2014 上半年教师资格证考试《数学学科知识与教学能力》(初级中学)真题（解析）

1

先求出 y=x3+1 在点(1，3)处切线的斜率为 4，再根据过(1，3)，得到切线方程为 y=4x-1。

2

投影变换是对图形整体进行缩放变换，不一定是保距变换。

3

由定积分的几何意义很容易得到孚。斗

4

E(X2)=(E(X))2 的条件是方差为 O 的时候，故 D 错。

5

由行列式的定义展开计算可得。

6

狄利克雷函数是周期函数．但是却没有最小周期．它的周期是任意非零有理数(周期不能为0)，而非无理数。因为不存在最小正有理数，所以狄利克雷函数不存在最小正周期。函数为偶函数；处处不连续；不是单调函数。

7

选项 c 图形与位置是《义务教育数学课程标准(2011 年版)》规定的第二学段“图形与几何”领域内容。

8

这句话可以理解为“所有的三角形内角和都是 l800，所以为全称的肯定判断。

9

证明：(1)由已知得 $f(x)=\ln t\big|_1^x=\ln x$，任取 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$ 且 $x_1<x_2$，又 $f(x_1)-f(x_2)=\ln x_1-\ln x_2=\ln\frac{x_1}{x_2}<0$ 则 $f(x)$ 在其定义域内单调递增。

(2)证明：由已知得 $\int_x^{xy}\frac{1}{t}dt=\ln t\big|_x^{xy}=\ln xy-\ln x=\ln y$ 且 $\int_1^{y}\frac{1}{t}dt=\ln t\big|_1^{y}=\ln y$ 则 $\int_x^{xy}\frac{1}{t}dt=\int_1^{y}\frac{1}{t}dt$，$\int_1^{xy}\frac{1}{t}dt=\ln t\big|_1^{xy}=\ln xy-\ln 1=\ln xy$ 且 $\int_1^{x}\frac{1}{t}dt+\int_1^{y}\frac{1}{t}dt=\ln t\big|_1^{x}+\ln t\big|_1^{y}=\ln x+\ln y$ 则 $\int_x^{xy}\frac{1}{t}dt=\int_1^{y}\frac{1}{t}dt+\int_1^{x}\frac{1}{t}dt$

10

$x^4+x^3+x^2+x+1=0$ 有 $x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0$。

令 $z=x+\frac{1}{x}$，则 $z^2+z-1=0$，解得 $z=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$，

又 $z=x+\frac{1}{x}$，即 $x^2-zx+1=0$，解得 $x=\frac{z\pm\sqrt{z^2-4}}{2}$。

带入 z 可得 $x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}\mathrm{i}$，$x_2=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}-\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}\mathrm{i}$，$x_3=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{-2\sqrt{5}+10}}{4}\mathrm{i}$，$x_4=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}-\frac{\sqrt{-2\sqrt{5}+10}}{4}\mathrm{i}$，

则第一象限的根为 $x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}\mathrm{i}$。

11

当 $a>1$ 时，设 $\sqrt[n]{a}=1+h_n(h_n>0)$ 那么有：$a=(1+h_n)^n=1+nh_n+C_n^2h_n^2+\cdots+h_n^n\geqslant nh_n\Rightarrow 0<h_n\leqslant\frac{a}{n}$ 由夹逼准则得 $\lim\limits_{n\to+\infty}h_n=0$，所以 $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a}=\lim\limits_{n\to+\infty}(1+h_n)=1$；当 $0<a<1$ 时，令 $b=\frac{1}{a}>1$，从而有 $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{b}=1$，因 $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{b}}=1$，故 $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt[n]{a}=$

12

主要是指根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出所描述的实际物体；想象出物体的方位和相互之间的位置关系：描述图形的运动和变化：依据语言的描述画出图形等。

13

①基本初等函数；
②性质；
③锐角三角函数；
④应用。
14
(1)由已知得，椭圆，为圆柱 $x^2+y^2=R^2$ 与平面 $z=kx$ 相交所得，因为圆柱 $x^2+y^2=R^2$ 和平面 $z=kx$ 的中心都为原点．故椭圆，的巾心为原点。
$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{R^2+k^2x^2}$，其中 $0\leqslant x\leqslant R$。当 $x=$
R 时，长轴 $=2r_{max}=2\sqrt{R^2+k^2R^2}=2R\sqrt{1+k^2}$；$x=0$ 时，短轴 $=2r_{min}=2R$。
R 时，长轴 $=2r_{max}=2\sqrt{R^2+k^2R^2}=2R\sqrt{1+k^2}$；$x=0$ 时，短轴 $=2r_{min}=2R$。
(2)以椭圆 f 长轴所在直线为横轴 m，短轴所在直线为纵轴 n 建立直角坐标系，可得 f 的方程为 $\frac{m^2}{R^2(1+k^2)}+\frac{n^2}{R^2}=1$．其中长短轴之比为 $\frac{R\sqrt{1+k^2}}{R}=\sqrt{1+k^2}$，
与 R 无关。故对任意给定的一个椭圆(其长半轴和短半轴分别为 a．b)．均可找到参数 k，R 使得 $a^2=R^2(1+k^2)$，$b^2=R^2$，其中 $\frac{a}{b}=\sqrt{1+k^2}$。
15
(1)数学的抽象性可以归纳为以下几类：
①不仅数学概念是抽象的，而且数学方法也是抽象的，并且大量使用抽象的符号。
②数学的抽象是逐级抽象的，下一次的抽象是以前一次的抽象材料为其具体背景。

③高度的抽象必然有高度的概括。
(2)首先要着重培养学生的抽象思维能力。所谓抽象思维能力，是指脱离具体形象、运用概念、判断、推理等进行思维的能力。按抽象思维不同的程度，可分为经验型抽象思维和理论型抽象思维。在教学中，我们应着重发展理论型抽象思维．因为只有理论型抽象思维得到充分发展的人，才能很好地分析和综合各种事物，才有能力去解决问题。
其次要培养学生观察能力和提高抽象、概括能力。在教学中，可通过实物教具，利用数形结合，以形代数等手段。例如，讲对数函数有关性质时，可先画出图象，观察图象抽象出有关性质就是一例。
16
(1)该同学在开平方 3x+1=2 这一步出现了错误．原因是对平方根的概念没有掌握：其次在最后得出根 z=1/3 这一步也出现了错误，原因是对一元二次方程根的个数及写法没有掌握。

(2)师：32=?(-3)2=?
生：9
师：根据平方根的定义。9 的平方根为多少?
生：±3
师：a(a≥0)的平方根为多少?
生：当 $a>0$ 时，平方根有两个 $\pm\sqrt{a}$
当 $a=0$ 时，平方根为 0
(由数字到字母，由具体到抽象，让学生理解平方根的概念及掌握开平方运算)
师：$x^2=16$，$x=$?
生：±4
师：本题中 $(3x+1)^2-4=0$，开平方那一步怎么运算，可以得到几个答案，也就是有几个根?
生：$3x+1=2$ 或 $3x+1=-2$，可以得到两个答案，本题有两个不相等的实数根。
师：$(2x+3)^2-16=0$ 这个题目请写出完整的步骤。
生：解：$(2x+3)^2-16=0$
移项 $(2x+3)^2=16$
开平方 $2x+3=4$ 或 $2x+3=-4$
移项 $2x=1$ 或 $2x=-7$
所以方程的两根为

$$x_1=\frac{1}{2},\ x_2=-\frac{7}{2}$$

师：非常好。步骤也很完整。以后注意细节，继续努力。(由易到难，由浅入深，让学生能运用开平方法解方程)
在整个辅导教学片段中，通过师生问答形式，根据学生已有的知识提出问题，启发学生反思自己做题中的错误以及错误的原因所在，帮助学生真正领悟开平方法解方程的正确解题方法，并通过巩固练习的方式，一步一步，由易到难，由具体到抽象促进能力的提高。
(3)①公式法：
解：$(3x+1)^2-4=0$
$3x^2+2x-1=0$
$a=3, b=2, c=-1$
$\Delta=b^2-4ac=16>0$
方程有两个不相等的实数根

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2\pm4}{6}$$

即：$x_1=-1$，$x_2=\frac{1}{3}$

②因式分解法

:$(3x+1)^2-4=0$,因式分解得:$(3x+3)(3x-1)=0$,于是得:$3x+3=0$ 或 $3x-1=0$

$$x_1=-1,x_2=\frac{1}{3}$$

17

(1)“分数”为分式的学习作铺垫，分数与分式联系紧密，二者是具体与抽象、特殊与一般的关系。分数的有关结论与分式的相关结论具有一致性，即数式通性。可以通过类比分数的概念、性质和运算法则，得出分式的概念、性质和运算法则。由分数引入分式，既体现了数学学科内在的逻辑关系，也是对类比这一数学思想方法和科学研究方法的渗透。

(2)①$\frac{1}{x+1}=1$(设计意图：通过简单的题目练习分式方程的解法)

②$\frac{1}{2(x+1)}+\frac{2}{x+1}=3$(设计意图：含有分式运算的分式方程，巩固分式运算法则)

③$\frac{1}{x-1}-1=\frac{3}{(x-1)(x+2)}$(设计意图：含有增根的分式方程，让学生意识到增根产生的原因，以及体会解分式方程的一般过程中检验的必要性)

(3)类比思想，转换化归思想

(4)可能产生增根的原因为在解分式方程去分母的过程中扩大了未知数的取值范围。

训练题:①若方程$\frac{5+m}{x-2}=1$有增根$x=2$,求m的值。

训练题②应用题：从2004年5月起某列车平均提速'13千米／时，用相同的时间，列车提速前行驶5千米．提速后比提速前多行驶50千米：提速前列车的平均速度为多少?(两道题目二选一即可)