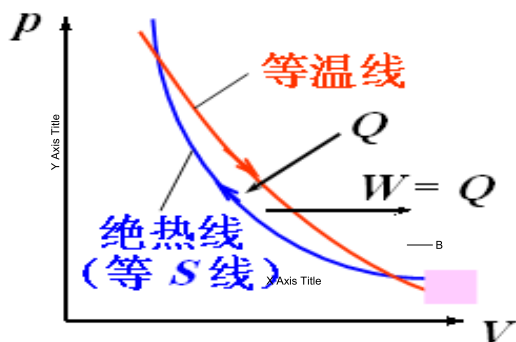


第十三章作业及参考答案

第一题、请问P-V图上，绝热曲线和等温曲线是否有交点，如果有是否可以存在两个以上的交点？

答：是否存在交点由等温的温度和绝热的初始热量条件决定。但是最多有一个交点，原因如下：

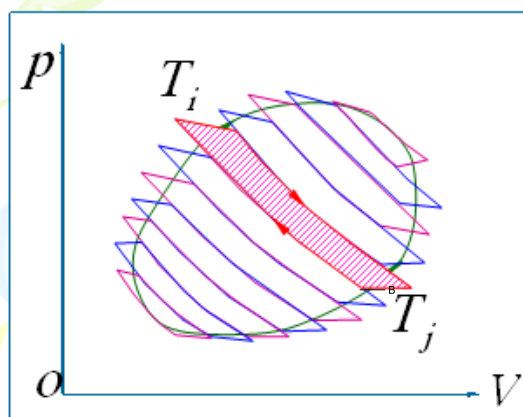


如果有两个交点，则如图示。因为绝热可以认为不和外界有热量交换也就是说没有外热源，因此上述情境中仅有一个等温热源。因此可构成一个单热源热机，而该情况违反热力学第二定律的开氏表述，故假设不成立。

因此最多存在一个交点。

第二题、试证明在两个热源之间卡诺循环效率最高。

证明：首先我们选取任意一可逆循环如图所示 我们可



以将该循环分成无限多个小的卡诺循环。假设 $T_i > T_j$ 则该图中所示的小循环效率为：

$$\eta = 1 - \frac{T_j}{T_i} \quad (1)$$

对于 ν 摩尔气体来说，高温区系统吸收的全部热量为

$$Q_{ja} = \nu \sum_i T_i \ln \frac{V_{i1}}{V_{i2}} < \nu T_i^{max} \sum_i \ln \frac{V_{i1}}{V_{i2}} \quad (2)$$

相应的在低温区放出的热量为

$$Q_{ja} = \nu \sum_j T_j \ln \frac{V_{j1}}{V_{j2}} > \nu T_j^{min} \sum_j \ln \frac{V_{j1}}{V_{j2}} \quad (3)$$

所以总效率

$$\eta_a = 1 - \frac{Q_{ja}}{Q_{ia}} < 1 - \frac{T_j^{min} \sum_j \ln \frac{V_{j1}}{V_{j2}}}{T_i^{max} \sum_i \ln \frac{V_{i1}}{V_{i2}}} \quad (4)$$

考虑到上述绝热过程中每一个小的绝热循环里

$$\frac{V_{i1}}{V_{i2}} = \frac{V_{j1}}{V_{j2}}$$

再利用等比求和规则。可将上式进一步化为：

$$\eta_a = 1 - \frac{Q_{ja}}{Q_{ia}} < 1 - \frac{T_j^{min} \sum_j \ln \frac{V_{j1}}{V_{j2}}}{T_i^{max} \sum_i \ln \frac{V_{i1}}{V_{i2}}} = 1 - \frac{T_j^{min}}{T_i^{max}} \quad (5)$$