

Группа М3205 К работе допущен \_\_\_\_\_  
Студент Тросько Виктория Игоревна Работа выполнена \_\_\_\_\_  
Преподаватель Хвастунов Николай Отчет принят \_\_\_\_\_  
Николаевич

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.01

Моделирование случайной величины и исследование ее распределения

### 1. Цель работы.

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определенного интервала времени

### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией

### 3. Объект исследования.

Случайная величина - результат измерения заданного 6-секундного интервала времени

### 4. Метод экспериментального исследования.

Многократное измерение 6-секундного интервала времени и проверка распределения значений этой случайной величины

### 5. Рабочие формулы и исходные данные.

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right) \quad - \text{ функция Гаусса} \quad \rho_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad - \text{ максимальная "высота" пирамиды}$$

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad - \text{ выборочное среднее}$$

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} \quad - \text{ выборочное среднеквадратичное отклонение}$$

$t$  - измеренное значение  
 $N$  - полное кол-во измерений  
 $\sigma$  - среднекв. отклонение

$$p(t_1 < t < t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \rho(t) dt \approx \frac{N_{12}}{N} \quad - \text{ вероятность попадания в интервал } [t_1; t_2]$$

### 6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	секундомер	цифровой	0 — 59с	<b>0.005 с</b>
2	Часы	цифровой	0-24ч	0.5с
3				
4				

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

Устройство, в котором происходит периодический процесс с частотой порядка нескольких десятых долей герца (часы с секундной стрелкой) , и секундомер с ценой деления не более 0.01с . Интервал времени составляет 6с.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

№	$t_i, c$	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2 \cdot 10, c$
1	6,02	0,05	0,02
2	5,85	-0,12	0,15
3	6,01	0,04	0,01
4	6,12	0,15	0,21
5	6,15	0,18	0,31
6	6,05	0,08	0,06
7	5,91	-0,06	0,04
8	5,83	-0,14	0,21
9	5,72	-0,25	0,65
10	6,15	0,18	0,31
11	6,01	0,04	0,01
12	5,85	-0,12	0,15
13	6,07	0,10	0,09
14	5,78	-0,19	0,38
15	6,18	0,21	0,42
16	5,95	-0,02	0,01
17	5,92	-0,05	0,03
18	5,71	-0,26	0,70
19	6,15	0,18	0,31
20	6,02	0,05	0,02
21	6,03	0,06	0,03
22	6,07	0,10	0,09
23	6,08	0,11	0,11
24	5,86	-0,11	0,13
25	5,77	-0,20	0,42
26	6,04	0,07	0,04
27	6,00	0,03	0,01
28	5,89	-0,08	0,07
29	5,98	0,01	0,00
30	5,93	-0,04	0,02
31	5,72	-0,25	0,65
32	5,96	-0,01	0,00
33	6,01	0,04	0,01
34	5,70	-0,27	0,75
35	5,79	-0,18	0,34
36	6,14	0,17	0,27
37	5,99	0,02	0,00
38	6,15	0,18	0,31
39	6,09	0,12	0,13
40	5,90	-0,07	0,06
41	6,03	0,06	0,03
42	6,10	0,13	0,16
43	6,09	0,12	0,13
44	5,87	-0,10	0,11
45	6,16	0,19	0,34

46	5,97	0,00	0,00
47	6,07	0,10	0,09
48	5,81	-0,16	0,27
49	5,94	-0,03	0,01
50	5,97	0,00	0,00
51	6,08	0,11	0,11
52	6,03	0,06	0,03
53	6,01	0,04	0,01
54	5,89	-0,08	0,07
55	6,02	0,05	0,02
	$\langle t \rangle_N = 5,97, \text{с}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) \cdot 10^{14} = 2,22, \text{с}$	$\sigma_N = 0,13, \text{с}$ $\rho_{\max} = 3,10, \text{с}^{-1}$

### 9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Границы интервалов, с	$\Delta N$	$\frac{\Delta N}{N_{\Delta} t}, \text{с}^{-1}$	$t, \text{с}$	$\rho, \text{с}^{-1}$
5,70	4	1,04	5,74	0,55
5,77				
5,77	5	1,30	5,81	1,30
5,84				
5,84	7	1,82	5,88	2,30
5,91				
5,91	8	2,08	5,95	3,02
5,98				
5,98	14	3,64	6,02	2,95
6,05				
6,05	9	2,34	6,09	2,14
6,12				
6,12	8	2,08	6,16	1,16
6,19				

	Интервал, с		$\Delta N$	$\frac{\Delta N}{N}$	$P$
	от	до			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	5,85	6,10	38	0,69	0,68
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	5,72	6,23	53	0,96	0,95
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	5,59	6,36	55	1,00	0,997

### 10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

#### 1. Погрешность прибора

Цена деления - 0,01с

$$\Delta_{ux} = \frac{\text{Цена деления}}{2}$$

$$\Delta_{ux} = \frac{0,01}{2} = 0,005\text{с}$$

#### 2. Коэффициент Стьюдента

$$t_{\alpha, N} \approx 2,0049$$

3. Среднеквадратичное отклонение среднего значения

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{55 \cdot 54} \sum_{i=1}^{55} (t_i - 5,97)^2}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{55 \cdot 54} \cdot 0,89}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} \approx 1,73 \cdot 10^{-2}$$

4. Дисперсия

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{8,94}{55} = 0,16$$

5. Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$$

$$\Delta t = 2,0049 \cdot 1,73 \cdot 10^{-2} = 0,03$$

6. Абсолютная погрешность с учетом погрешности прибора

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta \bar{x})^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux}\right)^2}$$

$$\Delta x = \sqrt{0,03^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0,005\right)^2} = 0,03$$

7. Относительная погрешность измерения

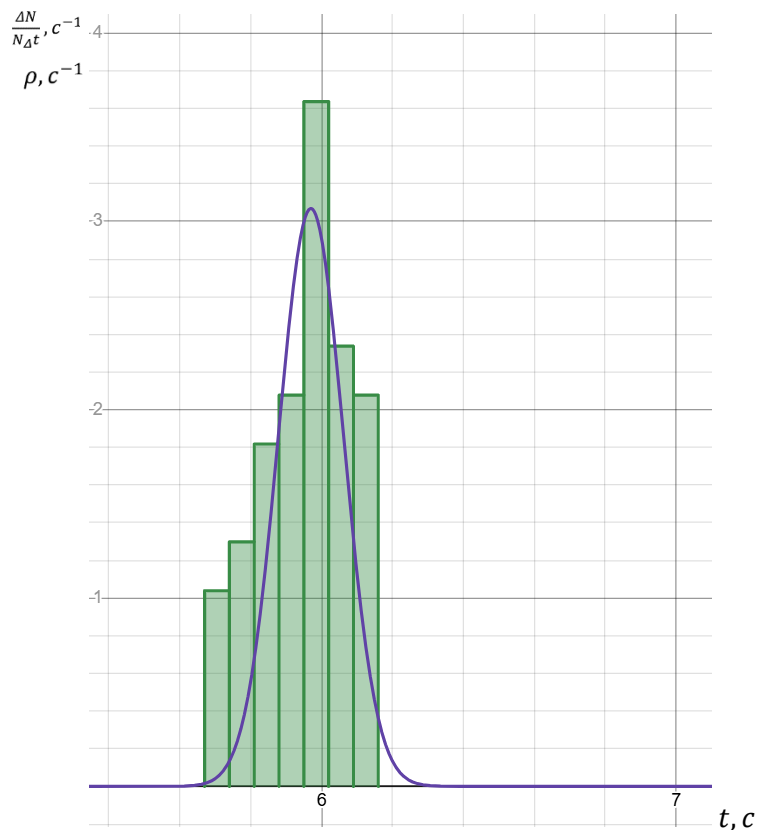
$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{N}$$

$$\bar{x} = 5,97 \text{ с}$$

$$\varepsilon_x = \frac{0,03}{5,97} \cdot 100\% = 0,5\%$$

### 11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



### 12. Окончательные результаты.

$$t_1 \in [5,97 - 0,13; 5,97 + 0,13], P \approx 0,69$$

$$t_2 \in [5,97 - 0,26; 5,97 + 0,26], P \approx 0,96$$

$$t_3 \in [5,97 - 0,39; 5,97 + 0,39], P \approx 1$$

### 13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе работы мы провели многократное измерение определенного промежутка времени (6с), после чего построили гистограмму плотности относительной частоты попадания результатов измерения в выбранный интервал. Мы вычислили среднее значение и дисперсию полученной выборки результатов измерения. Мы сравнили построенную гистограмму с графиком функции Гаусса с нормальным распределением, имеющим то же среднее значение и дисперсию, после чего пришли к выводу, что полученная гистограмма не симметрична по оси ординат относительно максимального значения, однако данные гистограммы имеют сходства в поведении построенной функции. Мы научились измерять случайные величины и понимать их свойства, а также ознакомились с их применением на практике.