

## 2022 年上半年教师资格证考试《初中数学》题参考答案及解析

### 1 解析

本题主要考查极限的相关知识。 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot \sin 2x$ ，根据无穷小的性质“无穷小与有界量的乘积为无穷小”，可得原式  $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot \sin 2x = 0$ 。A 项正确。

B、C、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 A

### 2 解析

本题主要考查向量的相关知识。由  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，可得  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 。又因为  $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，所以

$$(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = 9 + 0 - 8 = 1。C 项正确。$$

A、B、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 C

### 3 解析

本题主要考查行列式的相关知识。由  $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & 2x \end{vmatrix} = 2x^3 - 3x + 1$ ，可得其一次项的系数为  $-3$ 。A 项正确。

B、C、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 A

### 4 解析

本题主要考查概率的相关知识。硬币正面朝上的概率为  $\frac{1}{2}$ ，骰子点数大于 4 的情况有点数为 5、6，可得骰子点数大于 4 的概率为  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。则硬币正面朝上且骰子点数大于 4 的概率  $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 。A 项正确。

B、C、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 A

### 5 解析

本题主要考查函数基本性质的相关知识。

A、B 两项：例如，奇函数  $f(x) = x$ ，偶函数  $g(x) = x^2$ ， $f(x) + g(x) = x + x^2$  是非奇非偶函数，错误。

C 项：奇函数与偶函数的积是奇函数，例如，奇函数  $f(x) = x$ ，偶函数  $g(x) = x^2$ ， $f(x)g(x) = x^3$  是奇函数，错误。

D 项：某  $f(x)$  为奇函数， $g(x)$  为偶函数，令  $F(x) = f(g(x))$ ，则  $F(-x) = f(g(-x)) = f(g(x)) = F(x)$ ；令

$F(x) = g(f(x))$ ，则  $F(-x) = g(f(-x)) = g(-f(x)) = g(f(x)) = F(x)$ ，故奇函数与偶函数的复合函数是偶函数，正确。

故正确答案为 D

### 6 解析

$$PQ = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

本题主要考查矩阵的相关知识。B 项正确。

A、C、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 B

### 7 解析

本题主要考查教学知识的相关知识。属概念加种差，即被定义项由被定义概念的邻近的属概念和表示被定义概念的种差所组成，它的公式是：被定义项=种差+属。两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形，因此平行四边形的概念采用的是“属概念加种差”方式定义的。B 项正确。

A、C、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 B

### 8 解析

本题主要考查数学史的相关知识。①我国现存最早的数学著作《周髀算经》中记载，公元前十一世纪，周朝数学家商高明确指出“勾三、股四、弦五”，《周髀算经》在数学上的重要成就是介绍并证明了勾股定理。②对数的概念最早是由苏格兰数学家约翰·纳皮尔提出的。③割圆术是由我国魏晋时期数学家刘徽首创，为计算圆周率建立了严密的理论和完善的算法。④更相减损术出自中国古代数学专著《九章算术》，是求两个数的最大公因数的一种方法。综上可知，①③④为中国古代数学成就。C 项正确。

A、B、D 三项：与题干不符，排除。

故正确答案为 C

9 正确答案是：

从 4 男 6 女中选出 3 人，共有  $C_{10}^3 = 120$  种情况；从 4 男 6 女中选出 1 男 2 女，有  $C_4^1 C_6^2 = 60$  种情况。故所求概率为  $\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$ 。

10 正确答案是：

由  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + e^x$ ，可得  $f'(x) = 3x^2 - 8x + 4 + e^x$ ， $f''(x) = 6x - 8 + e^x$ 。当  $x = 0$  时， $f''(0) = -7$ 。

11 正确答案是：

由  $A^2 - 3A - E = 0$ ，可得  $A^2 - 3A = E$ ， $A(A - 3E) = E$ ，根据逆矩阵的定义可知，矩阵  $A$  与矩阵  $A - 3E$  互为逆矩阵，故矩阵  $A$  可逆，且矩阵  $A^{-1} = A - 3E$ 。

12 正确答案是：

研究二次函数单调性的方法有图象法和求导法。

#### (1) 图象法

先确定二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的定义域，再根据函数图象的开口方向及对称轴的位置，可直接判断二次函数的单调性。若图象开口向上，则二次函数在对称轴的左侧单调递减，在对称轴的右侧单调递增；若图象开口向下，则二次函数在对称轴的左侧单调递增，在对称轴的右侧单调递减。

#### (2) 求导法

先确定二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的定义域，然后求出它的导数  $y'$ ，在  $y' > 0$  的区间上，二次函数单调递增；在  $y' < 0$  的区间上，二次函数单调递减。

13 正确答案是：

根据绝对值的几何意义可知， $|x + 1| + |x + 2| = 1$  表示数轴上的点  $x$  与  $-1$ 、 $-2$  在数轴上所对应的点的距离之和等于 1，所以点  $x$  表示数轴上区间  $[-2, 1]$  上的任意一点，如图所示。



所以方程  $|x + 1| + |x + 2| = 1$  的解有无数多个。

14 正确答案是：

$$(1) \text{ 由题意可得, } M(A, B, C) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times 1 \times (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1,$$

$$M(A, C, B) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times 1 \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1.$$

(2)  $M(A, C, B)$  与三角形  $ABC$  的面积  $S$  的关系是  $S = |M(A, C, B)|$ 。

$$(3) \text{ 由题意可得, } M(A, B, P) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times y \times (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = y,$$

因此  $M(A, B, P)$  的最大值即点  $P$  纵坐标的最大值。又因为点  $P$  在以  $(1, 2)$  为圆心的单位圆上，所以点  $P$  纵坐标的最大值为 3，故  $M(A, B, P)$  的最大值为 3。

15 正确答案是：

在导入阶段，通过介绍历史上相关数学家的故事，例如，在课堂上讲解勾股定理时，借助毕达哥拉斯的故事，可以激发学生学习数学的兴趣，认识到伟大的发现都是来源于生活，在学习和生活中要善于观察、勇于提问，进一步强化数学教学的有效性。

在探究阶段，应用数学史进行互动，可以将枯燥的数学概念和抽象的定义在一定程度上转化为简单易懂的事例，进而帮助学生理解概念，促进对知识的掌握，启迪学生的思维。比如，借助故事的启迪，学生可能会从研究等腰直角三角形的三边关系到研究一般直角三角形的三边关系中，发现两条直角边与斜边的关系，从中学生可以理解数学史导入中所遗留的困惑，同时也会深入体会

毕达哥拉斯所用到的数形结合的研究方法。另外，赵爽创造的“勾股圆方图”利用数形结合也是常用的转化的方法，这样的方式使得数学史与教学内容的联系更加紧密。

在应用阶段应用介绍与知识点相关的数学史的形式，能更好地将知识应用于实践中，使新知识更易于理解和接受。

16 正确答案是：

(1) ①  $\pi r^2 = 16$ ；②  $\frac{x(x-1)}{2} = 4 \times 7$ ；③  $\frac{40-2x}{2} \cdot x = 75$ 。

(2) 优点：

教师甲：①在课堂中通过引导学生复习、回忆，进而提问，使新旧知识相互连通，巩固所学知识，检查学生对于已学知识的掌握情况。教师甲以学生学习过的方程与方程组为导入的切入点，检验学生对旧知的掌握程度，并且进一步引出新知。

②根据学生对知识的理解程度进行合理的提问。教师甲组织学生类比一元一次方程的定义给出一元二次方程的定义，检验学生是否真正理解了方程的定义。

③在学生理解新知识的基础上，应用新知识来解决问题。教师甲以一元二次方程为题，在学生理解定义的基础上，通过多个一元二次方程归纳总结出一元二次方程的一般表达式。

教师乙：教师乙的课堂提问充分考虑了学生的认知能力与生活经验，从学生熟悉的几何图形与实际情境出发进行提问，一方面具有引导、启迪学生思维的作用；另一方面能够使学生集中注意力，对所学知识更好地感知、记忆、思考和想象。

问题情境在教学中的作用：问题是教学过程的重要组成部分，通过问题情境的创设搭建学生自主探究、小组讨论的平台，吸引学生的注意力，激发学生的学习兴趣，启发学生的数学思维，有利于学生更好地理解知识，使数学课堂教学达到更好的效果。

17 正确答案是：

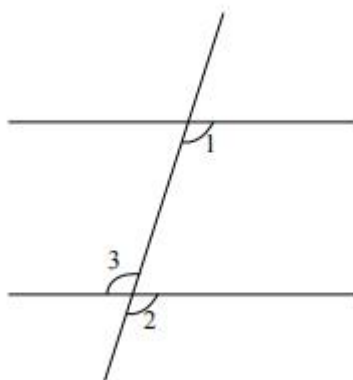
(1) 其他判定方法：

①两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行。

②两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行。

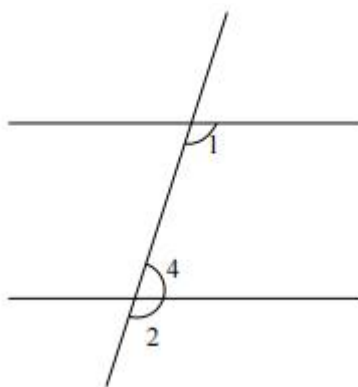
使用判定方法 1 证明如下：

证明①：如下图。



若  $\angle 1 = \angle 3$ ，由对顶角相等可得， $\angle 3 = \angle 2$ ，则  $\angle 1 = \angle 2$ ，即同位角相等，可得两直线平行。

证明②：如下图。



若  $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ ，由邻补角的性质可得， $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ，则  $\angle 1 = \angle 2$ ，即同位角相等，可得两直线平行。

(2) 教学目标：

知识与技能目标：知道平行线的判定方法，理解平行线的判定方法的探究过程，能够应用平行线的判定方法解决实际问题。

过程与方法目标：通过自主探究、小组讨论等活动，提高发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力。

情感态度与价值观目标：在独立思考的基础上，积极参与对数学问题的探讨，享受运用知识解决问题的成功体验，增强学好数学的信心。

教学重难点：

教学重点：掌握平行线的判定方法以及应用。

教学难点：理解平行线的判定方法的探究过程。

教学过程：

环节一：温故导入

教师活动：教师带领学生回顾旧知。接着提出问题：同学们还记得平面上两条直线之间有几中位置关系吗？

学生活动：就教师的提问展开独立思考，并给出结论：平面上两条直线之间的位置关系有平行与相交。

教师活动：针对学生的表现，顺势引出课题——平行线的判定。

设计意图：通过提问平面上两条直线之间的位置关系进行引入，一方面，可以帮助学生建立起前后知识间的联系，检验学生对于已学知识的掌握程度；另一方面，通过提问的方式可以激发学生的学习兴趣，启发学生进行思考，让学生快速进入学习状态。

环节二：新课讲授

①初步感知

教师活动：教师提出问题：同学们还记得平行线的定义吗？大家觉得用定义判断两直线是否平行简便吗？给予一定的时间，组织学生自主探究再回答，教师针对学生的回答作相应评价。

学生活动：预设学生 1：如果平面内的两条直线不相交，那么这两条直线平行。

预设学生 2：因为直线是无限延伸的，所以难以利用定义法判断两直线平行。

②小组讨论，得出结论

教师活动：教师再次抛出问题：我们以前学习过利用直尺与三角尺画平行线，在这一过程中，三角尺起到什么作用？通过观察这个过程，你能总结出判定平行线的方法吗？教师组织学生根据目标问题四人一组进行讨论，教师进行巡视指导，交流讨论结束后，找学生代表回答讨论结果，教师评价。

学生活动：预设学生 3：三角尺起到了保证同位角相等的作用。

预设学生 4：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行。

教师活动：教师进行总结归纳，并给出平行线的判定方法：同位角相等，两直线平行。

### ③总结归纳

教师活动：教师组织学生梳理和总结本节课的重难点，并展示相关例题，引导学生完成并展示解题步骤。

学生活动：学生利用所学在练习册上完成例题。

设计意图：通过设置问题，层层提问，利用提问法和讨论法引导学生思考问题并进行进一步的讨论，体现了教师的主导性作用；学生采用小组讨论和自主探究等多种学习方法进行问题的探究，增强了学生之间的合作交流意识、信息共享意识和语言表达能力，为提高解决问题的能力奠定基础，这也是体现学生主体性作用的重要学习方法。

### 环节三：巩固练习

教师通过多媒体展示有关平行线的判定的不同类型、不同层次的练习题目，引导学生独立思考并作答，或者找学生代表在黑板上进行板演，完成后教师针对结果进行统一订正，并给予评价和作出总结。

设计意图：设置不同层次的练习题，不仅能使学生新学到的知识得到及时巩固，也能使学生的思维能力得到有效提高，使其更好地学以致用。找学生代表在黑板上板演，也充分体现了学生的主体性地位。最后针对练习结果，进行统一订正，并及时对学生的表现做出评价，体现了教学评价在课堂中的合理应用。

### 环节四：课堂小结

教师引导学生从知识、能力和情感等方面畅谈本节课的收获，针对学生的回答，采用多种方式进行评价并总结。

设计意图：在小结环节采用先学生自评再互评的方式进行评价并总结，不仅可以检验学生对本节课重点内容的认知情况，更能进一步增强学生的自信心和荣誉感，使他们更加热爱数学。

### 环节五：布置作业

学生完成课后剩余练习题或者教师自主设计一道能用本节课所学知识解决的生活实际问题。

设计意图：对本节课知识进行再巩固、再认识。