

Численное моделирование по физике.

«Частица в конденсаторе»

20 вариант

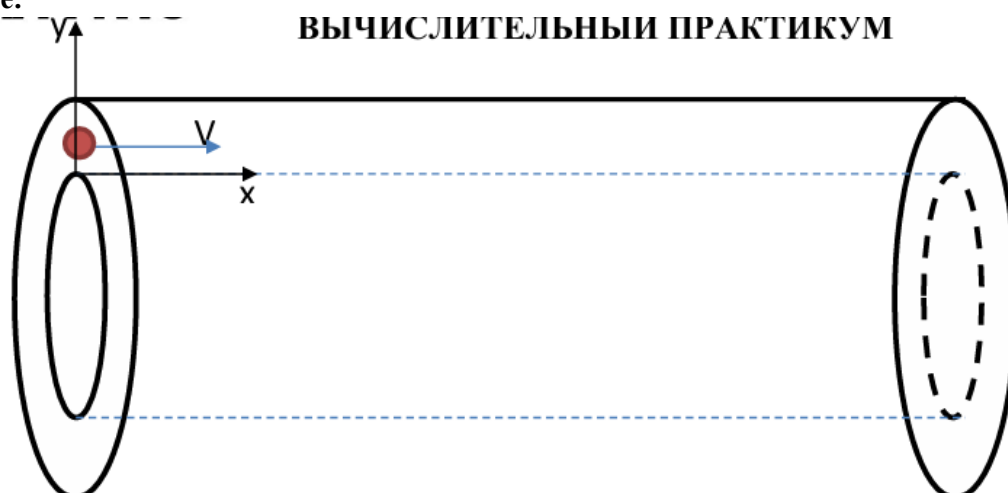
Условие:

Электрон влетает в цилиндрический конденсатор с начальной скоростью V , посередине между обкладками, параллельно образующим цилиндра. При какой минимальной разности потенциалов, приложенной к обкладкам, электрон не успеет вылететь из конденсатора. Краевыми эффектами пренебречь. Построить графики зависимости $y(x)$, $V_y(t)$, $a_y(t)$, $y(t)$. Координатные оси направлены как показано на рисунке. Рассчитать время полета t и конечную скорость электрона $V_{\text{кон}}$. Данные по размерам конденсатора и скорости электрона взять из таблицы. Номер варианта соответствует номеру по списку группы.

Используемые константы:

1. Внутренний радиус $r = 10,5$ см.
2. Внешний радиус $R = 22$ см.
3. Начальная скорость $V = 800000 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
4. Длина конденсатора $L = 30$ см.
5. Заряд электрона $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.
6. Масса электрона $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Решение:



По II закону Ньютона найдем силу, действующую на электрон в электрическом поле:

$$F = ma = qE.$$

Выведем формулу напряжения с помощью теоремы Остроградского-Гаусса:

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \frac{q_{\text{внутр}}}{\epsilon_0} \\ E \cdot 2\pi r L &= \frac{\lambda L}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{\lambda L}{2\epsilon_0 \pi r L} \\ E &= \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \end{aligned}$$

Найдем разность потенциалов между обкладками:

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi \epsilon r} dr$$

$$U = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Выразим отсюда λ :

$$\lambda = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 U}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

Выразим ускорение:

$$\begin{aligned} a &= \frac{qE}{m} \\ a &= \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \\ a &= \frac{2\pi q\epsilon\epsilon_0 U}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r \ln \frac{R_2}{R_1}} \\ a &= \frac{qU}{mr \ln \frac{R_2}{R_1}} \end{aligned}$$

Выразим скорость по Oy:

$$\begin{aligned} V_x &= const, \text{ так как по Oх нет ускорения, тогда } t_{\max} = \frac{l}{V_x} \\ V_y &= a dt, \text{ так как по Oy начальная скорость равна 0} \end{aligned}$$

Выразим координату y:

$$y(t) = y_0 + V_y dt + \frac{at^2}{2}$$

Тогда получим следующие формулы:

$$\begin{aligned} a &= \frac{qU}{mr \ln \frac{R_2}{R_1}} \\ U &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} \\ \Delta V_y &= a dt \\ \Delta y &= V_y dt + \frac{a dt^2}{2} \end{aligned}$$

Решим численно. Решение заключается в подборе такого U, что при моделировании полета электрона мы не вылетим за пределы конденсатора. На выходе получаем конечную скорость и необходимую разницу потенциалов.

[Shiny App](#)

Сайт может долго грузиться, подождите минутку.

Допустимые значения:

$0 < L < 10^5$ – длина конденсатора.

$0 < R_1, R_2 < 10^5$ – внутренний и внешний радиус цилиндра.

Примеры работы программы:

Частица в конденсаторе

Введите начальную скорость V (м/с):

800000

Введите внутренний радиус r (см):

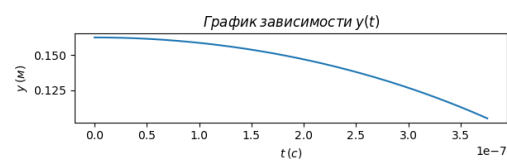
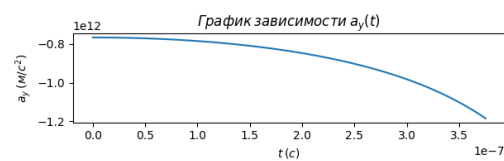
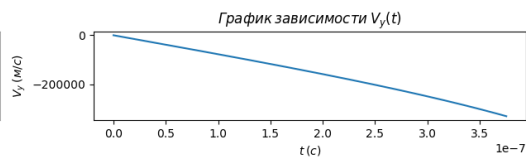
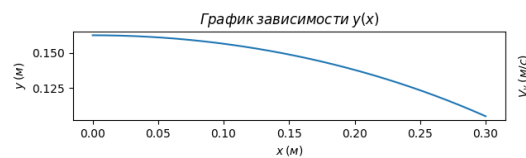
10.5

Введите длину конденсатора L (см):

30

Введите внешний радиус R (см):

22

Время полета: $3.75 \cdot 10^{-7}$ с

Конечная скорость электрона: 865220.99973 м/с

Частица в конденсаторе

Введите начальную скорость V (м/с):

4000000

Введите внутренний радиус r (см):

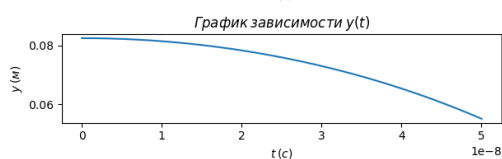
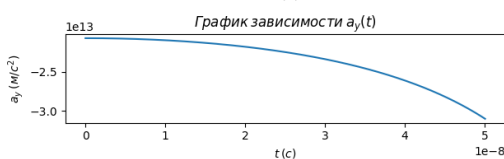
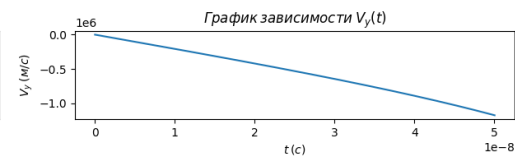
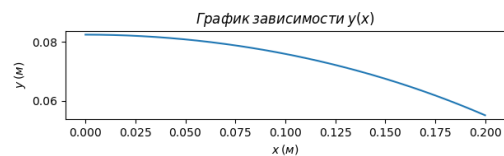
5.5

Введите длину конденсатора L (см):

20

Введите внешний радиус R (см):

11

Время полета: $5.000000000000001 \cdot 10^{-8}$ с

Конечная скорость электрона: 4169273.18368 м/с