Practical Quant: Stat Arb ที่ใช้ได้จริง

Part V — Adaptive & Robust Kalman: เมื่อ β ต้อง "รู้จักนิ่ง" และ "รู้จักไม่เชื่อ"

Part IV ทิ้งคำถามไว้ว่า β เป็น random walk เหมาะจริงไหม และถ้า filter ไวเกินไปจะกลืนสัญญาณตัวเอง — Part นี้ตอบทั้งคู่: **β ที่มีบ้าน (mean-reverting)** และ **Kalman ที่ฉลาดพอจะไม่เชื่อแท่งราคาที่สะบัดผิดปกติ**

🧭 **เส้นทางอ่าน**

🟢 **มือใหม่:** §5.1 "filter กินสัญญาณตัวเอง" + §5.2 อุปมา R ยืดหยุ่น + สรุป ✓ · 🔵 **มีพื้น:** เน้น §5.1 AR(1) beta + §5.3 กับดัก decay/unidentifiable · **เร่งด่วน:** §5.1 ปมที่พลิกมุมมองเรื่อง Kalman ทั้งหมด

5.1 ★ ปัญหาที่ลึกที่สุด — "filter กินสัญญาณตัวเอง"

Part IV ใช้สมมติฐาน **β เดินแบบ random walk** ตลอด (β พรุ่งนี้ = β วันนี้ + noise เล็กน้อย) — สมมติฐานนี้ง่ายและใช้งานได้ดี แต่มันซ่อนปัญหาที่คนไม่ค่อยพูดถึง

📉 **ปัญหา: ถ้า β ปรับตัวไวเกินไป มันจะ "ดูดกลืน" สิ่งที่คุณอยากเทรด**

ลองนึกภาพ: spread ห่างออกจากปกติเพราะ A แพงขึ้นเทียบ B ชั่วคราว (นี่คือสิ่งที่คุณอยากเทรด!) — แต่ถ้า Kalman ตั้ง Q สูงมาก มันจะ**ตีความความห่างนั้นว่า "β เปลี่ยนไปแล้ว"** แล้วปรับ β ให้ตามราคาใหม่ทันที ผลคือ spread กลับมาดู "ปกติ" เกือบตลอดเวลา — **ทั้งที่ mispricing เกิดขึ้นจริง** Kalman แค่ดูดมันเข้าไปในตัว β แทนที่จะปล่อยให้เป็น "ส่วนต่างที่ควรเทรด"

🚶 **อ่านเป็นภาษาคนก่อน — อุปมา "เพื่อนที่ให้อภัยเร็วเกินไป"**

ลองนึกถึงเพื่อนที่ทุกครั้งที่คุณทำอะไรผิดปกติ เขาจะรีบปรับความคาดหวังใหม่ทันที ("อ๋อ นิสัยจริงของเธอเป็นแบบนี้") — เพื่อนแบบนี้จะไม่มีวันรู้สึกว่า "เธอทำตัวแปลกไปวันนี้" เพราะเขาปรับบรรทัดฐานตามทุกครั้ง
Kalman ที่ Q สูงเกินไปก็เหมือนเพื่อนแบบนี้ — ปรับ "ความคาดหวังปกติ" (β) ตามทุกอย่างที่เห็น จนไม่เหลือแนวคิดเรื่อง "ผิดปกติ" ให้จับสัญญาณได้เลย

tension ที่ต้องถือไว้ในหัว

ต้องการ Kalman ที่ **ปรับ β พอให้ hedge ratio ยังใช้งานได้** (ไม่งั้น hedge ผิดสัดส่วน) — แต่**ไม่ปรับเร็วจนกลืนความเบี่ยงเบนที่ควรเป็นสัญญาณเทรด** ไม่มีคำตอบสูตรสำเร็จ ต้องสมดุลตามความเชื่อว่าความสัมพันธ์นี้ "นิ่งแค่ไหนโดยธรรมชาติ"

ทางแก้ — ให้ β "มีบ้าน" แทนที่จะเดินไม่มีจุดหมาย

Random walk บอกว่า β ไม่มี "บ้าน" — เดินไปได้ไกลแค่ไหนก็ได้ ไม่มีอะไรดึงกลับ ทั้งที่ในความเป็นจริง คู่ที่ cointegrate กันแน่นมักมี hedge ratio ที่ **นิ่งเชิงโครงสร้าง** (เช่น 2 บริษัทในธุรกิจเดียวกัน มี ratio ที่ควรวนเวียนอยู่แถว ๆ ค่าหนึ่ง ไม่ใช่ล่องลอยไปเรื่อย)

```
Random walk (Part IV): β_t = β_{t−1} + w_t (ไม่มีบ้าน)
Mean-reverting (Part นี้): β_t = μ + φ(β_{t−1} − μ) + w_t (มีบ้านที่ μ, ดึงกลับด้วย
```

```
แรง φ)
```

🚶 **อ่านเป็นภาษาคนก่อน**

AR(1) สำหรับ β พูดว่า: "β มักจะวนเวียนอยู่แถว μ (ค่ากลางที่เชื่อว่าถูกต้องเชิงโครงสร้าง) — ถ้ามันเบี่ยงออกไปวันนี้ พรุ่งนี้มันจะถูกดึงกลับมาทาง μ บ้าง ตามแรง φ" — เหมือนยางยืดผูก β ไว้กับ μ เดียวกับที่ Part I §1.7 อธิบาย OU process ของ*spread* เพียงแต่คราวนี้ผูกกับ*ตัว β เอง*

ข่าวดี: ยังใช้ Kalman ตัวเดิมได้ แค่เปลี่ยนบรรทัดเดียว

AR(1) ยังเป็น linear-Gaussian → Kalman filter ใช้ได้เหมือนเดิมทุกอย่าง เปลี่ยนแค่ **transition matrix** จาก 1 (random walk) เป็น φ (ค่าระหว่าง 0-1) และเพิ่มค่าคงที่ μ(1−φ) เข้าไป — โค้ดเปลี่ยนไม่กี่บรรทัด

```
limit: φ → 1 ⟹ กลายเป็น random walk (Part IV เดิม)
φ → 0 ⟹ β กลับบ้าน (μ) เกือบทันที ⟹ ใกล้เคียง β คงที่แบบ OLS
```

✍️ **เช็คความเข้าใจ**

ถ้า φ = 0.98 (ใกล้ 1) กับ φ = 0.7 (ห่างจาก 1 พอควร) — แบบไหนเชื่อว่า β "นิ่งเชิงโครงสร้าง" มากกว่ากัน? (φ=0.7 เชื่อว่านิ่งกว่า เพราะดึงกลับบ้านเร็วกว่า — ใกล้ 1 = เกือบไม่ดึงกลับเลย เหมือน random walk)

🧠 **มุมที่ quant มองต่าง**

คนทั่วไปเห็น: "Kalman ต้องเลือกระหว่าง random walk กับ mean-reverting — อันไหนดีกว่ากัน"
quant เห็น: คำถามที่ถูกไม่ใช่ "อันไหนดีกว่า" แต่คือ **"ผมเชื่อว่าความสัมพันธ์นี้เป็นโครงสร้างจริงจังหรือเป็นแค่ความบังเอิญทางสถิติ"** — ถ้าเชื่อว่าโครงสร้างจริง (เช่น 2 share-class ของบริษัทเดียวกัน) ใช้ mean-reverting ได้เต็มที่ · ถ้าไม่แน่ใจว่าความสัมพันธ์จะอยู่ยืนแค่ไหน random walk ปลอดภัยกว่า (และถ้าไม่มั่นใจเลย คำถามที่แท้จริงคือควรเทรดคู่นี้หรือเปล่า — โยง Part 0 และ Part VII)

⚠️ **caveat ที่ต้องซื่อสัตย์**

φ คือพารามิเตอร์เพิ่มอีกตัว = พื้นผิว overfit เพิ่มอีกหนึ่งมิติ — ใช้วินัยจูนเดียวกับ Part IV §4.6 (MLE/EM หรือผูกเศรษฐกิจ ไม่ใช่ grid-search ตาม PnL)

5.2 ★ Vol-Adaptive R — เมื่อแท่งราคาสะบัดผิดปกติ

ปัญหาที่ 2: Part IV ใช้ R คงที่ตลอด — แต่ในโลกจริงมีบางวันที่ราคา**สะบัดรุนแรงผิดปกติ** (ข่าวออกกะทันหัน, thin liquidity ตอนดึก) ถ้า R คงที่ Kalman จะ**เชื่อแท่งราคาขยะนั้นเท่ากับวันปกติ** แล้วรีบปรับ β วิ่งไล่ตาม พอราคาดึงกลับในอีก 15 นาที ก็ต้องปรับ β กลับอีกที — โดนสับขาหลอกสองเด้ง เสียค่าคอมฯ ฟรี

> 🚶 **อ่านเป็นภาษาคนก่อน — อุปมา "คนที่ตื่นตกใจง่ายเกินไป"**
>
> Kalman ที่ R คงที่เหมือนคนที่ตกใจกับข่าวลือทุกเรื่องพอ ๆ กับข่าวจริง — พอมีข่าวลือ (แท่งราคาสะบัด) ก็รีบเปลี่ยนความเชื่อทันที ทั้งที่ควรจะ "เอ๊ะ ข่าวนี้แปลกนะ ขอตรวจสอบก่อน" แล้วค่อยเชื่อ

> **วิธีแก้ที่ถูกหลัก — Innovation-based R (ไม่ใช่แค่ "vol สูงก็ปรับ R")**
>
> ทุกวัน Kalman คำนวณ **innovation** (ส่วนที่ทายผิด, จาก Part IV §4.3) และรู้ค่าที่*ควรจะเป็น*ของมันเองอยู่แล้ว (เรียกว่า S) — ถ้า innovation จริงเกินกว่าที่ S บอกไว้มาก ๆ (วัดด้วยระยะที่เรียกว่า **Mahalanobis distance**) = สัญญาณว่าวันนี้ "แปลก" → **inflate R ชั่วคราว** (บอก filter ว่า "อย่าเพิ่งเชื่อราคาวันนี้เต็มที่")

```
ทุกวัน: gate = |innovation| / √S ← ระยะที่ทายผิด เทียบกับที่ควรผิด
ถ้า gate > threshold (เช่น 3):
R_ใช้จริงวันนี้ = R_ปกติ × (ตัวคูณ inflate) ← "ทำเป็นตาบอดชั่วคราว"
ไม่งั้น:
R_ใช้จริงวันนี้ = R_ปกติ
```

อีกวิธีที่ทำได้ (ง่ายกว่าแต่หยาบกว่า): ใส่ **EWMA หรือ GARCH ของความผันผวน** เข้าไปเป็นส่วนหนึ่งของ R โดยตรง แทนที่จะเป็นค่าคงที่ — R จะขยับตาม volatility regime เองอัตโนมัติ

✅ core ที่ถูก (ยืนยันแล้ว)

- แท่งสะบัดผิดปกติ → อย่ารีบขยับ β ไล่ราคาขยะ — สัญชาตญาณนี้ถูกต้อง 100%
- ป้องกันการโดน "สับขาหลอกสองเด้ง"

⚠️ ต้องระวัง 2 กับดัก

- **ต้องมี decay กลับ** — ถ้า R ค้างสูงตลอดไป filter จะ "ตาบอดถาวร" ไม่เรียนรู้อะไรอีกเลย ต้องมีกลไกให้ R ค่อย ๆ กลับสู่ปกติ
- **อย่าปรับ Q กับ R พร้อมกันมั่ว** — ถ้าทั้งคู่ขยับตามกันเอง ระบบจะ unidentifiable (แยกไม่ออกว่า "β เปลี่ยนจริง" กับ "แค่ noise เยอะขึ้น")

> ***"ไม่ใช่ปิดหูปิดตาถาวร — แค่ทำเป็นไม่ได้ยินชั่วคราว แล้วค่อยฟังใหม่"***

5.3 สรุป Part V + สะพานสู่ Part VI

✓ **3 อย่างที่ต้องจำจาก Part V**

1. **Filter ที่ไวเกินไปกินสัญญาณตัวเอง** — β ปรับเร็วจนดูดซับ mispricing เข้าไปเอง ทำให้ spread ดูปกติตลอด สัญญาณหาย
2. **AR(1) mean-reverting β** = ทางเลือกเมื่อเชื่อว่าความสัมพันธ์นิ่งเชิงโครงสร้าง — ยังใช้ Kalman เดิม แค่เปลี่ยน transition matrix
3. **Vol-adaptive R ที่ถูกหลัก** = innovation-based gating + decay กลับเสมอ — ไม่ใช่แค่ "vol สูงก็ปรับ R" มั่ว ๆ

ตอนนี้เรามี β ที่ดี (Part I–V) แล้ว — เหลือคำถามที่ดูเรียบง่ายแต่จริง ๆ ซับซ้อน: **β ดีแค่ไหนก็ไม่มีประโยชน์ ถ้าไม่รู้ว่าจะเข้า-ออกที่ไหน** z-score ที่ ±2σ ที่ทุกคนใช้ — คุ้มค่าคอมฯ จริงไหม?

> ***"β บอกว่าจะ hedge ยังไง — แต่ไม่ได้บอกว่าจะ 'เข้า' และ 'ออก' ตอนไหน"***

📖 **ศัพท์ใหม่ในตอนนี้**

- **AR(1) mean-reverting β** — β ที่มี "บ้าน" (μ) และถูกดึงกลับด้วยแรง φ แทนที่จะเดินแบบ random walk
- **Innovation gating / Mahalanobis distance** — วัดว่า innovation วันนี้ "แปลก" แค่ไหนเทียบกับที่ควรเป็น
- **Vol-adaptive R (robust/Huber Kalman)** — R ที่ขยับตามความผิดปกติของราคาชั่วคราว แล้ว decay กลับ
- **Unidentifiable** — เมื่อปรับพารามิเตอร์หลายตัวพร้อมกันจนแยกไม่ออกว่าอะไรทำให้ผลเปลี่ยน

📚 อ้างอิงตอนนี้

- Bar-Shalom, Y., Li, X.R. & Kirubarajan, T. — robust/adaptive Kalman filtering, innovation gating
- Wells, C. (1996) *The Kalman Filter in Finance* — time-varying parameter models รวม mean-reverting variant
- Tenyakov, A. & Mamon, R. (2017) — Kalman + HMM regime-switching (แนวทางขยายต่อจาก vol-adaptive R)

📖 **ลงมือ:** notebook `vol2-code/04_kalman_tuning.ipynb` (Phase 2) จะเทียบ random-walk vs AR(1) beta และทดสอบ innovation-gating R บนข้อมูลจำลองที่มี "วันสะบัดผิดปกติ" แทรกไว้

↩ เชื่อมเล่ม 1: `arb-part5` §19.3 (Regime Detection) · Part I §1.7 (OU process ของ spread) · Part IV (state-space, Q/R)