一、 标定模块代码补充

1.1 直接线性方法

1) 求解得到两帧数据之间的位姿差

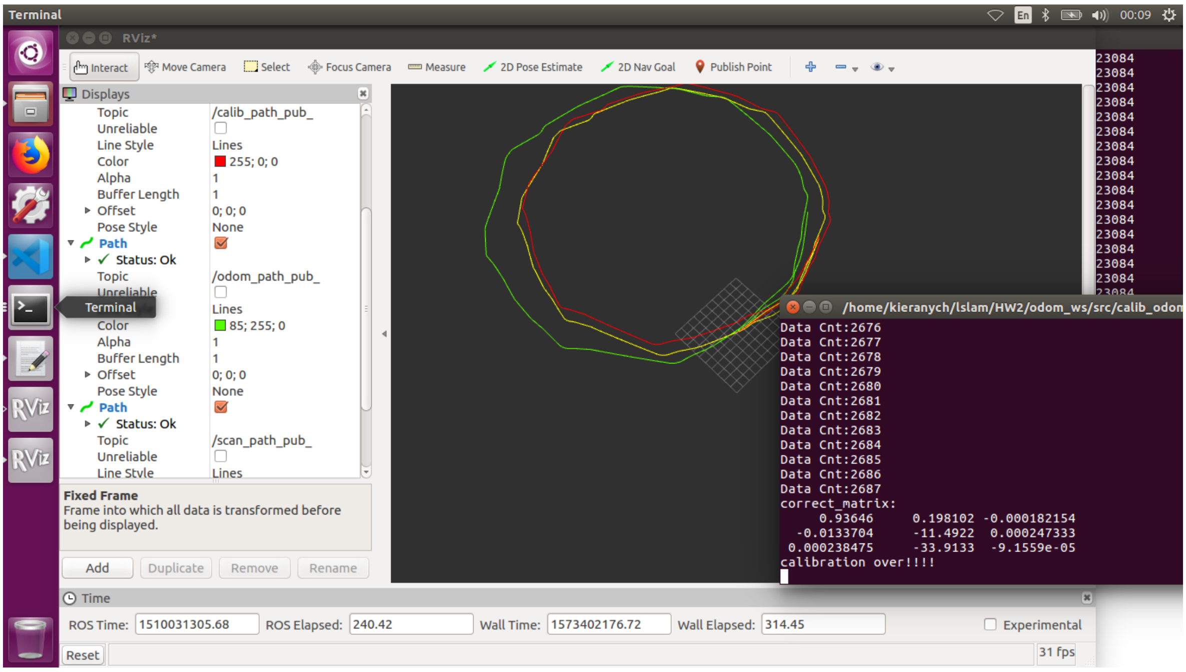
```
//TODO:
Eigen::Matrix3d T_last_now;
double c,s;
c = cos(now_pos(2));
s = sin(now_pos(2));
T_last_now << c, -s, 0,
              s,  c, 0,
              0,  0, 1;
d_pos = T_last_now.transpose() * (now_pos - last_pos);
//end of TODO:
```

2) 构建超定方程组

```
//TODO: 构建超定方程组
Eigen::Matrix<double,3,9> A_tmp;
Eigen::Matrix<double,3,1> b_tmp;
A_tmp.setZero();
b_tmp.setZero();

b_tmp = scan;

for(int i = 0; i < 3; i++){
    Eigen::Matrix<double,1,9> tmp;
    tmp.setZero();
    tmp.block<1,3>(0,i*3) = Odom.transpose();
    A_tmp.block<1,9>(i,0) = tmp;
}
A.block<3,9>(now_len*3,0) =  A_tmp;//J^T * J
b.block<3,1>(now_len*3,0) =  b_tmp;//J^T * B
//end of TODO
```

3) 求解线性最小二乘Ax=b

```
//TODO: 求解线性最小二乘
Eigen::Matrix<double,9,1> x;
Eigen::MatrixXd A_tmp;
Eigen::VectorXd b_tmp;
A_tmp = A.transpose() * A;
b_tmp = A.transpose() * b;
// 使用qr求解尝试效果
x = A_tmp.colPivHouseholderQr().solve(b_tmp);//Cholesky decomposition (A^TA)*x=A^Tb

correct_matrix << x(0),x(1),x(2),
                  x(3),x(4),x(5),
                  x(6),x(7),x(8);
//end of TODO
```



1.2 基于模型方法

1) 填充A, b矩阵

```
// 填充A, b矩阵
//TODO: (3~5 lines)
A(id_s,0) = w_Lt;
A(id_s,1) = w_Rt;
b(id_s,0) = s_th;
//end of TODO
```

2) J21J22求解

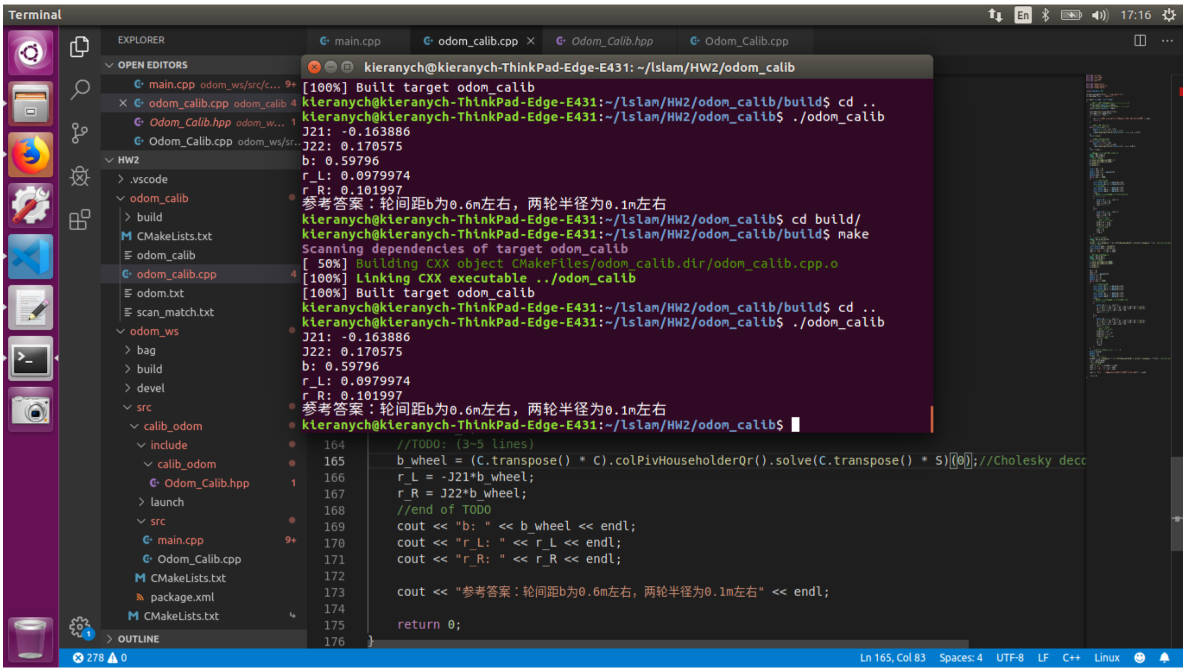
```
//TODO: (1~2 lines)
J21J22 = (A.transpose() * A).colPivHouseholderQr().solve(A.transpose() * b);//Cholesky decomposition
//end of TODO
```

3) 填充C, S矩阵

```
// 填充C, S矩阵
//TODO: (4~5 lines)
C(id_s*2) = cx;
C(id_s*2 + 1) = cy;
S(id_s*2) = s_x;
S(id_s*2 + 1) = s_y;
//end of TODO
```

4) b_wheel 求解

```
//TODO: (3~5 lines)
b_wheel = (C.transpose() * C).colPivHouseholderQr().solve(C.transpose() * S)(0);//Cholesky decomposition
r_L = -J21*b_wheel;
r_R = J22*b_wheel;
```



二、线性方程组Ax=b的求解方法

通过互联网总结学习线性方程组Ax=b的求解方法，回答以下问题：（2分）

（1）对于该类问题，你都知道哪几种求解方法？

（2）各方法的优缺点有哪些？分别在什么条件下较常被使用？

1) 对于该类问题，我找到有2种求解方法，分别如下：

- 直接法：若在计算过程中没有舍入误差，经过有限步算术运算，可求得方程的精确解的方法。
- 迭代法：用某种极限过程去逐步逼近线性方程组精确解的方法。

2) 其中，

对于直接法，通过$x = A^{-1}b$，获得方程解，但是对较大的的矩阵，一般这方法都不是好的选择。因为求A^{-1}的过程中，会做许多不必要的计算。而且当A近于奇异时，很难解出来。

而对于迭代法，适用于大而稀疏的矩阵，LU分解后可采用用Gaussian消去法，还有就是对正定的对称矩阵，也可以采用共轭梯度法，收敛速度非常快。

三、设计里程计与激光雷达外参标定方法

我们一般把传感器内自身要调节的参数称为内参，比如前面作业中里程计模型的两轮间距与两个轮子的半径。把传感器之间的信息称为外参，比如里程计与激光雷达之间的时间延迟，位姿变换等。请你选用直接线性方法或基于模型的方法，设计一套激光雷达与里程计外参的标定方法，并回答以下问题：

（1）你设计的方法是否存在某些假设？基于这些假设下的标定观测值和预测值分别是什么？

（2）如何构建你的最小二乘方程组求解该外参？

1) 手眼标定法

里程计与激光雷达，因为两者的测量之间没有直接的对应，所以需要使用手眼标定的方法对外参的初值进行求解。假设在 t_i时刻里程计的位置姿态为 T_i^o , 激光雷达里程计的位置为 T_i^l , 则经典的手眼标定问题为求解 T_l^o , 使得:

$$T_{i,i+1}^o T_l^o = T_l^o T_{i,i+1}^l$$

其中$T_{i,i+1}^o = T_{i+1}^o (T_i^o)^{-1}$，$T_{i,i+1}^l = T_{i+1}^l (T_i^l)^{-1}$ 是两个传感器的相对运动。

这里的标定观测值是 T_i^o和 T_i^l，预测值是T_l^o 。

2）外参求解

由于车辆在近似平面内运动，将问题简化为二维的手眼标定问题，则有以下式子成立:

$$(R_o - I)t = Rt_l - t_o,$$

其中 R_o 和 t_o 分别是组合惯导相对运动的旋转和平移部分, t_l是激光雷达相对运动的平移部分, R 和 t是外参的旋转和平移。令

$$R = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$$

则有,

$$Rt_l - (R_o - I)t = t_o$$

一次相对运动能构造两个约束，当有三个以上不同位置朝向的运动时，方程满秩，可线性求解。为了保证初值求解以及第二步优化过程中对外参构成足够的约束，算法要求机器人以8字形状的轨迹行驶。