2015上半年教师资格证考试《数学学科知识与教学能力》(初级中学)（解析）

1

设函数

$f(x)=\begin{cases}1, x\text{ 为有理数}\\0,\text{其它}\end{cases}$, $x_n=\frac{n}{2n+1}$；则有 $x_n\to\frac{1}{2}$，$\lim\limits_{n\to\infty}f(x_n)=f(\frac{1}{2})=1$，但是，(并)处处不连续.

2

$M=\{y|0\leqslant y\leqslant 1\}$，$N=\{y|y\geqslant 1\}$，则 $M\cap N=\{1\}$。

3

特殊值代人验证，

当 $a=-2$，$b=-1$ 时，$a<b$ 推不出来 $a^2<b^2$，又当 $a=1$，$b=-2$ 时，$a^2<b^2$

推不出 a<b．故两者既不是充分条件也不是必要条件。

4

由于 X,=01 是代数方程 f（x)-0 的根，故有 f(a)=o，x 一 a 是 f(x)的因式．X-Ot 整除 f(x)，(a，0)是函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴的交点，但是不一定有f(a)=0，比如 f(x)≈x-2。

5

若 f(x)在某个区间，内有导数，则 $f'(x)\geqslant 0,(x\in I)\Leftrightarrow f(x)$ 在 I 内为增函数；$f'(x)\leqslant 0,(x\in I)\Leftrightarrow f(x)$在，内为减函数。结合图 1 中导函数的函数值从左到右依次大于 0、小于 0、大于 0，因此原函数图象从左到右变化趋势依次是单调递增、单调递减、单调递增。因此选 B。

6

由题意得：直线 L 的方向向量为 m=(2，一 l，一 3)，平面霄的法向量即=(1，1，1)，易知 m 与，l 不共线，且 m·n#0，而直线 l 上的点(1，一 l，2)在平面 π 上，故两者相交但不垂直。故选择 B。

7

义务教育阶段的数学课程应具有：基础性、普及性和发展性。

8

学生数学学习评价的基本理念：“评价的主要目的是全面了解学生的数学学习历程，激励学生的学习和改进教师的教学；应建立评价目标多元、评价方法多样的评价体系。对数学学习的评价要关注学生的学习结果，更要关注他们学习的过程；要关注学生数学学习的水平，更要关注他们在数学活动中所表现出来的情感与态度，帮助学生认识自我，建立信心。”

9

$0.24\dot{3}\dot{1}\times 10000=2431.3131\cdots$，$0.24\dot{3}\dot{1}\times 100=24.313131\cdots$，

两式相减可得 $0.24\dot{3}\dot{1}\times 9900=2407$，则 $0.24\dot{3}\dot{1}=\frac{2407}{9900}$。

10

由 A 到 D 的线路有两条分别是 $A-B-D$，$A-C-D$。走 $A-B-D$ 发生堵车的概率为 $P_1=1-(1-\frac{1}{5})(1-\frac{1}{12})=1-\frac{4}{5}\times\frac{11}{12}=\frac{4}{15}$，走 $A-C-D$ 发生堵车的概率为 $P_2=1-(1-\frac{1}{10})(1-\frac{1}{6})=1-\frac{9}{10}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{4}$。

显然 $P_2<P_1$，所以走 $A-C-D$ 线路发生堵车概率最小，概率为 $\frac{1}{4}$。

11

证明．以 n．b 长为直角边作 Rt∆A，B，C．设斜边长为 d．则由勾股定理得

$a^2+b^2=d^2$，又 $a^2+b^2=c^2$，所以 $c=d$。则 $\mathrm{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 全等．故 ABC 是直角三角形。

12

利用已知条件和某些数学定义、公理、定理等，经过一系列的推理论证，最后推导出所要证明的结论成立，这种证明方法叫做综合法。

综合法证明的思维过程：用 P 表示已知条件、已有的定义、公理、定理等，Q 表示所要证明的结论。则综合法用框图表示为：

$P\Rightarrow Q_1 \longrightarrow Q_1\Rightarrow Q_2 \longrightarrow Q_2\Rightarrow Q_3 \longrightarrow \cdots \longrightarrow Q_n\Rightarrow Q$

综合法的特点：综合法是由因导果，也就是从“已知”看“未知”，其逐步推理，实际是寻找使结论成立的必要条件。

例如：对于任意的 a>0，b>0，满足基本不等式 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ 的证明过程。

综合法证明：因为 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geqslant 0$

所以 $a+b-2\sqrt{ab}\geqslant 0$

所以 $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$

所以 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ 成立。

13

尺规作图的基本要求：

(1)使用的直尺和圆规带有想象性质，跟现实中的并非完全相同；

(2)直尺必须没有刻度，无限长，且只能使用直尺的固定一侧。只可以用它来将两个点连在一起，不可以在画刻度；

(3)圆规可以开至无限宽，但上面亦不能有刻度。它只可以拉开成之前构造过的长度。

古希腊时期“几何作图三大问题”：这是三个作图题，只使用圆规和直尺求出下列问题的解，直到十九世纪证实这是不可能的：

(1)立方倍积，即求作一立方体的边，使该立方体的体积为给定立方体的两倍。

(2)化圆为方，即作一正方形，使其与一给定的圆面积相等。

(3)三等分角，即分一个给定的任意角为三个相等的部分。

14

已知椭圆即为柱面 $x^2+y^2=1$ 与平面 $\pi: px+qy+z=0$ 的交线。

平面竹过坐标原点，椭圆的中心在坐标原点。设椭圆上任一点 P(x，y，z)，则原点 0 与 P

的距离 r 的最大、最小值即为椭圆的长半轴与短半轴长。

$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{1+z^2}$，当 $z=0$ 时，$r_{min}=1$

而 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{1+z^2}=\sqrt{1+(px+qy)^2}$，由柯西不等式得

$r=\sqrt{1+(px+qy)^2}\leqslant\sqrt{1+(p^2+q^2)(x^2+y^2)}=\sqrt{1+p^2+q^2}$，当且仅当 $py=qx$ 时取等号。

故椭圆的短半轴长为 1，长半轴长为 $\sqrt{1+p^2+q^2}$。

15

数学中有一些重要内容、方法、思想是需要学生经历较长的认识过程，逐步理解和掌握的，如分数、函数、概率、数形结合、逻辑推理、模型思想等。因此，教材在呈现相应的数学内容与思想方法时，应根据学生的年龄特征与知识积累，在遵循科学性的前提下，采用逐级递进、螺旋上升的原则。螺旋上升是指在深度、广度等方面都要有实质性的变化，即体现出明显的阶段性要求。

例如，函数是“数与代数”的重要内容，也是义务教育阶段学生比较难理解和掌握的数学概念之一，本标准在三个学段中均安排了与函数关联的内容目标，希望学生能够逐渐加深对函数的理解。因此，教材对函数内容的编排应体现螺旋上升的原则，分阶段逐渐深化。依据内容标准的要求，教材可以将函数内容的学习分为三个主要阶段：

第一阶段．通过一些具体实例，让学生感受数量的变化过程、以及变化过程中变量之间的对应关系，探索其中的变化规律及基本性质，尝试根据变量的对应关系作出预测，获得函数的感性认识。

第二阶段，在感性认识的基础上，归纳概括出函数的定义，并研究具体的函数及其性质，了解研究函数的基本方法，借助函数的知识和方法解决问题等，使得学生能够在操作层面认识和理解函数。

第三阶段．了解函数与其他相关数学内容之间的联系(例如函数与方程之间、函数与不等式之间的联系)，使得学生能够一般性地了解函数的概念。

16

(1)甲教师的引入存在优点也存在缺陷。优点是一开始复习了上节内容，巩固旧识，但是并没有进行新旧知识间的衔接过渡．没有达到降低学生对新知识的认知难度的目的。

乙教师的引人存在优点也存在缺陷。优点是一开始复习了上节内容，巩固旧知识。并联系生活实际让学生观察等边三角形的特点．降低学生对新知识的认知难度。但是在巩固旧知识时并没有合理地进行新旧知识之间的衔接过渡，使学生对等边三角形与等腰三角形之间的关系没有得到一个初步的感官认识。

(2)甲教师的教学方法存在优点也存在缺陷，在教学开始开门见山地介绍本节课题，抛出问题：(!)什么样的三角形叫等边三角形?②等边三角形的三个内角都相等吗?③等边三角形是轴对称图形吗?引起学生的有意注意，使学生迅速进入学习状态，对本节内容的基本轮廓有了大致了解，但是没有进行合理的情境创设，将知识全盘塞给学生，剥夺了学生发现问题、提出问题进而解决问题的过程。无法激发学生学习新知识的兴趣，学生只能机械地配合教师教学。在进行等边三角形判定的教学过程中，教师没有做好充分的课前准备，预设学生在课堂中提出各种问题的突发情况，采取回避方式来应对学生提出“从角来说，我认为三个内角都是 60。的三角形是等边三角形”，这不符合新课程标准中对教师的要求。限制学生思维，扼杀学生探求真理的欲望，不利于学生的成长。

乙教师的教学方法存在优点也存在缺陷。优点是充分发挥了学生的主动性，动手操作，小组合作探究，开放性问题等环节的设置．激发了学生开动脑筋自主探究的兴趣并能够调动学生参与到课堂教学活动的积极性。缺点在于教师对“等边三角形有什么性质?”这一开放性问题的提出并不能充分突出“等边三角形”这节的核心——通过与等腰三角形性质的探究过程迁移到对等边三角形性质的探究。为第二个开放性问题的解决造成了一定的阻碍。

(3)甲教师的学生在学习过程中，只是在机械地配合教师的提问，完成本节课的教学。甲教师在日常教学过程中没有注意培养学生善于思考、提出问题、发现问题、解决问题的良好习惯。导致学生学习的积极性不高，对学习内容存在疑问也不会及时提出。

乙教师的学生在学习过程中，动手操作能力、合作探究意识均很强。学习积极性高，对学习过程中存在的疑问能够及时提出，并善于通过自主探究合作交流解决问题。

17

(1)知识与技能目标：能够利用平行线的性质与判定定理，判断两条直线是否平行；能够利用两直线相交的性质求相交直线的交角度数。

过程与方法目标：学生通过对两直线的位置关系进行观察、猜想、探索等过程，初步形成几何直观，发展形象思维与抽象思维．锻炼合情推理和演绎推理能力，并能清晰地表达自己的想法。

情感态度与价值观目标：在学习过程中，体验获得成功的乐趣，锻炼克服困难的意志，建立自信心。养成认真勤奋、独立思考、合作交流、反思质疑等学习习惯，形成实事求是的科学态度。

(2)第一道题目，给出已知条件 BE 平分ㄙ4BD，DE 平分 L_BDC 且∠1+∠2=90。，通过两个问题引导学生思考，利用角平分线的性质，先判断出 BE 与 DE 的位置关系，进而利用两直线平行的判定定理判断 AB 与 CD 的位置。这道题目结合学生的已有知识经验，加深巩固对两直线平行判定定理的应用。为第三道题目的猜想做铺垫。

第二道题目．在第一道题目的基础之上对题目进行变形，已知 AB∥CD 且∠l+∠2=80。，结合对一道题目解题的经验，利用两直线平行的性质求出∠BED 的度数。这道题目的主要设计意图为加深巩固学生对两直线平行的性质的应用，并为第三道题目的猜想做铺垫。

第三道题目。在前两道题目的铺垫下，将具体角变为抽象角，学生结合前两道题目的解题经验，进行猜想、探索证明。这道题目的主要设计意图为加深巩固学生对两直线平行的性质的应用，提高学生合情推理和演绎推理能力，将所学知识融会贯通。

三道题目逻辑联系紧密，考虑到学生的认知顺序，遵循由浅入深，由易到难，由表及里等一系列规律，让学生能够拾级而上，循序渐进，步步深入。以达到能够将所学知识灵活运用并初步形成几何直观，发展形象思维与抽象思维，锻炼合情推理和演绎推理能力的目的。

(3)如图 5，直线 l 交 AB 于点 F、交 CD 于点 G，点 E 是线段 GF 上的一点(点 E 与点 F、G 不重合)，设∠ABE=01，∠CDE=fl，LBED=y。试探索 γβα 满足何条件的时候，AB 与 CD 平行，并说明理由。

当 a+B＝Y 时，AB 与 CD 平行。连接 BD，因为三角形 BDE 的内角和为 180 度，所以∠EBD+∠EDB=1800 一∠BDE，若 β+α=γ，则

∠EBD+∠EDB+α+β=1800～∠BED+α+β=1800，则 AB 与 CD 平行。