

视频讲解

6. 设  $\xi$  为离散型随机变量, 取值  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  ( $a_1, a_2, \dots, a_n$  两两不同), 已知事件  $\{\xi=a_k\}$  的概率为  $p_k$  ( $\sum_{k=1}^n p_k=1, 0 \leq p_k \leq 1$ )。记  $\xi$  的数学期望为  $E$ , 则  $\xi$  的方差是( )。

A.  $\sum_{k=1}^n ((a_k-E)p_k)^2$

B.  $\sum_{k=1}^n (a_k-E)^2 p_k$

C.  $\sum_{k=1}^n |a_k-E| p_k$

D.  $\left( \sum_{k=1}^n (a_k-E) p_k \right)^2$



视频讲解

7. 数学发展史上曾经历过三次危机, 触发第三次数学危机的事件是( )。

A. 无理数的发现

B. 微积分的创立

C. 罗素悖论

D. 数学命题的机器证明



视频讲解

8. 在某次测试中, 用所有参加测试学生某题的平均分除以该题分值, 得到的结果是( )。

A. 区分度

B. 难度

C. 信度

D. 效度



视频讲解

二、简答题(本大题共 5 小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

9. 已知二次曲线  $L: 9x^2+4y^2+18x+16y-11=0$ , 矩阵  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ , 向量  $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ , 求二次曲线  $L$

在变换  $TX=AX+B$  下所得二次曲线  $L_1$  的方程。



视频讲解

10. 求齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4=0, \\ x_1+2x_2+2x_3+3x_4=0, \\ 2x_1+3x_2+x_3+2x_4=0 \end{cases}$  的通解。



视频讲解

11.王强是一位快递员,他负责由 A 地到 B 地的送货任务,送货方式为开汽车或骑电动车。他分别记录了开汽车和骑电动车各 100 次所用的送货时间,经过数据分析得到如下结果。

开汽车:平均用时 24 分钟,方差为 36;

骑电动车:平均用时 34 分钟,方差为 4。

(1)根据上述数据,你会建议王强选择哪种送货方式?请说明理由;(3 分)

(2)分别用  $X$  和  $Y$  表示开汽车和骑电动车所用的时间, $X$  和  $Y$  的分布密度曲线如图所示(假设这些曲线具有轴对称性)。为达到准时送达的目的,如果某次送货有 38 分钟可用,应该选择哪种送货方式?如果某次送货有 34 分钟可用,应该选择哪种送货方式?请说明理由。(4 分)

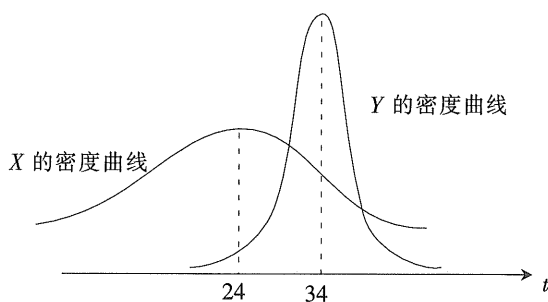


图 1

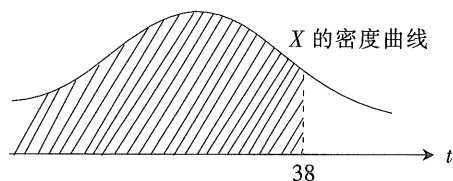


图 2



视频讲解

12.简述不等式在中学数学课程中的作用。



视频讲解

13.以“角平分线的性质定理”的教学为例,简述数学定理教学的基本环节。



视频讲解

### 三、解答题(本大题 1 小题,10 分)

14.若函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续,在  $(0,1)$  内可导。

(1)若  $f(1)=f(0)+3$ ,证明:存在  $\xi \in (0,1)$ ,使得  $f'(\xi)=3$ ; (5 分)

(2)若  $f(1)=0$ ,求证方程  $xf'(x)+f(x)=0$  在  $(0,1)$  内至少有一个实根。(5 分)



视频讲解

#### 四、论述题(本大题 1 小题,15 分)

15.函数单调性是刻画函数变化规律的重要概念,也是函数的一个重要性质。

(1)请叙述函数严格单调递增的定义,并结合函数单调性的定义,说明中学数学课程中函数单调性与哪些内容有关;(至少列举出两项内容)(7 分)

(2)请列举至少两种研究函数单调性的方法,并分别简要说明其特点。(8 分)



#### 五、案例分析题(本大题 1 小题,20 分)阅读案例,并回答问题。

16.在《有理数的加法》一节中,对于有理数加法的运算法则的形成过程,两位教师的一些教学环节分别如下。

【教师 1】

第一步:教师直接给出几个有理数加法算式,引导学生根据有理数的分类标准,将加法算式分成六类,即正数与正数相加,正数与负数相加,正数与 0 相加,0 与 0 相加,负数与 0 相加,负数与负数相加;

第二步:教师给出具体情境,分析两个正数相加、两个负数相加、正数与负数相加的情况;

第三步:让学生进行模仿练习;

第四步:教师将学生模仿练习的题目再分成四类:同号相加,一个加数是 0,互为相反数的两个数相加,异号相加。分析每一类题目的特点,得到有理数加法法则。

【教师 2】

第一步:请学生列举一些有理数加法的算式;

第二步:要求学生先独立运算,然后小组讨论,再全班交流。对于讨论交流的过程,教师提出具体要求:运算的结果是什么?你是怎么得到结果的?

……讨论过程中,学生提出利用具体情境来解释运算的合理性……

第三步:教师提出问题:“不考虑具体情境,基于不同情况分析这些算式的运算有哪些规律?”

……分组讨论后再全班交流,归纳得到有理数加法法则。

问题:

(1)两位教师均重视分类讨论思想,简要说明并评价这两位教师关于分类讨论思想的教学方法的差异;(8分)

(2)请你再举两个分类讨论的例子,并结合你的例子谈谈对数学中的分类讨论思想及其教学的理解。(12分)



视频讲解

六、教学设计题(本大题 1 小题,30 分)

17.《多边形的内角和》是八年级上册的内容,如何引导学生发现和推导出多边形内角和公式是该节课的重点。

(1)如果将“让学生体验数学思考”作为该节课的一项教学目标,那么请列出该节课涉及的“数学思考的方法”;(10 分)

(2)请给出两种引导学生猜想四边形内角和的学生活动设计;(6 分)

(3)请列出两种证明四边形内角和的学生活动设计;(6 分)

(4)某教师在《多边形的内角和》一节的教学中,设计了如下两个问题,你能说出我们为什么要研究四边形的内角和吗?你能基于四边形的内角和的证法,得到五边形、六边形,……, $n$  边形内角和计算公式和证明方法吗?请分析该教师设计这两个问题的意图。(8 分)



视频讲解