

# 作业 L0.2：集合与图

2025年12月16日

## 题目 1

考查下列集合的形式化描述：先理解它们包括什么样的元素，写一段简短文字描述每一个集合。

- (1)  $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$
- (2)  $\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$
- (3)  $\{n \mid \exists m \in \mathbb{N}, n = 2m, \text{ 且 } \exists k \in \mathbb{N}, n = 3k\}$
- (4)  $\{w \mid w \text{ 是 } 0,1 \text{ 字符串, 且 } w \text{ 等于 } w \text{ 的反转}\}$
- (5)  $\{n \mid n \text{ 是整数, 且 } n = n + 1\}$

## Solution.

- (1) 表示所有**正奇数**的集合：1, 3, 5, ...。
- (2) 表示所有**偶整数**的集合：包含负偶数、0 以及正偶数。
- (3)  $n$  同时是 2 的倍数又是 3 的倍数，因此该集合就是所有**6 的自然数倍数**：

$$\{n \in \mathbb{N} \mid 6 \mid n\}.$$

- (4) 表示所有**二进制回文串**的集合，即从左往右读与从右往左读相同的 0/1 串（例如  $\epsilon, 0, 1, 00, 11, 010, 101, \dots$ ）。
- (5) 没有任何整数满足  $n = n + 1$ ，因此该集合是**空集**： $\emptyset$ 。

## 题目 2

试写出下列集合的形式化描述：

- (1) 由 1、10 和 100 组成的集合

- (2) 由所有大于 5 的整数组成的集合
- (3) 由所有小于 5 的自然数组成的集合
- (4) 由字符串 `aba` 组成的集合

### Solution.

- (1)  $\{1, 10, 100\}$ 。
- (2)  $\{n \in \mathbb{Z} \mid n > 5\}$ 。
- (3)  $\{n \in \mathbb{N} \mid n < 5\}$  (若课程中取  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ , 则该集合为  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ; 若取  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ , 则为  $\{1, 2, 3, 4\}$ ) 。
- (4)  $\{aba\}$ 。

### 题目 3

设  $A = \{x, y, z\}$ ,  $B = \{x, y\}$ 。

- (a)  $A$  是  $B$  的子集吗?  $B$  是  $A$  的子集吗?
- (b)  $A \cup B$ 、 $A \cap B$ 、 $A \times B$  分别等于什么?
- (c)  $B$  的幂集等于什么?

### Solution.

- (a)  $A \not\subseteq B$  (因为  $z \in A$  但  $z \notin B$ ) ;  $B \subseteq A$ 。

(b)

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{x, y, z\}, & A \cap B &= \{x, y\}, \\ A \times B &= \{(x, x), (x, y), (y, x), (y, y), (z, x), (z, y)\}. \end{aligned}$$

(c)

$$\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}.$$

## 题目 4

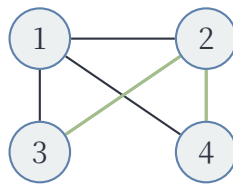
考虑无向图  $G = (V, E)$ ，其中顶点集  $V = \{1, 2, 3, 4\}$ ，边集

$$E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 4\}\}.$$

画出图  $G$ ，并指出各顶点的度数是多少？试在图中标出一条从顶点 3 到顶点 4 的路径。

## Solution.

## 1) 图示



## 2) 各顶点度数

$$\deg(1) = 3, \quad \deg(2) = 3, \quad \deg(3) = 2, \quad \deg(4) = 2.$$

## 3) 一条从 3 到 4 的路径

例如： $3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ （已用绿色加粗边标出）。