简谐振动&机械波

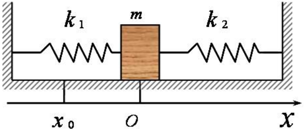
冯红涛

东南大学 物理系

October 24, 2009

一质量为m 的滑块，两边分别与劲度系数为k_1 和k_2 的轻弹簧联接，两弹簧的另外两端分别固定在墙上。滑块m 可在光滑的水平面上滑动，o 点为平衡位置。将滑块m向左移动了x_0 的距离，自静止释放，并从释放时开始计时，取坐标如图示，则振动方程为：

- (A) $x = x_0 \cos[\sqrt{(k_1 + k_2)} \cdot t]$
  (B) $x = x_0 \cos[(k_1 + k_2)/m \cdot t]$
  (C) $x = x_0 \cos[\sqrt{(k_1 + k_2)/m} \cdot t + \pi]$
  (D) $x = x_0 \cos[\sqrt{k_1 k_2/m(k_1 + k_2)} \cdot t + \pi]$;



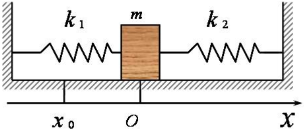
一质量为m 的滑块，两边分别与劲度系数为k_1 和k_2 的轻弹簧联接，两弹簧的另外两端分别固定在墙上。滑块m 可在光滑的水平面上滑动，o 点为平衡位置。将滑块m向左移动了x_0 的距离，自静止释放，并从释放时开始计时，取坐标如图示，则振动方程为：

(A) $x = x_0 \cos[\sqrt{(k_1 + k_2)} \cdot t]$

(B) $x = x_0 \cos[(k_1 + k_2) / m \cdot t]$

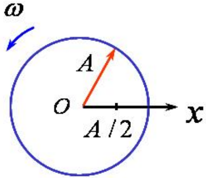
(C) $x = x_0 \cos[\sqrt{(k_1 + k_2)/m} \cdot t + \pi]$

(D) $x = x_0 \cos[\sqrt{k_1 k_2 / m(k_1 + k_2)} \cdot t + \pi]$;

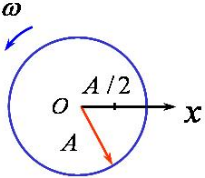


一物体做谐振动，振幅为A，在起始时刻质点的位移为-A/2 且向x 轴的正方向运动，代表此谐振动的旋转矢量图为：

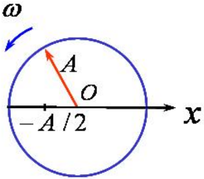
(A)



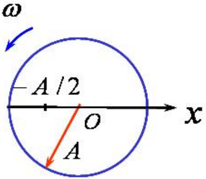
(B)



(C)



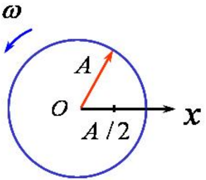
(D)



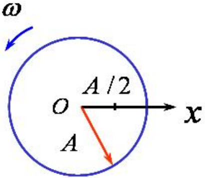
-
- 【D】

一物体做谐振动，振幅为A，在起始时刻质点的位移为-A/2 且向x 轴的正方向运动，代表此谐振动的旋转矢量图为：

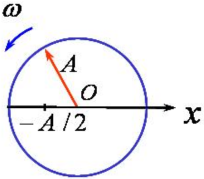
(A)



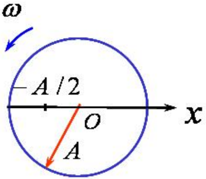
(B)



(C)



(D)



-
- 【D】

平面简谐波在弹性媒质中传播，在媒质质元从最大位移处回到平衡位置的过程中：

- （A）它的势能转换成动能；
  （B）它的动能转换成势能；
  （C）它从相邻的一段媒质质元获得能量，其能量逐渐增加；
  （D）它把自己的能量传给相邻的一段媒质质元，其能量逐渐减少。
- 【C】

平面简谐波在弹性媒质中传播，在媒质质元从最大位移处回到平衡位置的过程中：

- （A）它的势能转换成动能；
  （B）它的动能转换成势能；
  （C）它从相邻的一段媒质质元获得能量，其能量逐渐增加；
  （D）它把自己的能量传给相邻的一段媒质质元，其能量逐渐减少。
- 【C】

两列相干波，其波动方程为$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$和$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + x/\lambda)$，沿相反方向传播叠加形成的驻波中，各处的振幅是:

- $$(A)2A$$
  $$(\mathrm{B})|2A\cos(2\pi\nu t)|$$
  $$(\mathrm{C})2A\cos(2\pi x/\lambda)$$
  $$(\mathrm{D})|2A\cos(2\pi x/\lambda)|$$
- 【D】

两列相干波，其波动方程为$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$和$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + x/\lambda)$，沿相反方向传播叠加形成的驻波中，各处的振幅是:

- $$(A)2A$$
  $$(\mathrm{B})|2A\cos(2\pi\nu t)|$$
  $$(\mathrm{C})2A\cos(2\pi x/\lambda)$$
  $$(\mathrm{D})|2A\cos(2\pi x/\lambda)|$$
- 【D】

判断下列装置能否进行简谐振动，如果能，计算出相应的周期

- 1、n个倔强系数为k 弹簧串联起来平置于水平光滑地面，两端分别连接一质量为m的光滑小球
- 2、忽略摩擦，在水里摇摆的钓鱼浮子
- 3、两个对顶的，倾角均为$\theta(\theta<5^\circ)$ 的木楔，不计摩擦，放置其中斜面上的一小球。
- 4、地面竖直一木杆，长为L_0，顶部悬一灯，高L，灯线长l在灯作单摆运动时，杆在地面上的投影。

判断下列装置能否进行简谐振动，如果能，计算出相应的周期

- 1、n个倔强系数为k 弹簧串联起来平置于水平光滑地面，两端分别连接一质量为m的光滑小球
- 2、忽略摩擦，在水里摇摆的钓鱼浮子
- 3、两个对顶的，倾角均为$\theta(\theta < 5^\circ)$ 的木楔，不计摩擦，放置其中斜面上的一小球。
- 4、地面竖直一木杆，长为L_0，顶部悬一灯，高L，灯线长l在灯作单摆运动时，杆在地面上的投影。

判断下列装置能否进行简谐振动，如果能，计算出相应的周期

- 1、n个倔强系数为k 弹簧串联起来平置于水平光滑地面，两端分别连接一质量为m的光滑小球
- 2、忽略摩擦，在水里摇摆的钓鱼浮子
- 3、两个对顶的，倾角均为$\theta(\theta < 5^\circ)$ 的木楔，不计摩擦，放置其中斜面上的一小球。
- 4、地面竖直一木杆，长为L_0，顶部悬一灯，高L，灯线长l在灯作单摆运动时，杆在地面上的投影。

判断下列装置能否进行简谐振动，如果能，计算出相应的周期

- 1、n个倔强系数为k 弹簧串联起来平置于水平光滑地面，两端分别连接一质量为m的光滑小球
- 2、忽略摩擦，在水里摇摆的钓鱼浮子
- 3、两个对顶的，倾角均为$\theta(\theta < 5^{\circ})$ 的木楔，不计摩擦，放置其中斜面上的一小球。
- 4、地面竖直一木杆，长为L_0，顶部悬一灯，高L，灯线长l在灯作单摆运动时，杆在地面上的投影。

- 1、串联弹簧

$$k_a = \frac{k}{n}$$

中心不动，对每个小球而言$k_m = 2k_a$，故周期

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_m}} = 2\pi\sqrt{\frac{nm}{2k}}$$

- 2、水中浮子，一般摆动角θ很小；可以认为$\theta < 5°$，符合我们所要求的单摆。

- 1、串联弹簧

$$k_a = \frac{k}{n}$$

中心不动，对每个小球而言$k_m = 2k_a$，故周期

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_m}} = 2\pi\sqrt{\frac{nm}{2k}}$$

- 2、水中浮子，一般摆动角θ很小；可以认为$\theta < 5°$，符合我们所要求的单摆。

- 3、不是。
  在木楔上，小球m受到的下滑力：$F = mg\sin\theta$，相应的水平分力
  $$F = mg\sin\theta\cos\theta,$$
  其中的m, g, θ均为为常量，与小球的的位移无关；不满足$F = -kx$
- 4、单摆的运动方程为：
  $$\theta = \theta_0 \cos(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \phi_0) \Rightarrow x' = l\theta_0 \cos(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \phi_0)$$
  地面投影：
  $$x = \frac{L - L_0}{L_0} l\theta_0 \cos(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \phi_0) \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$
  虽然，投影不满足$F = -kx$，但它的表达式满足简谐振动的规律。

- 3、不是。
  在木楔上，小球m受到的下滑力：$F=mg\sin\theta$，相应的水平分力
  $$F=mg\sin\theta\cos\theta,$$
  其中的m,g,θ均为为常量，与小球的的位移无关；不满足$F=-kx$
- 4、单摆的运动方程为：
  $$\theta=\theta_0\cos(\sqrt{\frac{g}{l}}t+\phi_0)\Rightarrow x'=l\theta_0\cos(\sqrt{\frac{g}{l}}t+\phi_0)$$
  地面投影：
  $$x=\frac{L-L_0}{L_0}l\theta_0\cos(\sqrt{\frac{g}{l}}t+\phi_0)\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$
  虽然，投影不满足$F=-kx$，但它的表达式满足简谐振动的规律。

墙体上连一轻质倔强系数为k的弹簧，弹簧另一端(右端)连质量为M的方木块中心，放置于水平光滑地面上，M上面中心放置m的小木块，且它与M之间的摩擦系数为μ；这时一向墙体的子弹打来，将m水平打飞；若M顶面的边长均为L，求此后M运动的表达式

分析：如何确定A，ω，ϕ?

- 先令M的表达式为：

$$x = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

- 子弹以v打飞m，假定m在M上的时间很短，可以认为期间m的速度一直保持v，增加弹簧振子的冲量为：$I = \Delta p = \mu mg\frac{L}{2v}$，由机械能守恒

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{(\Delta p)^2}{2M} \Rightarrow A = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}$$

- 由题意易得：

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

- 考虑到此时M向左运动，且处于平衡点，根据旋转矢量，可知此时相当于$\vec{A}$已经旋转$\frac{\pi}{2} = \phi_0$
- 所以

$$x = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}\cos(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \frac{\pi}{2})$$

初相位的意义

- 先令M的表达式为：

$$x = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

- 子弹以v打飞m，假定m在M上的时间很短，可以认为期间m的速度一直保持v，增加弹簧振子的冲量为：$I = \Delta p = \mu mg\frac{L}{2v}$，由机械能守恒

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{(\Delta p)^2}{2M} \Rightarrow A = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}$$

- 由题意易得：

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

- 考虑到此时M向左运动，且处于平衡点，根据旋转矢量，可知此时相当于$\vec{A}$已经旋转$\frac{\pi}{2} = \phi_0$
- 所以

$$x = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}\cos(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \frac{\pi}{2})$$

初相位的意义

- 先令M的表达式为：

$$x = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

- 子弹以v打飞m，假定m在M上的时间很短，可以认为期间m的速度一直保持v，增加弹簧振子的冲量为：$I = \Delta p = \mu mg\frac{L}{2v}$，由机械能守恒

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{(\Delta p)^2}{2M} \Rightarrow A = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}$$

- 由题意易得：

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

- 考虑到此时M向左运动，且处于平衡点，根据旋转矢量，可知此时相当于$\vec{A}$已经旋转$\frac{\pi}{2} = \phi_0$
- 所以

$$x = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}\cos(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \frac{\pi}{2})$$

初相位的意义

- 先令M的表达式为：

$$x = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

- 子弹以v打飞m，假定m在M上的时间很短，可以认为期间m的速度一直保持v，增加弹簧振子的冲量为：$I = \Delta p = \mu mg\frac{L}{2v}$，由机械能守恒

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{(\Delta p)^2}{2M} \Rightarrow A = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}$$

- 由题意易得：

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

- 考虑到此时M向左运动，且处于平衡点，根据旋转矢量，可知此时相当于$\vec{A}$已经旋转$\frac{\pi}{2} = \phi_0$
- 所以

$$x = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}\cos(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \frac{\pi}{2})$$

初相位的意义

- 先令M的表达式为：

$$x = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

- 子弹以v打飞m，假定m在M上的时间很短，可以认为期间m的速度一直保持v，增加弹簧振子的冲量为：$I = \Delta p = \mu mg\frac{L}{2v}$，由机械能守恒

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{(\Delta p)^2}{2M} \Rightarrow A = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}$$

- 由题意易得：

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

- 考虑到此时M向左运动，且处于平衡点，根据旋转矢量，可知此时相当于$\vec{A}$已经旋转$\frac{\pi}{2} = \phi_0$
- 所以

$$x = \frac{\mu mgL}{2v\sqrt{Mk}}\cos(\sqrt{\frac{k}{M}}t + \frac{\pi}{2})$$

初相位的意义

单摆在地面上的周期为T，月球表面周期？(已知月球$g' = \frac{g}{6}$)

- 根据$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$，月球上的周期为：

$$T' = T\sqrt{6}$$

地面钟表逐渐升高至地球同步轨道，如何校正？(地球半径r，重量为M)

分析：线速度是否保持？

- 校正钟表也就是确保钟摆的周期T不变。根据T的表达式，可知保持$\frac{l}{g}$不变；
- 地球同步轨道的高度：H

$$m\omega_e^2(r+H)=G\frac{mM_e}{(r+H)^2}\Rightarrow(r+H)=\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega_e^2}}$$

地球同步的视重加速度

$$g'=\frac{GM}{(r+H)^2}-\frac{\omega_e^2r^2}{r+H}$$

-

$$\frac{l'}{g'}=\frac{l}{g}\Rightarrow l'=\frac{lr^2}{GM}\left[\frac{GM}{(r+H)^2}-\frac{\omega_e^2r^2}{r+H}\right]=lr^2\left[\sqrt[3]{\frac{\omega_e^4}{(GM)^2}}-GM\omega_e^2r^2\sqrt[3]{\frac{\omega_e^2}{GM}}\right]$$

根据地球同步轨道，有$\frac{GM}{(r+H)^2}=\omega_e^2(r+H)>\omega_e^2r$，因此保持地面线速度的单摆在地球同步轨道上受到的合外力向着地球。

- 校正钟表也就是确保钟摆的周期T不变。根据T的表达式，可知保持$\frac{l}{g}$不变；
- 地球同步轨道的高度：H

$$m\omega_e^2(r+H)=G\frac{mM_e}{(r+H)^2}\Rightarrow(r+H)=\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega_e^2}}$$

地球同步的视重加速度

$$g'=\frac{GM}{(r+H)^2}-\frac{\omega_e^2r^2}{r+H}$$

-

$$\frac{l'}{g'}=\frac{l}{g}\Rightarrow l'=\frac{lr^2}{GM}\left[\frac{GM}{(r+H)^2}-\frac{\omega_e^2r^2}{r+H}\right]=lr^2\left[\sqrt[3]{\frac{\omega_e^4}{(GM)^2}}-GM\omega_e^2r^2\sqrt[3]{\frac{\omega_e^2}{GM}}\right]$$

根据地球同步轨道，有$\frac{GM}{(r+H)^2}=\omega_e^2(r+H)>\omega_e^2r$，因此保持地面线速度的单摆在地球同步轨道上受到的合外力向着地球。

- 校正钟表也就是确保钟摆的周期T不变。根据T的表达式，可知保持$\frac{l}{g}$不变；
- 地球同步轨道的高度：H

$$m\omega_e^2(r+H) = G\frac{mM_e}{(r+H)^2} \Rightarrow (r+H) = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega_e^2}}$$

地球同步的视重加速度

$$g' = \frac{GM}{(r+H)^2} - \frac{\omega_e^2 r^2}{r+H}$$

-

$$\frac{l'}{g'} = \frac{l}{g} \Rightarrow l' = \frac{lr^2}{GM}\left[\frac{GM}{(r+H)^2} - \frac{\omega_e^2 r^2}{r+H}\right] = lr^2\left[\sqrt[3]{\frac{\omega_e^4}{(GM)^2}} - GM\omega_e^2 r^2\sqrt[3]{\frac{\omega_e^2}{GM}}\right]$$

根据地球同步轨道，有$\frac{GM}{(r+H)^2} = \omega_e^2(r+H) > \omega_e^2 r$，因此保持地面线速度的单摆在地球同步轨道上受到的合外力向着地球。

轻质长L的木杆，两端分别有质量为m,M的小球，固定于杆中的一点距m为l，但可以自由的转动。而后轻摆一小角度θ，求此时的周期与l的关系。

分析：

- 不妨设M的力矩大于m的力矩，$mgl\sin\theta < Mg(L-l)\sin\theta$，则单摆的总力矩为：
- $$\vec{\mathrm{M}} = -[Mg(L-l)\sin\theta - mgl\sin\theta] \approx -[LM-2lm]g\theta$$

  相应的转动惯量:

  $$J = (L-1)^2M + l^2m$$

- 结合复摆公式:

  $$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{[LM-2lm]g}{(L-1)^2M+l^2m}\theta$$

- 可得最后的周期为:

  $$T = 2\pi\sqrt{\frac{(L-1)^2M+l^2m}{[LM-2lm]g}}$$

  可以看出，当两个球对固定点的力矩趋于相等的时候($Mg(L-l)-mgl\approx 0$)，$T\to\infty$

- 不妨设M的力矩大于m的力矩，$mgl\sin\theta < Mg(L-l)\sin\theta$，则单摆的总力矩为：
-

$$\vec{\mathbf{M}} = -[Mg(L-l)\sin\theta - mgl\sin\theta] \approx -[LM-2lm]g\theta$$

相应的转动惯量:

$$J = (L-1)^2 M + l^2 m$$

- 结合复摆公式:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{[LM-2lm]g}{(L-1)^2 M + l^2 m}\theta$$

- 可得最后的周期为:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(L-1)^2 M + l^2 m}{[LM-2lm]g}}$$

可以看出，当两个球对固定点的力矩趋于相等的时候($Mg(L-l) - mgl \approx 0$)，$T \to \infty$

- 不妨设M的力矩大于m的力矩，$mgl\sin\theta < Mg(L-l)\sin\theta$，则单摆的总力矩为：
- $$\vec{\mathbf{M}} = -[Mg(L-l)\sin\theta - mgl\sin\theta] \approx -[LM-2lm]g\theta$$

  相应的转动惯量:

  $$J = (L-1)^2 M + l^2 m$$
- 结合复摆公式：

  $$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{[LM-2lm]g}{(L-1)^2 M + l^2 m}\theta$$
- 可得最后的周期为：

  $$T = 2\pi\sqrt{\frac{(L-1)^2 M + l^2 m}{[LM-2lm]g}}$$

  可以看出，当两个球对固定点的力矩趋于相等的时候$(Mg(L-l)-mgl\approx 0)$，$T\to\infty$

- 不妨设M的力矩大于m的力矩，$mgl\sin\theta < Mg(L-l)\sin\theta$，则单摆的总力矩为：
- $$\vec{\mathbf{M}} = -[Mg(L-l)\sin\theta - mgl\sin\theta] \approx -[LM - 2lm]g\theta$$

  相应的转动惯量:
  $$J = (L-1)^2 M + l^2 m$$
- 结合复摆公式：
  $$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{[LM - 2lm]g}{(L-1)^2 M + l^2 m}\theta$$
- 可得最后的周期为：
  $$T = 2\pi\sqrt{\frac{(L-1)^2 M + l^2 m}{[LM - 2lm]g}}$$

  可以看出，当两个球对固定点的力矩趋于相等的时候($Mg(L-l) - mgl \approx 0$)，$T \to \infty$

一质量m的物体组成的单摆周期为T，放入水中周期为T'，若物体在水中阻力f=-cv，求c？

- 无阻尼时振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

- 有阻尼的情况下振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi_0)$$

- 角频率之间存在关系：$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 及周期与角频率关系$T\omega = 2\pi$
- 解得：

$$\delta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$$

- 根据阻尼系数的定义：$\frac{c}{m} = 2\delta \Rightarrow c = 2m\delta$，相应的可知

$$c = 2m\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2} = 2m\sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} - \frac{4\pi^2}{T'^2}} = \frac{4m\pi}{TT'}\sqrt{T'^2 - T^2}$$

一质量m的物体组成的单摆周期为T，放入水中周期为T'，若物体在水中阻力f=-cv，求c?

- 无阻尼时振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

- 有阻尼的情况下振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi_0)$$

- 角频率之间存在关系：$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 及周期与角频率关系$T\omega = 2\pi$
- 解得：

$$\delta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$$

- 根据阻尼系数的定义：$\frac{c}{m} = 2\delta \Rightarrow c = 2m\delta$，相应的可知

$$c = 2m\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2} = 2m\sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} - \frac{4\pi^2}{T'^2}} = \frac{4m\pi}{TT'}\sqrt{T'^2 - T^2}$$

一质量m的物体组成的单摆周期为T，放入水中周期为T'，若物体在水中阻力f=-cv，求c?

- 无阻尼时振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

- 有阻尼的情况下振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi_0)$$

- 角频率之间存在关系：$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 及周期与角频率关系$T\omega = 2\pi$
- 解得：

$$\delta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$$

- 根据阻尼系数的定义：$\frac{c}{m} = 2\delta \Rightarrow c = 2m\delta$，相应的可知

$$c = 2m\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2} = 2m\sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} - \frac{4\pi^2}{T'^2}} = \frac{4m\pi}{TT'}\sqrt{T'^2 - T^2}$$

一质量m的物体组成的单摆周期为T，放入水中周期为T'，若物体在水中阻力f=-cv，求c?

- 无阻尼时振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

- 有阻尼的情况下振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi_0)$$

- 角频率之间存在关系：$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 及周期与角频率关系$T\omega = 2\pi$
- 解得：

$$\delta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$$

- 根据阻尼系数的定义：$\frac{c}{m} = 2\delta \Rightarrow c = 2m\delta$，相应的可知

$$c = 2m\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2} = 2m\sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} - \frac{4\pi^2}{T'^2}} = \frac{4m\pi}{TT'}\sqrt{T'^2 - T^2}$$

一质量m的物体组成的单摆周期为T，放入水中周期为T'，若物体在水中阻力f=-cv，求c?

- 无阻尼时振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$$

- 有阻尼的情况下振动的表达式为：

$$\theta = \theta_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \phi_0)$$

- 角频率之间存在关系：$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 及周期与角频率关系$T\omega = 2\pi$
- 解得：

$$\delta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$$

- 根据阻尼系数的定义：$\frac{c}{m} = 2\delta \Rightarrow c = 2m\delta$，相应的可知

$$c = 2m\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2} = 2m\sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} - \frac{4\pi^2}{T'^2}} = \frac{4m\pi}{TT'}\sqrt{T'^2 - T^2}$$

已知赤道上每年的太阳辐射强度为2卡$/(cm^2.min)$，太阳半径为$R = 7 \times 10^8$m且与地球的距离为$L = 1.5 \times 10^{11}$m。求太阳表面的能流密度，以及地球接收到的太阳发出总能量的比例？(地球半径$r = 6.4 \times 10^6$m)

分析：空间能量来源？

- 太阳表面的能量完全辐射，根据能流公式

$$P = IS$$

$$I_e S_e = I_s S_s \Rightarrow \frac{I_s}{I_e} = \frac{S_e}{S_s} = \frac{(L+R)^2}{R^2} = \frac{(1.5\times 10^{11} + 7\times 10^8)^2}{(7\times 10^8)^2}$$

- 可得：$I_s \approx 92695.88 cal/(cm^2.min)$
- 相应的所占比例也就是地球大圆面积，相对于地球轨道所在园面积的比例

$$\frac{P_e}{P_s} = \frac{S_{be}}{S_{bs}} = \frac{4\pi r^2}{4\pi(L+R)^2} \approx 1.8\times 10^{-9}$$

- 太阳表面的能量完全辐射，根据能流公式

$$P = IS$$

$$I_e S_e = I_s S_s \Rightarrow \frac{I_s}{I_e} = \frac{S_e}{S_s} = \frac{(L+R)^2}{R^2} = \frac{(1.5\times 10^{11} + 7\times 10^8)^2}{(7\times 10^8)^2}$$

- 可得：$I_s \approx 92695.88 cal/(cm^2.min)$
- 相应的所占比例也就是地球大圆面积，相对于地球轨道所在园面积的比例

$$\frac{P_e}{P_s} = \frac{S_{be}}{S_{bs}} = \frac{4\pi r^2}{4\pi(L+R)^2} \approx 1.8\times 10^{-9}$$

- 太阳表面的能量完全辐射，根据能流公式

$$P = IS$$

$$I_e S_e = I_s S_s \Rightarrow \frac{I_s}{I_e} = \frac{S_e}{S_s} = \frac{(L+R)^2}{R^2} = \frac{(1.5\times 10^{11} + 7\times 10^8)^2}{(7\times 10^8)^2}$$

- 可得：$I_s \approx 92695.88 cal/(cm^2.min)$
- 相应的所占比例也就是地球大圆面积，相对于地球轨道所在园面积的比例

$$\frac{P_e}{P_s} = \frac{S_{be}}{S_{bs}} = \frac{4\pi r^2}{4\pi(L+R)^2} \approx 1.8\times 10^{-9}$$

★已知一声波的为$y_0 = A\cos[2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})]$，向右传播，运行至L处，有一反音壁，若不考虑能量损失求反射波的表达式，并指出声强加强点的位置。

分析：反射走过多少路程，相位期待值为多少？

- 首先反射波的波形为：

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) - \phi]$$

- 考虑到波运行了L，相应的运行相位为$\phi_1 = -2\pi\frac{L}{\lambda}$。反音壁应该为声音的波密物质，因此存在$\pi$的附加相位。又考虑到反射波返回到远点，还要L的波程，因此实际上是行进2L距离，对应的相位

$$\phi = 2\phi_1 - \pi = 2\pi\frac{2L}{\lambda} - \pi$$

这样我们得到：$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) - 2\pi\frac{2L}{\lambda} + \pi]$

- 入射与反射存在叠加：

$$y = y_0 + y_1 = 2A\cos[2\pi\nu t - \pi\frac{2L}{\lambda} + \frac{\pi}{2}]\cos[2\pi\frac{x}{\lambda} - \pi\frac{2L}{\lambda} + \frac{\pi}{2}]$$

为驻波表达式。

- 首先反射波的波形为：

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) - \phi]$$

- 考虑到波运行了L，相应的运行相位为$\phi_1 = -2\pi\frac{L}{\lambda}$。反音壁应该为声音的波密物质，因此存在$\pi$的附加相位。又考虑到反射波返回到远点，还要L的波程，因此实际上是行进2L距离，对应的相位

$$\phi = 2\phi_1 - \pi = 2\pi\frac{2L}{\lambda} - \pi$$

这样我们得到：$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) - 2\pi\frac{2L}{\lambda} + \pi]$

- 入射与反射存在叠加：

$$y = y_0 + y_1 = 2A\cos[2\pi\nu t - \pi\frac{2L}{\lambda} + \frac{\pi}{2}]\cos[2\pi\frac{x}{\lambda} - \pi\frac{2L}{\lambda} + \frac{\pi}{2}]$$

为驻波表达式。

- 首先反射波的波形为：

$$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) - \phi]$$

- 考虑到波运行了L，相应的运行相位为$\phi_1 = -2\pi\frac{L}{\lambda}$。反音壁应该为声音的波密物质，因此存在$\pi$的附加相位。又考虑到反射波返回到远点，还要L的波程，因此实际上是行进2L距离，对应的相位

$$\phi = 2\phi_1 - \pi = 2\pi\frac{2L}{\lambda} - \pi$$

这样我们得到：$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda}) - 2\pi\frac{2L}{\lambda} + \pi]$

- 入射与反射存在叠加：

$$y = y_0 + y_1 = 2A\cos[2\pi\nu t - \pi\frac{2L}{\lambda} + \frac{\pi}{2}]\cos[2\pi\frac{x}{\lambda} - \pi\frac{2L}{\lambda} + \frac{\pi}{2}]$$

为驻波表达式。

- 对应的振动加强点，也就是波幅位置为：

$$2\pi\frac{x}{\lambda}-\pi\frac{2L}{\lambda}+\frac{\pi}{2}=k\pi$$

- $$x=\frac{k\lambda}{2}+L-\frac{\lambda}{4}\in[0,L]\Rightarrow\frac{1}{2}-\frac{2L}{\lambda}<k<\frac{1}{2}$$

- 注意k的取值！ $k\in Z$

- 对应的振动加强点，也就是波幅位置为：

$$2\pi\frac{x}{\lambda} - \pi\frac{2L}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = k\pi$$

- $$x = \frac{k\lambda}{2} + L - \frac{\lambda}{4} \in [0, L] \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{2L}{\lambda} < k < \frac{1}{2}$$

- 注意k的取值！ $k \in Z$

- 对应的振动加强点，也就是波幅位置为：

$$2\pi\frac{x}{\lambda}-\pi\frac{2L}{\lambda}+\frac{\pi}{2}=k\pi$$

- $$x=\frac{k\lambda}{2}+L-\frac{\lambda}{4}\in[0,L]\Rightarrow\frac{1}{2}-\frac{2L}{\lambda}<k<\frac{1}{2}$$

- 注意k的取值！ $k\in Z$

海边崖高H，距崖L处有一船以速度v向崖行驶，并不断鸣笛频率的ν；问崖上的听着听到的声音频率。(已知声音速度为u)

分析：多普勒效应公式中的速度如何理解？

- 首先船相对于人的分速度为：v'

$$\frac{v'}{v} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + H^2}} \Rightarrow v' = \frac{Lv}{\sqrt{L^2 + H^2}}$$

- 源动人静，因此：

$$\nu' = \frac{u}{u - v'}\nu = \frac{u\sqrt{L^2 + H^2}}{u\sqrt{L^2 + H^2} - Lv}\nu$$

- 这里注意速度分解。

- 首先船相对于人的分速度为：v'

$$\frac{v'}{v}=\frac{L}{\sqrt{L^2+H^2}}\Rightarrow v'=\frac{Lv}{\sqrt{L^2+H^2}}$$

- 源动人静，因此：

$$\nu'=\frac{u}{u-v'}\nu=\frac{u\sqrt{L^2+H^2}}{u\sqrt{L^2+H^2}-Lv}\nu$$

- 这里注意速度分解。

- 首先船相对于人的分速度为：v'

$$\frac{v'}{v} = \frac{L}{\sqrt{L^2+H^2}} \Rightarrow v' = \frac{Lv}{\sqrt{L^2+H^2}}$$

- 源动人静，因此：

$$\nu' = \frac{u}{u-v'}\nu = \frac{u\sqrt{L^2+H^2}}{u\sqrt{L^2+H^2}-Lv}\nu$$

- 这里注意速度分解。

送花的最高境界