第十一章作业及参考答案

- 第一题、杨氏干涉实验中，已知双缝间距为d，缝屏距离为d'。如果用波长分别为λ_1，λ_2的紫光和红光垂直照射双缝的中央。请问展示屏中何处红光紫光干涉条纹最强点重合？

  解：根据干涉加强条件

  $$d\sin\theta = k\lambda\ (k = 0, 1, \cdots) \tag{1}$$

  其中最大的亮纹级数为

  $$k = \left[\frac{d}{\lambda}\right] \tag{2}$$

  在紫光红光重合处满足

  $$k\lambda_1 = k'\lambda_2 \Longrightarrow \frac{k}{k'} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \tag{3}$$

  此时的$\frac{k}{k'}$为最简分数表述形式。于是红紫光重合处的级数具有

  $$n = kk' \leq \left[\frac{d}{\lambda_2}\right] \tag{4}$$

- 第二题、在其他装置不变的情况下，仅上下平移单缝，发现中央明纹并不随缝上下移动，试解释其原由

  答：

  穿过凸透镜的平行光因玻璃折射发生弯曲，在焦点处平行光汇聚一点。该点的位置所对应的方向角仅与衍射加强光方向有关。 联系到本书所指的单缝衍射为弗朗赫菲衍射，入射光为平行光。仅改变单缝位置并没有改变透镜和展示屏的位置，因此中央明纹位置不变。

- 第三题、一衍射光栅 300 条/mm ，入射光包括红光和紫光两种成分，垂直入射到光栅发现与光栅法线$24.46°$角的方位上，红光和紫光谱线重合。 已知红、紫光波长大约为$\lambda_2 \approx 700nm$, $\lambda_1 \approx 400nm$.

  试问：(1)红光和紫光 的波长；(2)在何处还会出现红紫重合谱线？(3)在何处出现单一的红光谱线？

  解：根据明纹条件$(b + b')\sin\theta = \pm k\lambda$

  (1)、由题意可知光栅常数

  $$(b + b') = \frac{1mm}{300} = 3.33 \times 10^3 nm \tag{5}$$

  对于红光

  $$\begin{aligned} k &= \frac{(b + b')\sin\theta}{\lambda_2} = \frac{3.33 \times 10^3 nm}{700} \sin 24.26° = 1.95 \approx 2 \\ \Rightarrow \lambda_2 &= \frac{(b + b')\sin\theta}{2} = 690nm \end{aligned} \tag{6}$$

  同理可得紫光的波长为

  $$\begin{aligned} k &= \frac{(b + b')\sin\theta}{\lambda_1} = \frac{3.33 \times 10^3 nm}{400} \sin 24.26° = 3.42 \approx 3 \\ \Rightarrow \lambda_1 &= \frac{(b + b')\sin\theta}{3} = 460nm \end{aligned} \tag{7}$$

  (2)、两光重合处满足$k'\lambda_1 = k\lambda_2$ 于是就有

  $$\frac{k'}{k} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{460}{690} = \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \cdots \tag{8}$$

  而红光最大级数

  $$k = \frac{b + b'}{\lambda_2} = 4.8 \to 4 \tag{9}$$

  紫光最大级数

  $$k' = \frac{b + b'}{\lambda_1} = 7.2 \to 7 \tag{10}$$

  因此仅有 $\frac{4}{6}$满足，也即亮纹第三次在红光第四级或者紫光第六级重合

  (3)、红光独立处也就是红光的第1，第3级；对应的衍射角为

  $$k = 1,\ \theta_1 = \arcsin\frac{\lambda}{b + b'} = 11.9° \tag{11}$$

  $$k = 3,\ \theta_3 = \arcsin\frac{3\lambda}{b + b'} = 38.4° \tag{12}$$

- 第四题、一束光以布儒斯特角i的入射角从上射入平行玻璃，此时玻璃内的透射光在玻璃的另一个接触面也存在一反射光，请问这束反射光是何种偏振光？

  解： 假定入射光所在材料折射率为n_1，折射材料为n_2，令折射角为r。

  根据折射率和布儒斯特角关系

  $$n_1\sin i = n_2\sin r;\ \ \tan i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\cos i} \tag{13}$$

  我们可以得到

  $$\sin i = \cos r \Longrightarrow \angle i + \angle r = \frac{\pi}{2} \tag{14}$$

  也即入射角和折射角互余。因此

  $$\tan r = \frac{n_1}{n_2} \tag{15}$$

  满足布儒斯特角，因此此部分反射线也是完全线偏振光。