

# 基于高精度 FFT 的电压波动和闪变计算方法

李 宁

(湖南省电力调度通信局, 湖南省 长沙市 410007)

## Reducing Hydroelectric Spinning Reserve in Hunan Power Grid Based on Energy-Saving Generation Dispatching

LI Ning

(Hunan Electric Power Dispatching and Communication Bureau, Changsha 410017, Hunan Province, China)

**摘 要:** 本文引入了高精度 FFT 并研究了电压波动和闪变的测量方法, 提出从频域角度利用高精度 FFT 进行电压波动和闪变测量的新算法。对瞬时闪变进行排序插值从而计算短时和长时间闪变度的统计方法, 降低了闪变度统计方法的难度。算例表明了本文方法的正确性和计算结果的精确性

**关键词:** 高精度 FFT 波动 闪变

### 1 高精度 FFT<sup>[1]</sup>

实际采傅立叶分解在实际采样过程中, 由于基波频率不能完全准确的获得, 采样往往是在非同步情况下进行的, 即使采用硬件锁相环技术或者软件预采样技术, 也不能实现严格的同步采样, 因此频谱泄漏总是存在的。插值算法可以减小栅栏效应引起的误差, 而谐波间的泄漏引起的误差则需用加窗的方法来减小。

窗函数对于原始信号的作用, 可以理解为将窗函数与原函数相乘的结果。根据傅立叶变换的卷积特性, 两个时域函数相乘的频谱等于这两个函数频谱的卷积。窗函数有许多种, 如矩形窗函数、Hamming 窗函数、Hanning 窗函数、Blackman 窗函数、Perth 窗函数等。选择合理的窗函数可减小频谱“泄漏”及由“泄漏”引起的混频现象。

高精度 FFT 采用余弦窗, 余弦窗的一般表达式为

$$w_p[n] = \sum_{k=0}^P (-1)^k a_k \cos\left(\frac{2\pi}{N} nl\right), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中  $P$  是余弦窗的项数。当  $P = 0$  时, 就是矩形窗。为了满足插值计算的需要, 对系数  $a_k$  有如下的限制

$$\sum_{k=0}^P a_k = 1, \sum_{k=0}^P (-1)^k a_k = 0 \quad (2)$$

设幅值为 1 的矩形窗为  $w_0[n] = 1, n = 0, 1, \dots, N-1$ , 它的离散傅里叶变换 DFT 称为狄利克雷核:

$$W_0[k] = D[k] = e^{-j\pi k \frac{N-1}{N}} \frac{\sin(\pi k)}{N \sin\left(\frac{\pi k}{N}\right)} \quad (3)$$

余弦窗的特点是它的 DFT 表达式很简单, 可以表示为狄利克雷核的代数和

$$W_P[k] = \sum_{l=0}^P (-1)^l \frac{a_l}{2} [D[k-l] + D[k+l]] \quad (4)$$

不同的  $P$  值和系数  $a_l$  决定了不同的窗,  $P=1, a_0=0.54, a_1=0.46$  为哈明(Hamming)窗;  $a_0=a_1=0.5$  为海宁(Hanning)窗;  $P=2, a_0=0.42, a_1=0.50, a_2=0.08$  时为布莱克曼(Blackman)窗;  $P=3, a_0=0.35875, a_1=0.48829, a_2=0.14128, a_3=0.01168$  时为布莱克曼-哈里斯(Blackman-Harris)窗。 $P$  值越大, 窗函数频谱的旁瓣越大, 因而能更好地抑制泄漏, 同时主瓣宽度随  $P$  值增大而增加, 因此  $P$  值也不宜选太大。为了使谐波测量结果在算法上尽可能精确, 综合考虑到数字信号处理器的计算速度, 本文采用布莱克曼-哈里斯窗<sup>[10]</sup>。

选用余弦窗的一个主要原因在于它便于进行频谱计算。通常信号的加窗都是在时域进行的, 即  $x_w(t) = x(t)w(t)$ , 然后进行傅里叶变换。而对于余弦窗, 可以先对信号进行傅里叶变换, 然后在频域进行处理。设离散信号  $x[n]$  的频谱  $X[k]$ , 则由公式(2-10)可以得出

$$X_w[k] = \sum_{l=0}^P (-1)^l \frac{a_l}{2} [X[k-l] + X[k+l]] \quad (2-11)$$

这一特点便于我们导出下面的插值方法。

设采样间隔为  $T_s$ , 则 DFT 的谱线间隔  $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$ , 对于单一频率信号

$$x[n] = Ae^{j2\pi f n T_s} \quad (5)$$

求出其离散傅里叶变换

$$X[k] = DFT[x[n]] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} Ae^{-j\frac{2\pi}{N}(kn - NfnT_s)} \quad (6)$$

对于离散频谱,  $k$  只能取  $0 \cdots N-1$  之间的整数值。设  $f$  在频率  $m\Delta f$  ( $m+1$ ) $\Delta f$  之间,  $m$  为整数, 即

$$f = (m+\lambda)\Delta f, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (7)$$

则当  $\lambda < 0.5$  时,  $|X(m)|$  取得极大值;  $\lambda > 0.5$  时,  $|X(m+1)|$  取得极大值, 并且由(6)和(7)式推导出

$$X_w[m+n] = A_m \sum_{k=0}^P (-1)^k \frac{a_k}{2} [D[n-k-\lambda] + D[n+k-\lambda]] \quad (8)$$

设定如下系数

$$\alpha = \left| \frac{X_w(m+1)}{X_w(m)} \right| \quad (9)$$

式中  $X_w(m)$  和  $X_w(m+1)$  是相邻的两个频谱峰值点。

由于通常采样点数  $N$  值都取得较大 ( $N \geq 1024$ ), 而且  $\lambda < 1$ , 因此可以做如下近似

$$\sin\left(\frac{\lambda}{N}\pi\right) \approx \frac{\lambda}{N}\pi \text{ 和 } \cos\frac{\pi}{N} \approx 1$$

根据(2-13)、(2-16)和(2-17)式, 即可求出  $P$  值时插值点的准确的  $\lambda$  值。

对于布莱克曼-哈里斯窗, 由以上三式可以推出插值方程为:

$$\alpha = \frac{-(2 * \lambda^6 - 12 * \lambda^5 - 941 * \lambda^4 + 3884 * \lambda^3 + 35041 * \lambda^2 - 77805 * \lambda - 390632) * (\lambda + 3)}{(2 * \lambda^6 - 971 * \lambda^4 + 40837 * \lambda^2 - 430500) * (\lambda - 4)} \quad (10)$$

利用牛顿法解得  $\lambda$  后，将  $\lambda$  带回(6)、(7)即可得到准确得频率、幅值、相位。

由上文可以看出通过加窗插值改进 FFT 算法（布莱克曼—哈里斯窗）后，能得到非常精确的频率幅值相位信息。

## 2 电压波动和闪变的计算

电压波动定义为电压均方根值一系列相对快速变动或连续改变的现象。电光源的电压波动造成灯光照度不稳定的人眼视感反应称为闪变，闪变反映了电压波动引起的灯光闪烁对人视感产生的影响。为了制定闪变标准，IEC 工作组采用不同波形、频度和幅值的调幅波对正常工频电压进行调制，向 230V、60W 白炽灯供电，对观察者（>500 人）的视觉反应作抽样调查，通过统计公式得到指标系数，一般采用如下框图计算<sup>[1]</sup>：

框 1，将输入的被测电压适配成适合仪器的电压数值，并能发生标准的调制波的电压作为仪器自检用。

框 2—框 4，为灯—眼—脑环节的模拟。

框 3，模拟灯的作用，用平方检测方法从工频电压波动中解调出反映电压波动的调幅波。视感度加权滤波器就是觉察率为 50% 的闪变视感度—频率特性的具体实现。IEC 推荐的方法中以传递函数形式逼近。

框 4，模拟人脑神经对视觉反映和记忆效应。闪变信号的平方，模拟非线性的眼—脑觉察过程；闪变信号的平滑平均，模拟人脑的记忆效应，其积分功能由一阶 RC 低通滤波器来实现。



图 1 IEC 推荐的闪变仪的实现框图

框 5，为闪变的统计分析，即根据框 4 输出的  $s(t)$  进行在线统计分析或将其输出录波做离线统计分析，求得并输出短时闪变严重度  $P_{st}$ 。

## 3 波动和闪变检测新方法

### 3.1 波动算法

IEC 推荐的波动和闪变计算过程用模拟方法实现将带较大误差，若在时域用数字滤波方法实现运算量相当大，对 CPU 要求很高。不少文献对该方法进行了改进。文献<sup>[1]</sup>提出利用 FFT 算法进行电压波动和闪变的研究，对电压波形采样后进行 FFT 分解，根据调幅波展开式得到调幅波幅值，利用视感度系数对不同频率下的调幅波幅值频域加权，再平方后可得闪变瞬时值。但是在利用 FFT 方法时没有考虑到频率泄漏带来的误差、低频信号与工频信号的混叠以及高次谐波带来的干扰，也未给出闪变度的统计方法。

文献<sup>[2][3]</sup>介绍了一些采用 FFT 算法研究电压波动和闪变的文章，对这些文章没有考虑频率泄漏提出了质疑。文献<sup>[3]</sup>先利用 FFT 计算谐波，再利用 CWT 算法计算闪变，然后对消除了调幅波和谐波的数据计算间谐波。其计算方法复杂，效率不高。该文虽然提到频谱泄漏概念，



但是并没有在计算谐波和间谐波时充分考虑这个误差,只是在计算闪变时利用 CWT 消除,有较大的局限性,其谐波和间谐波计算结果也值得讨论。为了能应用到 DSP 中,特别是为了能和前面的谐波计算相结合,本文对电压波动和闪变的计算流程做了改进,从频域利用高精度 FFT 直接计算出调幅波信息。

许多文献<sup>[4][5][6]</sup>提到的算法为在时域进行带通滤波,滤除直流分量以及工频及以上分量便可检测出调幅波。但从展开式可以看出若能直接利用高精度 FFT 算法计算出调幅波信息将更准确,而且无需带通滤波,不会带来衰减。本文利用高精度 FFT 计算采样值平方序列频谱,直接从频域计算调幅波的幅值和频率,仿真算例表明了改算法的准确性。为了消除恒定分量、工频以及调幅波二倍频带来的干扰,在算法中需要注意以下三点:

(1) 仅考虑频率低于 35Hz 的信号幅值,其他频率分量不予考虑。

(2) 为了更好的消除恒定分量带来的干扰,本文对采样序列的平方累加和求平均值,将采样序列的平方减去此平均值得到的新序列作为消除恒定分量后的输入数据。

(3) 对低于 35Hz 的频谱分量排序,幅值最大值对应的频率即为调幅频率,而对幅值小于最大值二十分之一的频谱分量不予考虑。理由是将第三项的幅值除以第二项的幅值,得到相对值为  $(m/4)$ , 又  $m \ll 1$ , 所以干扰项相对于调幅波幅值将远小于  $1/20$ 。

### 3.2 闪变算法

首先介绍一下在计算闪变过程中通常提及的两幅频率曲线图。

图 2 为  $S=1$  觉察单位的电压波动与频度的关系曲线,这是研究闪变的实验依据。其中,频度  $R$  定义为单位时间内电压变动的次数

$$R=2 \cdot 60 \cdot f_m \quad (8)$$

$f_m$  为调幅波基波频率。图 3 为视感度系数  $K(f)$  的频率特性曲线,IEC 推荐的视感度系数公式为:

$$K(f)=\frac{S=1 \text{ 觉察单位的 } 8.8 \text{ Hz 正旋电压波动 } d(\%)}{S=1 \text{ 觉察单位的 } f \text{ Hz 正旋电压波动 } d(\%)} \quad (9)$$

由于瞬时闪变视感度曲线  $S(t)$  具有电压波动的幅值、波形和频率特性,直接反映电压波动引起灯光闪烁对人视感的影响,是计算短时间闪变值  $P_{st}$  的关键过程,因此定义瞬时闪变视感度曲线  $S(t)$  上的离散点为瞬时闪变值,下文中统一用  $P_i$  表示。

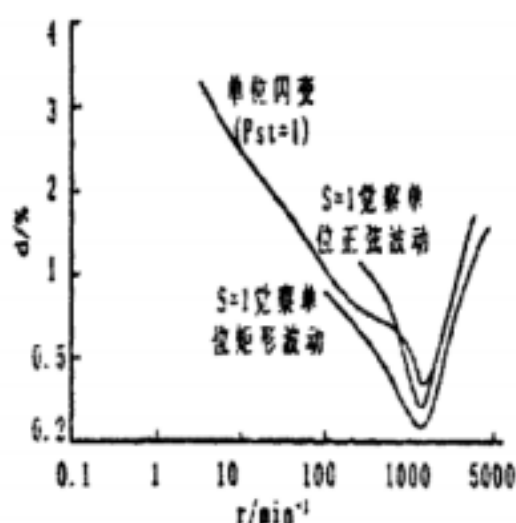


图 2  $S=1$  觉察单位的电压波动与频度

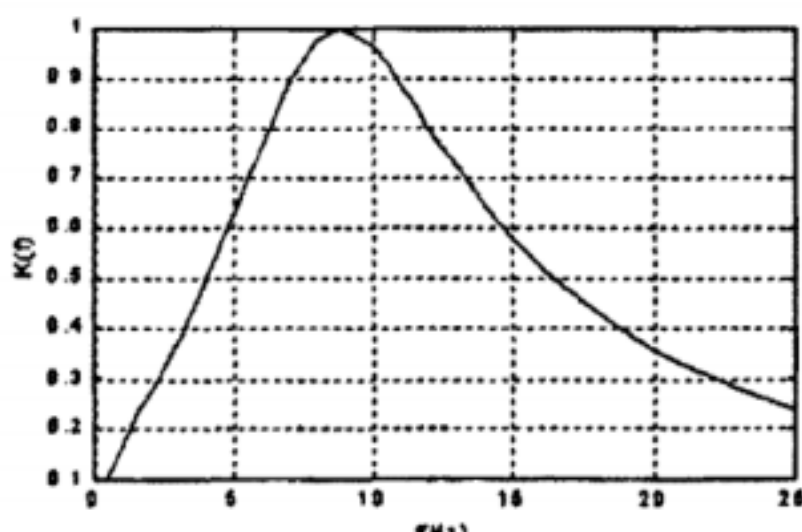


图 3 为视感度系数  $K(f)$  的频率特性曲线

前文提到的闪变计算中,其基本思路是在时域通过对电压波动的响应特性、人眼的感光反应能力和大脑的记忆存储效应的近似数学描述,从而得到人的视觉系统模型即所谓闪变的灯—眼—脑反应链传递函数。即图 1 中的框 2、框 3、框 4 完成这一模拟过程。以上步骤实质上是对灯—眼—脑实验数据在时域内的数学逼近和幅值提取,而图 3 可以更为本质地描述电压波动、频度,以及  $S=1$  觉察单位之间的对应关系。由图 3 可直接从频域角度计算得到视感度系数的频率特性曲线,如表 1<sup>[7]</sup>所示。

从以上分析可以看出,在准确计算出电压波动的幅值以及频率后,可通过表 1 直接计算出该频率分量下的瞬时闪变值。即电压信号在时域经过视感度加权滤波器、平方器和一阶低

通滤波器得到瞬时闪变视感度曲线  $S(t)$  的过程, 可转化为电压波动值除以该频率对应 1 个单位视感度系数时的电压波动值后再平方。

表 1 视感度  $S=1$  觉察单位的电压波动

频率 (Hz)	电压波动 (%)	视感度系数 $K(f)$	频率 (Hz)	电压波动 (%)	视感度系数 $K(f)$
0.5	2.34	0.107	1.0	1.432	0.175
1.5	1.080	0.231	2.0	0.401	0.283
2.5	0.754	0.332	3.0	0.654	0.382
3.5	0.568	0.440	4.0	0.500	0.500
4.5	0.445	0.561	5.0	0.398	0.628
5.5	0.630	0.694	6.0	0.328	0.762
6.5	0.300	0.833	7.0	0.280	0.893
7.5	0.266	0.940	8.0	0.256	0.977
8.8	0.250	1.00	9.5	0.254	0.984
10.0	0.260	0.962	10.5	0.270	0.926
11.0	0.282	0.887	11.5	0.296	0.845
12.0	0.312	0.801	13.0	0.348	0.718
14.0	0.388	0.644	15.0	0.432	0.579
16.0	0.480	0.521	17.0	0.530	0.472
18.0	0.584	0.428	19.0	0.640	0.391
20.0	0.700	0.357	21.0	0.760	0.329
22.0	0.824	0.303	23.0	0.890	0.281
24.0	0.962	0.260	25.0	1.042	0.240

又因为, 周期信号通过一滤波器后均方根值的平方等于该信号各次谐波分量均方根值按该滤波器幅频特性乘以对应衰减系数后的平方和, 对平方后得到的某一频率下瞬时闪变值  $P_i$  求和即可得该段采样数据的瞬时闪变值  $P$ 。此步骤实际上是从频域角度实现 IEC 推荐的框 3、框 4, 虽然方法不一样, 但在本质上是一致的, 均是逼近电压波动与频率曲线和模拟人脑记忆过程。即:

$$P_i = \left[ \frac{|U_f(i)|^2}{du_i} \right]^2 \quad (10)$$

$$P = \sum P_i \quad (11)$$

$P_i$  为某一频率下的瞬时闪变值,  $P$  为该段波形的瞬时闪变值;  $du_i$  为瞬时闪变视感度  $S=1$  时某频率分量对应的电压波动值, 可通过查表 1 得到。

计算出瞬时闪变值  $P$  后就可以进行短时间闪变值计算, 通常采用依据 CPF 曲线作出直方图进行概率统计方法。下面阐述一种简单的排序统计方法, 无需作出 CPF 曲线就可以方便进行计算。从 CPF 曲线的定义可以看出, 分级仅是为了统计的需要, 瞬时闪变值每级间隔越下分级数越大, 作出的 CPF 曲线越光滑, 统计精度越高。

由于一段时间内各瞬时闪变值  $P$  是相等时间间隔上离散的  $P$  序列, 如果其中不小于某一个  $P$  (如  $P_n$ ) 的所有  $P$  对应的时间占整个时段的  $(N)\%$ , 则不小于  $P_n$  的所有  $P$  的个数也应该占该时段内  $P$  总数的  $N\%$ , 即  $P_n$  是该时段内  $P$  序列的  $(100-N)\%$  概率大值。这样 CPF 曲线上 0.1%、1%、3%、10%、50% 纵坐标对应的  $P_{0.1}, P_1, P_3, P_{10}, P_{50}$  分别是该时段内  $P$  序列中的 99.9%、99%、97%、90%、50% 概率大值。将  $P$  序列按从大到小重新排序, 并按上述方法求出序列中每点概率大值  $P_n$  对应在该时段内的概率  $(100-N)\%$ 。由于排序后的  $P$  序列

具有单调递减性，因此可按线性插值算法找出 99.9%、99%、97%、90%、50% 概率对应的概率大值即瞬时闪变值，即可计算  $P_{st}^{[10]}$ 。

当电压波动波形、电压波动值和频率固定时， $P$  值恒定， $P$  序列为多个相等的值，其 0%~100% 概率大值都为该恒定值。故其 CPF 曲线为一矩形，此时  $P_{st}$  计算公式为：

$$P_{st} = \sqrt{(0.0314 + 0.0525 + 0.0657 + 0.28 + 0.08) * P} = 0.714 * \sqrt{P} \quad (12)$$

从以上分析可以看出，本文采取的办法直接从电压波动的计算结果通过查表得到瞬时闪变值，由于直接以 IEC 的实验数据为依据进行计算，本文方法概念清晰，步骤简单；由于采取在频域直接加权滤波，省去了时域的滤波环节，程序编制容易；由于在计算过程中采用了利用平均值去直流办法，故消除了直流分量泄漏带来的干扰；由于高精度 FFT 算法不但能计算整数次频谱分量，也能准确地计算分数次频谱分量，所以对采样序列平方后直接调用高精度 FFT 程序，可以准确地提取电压波动幅值，进而计算出瞬时闪变值。计算流程如图 3 所示，其中流程图部分为本文算法，旁边分别标注了算法中各个步骤相对于 IEC 推荐的各个框图。

#### 4 算法仿真

采用上述算法计算电压波动结果如下表，其中分别设定调幅波频率为 1Hz，2Hz，15Hz，分别设定调幅波的不同幅值计算。

表 1 为 IEC 通过大量的实验得到使  $S=1$  时的各个频率电压波动值，本文闪变仿真方法为加入表 1 中的波动电压值，测试本系统计算得到的  $S$  与 IEC 实验值的误差<sup>[3]</sup>。

从表 2 中计算结果可以看出，由于采取了直接从频域提取调幅波，利用平均值滤除直流，利用加窗插值 FFT 等技术，使得电压波动和闪变计算结果精度相当高。

#### 5 结论

本文提出了提出从频域角度利用高精度 FFT 进行电压波动和闪变测量的新算法。仿真算例表明了本文方法的正确性。值得注意的是：

(1) 计算出的调幅波频率往往在表 1 中找不到，本文运用朗格拉日插值算法。

(2) 计算电压波动和闪变时，采样序列为对 A/D 采样后的数据进行隔 1 抽取。若设定 A/D 次采样率为 6400Hz 单位，则隔 1 抽取后的采样率为 3200Hz，折叠频率为 1600Hz，3150Hz 以上的信号会在采样后对计算产生干扰。

(3) 计算电压波动和闪变的实际采样率为 3200Hz，为了程序编制的方便，本文每 2048 个点启动一次计算，即频率分辨率为  $3200/2048=1.5625\text{Hz}$ ，直接调用加窗插值 FFT 子程序。

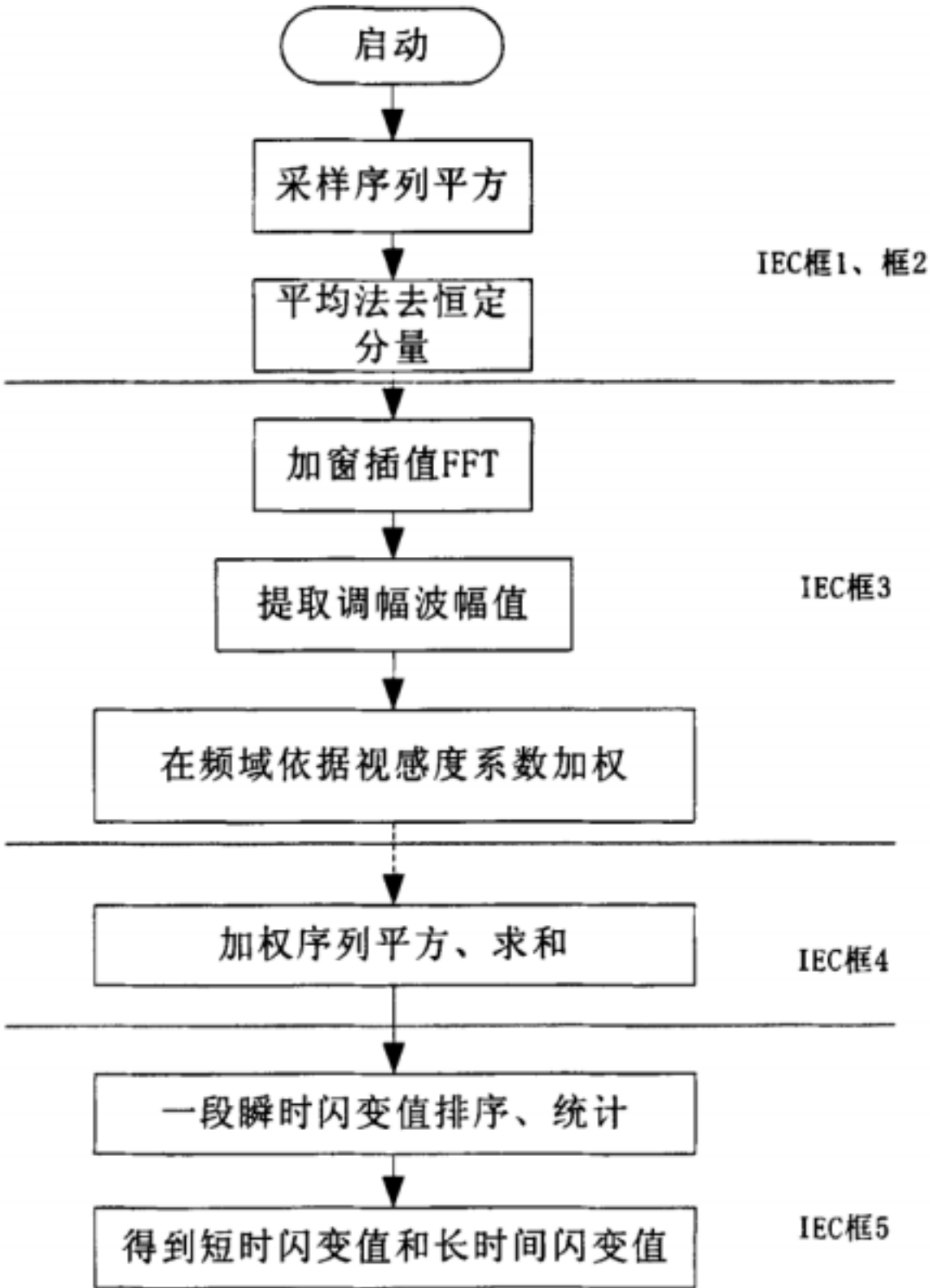


图 3 电压波动和闪变计算流程图

表 2 电压波动仿真计算结果

调幅波设定值		调幅波计算值		计算误差	
频率 (Hz)	幅值 (V)	频率 (Hz)	幅值 (V)	频率 (Hz)	幅值 (V)
1	0.1	0.9998	0.0999	0.0002	0.0001
2	0.1	2.0000	0.1000	0.0000	0.0000
1	0.3	0.9994	0.2999	0.0006	0.0001
2	0.3	2.0000	0.2999	0.0000	0.0001
15	0.2	15.0000	0.1999	0.0000	0.0001
15	0.3	15.0000	0.2999	0.0000	0.0001
15	0.6	15.0000	0.5999	0.0000	0.0001
15	1.0	15.0000	1.0000	0.0000	0.0000



表 3 闪变仿真计算结果

S =1, Pst =0.714 输入信号		本系统计算结果		IEC 实验结果		相对于 IEC 算法误差	
频率 (Hz)	电压波动 (%)	<i>m</i>	<i>Pst</i>	<i>m</i>	<i>Pst</i>	<i>m</i> (%)	<i>Pst</i> (%)
5.0	0.398	0.397	0.713	0.398	0.714	-0.088	-0.176
6.0	0.328	0.328	0.714	0.328	0.714	-0.028	0.056
8.8	0.250	0.250	0.714	0.250	0.714	0.000	0.000
10.0	0.260	0.260	0.714	0.260	0.714	0.000	0.000
11.0	0.282	0.282	0.714	0.282	0.714	0.000	0.000
12.0	0.312	0.312	0.714	0.312	0.714	0.000	0.000
18.0	0.584	0.584	0.714	0.584	0.714	0.000	0.000
21.0	0.760	0.760	0.714	0.760	0.714	0.000	0.000
25.0	1.042	1.042	0.714	1.042	0.714	0.000	0.000

参考文献:

[1]张伏生,耿中行,葛耀中. 电力系统谐波分析的高精度 FFT 算法.中国电机工程学报[J]1999 年 3 月

[2]肖湘宁. 电能质量分析与控制[M]. 北京:中国电力出版社, 2004

[3]DIGITAL MEASUREMENT OF VOLTAGE FLICKER, Krishnaswamy Srinivasan, Senior Member IEEE, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 6, No. 4, October 1991

[4]A Hybrid Digital Algorithm for Harmonic and Flicker Measurements, Ming-Tang Chen, Member, IEEE, A.P. Sakis Meliopoulos, Fellow, IEEE, 0-7803-7322-7/02/ © 2002 IEEE

[5]Enhancement of Digital Equivalent Voltage Flicker Measurement via Continuous Wavelet Transform, Shyh-Jier Huang, Senior Member, IEEE, and Chen-Wen Lu, IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY, VOL. 19, NO. 2, APRIL 2004

[6]孙树勤, 电压波动与闪变[M], 北京:中国电力出版社, 2001

[7]A. Simple Lamp\_Eye-Brain Model for Flicker Observations, Alexander E.Emanuel, LorenzoPeretto, IEEE TRANSACTION ON POWER DELIVER. VOL. 19, NO.3, July 2004

[8]Digital techniques for flicker measurement :Algorithms and implementations, in Proc. IEEE Instrumentation and Measurement Conf, .1999.656-661

[9]林海雪,李世林,刘惠民. 电压电流频率和电能质量国家标准应用手册[M] 北京:中国电力出版社, 2001

[10]赵刚,施围,林海雪. 闪变值计算方法的研究电网技术[J], 2001, 25 (11) : 15~18

作者简介:

李 宁(1978— ), 男, 硕士, 工程师, 从事电力系统调度运行与控制工作, 邮箱: [nrnlgg@163.com](mailto:nrnlgg@163.com)