后续学习具有重大影响的知识、技能，即重点是指在学科知识体系中具有重要地位和作用的学科知识、技能。 从文化教育功能而言，重点是指那些对学生有生源教育意义和功能的内容，主要是指对学生终生受益的科学思想、精神和方法。 从学生的学习需要而言，重点是指学生学习遇到困难需要及时得到帮助解决的疑难问题。

难点主要由以下四个方面构成：

一是该知识远离学生的生活实际，学生缺乏相应的感性知识； 二是该知识较为抽象，学生难于理解； 三是该知识包含多个知识点，知识点过于集中； 四是该知识与旧知识联系不大或旧知识掌握不牢或大多数学生对与之联系的旧知识遗忘所致。

七年级的学生，已经有了当数不够用时而引入新数（正分数）的经历，并且也有用数学符号（字母）表示数（算术数或非负有理数）的基础。但是，对于从具有相反意义的量引入负数，用负数来表示实际问题开始还是不习惯的，因此在教学中我们应从具体的事例出发，引导学生正确认识负数和数 0 表示量的意义，让学生通过思考、探究、归纳，主动地进行学习。

所以本节课的教学重点是: 正确区分正数和负数概念，理解负数的意义，会用正负数表示具有相反意义的量。

（5）教学难点是：理解负数、数 0 表示的量的意义。

（6）引入负数后，生产和生活中的一些具体事件能够很好地运用数学来进行描述，说明了引入数学符号的必要性，也为我们日后学习有理数、实数、用字母代替数（代数式）的代数运算开了先河，它可以使问题的阐述更简明、更深入。