

Группа М3205

К работе допущен _____

Студент Степанюк Аврора, Тросько
Виктория

Работа выполнена _____

Преподаватель Шоев В.И.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.05

Исследование колебаний физического маятника

1. Цель работы.

Изучение характеристик затухающих колебаний физического маятника.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерение периода затухающих колебаний.

2. Определение зависимости амплитуды затухающих колебаний физического маятника от времени.

3. Определение зависимости периода колебаний от момента инерции физического маятника.

4. Определение преобладающего типа трения.

5. Определение экспериментальной и теоретической приведенных длин маятника при его разных конфигурациях.

3. Объект исследования.

Физический маятник и его колебательные характеристики.

4. Метод экспериментального исследования.

Лабораторный эксперимент.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Рабочие формулы:

1. $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$ – формула периода колебаний физического маятника, где I – момент инерции маятника, m – масса маятника, l – расстояние его центра тяжести от оси вращения.

2. $l_{\text{пр}} = \frac{I}{ml} = \frac{I_0}{ml} + l$ – формула приведенной длины физического маятника.

3. $A(t = nT) = A_0 - 4n\Delta\varphi_3$ – закон изменения амплитудных значений физического маятника при сухих колебаниях, $\Delta\varphi_3$ – зона застоя.

4. $\ln \frac{A}{A_0} = -\beta t$ или $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ – закон изменения амплитудных значений физического маятника при вязких колебаниях, β – коэффициент затухания.

5. $R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{b}{2}$ – формула для расчета расстояния центра груза от оси вращения, l_1 – расстояние от оси вращения до первой риски на спице, n – номер риски, на которой установлен груз, l_0 – расстояние между соседними рисками, b – длина груза вдоль спицы.

6. $T = \frac{\bar{t}}{N}$ – формула периода колебаний физического маятника, \bar{t} – среднее время,

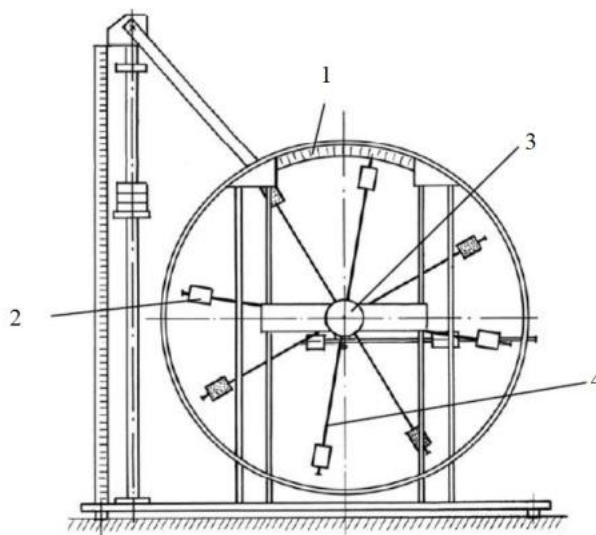
затраченное на N колебаний.

7. $I_{\text{гр}} = m_{\text{гр}}(R_{\text{верх}}^2 + R_{\text{ниж}}^2 + 2R_{\text{бок}}^2)$ – формула для расчета момента инерции системы грузов, установленной на физическом маятнике, где $m_{\text{гр}}$ – масса груза, $R_{\text{верх}}$, $R_{\text{ниж}}$, $R_{\text{бок}}$ – расстояние от оси вращения до каждого из грузов.
8. $I = I_{\text{гр}} + I_0$ – полный момент инерции физического маятника, где $I_{\text{гр}}$ – момент инерции системы грузов, установленных на спицах крестовины, I_0 – момент инерции остальных частей маятника.

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Шкала	$0 \div 60^\circ$	$\pm 1^\circ$
2	Секундомер	$0 \div 24$ ч	$\pm 0,01$ с

7. Схема установки



1. Шкала
2. Груз
3. Рукоятка сцепления
4. Передняя крестовина

Параметры установки	
Масса каретки	$(47,0 \pm 0,5)$ г
Масса шайбы	$(220,0 \pm 0,5)$ г
Масса грузов на крестовине	$(408,0 \pm 0,5)$ г
Расстояние от первой риски до оси	$(57,0 \pm 0,5)$ мм
Расстояние между рисками	$(25,0 \pm 0,5)$ мм
Диаметр ступицы	$(46,0 \pm 0,5)$ мм
Диаметр груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5)$ мм
Высота груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5)$ мм

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

Таблица 2:

Амплитуда отклонения Время	25°	20°	15°	10°	5°

t_1, c	171,17	197,86	256,69	293,8	354,61
t_2, c	166,7	208,88	259,58	293,14	351,6
t_3, c	167,71	211,79	258,41	292,73	352,14
\bar{t}, c	168,527	206,177	258,227	293,223	352,783

Таблица 3:

Положение боковых грузов	t_1	t_2	t_3	\bar{t}	T
1 риска	16,13	16,07	16,31	16,503	1,65
2 риски	17,07	17,16	17,19	17,807	1,781
3 риски	17,90	18,15	18,25	19,1	1,91
4 риски	19,41	19,25	19,45	20,703	2,07
5 рисок	20,72	20,6	20,7	22,34	2,234
6 рисок	21,85	21,99	21,88	23,907	2,391

Таблица 4:

Риски	1	2	3	4	5	6
$R_{\text{верх}}, \text{м}$	0,077					
$R_{\text{ниж}}, \text{м}$	0,202					
$R_{\text{бок}}, \text{м}$	0,077	0,102	0,127	0,152	0,177	0,202
$I_{\text{гр}}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,024	0,028	0,032	0,038	0,045	0,052
$I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	0,032	0,036	0,04	0,046	0,053	0,06
$l_{\text{пр,эксп}}, \text{м}$	0,677	0,788	0,907	1,065	1,24	1,421
$l_{\text{пр,теор}}, \text{м}$	0,847	0,952	1,058	1,217	1,402	1,587

9. Расчет результатов косвенных измерений.

1. Определение зоны застоя.

$$\Delta\varphi_{3i} = \frac{A_0 - A_i}{4n_i}$$

$$n_i = \frac{t_i}{T}, T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,239}{9,81}} = 0,981 \text{ с}$$

Тогда для амплитуды, равной 25 градусам, получим $\Delta\varphi_3 = \frac{30-25}{4 \times 171,7907} = 0,007^\circ$

2. Определение расстояния до грузиков.

$$R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{b}{2}$$

Расстояние до верхнего грузика: $R_{\text{верх}} = 0,057 + (1-1) \times 0,025 + \frac{0,04}{2} = 0,077 \text{ м}$. Оно всегда одинаковое, так как грузик остается на 1 риске.

Расстояние до нижнего грузика: $R_{\text{ниж}} = 0,057 + (6 - 1) \times 0,025 + \frac{0,04}{2} = 0,202 \text{ м}$. Оно также всегда одинаковое, так как грузик остается на 6 риске.

Расстояние до бокового грузика, находящегося на 3 риске: $R_{\text{бок}} = 0,057 + (3 - 1) \times 0,025 + \frac{0,04}{2} = 0,127 \text{ м}$.

3. Определение моментов инерции грузиков.

$$I_{\text{гр}} = m_{\text{гр}}(R_{\text{верх}}^2 + R_{\text{ниж}}^2 + 2R_{\text{бок}}^2)$$

Момент инерции для боковых грузиков, расположенных на 1 риске: $I_{\text{гр}} = 0,408(0,077^2 + 0,202^2 + 2 \times 0,077^2) = 0,024 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

4. Определение полного момента инерции физического маятника.

$$I = I_{\text{гр}} + I_0, I_0 = 8 \times 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Для боковых грузиков, расположенных на 1 риске: $I = 0,024 + 0,008 = 0,032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

5. Определение произведения ml .

$$ml = \frac{4\pi^2}{ga}$$

$$ml = \frac{4\pi^2}{9,81 \times 106,568} = 0,038 \text{ кг} \cdot \text{м}$$

$$l_{\text{теор}} = \frac{0,038}{0,408} = 0,093 \text{ м}$$

6. Определение значения приведенной длины маятника.

$$l_{\text{пр,эксп}} = \frac{T^2 \times g}{4\pi^2}$$

$$\text{Для } T = 1,65 \text{ получим: } l_{\text{пр,эксп}} = \frac{1,65^2 \times 9,81}{4\pi^2} = 0,677 \text{ м.}$$

$$l_{\text{пр,теор}} = \frac{l_0}{ml} + I$$

$$\text{Для } I = 0,032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \text{ получим: } l_{\text{пр,теор}} = \frac{0,032}{0,093 \times 0,408} = 0,843 \text{ м}$$

Таблица 5:

$A, ^\circ$	n	$\Delta\varphi_3, ^\circ$
25	171,791	0,007
20	210,17	0,012
15	263,228	0,014
10	298,902	0,017
5	359,616	0,017

Тогда $\overline{\Delta\varphi_3} = 0,022^\circ$. Рассчитаем, через сколько периодов колебания прекратятся.

$$A(t) = 0 \Rightarrow A_0 - 4n\Delta\varphi_3 = 0 \Rightarrow \frac{A_0}{4\Delta\varphi_3} = n$$

$$n = \frac{30}{4 \times 0,022} = 340,909 = 341$$

$$t = nT$$

$$t = 341 \times 0,981 = 334 \text{ с}$$

10. Расчет погрешностей измерений.

1. Погрешность периода колебаний Δ_T .

$$\Delta_{\bar{t}} = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}, \sigma = \sqrt{\frac{\sum(t_i - \bar{t})^2}{3}}$$

Для $A = 25^\circ$:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(16,13-16,503)^2 + (16,07-16,503)^2 + (16,31-16,503)^2}{3}} = 0,348 \text{ с}$$

$$\Delta_{\bar{t}} = 0,201 \text{ с}$$

$$\Delta_T = \frac{\Delta_{\bar{t}}}{10}$$

$$\Delta_T = 0,02 \text{ с}$$

Таблица 6:

Положение боковых грузов	$t_1 - \bar{t}, \text{с}$	$t_2 - \bar{t}, \text{с}$	$t_3 - \bar{t}, \text{с}$	$\sigma, \text{с}$	$\Delta_{\bar{t}}, \text{с}$	$\Delta_T, \text{с}$
1 риска	0,139	0,187	0,037	0,348	0,201	0,02
2 риски	0,543	0,419	0,381	0,669	0,386	0,039
3 риски	1,44	0,903	0,723	1,011	0,584	0,058
4 риски	1,672	2,111	1,57	1,336	0,771	0,077
5 рисков	2,624	3,028	2,69	1,668	0,963	0,096

2. Погрешность момента инерции $\Delta_{I_{\text{гр}}}$

$$\Delta_{I_{\text{гр}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial m} \Delta_m\right)^2 + \sum \left(\frac{\partial I}{\partial R_i} \Delta_R\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left((R_{\text{верх}}^2 + R_{\text{ниж}}^2 + R_{\text{бок}}^2) \Delta_m\right)^2 + \left((2mR_{\text{верх}} + 2mR_{\text{ниж}} + 4mR_{\text{бок}}) \Delta_R\right)^2}$$

$$\Delta_m = 0,0005 \text{ кг}, \Delta_R = 0,0005 \text{ м}$$

Для $R_{\text{верх}} = 0,077\text{м}$, $R_{\text{ниж}} = 0,202\text{м}$, $R_{\text{бок}} = 0,077\text{м}$:

$$\Delta_{I_{\text{гр}}} = \sqrt{8,582 \times 10^{-10} + 3,121 \times 10^{-8}} = 0,0002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

3. Погрешность приведенной длины $\Delta_{I_{\text{пр,эксп}}}$

$$\Delta_{I_{\text{пр,эксп}}} = \frac{g}{4\pi^2} 2T\Delta T$$

Для $T = 1,65 \text{ с}$, $\Delta T = 0,02 \text{ с}$:

$$\Delta_{I_{\text{пр,эксп}}} = \frac{g}{4\pi^2} \times 2 \times 1,65 \times 0,02 = 0,016 \text{ м}$$

4. Погрешность приведенной длины $\Delta_{I_{\text{пр,теор}}}$

$$\Delta_{I_{\text{пр,теор}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta_{I_{\text{пр,теор}}}}{\partial I} \Delta_I\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta_{I_{\text{пр,теор}}}}{\partial (ml)} \Delta_{ml}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{ml} \Delta_I\right)^2 + \left(\frac{I}{(ml)^2} \Delta_{ml}\right)^2}$$

Для $I = 0,032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$:

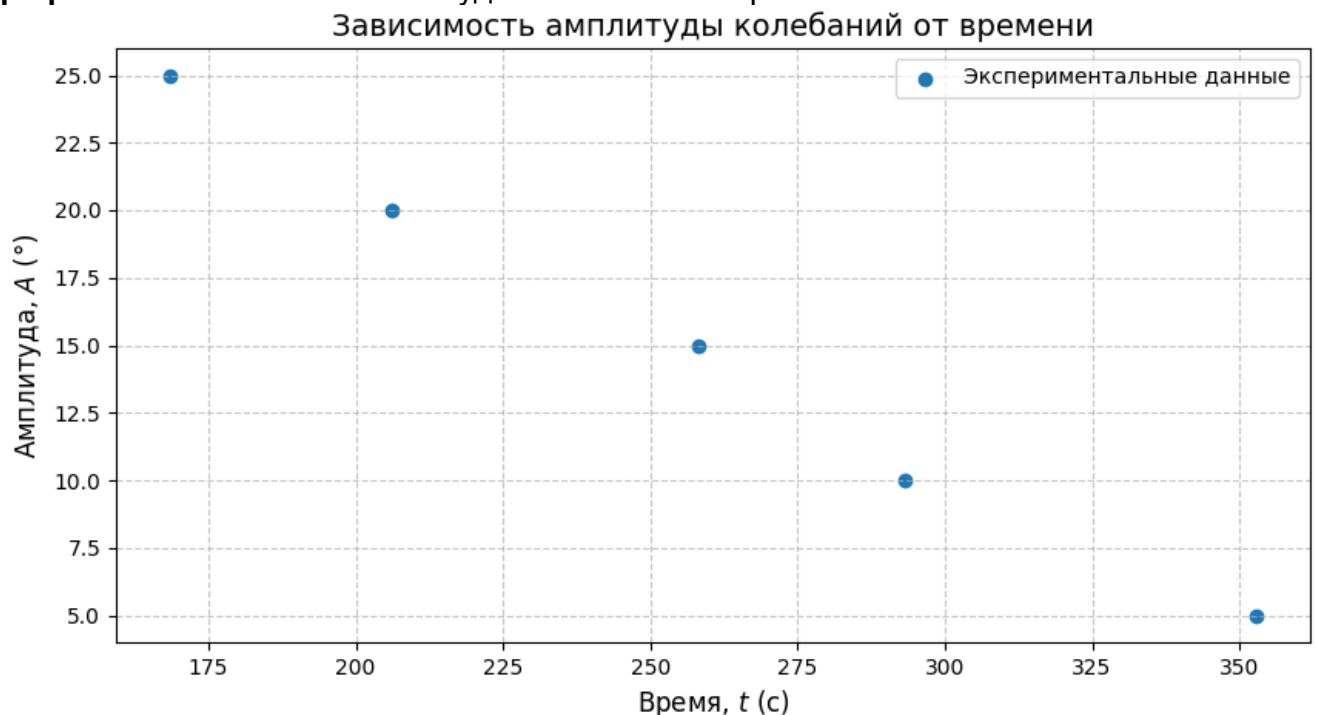
$$\Delta_{I_{\text{пр,теор}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{0,408 \times 0,093} \times 0,0001\right)^2 + \left(\frac{0,032}{0,408 \times 0,093} \times 0,001\right)^2} = 0,005 \text{ м}$$

Таблица 7:

Риски	1	2	3	4	5	6
$\Delta_{I_{\text{гр}}}$, кг · м ²	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003
$\Delta_{I_{\text{пр,эксп}}}$, м	0,016	0,035	0,055	0,079	0,107	0,138
$\Delta_{I_{\text{пр,теор}}}$, м	0,005	0,005	0,006	0,007	0,007	0,008

11. Графики.

График 1: Зависимость амплитуды колебаний от времени



Из графика: главную роль играет сухое трение.

График 2: Аппроксимация сухого трения.

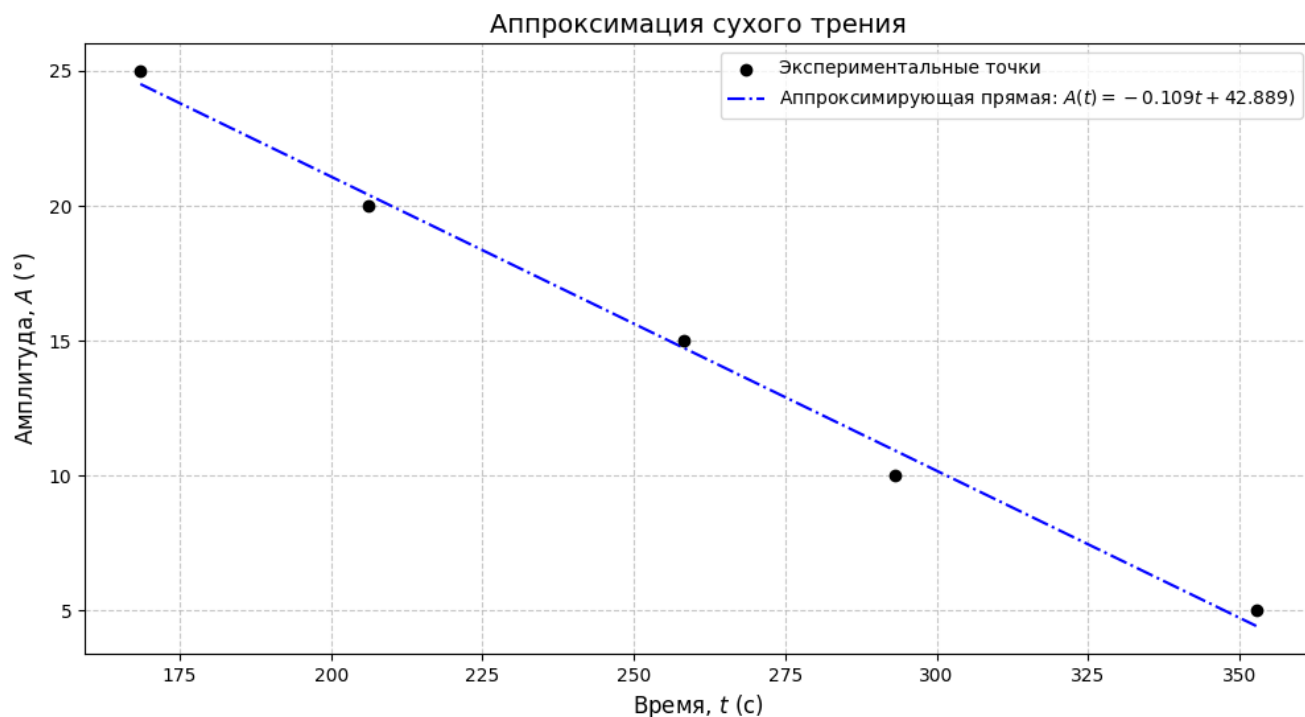
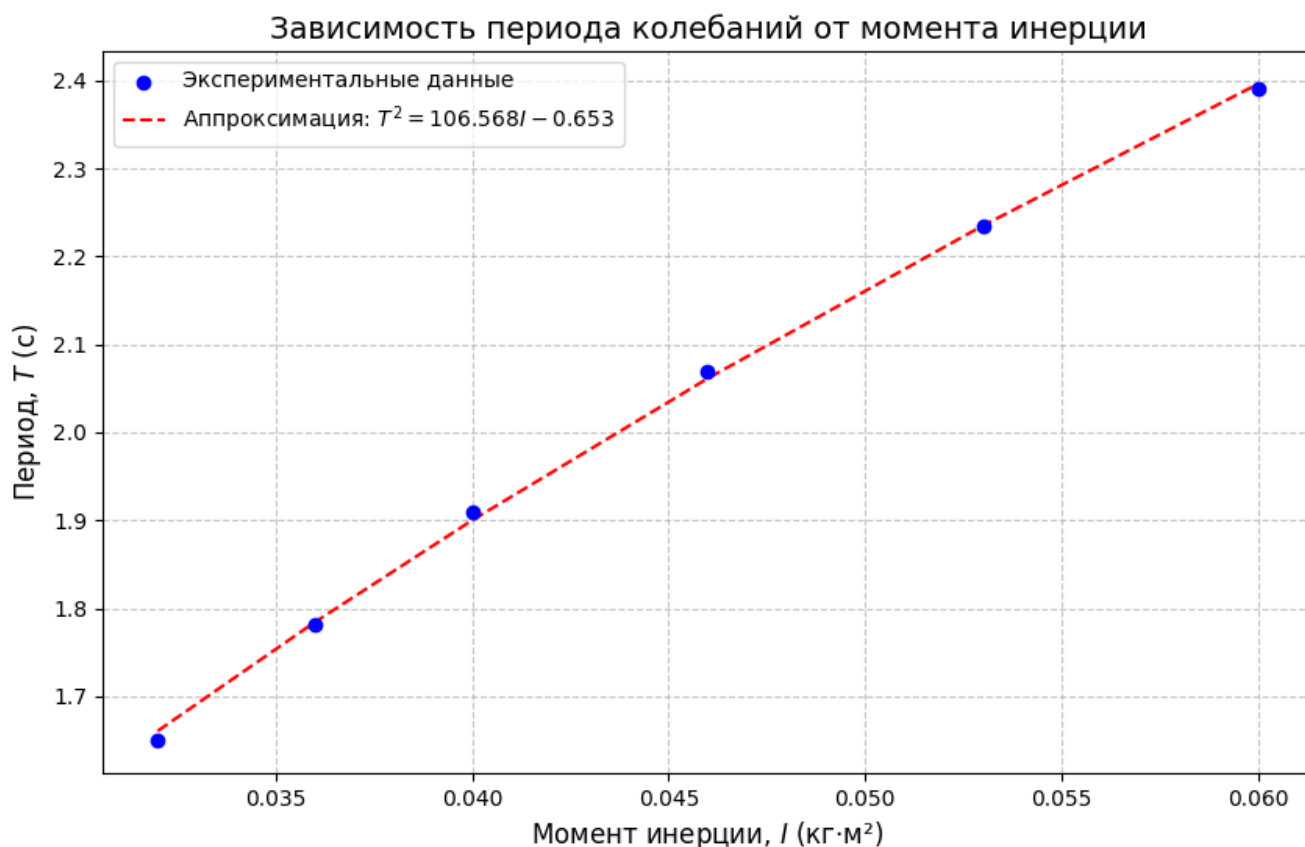


График 3: Зависимость периода колебаний от момента инерции.



Из МНК получили $a = 106,568 \text{ с}^2$, $b = -0.653 \text{ с}^2$.

12. Окончательные результаты.

$$\overline{l_{\text{пр,эксп}}} = (1,016 \pm 0,071) \text{ м}$$

$$\overline{l_{\text{пр,теор}}} = (1,173 \pm 0,006) \text{ м}$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе лабораторной работы нами были изучены характеристики затухающих колебаний физического маятника. Экспериментально подтверждено, что зависимость амплитуды от времени соответствует модели сухого трения. Установлено, что период колебаний

увеличивается с ростом момента инерции. Экспериментальные значения приведенной длины $l_{\text{пр,эксп}}$ показали близкие к теоретическим результаты, однако наблюдались незначительные расхождения, обусловленные погрешностями измерений. Главным источником затухания оказалось сухое трение. Работа подтвердила основные теоретические положения, а расчёты продемонстрировали корректность применённых методов.

15. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).