คณิตศาสตร์พื้นฐาน
สำหรับ Options Trading

Part IV: Linear Algebra & Regression

บทที่ 8-9: Vectors, Matrices, Eigenvalues, Portfolio Variance, Regression, Beta, Curve Fitting

อ่านจบ → จัดการ Portfolio หลายตัวแปร + หา Hedge Ratio

บทที่ 8: Linear Algebra — คณิตศาสตร์ของหลายตัวแปรพร้อมกัน

เมื่อ portfolio มีหุ้น 50 ตัว, Options 20 สัญญา คุณจัดการทีละตัวไม่ไหว — ต้องใช้ **matrix** จัดการทั้งหมดพร้อมกัน

8.1 Vectors (เวกเตอร์)

Vector = รายการตัวเลขเรียงกัน แสดงได้เป็นแถว [1, 2, 3] หรือคอลัมน์

```
Portfolio weights: w = [0.3, 0.5, 0.2] ← หุ้น 3 ตัว สัดส่วน 30%, 50%, 20%
Returns: r = [0.05, -0.02, 0.08] ← return ของแต่ละหุ้น

Portfolio Return = w · r = 0.3(0.05) + 0.5(-0.02) + 0.2(0.08) = 0.021 = 2.1%
```

Dot Product (ผลคูณจุด): $w \cdot r = \Sigma w_i r_i$ = weighted average — นี่คือ Portfolio Return!

> **เชื่อมกับ Options**
>
> Portfolio ของ Options ก็เป็น vector เช่นกัน: ถือ Call K=100 จำนวน 2 สัญญา, Put K=95 จำนวน -1 สัญญา (short)
>
> Position vector = [2, -1], Delta vector = [0.6, -0.4]
>
> Portfolio Delta = 2(0.6) + (-1)(-0.4) = **1.6**

8.2 Matrices (เมทริกซ์)

Matrix = ตารางตัวเลข m แถว × n คอลัมน์

```
Correlation Matrix ของหุ้น 3 ตัว:
A B C
A [ 1.0 0.7 0.2 ]
B [ 0.7 1.0 0.3 ]
C [ 0.2 0.3 1.0 ]

อ่านว่า: A กับ B มี correlation 0.7 (สูง), A กับ C มี 0.2 (ต่ำ)
```

การคูณ Matrix: A(m×n) × B(n×p) = C(m×p) — จำนวนคอลัมน์ของ A ต้อง = จำนวนแถวของ B

> **เชื่อมกับ Options**
>
> **Covariance Matrix (Σ)** เก็บ variance ทุกตัว + covariance ทุกคู่ไว้ในตารางเดียว
> ใช้คำนวณ Portfolio Risk ของหุ้น/Options กี่ตัวก็ได้พร้อมกัน

8.3 Portfolio Variance ในรูป Matrix

สูตรที่สำคัญที่สุดใน Portfolio Theory:

$$\sigma^2_{portfolio} = w^T \Sigma w$$

เมื่อ w = vector ของ weights, Σ = covariance matrix

ตัวอย่าง: หุ้น 2 ตัว, w = [0.6, 0.4]

```
Σ = [ 0.04 0.01 ]   (σ₁²=4%, Cov=1%, σ₂²=9%)
    [ 0.01 0.09 ]

σ²_p = [0.6, 0.4] × [ 0.04 0.01 ] × [0.6]
                    [ 0.01 0.09 ] [0.4]
= 0.6²(0.04) + 2(0.6)(0.4)(0.01) + 0.4²(0.09)
= 0.0144 + 0.0048 + 0.0144 = 0.0336
σ_p = √0.0336 = 18.3%
```

สังเกต: Diversification

σ_1 = 20%, σ_2 = 30% แต่ Portfolio σ = 18.3% — **ต่ำกว่าทั้งคู่!**

เพราะ Covariance ต่ำ (0.01) → การกระจายลดความเสี่ยงได้

8.4 Eigenvalues — ทิศทางหลักของข้อมูล

Eigenvalue/Eigenvector: ถ้า $Av = \lambda v$ แล้ว v = eigenvector, λ = eigenvalue

เชื่อมกับ Options — PCA

Principal Component Analysis (PCA) ใช้ eigenvalues ของ covariance matrix เพื่อ:

- ลดมิติ yield curve (3 PCs อธิบายได้ 99%: level, slope, curvature)
- ลดมิติ volatility surface → ใช้ factor น้อยตัวแทนทั้ง surface
- Eigenvalue ใหญ่ = ทิศทางที่สำคัญ, eigenvalue เล็ก = noise

8.5 Positive Definite Matrices

Matrix A เป็น **positive definite** ถ้า $x^T Ax > 0$ สำหรับทุก $x \neq 0$

เชื่อมกับ Options

Covariance Matrix ต้องเป็น positive semi-definite เสมอ

เพราะ $\sigma^2_p = w^T \Sigma w \geq 0$ (variance เป็นลบไม่ได้!)

ถ้าสร้าง correlation matrix แล้วไม่เป็น PSD → มีข้อผิดพลาดในข้อมูล

บทที่ 9: Regression & Curve Fitting

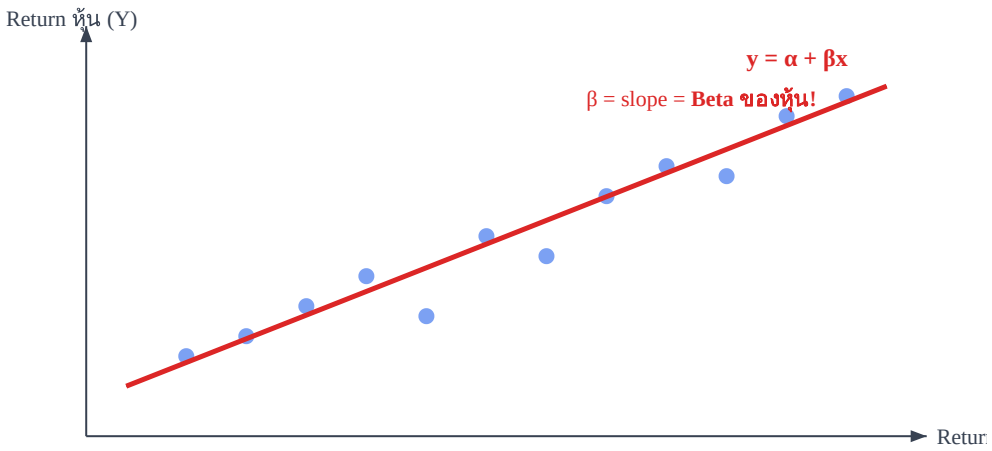
Regression = "หาเส้นที่ fit ข้อมูลดีที่สุด" — ใช้หา Beta ของหุ้น, Hedge Ratio, และ fit Volatility Surface

9.1 Simple Linear Regression

หาเส้นตรง **y = α + βx** ที่ "ใกล้" จุดข้อมูลมากที่สุด (OLS = Ordinary Least Squares)

```
β = Cov(X,Y) / Var(X)   ← slope
α = ȳ - β × x̄           ← intercept

"Least Squares" = minimize Σ(yᵢ - α - βxᵢ)²
```



เชื่อมกับ Options

β (Beta) ของหุ้น = slope ของ regression ระหว่าง return หุ้น vs return ตลาด

β = 1.5 → หุ้นผันผวนมากกว่าตลาด 1.5 เท่า

Hedge Ratio = β ของ regression ระหว่าง option price vs underlying price ≈ Delta

9.2 Multiple Regression

```
y = β₀ + β₁x₁ + β₂x₂ + ... + βₙxₙ + ε
```

ขยายจากตัวแปรเดียวเป็นหลายตัวแปร — ใช้ matrix form:

```
β = (XᵀX)⁻¹ Xᵀy    ← ใช้ Linear Algebra!
```

เชื่อมกับ Options

Factor Models: return ของหุ้น = β_1(market) + β_2(size) + β_3(value) + ...
ใช้ hedge ความเสี่ยงทีละ factor แทนที่จะ hedge ทีละหุ้น

9.3 R^2 และ Residuals

R^2 = สัดส่วนของ variance ที่ model อธิบายได้ (0 ถึง 1)

R^2	ความหมาย
0.95	Model อธิบายได้ 95% — ดีมาก
0.50	อธิบายได้ 50% — พอใช้
0.10	อธิบายได้ 10% — แย่ ปัจจัยอื่นสำคัญกว่า

9.4 Curve Fitting — Nonlinear

บางครั้งความสัมพันธ์ไม่เป็นเส้นตรง เช่น **Implied Volatility Surface**:

$$\sigma(K, T) = a_0 + a_1K + a_2K^2 + a_3T + a_4KT + ...$$

เชื่อมกับ Options

- Fit **Volatility Smile**: σ(K) = polynomial ใน K → ใช้ polynomial regression
- Fit **Term Structure**: $\sigma(T) = a + b \times e^{-cT}$ → ใช้ nonlinear regression
- **Overfitting**: ใช้ polynomial degree สูงเกินไป → fit ข้อมูลเก่าดี predict ข้อมูลใหม่แย่

ระวัง: Overfitting

Model ที่ซับซ้อนเกินไป "จำ" noise แทนที่จะ "เรียนรู้" pattern
กฎทั่วไป: ใช้ model ที่ **ง่ายที่สุด** ที่อธิบายข้อมูลได้ดีพอ (Occam's Razor)

สรุป Part IV

✓ Vectors → Portfolio weights, position vectors

✓ Matrices → Covariance matrix, correlation matrix

✓ **$\sigma^2_p = w^T \Sigma w$** → Portfolio Variance ใน matrix form

✓ Eigenvalues → PCA สำหรับ yield curve / vol surface

✓ **Regression → Beta, Hedge Ratio**

✓ Multiple Regression → Factor Models

✓ Curve Fitting → Volatility Surface

→ พร้อมจัดการ Portfolio หลายสินทรัพย์ได้แล้ว!

จบ Part IV

Part V: Optimization → LP, Nonlinear, ILP → หาคำตอบที่ดีที่สุด