

Группа М3205

К работе допущен _____

Студент Тросько Виктория, Степанюк Аврора

Работа выполнена _____

Преподаватель Хвастунов Н.Н.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.04

Равноускоренное вращательное движение. Маятник Обербека

1. Цель работы.

Изучить равноускоренное вращательное движение.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.

2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.

3. Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.

4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения.

Проверка основного закона динамики вращения.

5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

3. Объект исследования.

Маятник Обербека: крестовина с перемещаемыми по спицам грузами-утяжелителями и груз, создающий натяжение нити и раскручивающий крестовину.

4. Метод экспериментального исследования.

Условные прямые измерения времени падения груза, раскручивающего крестовину.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

1) Основной закон динамики вращения: $I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$, где I – момент инерции крестовины, ε – угловое ускорение крестовины, M и $M_{\text{тр}}$ – моменты сил натяжения нити и трения на крестовине

2) Зависимость пройденного пути от времени при равноускоренном движении: $h = \frac{a_t^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2}$

3) Связь между угловым ускорением и линейным ускорением груза $\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{4h}{t^2 d}$, d – диаметр ступицы

4) Момент силы натяжения нити: $M = \frac{md}{2} \left(g - \frac{2h}{t^2} \right)$

5) Расстояние от оси крестовины до грузов-утяжелителей: $R = l_1 + (n - 1)l_0 + b/2$

6) Абсолютная погрешность с учетом погрешности приборов: $\Delta x = \sqrt{(\Delta x)^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux} \right)^2}$

7) Относительная погрешность: $\varepsilon_x = \Delta x / x \cdot 100\%$

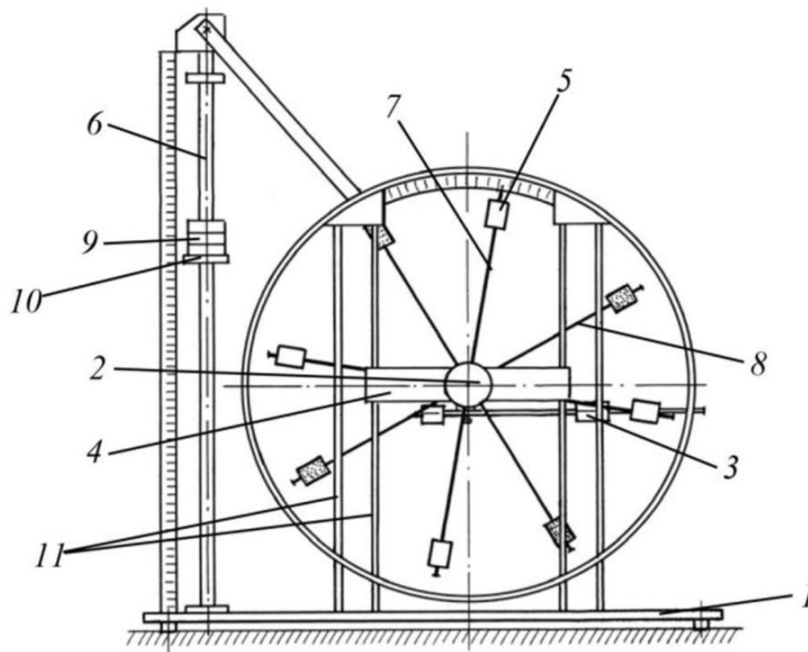
8) Момент инерции крестовины по т.Штейнера: $I = I_0 + 4m_{yt}R^2$

9) Момент инерции крестовины с утяжелителями по МНК: $I = \frac{\sum_{i=1}^N (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(M_i - \bar{M})}{\sum_{i=1}^N (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	цифровой	0-14с	0.01с
2	Линейка	обычная	0-0.7м	0.0005 м

7. Схема установки.



В состав установки входят: 1. Основание 2. Рукоятка сцепления крестовин 3. Устройства принудительного трения 4. Поперечина 5. Груз крестовины 6. Трубчатая направляющая 7. Передняя крестовина 8. Задняя крестовина 9. Шайбы каретки 10. Каретка 11. Система передних стоек

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

Таблица 1: Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.

Масса груза, г	Положение утяжелителей, мм					
	57,0 ± 0,5	82,0 ± 0,5	107,0 ± 0,5	132,0 ± 0,5	157,0 ± 0,5	182,0 ± 0,5
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
	Время падения, с					
267,0 ± 0,5	$t_1 = 5,242$	5,744	6,931	8,064	9,111	9,853
	$t_2 = 4,833$	5,75	6,763	7,872	8,723	9,766
	$t_3 = 4,585$	5,768	6,616	7,981	8,832	9,841
	$t_{cp} = 4,887 \pm 0,824$	$5,754 \pm 0,032$	$6,770 \pm 0,039$	$7,972 \pm 0,239$	$8,889 \pm 0,497$	$9,82 \pm 0,118$
487,0 ± 0,5	3,495	4,124	4,674	5,153	6,361	7,134
	3,451	3,923	4,928	5,154	6,318	7,193
	3,256	3,987	4,746	4,945	6,195	6,977
	$3,401 \pm 0,316$	$4,011 \pm 0,255$	$4,783 \pm 0,325$	$5,084 \pm 0,299$	$6,291 \pm 0,214$	$7,101 \pm 0,278$
707,0 ± 0,5	2,616	3,485	3,952	4,747	4,773	5,745
	2,837	3,393	3,945	4,55	5,154	5,868
	3,022	3,397	3,883	4,391	4,731	5,936
	$2,825 \pm 0,505$	$3,425 \pm 0,129$	$3,927 \pm 0,095$	$4,564 \pm 0,443$	$4,886 \pm 0,579$	$5,849 \pm 0,241$
927,0 ± 0,5	2,534	3,144	3,222	3,793	4,743	5,416
	2,665	3,313	3,566	3,986	4,356	4,952
	2,411	2,947	3,317	3,784	4,321	5,546
	$2,537 \pm 0,316$	$3,135 \pm 0,455$	$3,368 \pm 0,441$	$3,854 \pm 0,284$	$4,473 \pm 0,582$	$5,305 \pm 0,776$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 2: Ускорение груза в различных условиях.

Масса груза, г	Положение утяжелителей, мм					
	57,0 ± 0,5	82,0 ± 0,5	107,0 ± 0,5	132,0 ± 0,5	157,0 ± 0,5	182,0 ± 0,5
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
	Ускорение $a, \frac{м}{с^2}$					
m_1	$0,059 \pm 0,02$	$0,042 \pm 0,048 * 10^{-1}$	$0,031 \pm 0,004$	$0,022 \pm 0,001$	$0,018 \pm 0,002$	$0,015 \pm 0,003 * 10^{-1}$
m_2	$0,121 \pm 0,023$	$0,087 \pm 0,011$	$0,061 \pm 0,008$	$0,054 \pm 0,006$	$0,035 \pm 0,002$	$0,028 \pm 0,002$
m_3	$0,175 \pm 0,063$	$0,119 \pm 0,009$	$0,091 \pm 0,004$	$0,067 \pm 0,131$	$0,059 \pm 0,014$	$0,041 \pm 0,003$
m_4	$0,218 \pm 0,054$	$0,142 \pm 0,041$	$0,123 \pm 0,032$	$0,094 \pm 0,014$	$0,069 \pm 0,018$	$0,049 \pm 0,015$

$$a = \frac{2h}{t^2}; \text{ для } m_1 \text{ и 1 риска получим } a = \frac{2*0,7}{4,887^2} = 0,059 \frac{м}{с^2}$$

Таблица 3: Угловое ускорение груза в различных условиях.

Масса груза, г	Положение утяжелителей, мм					
	57,0 ± 0,5	82,0 ± 0,5	107,0 ± 0,5	132,0 ± 0,5	157,0 ± 0,5	182,0 ± 0,5
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
	Угловое ускорение $\varepsilon, \frac{рад}{с^2}$					
m_1	$2,549 \pm 0,86$	$1,838 \pm 0,029$	$1,328 \pm 0,154$	$0,958 \pm 0,058$	$0,77 \pm 0,087$	$0,631 \pm 0,017$
m_2	$5,263 \pm 0,98$	$3,283 \pm 0,483$	$2,661 \pm 0,363$	$2,355 \pm 0,278$	$1,538 \pm 0,106$	$1,207 \pm 0,095$
m_3	$7,627 \pm 2,729$	$5,189 \pm 0,397$	$3,948 \pm 0,196$	$2,924 \pm 0,569$	$2,549 \pm 0,605$	$1,779 \pm 0,148$
m_4	$9,458 \pm 2,357$	$6,195 \pm 1,8$	$5,365 \pm 1,408$	$4,097 \pm 0,605$	$3,042 \pm 0,792$	$2,163 \pm 0,633$

$$\varepsilon = \frac{4h}{t^2 d}; \text{ для } m_1 \text{ и 1 риска получим } \varepsilon = \frac{4*0,7}{4,887^2 * 0,046} = 2,549 \frac{рад}{с^2}$$

Таблица 4: Момент силы натяжения груза в различных условиях.

Масса груза, г	Положение утяжелителей, мм					
	57,0 ± 0,5	82,0 ± 0,5	107,0 ± 0,5	132,0 ± 0,5	157,0 ± 0,5	182,0 ± 0,5
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
Момент силы натяжения $M, H * м$						
m_1	$0,059 \pm 0,067 * 10^{-2}$	$0,059 \pm 0,066 * 10^{-2}$	$0,06 \pm 0,066 * 10^{-2}$	$0,06 \pm 0,066 * 10^{-2}$	$0,06 \pm 0,066 * 10^{-2}$	$0,06 \pm 0,066 * 10^{-2}$
m_2	$0,109 \pm 0,012 * 10^{-1}$	$0,109 \pm 0,012 * 10^{-1}$	$0,109 \pm 0,012 * 10^{-1}$	$0,109 \pm 0,012 * 10^{-1}$	$0,109 \pm 0,012 * 10^{-1}$	$0,109 \pm 0,012 * 10^{-1}$
m_3	$0,157 \pm 0,019 * 10^{-1}$	$0,158 \pm 0,017 * 10^{-1}$	$0,158 \pm 0,017 * 10^{-1}$	$0,158 \pm 0,017 * 10^{-1}$	$0,159 \pm 0,017 * 10^{-1}$	$0,159 \pm 0,017 * 10^{-1}$
m_4	$0,205 \pm 0,025 * 10^{-1}$	$0,206 \pm 0,024 * 10^{-1}$	$0,207 \pm 0,024 * 10^{-1}$	$0,207 \pm 0,023 * 10^{-1}$	$0,208 \pm 0,023 * 10^{-1}$	$0,208 \pm 0,023 * 10^{-1}$

$$M = \frac{md}{2} \left(g - \frac{2h}{t^2} \right); \text{ для } m_1 \text{ и 1 риски получим } M = \frac{0,267 \cdot 0,046}{2} \left(9,81 - \frac{2 \cdot 0,7}{4,887^2} \right) = 0,059 H * м$$

Таблица 5: Момент инерции крестовины в различных условиях.

Положение утяжелителей, мм					
57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5
Момент инерции крестовины $I, кг * м^2$					
0,021	0,033	0,036	0,048	0,062	0,095

$$I = \frac{\sum_{i=1}^N (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(M_i - \bar{M})}{\sum_{i=1}^N (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}; \text{ для 1 риски получим } I = \frac{0,557}{26,866} = 0,021 кг * м^2$$

Таблица 6: Момент силы трения в различных условиях.

Положение утяжелителей, мм					
57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5
Момент силы трения $M_{тр}, H * м$					
$0,017 * 10^{-1}$	$-0,071 * 10^{-1}$	0,014	$0,097 * 10^{-1}$	0,012	$-0,031 * 10^{-1}$

$$M_{тр} = M - I\varepsilon; \text{ для 1 риски получим } M_{тр} = 0,132 - 6,225 * 0,021 = 0,017 * 10^{-1} H * м$$

Таблица 7: Расстояние от оси до утяжелителя в квадрате в различных условиях.

Положение утяжелителей, мм					
57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5	57,0 ± 0,5
Расстояние от оси до утяжелителя в квадрате $R^2, м^2$					
$0,059 * 10^{-1}$	$0,104 * 10^{-1}$	0,016	0,023	0,031	0,041

Расчет по МНК I_0 и $m_{yт}$:

$$m_{yт} = \frac{\sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})(I_i - \bar{I})}{4 \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2} = 0,49 кг$$

$$I_0 = \bar{I} - 4m_{yт}\bar{R}^2 = 0,007 кг * м^2$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

1. Погрешность среднего значения времени Δt (для первого значения времени t_{cp}).

$$\Delta t_c = \sqrt{\frac{t_{\alpha,N}^2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \left((t_i - \bar{t})^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux} \right)^2 \right)}$$

$$\alpha = 0,95; t_{\alpha,N} = 4,303; N = 3$$

$$\Delta_{ux} = \frac{\text{Цена деления}}{2} = 0,005 \text{ с}$$

$$\Delta t_c = \sqrt{\frac{18,516}{3 \cdot 2} \sum_{i=1}^3 \left((t_i - 4,887)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0,005 \right)^2 \right)}$$

$$\Delta t_c = \sqrt{3,086 \cdot 0,22} = 0,824 \text{ с}$$

2. Погрешность ускорения a груза (для первого значения времени t_{cp}).

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial h} \Delta h \right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t} \Delta t \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} \Delta h \right)^2 + \left(\frac{4h}{t^3} \Delta t \right)^2}$$

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{2}{4,887^2} \cdot 0,0005 \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot 0,7}{4,887^3} \cdot 0,824 \right)^2} = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

3. Погрешность углового ускорения ε груза (для первого значения времени t_{cp}).

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial h} \Delta h \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \Delta t \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial d} \Delta d \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{t^2 d} \Delta h \right)^2 + \left(\frac{8h}{t^3 d} \Delta t \right)^2 + \left(\frac{4h}{t^2 d^2} \Delta d \right)^2}$$

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{\left(\frac{4}{4,887^2 \cdot 0,046} \cdot 0,0005 \right)^2 + \left(\frac{8 \cdot 0,7}{4,887^3 \cdot 0,046} \cdot 0,824 \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot 0,7}{4,887^2 \cdot 0,046^2} \cdot 0,0005 \right)^2} = 0,86 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

4. Погрешность момента силы натяжения H груза (для первого значения времени t_{cp}).

$$\Delta M = \sqrt{\left(\frac{md}{t^2} \Delta h \right)^2 + \left(\frac{2mdh}{t^3} \Delta t \right)^2 + \left(\frac{m(gt^2 - 2h)}{2t^2} \Delta d \right)^2 + \left(\frac{d(gt^2 - 2h)}{2t^2} \Delta m \right)^2}$$

$$\Delta M = \sqrt{\left(\frac{0,267 \cdot 0,046}{4,887^2} \cdot 0,0005 \right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 0,267 \cdot 0,046 \cdot 0,7}{4,887^3} \cdot 0,824 \right)^2 + \left(\frac{0,267(9,81 \cdot 4,887^2 - 2 \cdot 0,7)}{2 \cdot 4,887^2} \cdot 0,0005 \right)^2 + \left(\frac{0,046(9,81 \cdot 4,887^2 - 2 \cdot 0,7)}{2 \cdot 4,887^2} \cdot 0,0005 \right)^2} = 0,067 \cdot 10^{-2} \text{ Нм}$$

5. Погрешность I_0 и m_{yt} .

$$\Delta m_{yT} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}{N(N-1)}}$$

$$\Delta m_{yT} = 0,005 \text{ кг}$$

$$\Delta I_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (I_i - \bar{I})^2}{N(N-1)}}$$

$$\Delta I_0 = 0,011 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

11. Графики.

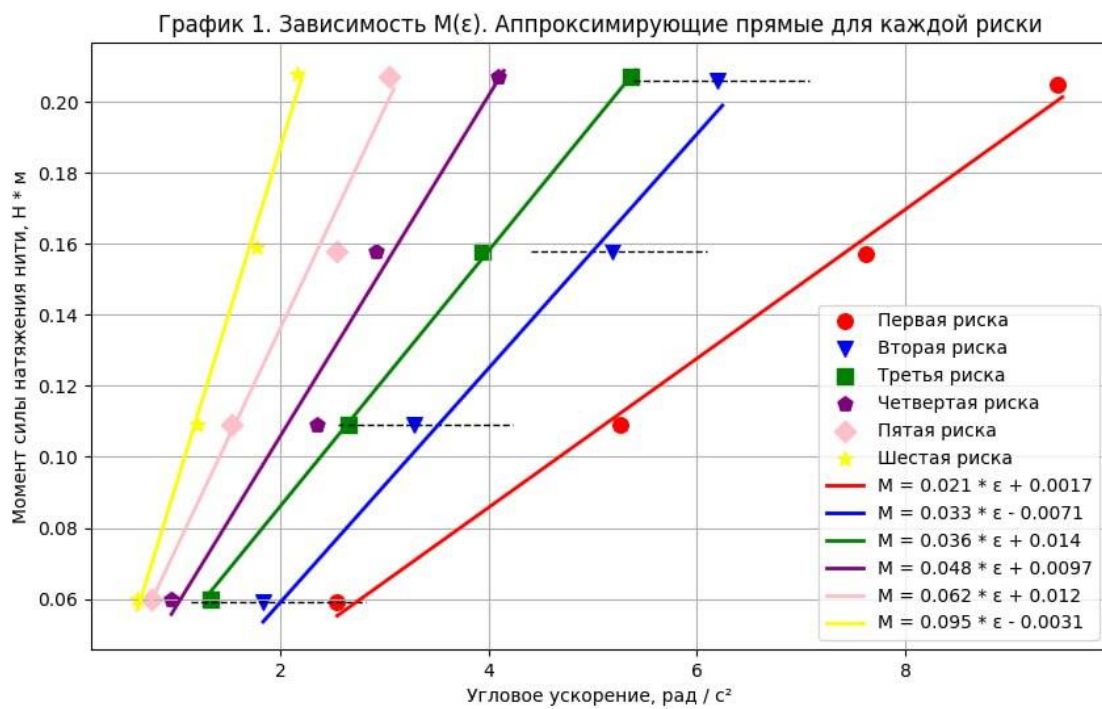
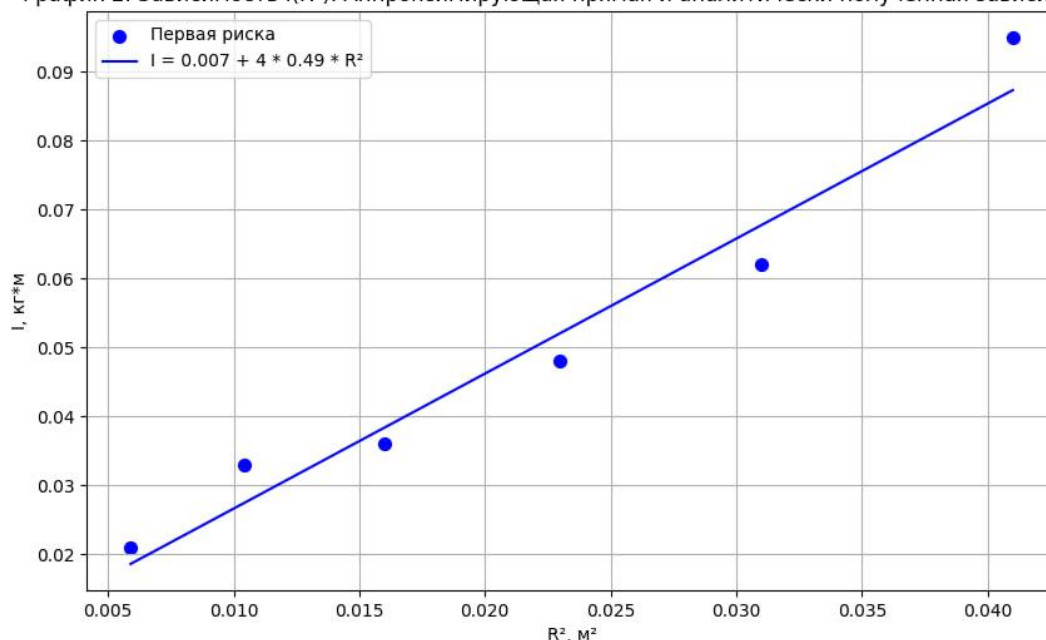


График 2. Зависимость $I(R^2)$. Аппроксимирующая прямая и аналитически полученная зависимость.



12. Окончательные результаты.

Доверительные интервалы первых значений к ускорению груза

$$a = 0,06 \pm 0,02 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \varepsilon_a = 30\% \quad \alpha = 0,95$$

к угловому ускорению:

$$\varepsilon = (2,55 \pm 0,86) \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \quad \varepsilon = 33\% \quad \alpha = 0,95$$

и к моменту силы натяжения нити:

$$M = (0,0599 \pm 0,0007) \text{ Н} \cdot \text{м} \quad \varepsilon_M = 1,1\% \quad \alpha = 0,95$$

$$m_{\text{ут}} = (0,494 \pm 0,005) \text{ кг} \quad \varepsilon_{m_{\text{ут}}} = 1\% \quad \alpha = 0,95$$

$$I_0 = (0,007 \pm 0,011), \text{ кг} \quad \varepsilon_{I_0} = 111\% \quad \alpha = 0,95$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе данной работы мы провели ряд экспериментов, которые помогли проверить основные законы динамики вращения и продемонстрировать зависимость момента инерции от расположения масс относительно оси вращения. Также нам удалось рассчитать характеристики вращения, их погрешности и построить графики зависимости момента инерции от углового ускорения, а также инерции от радиуса в квадрате.

Полученные результаты соответствуют основным законам динамики вращения, тем самым подтверждая справедливость и важность теоретических гипотез.

14. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).

1. Поправлены легенды в графиках (было $a * a$, стало a^2).
2. Исправлены погрешности в окончательных результатах.