Obligatorisk innlevering i Fysikk og kjemi DAPE2101

Innleveringsfrist:
Se Canvas for emnet DAPE2101

<u>Besvarelsen din kan du levere elektronisk på Canvas som følger:</u>

Bruk "Publish"-menyen i Matlab for å lage pdf-filer av kodene dine og de tilhørende numeriske, grafiske resultatene. Skriv så ut filene på papir, og legg papirene sammen med papirene fra den skriftlige delen av besvarelsen. Lag deretter en pdf-fil av **hele** besvarelsen, som også inkluderer kodene og resultatene laget i Matlab, ved å skanne papirene i en vanlig kopimaskin på OsloMet. Send filen til deg selv som en epost. Klikk på "Oppgaver" (eventuelt "Assignments") i emnefeltet på venstre side på Canvas-hjemmesiden for emnet DAPE2101 og last opp pdf-filen under "Obligatorisk innlevering - fysikk".

NB! Kun **pdf**-format av besvarelsen blir godtatt som elektronisk innlevering.

Minst 50% av oppgavene må være korrekt besvart for at innleveringen skal bli godkjent

Oppgave 1

En fotball sparkes på skrå oppover fra bakken slik at startfarten er 20.0 m/s i en retning som danner en vinkel $\theta = 37.0\,^\circ$ med horisontalretningen.

a) Regn ut ballens høyde over bakken når ballen er på sitt høyeste punkt i banen.

b) Finn ballens fart når ballen er på sitt høyeste punkt i banen.

c) Beregn farten til ballen rett før den treffer bakken.

d) Regn ut hvor lang tid det tar før ballen treffer bakken.

e) Regn ut hvor langt ballen har beveget seg i horisontalretningen i det den treffer bakken.

En kanonkule skytes ut med en utskytingsfart v_0 som danner vinkelen θ med det horisontale underlaget. La s betegne den horisontale avstanden mellom utskytningspunktet og nedslagspunktet for kula.

f) Vis at den horisontale avstanden s mellom utskytningspunktet og nedslagspunktet for kula er gitt ved

$$s = \frac{2v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g},$$

der g angir absoluttverdien av tyngdeakselerasjonen.

g) Anta at utskytingsfarten $v_0 = 1000$ m/s. Hva må vinkelen θ være for at kula skal treffe et mål i en avstand 65 km unna?

h) For en gitt utskytingsfart v_0, hvilken vinkel gir størst avstand s?

Oppgave 2

En mann med masse $m = 72.2$ kg står på en vekt plassert på bakken.

a) Hva blir kraften fra mannen på vekta?

Mannen stiller seg så på vekta inne i en heis.

b) Hva viser vekta når heisen beveger seg nedover med konstant fart?

c) Hva viser vekta når heisen beveger seg oppover med en akselerasjon lik $3.20\ \mathrm{m/s^2}$?

Oppgave 3

En kloss med masse $m = 2.0$ kg er festet til en fjær med fjærkonstant $k = 350$ N/m. Klossen trekkes ut til siden og slippes. Ved starttiden $t = 0$ er klossens forflytning fra likevektsposisjonen $x_0 = +0.070$ m og klossens fart er $v_0 = 0$.

a) Utled bevegelsesligningen for kloss-fjærsystemet og vis at den blir

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0\,.$$

b) Finn vinkelfrekvensen ω og perioden T for klossens svingebevegelse.

c) Finn et uttrykk for klossens posisjon x som funksjon av tiden t. Hva blir klossens posisjon x ved tiden $t = 0.3$ s?

d) Finn et uttrykk for klossens fart v som funksjon av tiden t.

e) Finn et uttrykk for fjæras potensielle energi E_p og et utrykk for klossens kinetiske energi E_k. Beregn den totale energien E for kloss-fjærsystemet.

f) Bruk de kjente startverdiene x_0 og v_0 ved tiden $t = 0$ sammen med Eulers midtpunktsmetode til å beregne en tilnærmet verdi for posisjonen x til klossen ved tiden $t = 0.05$ s. Bruk bare ett tidsintervall mellom start- og sluttpunktet, dvs., la lengden på tidssteget være $\Delta t = 0.05$ s. Tips: Bevegelsesligningen ovenfor er en ordinær differensialligning av 2. orden. Skriv den om til to 1. ordens koplete differensialligninger.

g) Løs bevegelsesligningen ovenfor ved hjelp av ode45-funksjonen i Matlab. La det totale tidsintervallet være $t = 0$ til $t = 2$ s. Plott de numeriske løsningene for x og v som funksjoner av tiden i to forskjellige graf-vinduer. Plott også E_p, E_k og E i ett og samme graf-vindu. Er energien bevart?

h) Plott den analytiske løsningen for x som du fant i oppgave c) i samme graf-vindu som den numeriske løsningen for x. Er det samsvar mellom løsningene?

I virkeligheten vil harmoniske svingninger alltid være dempet av friksjonskrefter. I tillegg til fjærkraften skal vi nå anta at det også virker en viskøs dempningskraft på klossen. Den viskøse dempningskraften er gitt ved

$$F_v = -bv\,,$$

hvor b er dempningskonstanten og v er farten til klossen.

i) Utled den nye bevegelsesligningen for kloss-fjærsystemet med dempning og vis at den blir

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} = 0\,.$$

j) La $b = 2.8$ kg/s. Løs bevegelsesligningen med dempning numerisk i Matlab på samme måte som i oppgave g). Hvilken effekt har dempningskraften på svingebevegelsen til klossen?

k) La nå $b = 110$ kg/s. Løs bevegelsesligningen på nytt og plott resultatet for posisjonen x til klossen som funksjon av tiden. Sammenlign resultatet med det du fikk i oppgave j). Forklar kort hvorfor resultatene blir så forskjellige. Avgjør til slutt om dempningskraften er en konservativ kraft eller ikke.

DAPE 2101 Fysikk og kjemi

Oblig 1

Oppgave 1

En fotball sparkes på skrå oppover fra bakken slik at startfarten er 20.0 m/s i en retning som danner en vinkel Θ= 37° grader med horisontalretningen.

a) Regn ut ballens høyde over bakken når ballen er på sitt høyeste punkt i banen.

For å finne høyden til ballen når den er på sitt høyeste punkt, trenger vi å se på vertikal bevegelse. Vi kan bruke følgende kinematiske ligning:
h = v0y * t - 0.5 * g * t^2
hvor h er høyden, v0y er startfarten i y-retningen (vertikalretningen), t er tiden når ballen er på sitt høyeste punkt, og g er tyngdeakselerasjonen (ca. 9.81 m/s^2).

Først må vi finne den vertikale komponenten av startfarten (v0y) ved å bruke sinusfunksjonen:
v0y = vi * sin(Θ)
v0y = 20.0 m/s * sin(37°)
v0y ≈ 12.00 m/s

Når ballen er på sitt høyeste punkt, er den vertikale hastigheten 0. Vi kan bruke følgende ligning for å finne tiden det tar å nå dette punktet:
v0y = v0y - g * t
0 = 12.00 m/s - 9.81 m/s^2 * t
t ≈ 12.00 m/s / 9.81 m/s^2 t ≈ 1.223 s

Nå som vi har tiden, kan vi finne høyden:
h = 12.00 m/s * 1.223 s - 0.5 * 9.81 m/s^2 * (1.223 s)^2
h ≈ 7.32 m

Så, ballens høyde over bakken når den er på sitt høyeste punkt i banen er omtrent 7.32 meter.

b) Finn ballens fart når ballen er på sitt høyeste punkt i banen.

Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

c) Beregn farten til ballen rett før den treffer bakken.

Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

d) Regn ut hvor lang tid det tar før ballen treffer bakken.

Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

e) Regn ut hvor langt ballen har beveget seg i horisontalretningen i det den treffer bakken.

Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

En kanonkule skytes ut med en utskytingsfart v0 som danner vinkelen Θ med det horisontale underlaget. La s betegne den horisontale avstanden mellom utskytningspunktet og nedslagspunktet for kula.

f) Vis at den horisontale avstanden s mellom utskytningspunktet og nedslagspunktet for kula er gitt ved s = (2 * (v0^2) * sin(T) * cos(T)) / g = ((v0^2) * sin(2T)) / g, der g angir absoluttverdien av tyngdeakselerasjonen

Svar:
For å vise at den horisontale avstanden s mellom utskytningspunktet og nedslagspunktet for kanonkulen er gitt ved s = (2 * (v0^2) * sin(T) * cos(T)) / g = ((v0^2) * sin(2T)) / g, der g angir absoluttverdien av tyngdeakselerasjonen, må vi først se på bevegelsen til kanonkulen.

Kanonkulens bevegelse kan dekomponeres i to uavhengige retninger: horisontal og vertikal.

Horisontal bevegelse:
Utskytingshastighet i x-retning: v0x = v0 * cos(T)
Akselerasjon i x-retning: ax = 0 (ingen kraft virker horisontalt)

Vertikal bevegelse:
Utskytingshastighet i y-retning: v0y = v0 * sin(T)
Akselerasjon i y-retning: ay = -g (tyngdekraften virker nedover)

For at kanonkulen skal treffe bakken, må den vertikale posisjonen (y) bli 0. Vi finner tiden (t) det tar for dette å skje ved å bruke bevegelsesligningen:
y = v0y * t + 0.5 * ay * t^2
0 = v0 * sin(T) * t - 0.5 * g * t^2

Løser denne ligningen for t:
t = (2 * v0 * sin(T)) / g (1)

Så finner vi den horisontale avstanden (s) kanonkulen tilbakelegger i løpet av tiden t. Vi bruker den horisontale bevegelsesligningen:
s = v0x * t
s = v0 * cos(T) * t

Erstatter t fra ligning (1):
s = v0 * cos(T) * (2 * v0 * sin(T)) / g

Forenkler uttrykket:
s = (2 * (v0^2) * sin(T) * cos(T)) / g

Videre bruker vi den trigonometriske identiteten sin(2T) = 2 * sin(T) * cos(T) for å forenkle uttrykket ytterligere:
s = ((v0^2) * sin(2T)) / g

Dermed har vi vist at den horisontale avstanden s mellom utskytningspunktet og nedslagspunktet for kanonkulen er gitt ved s = (2 * (v0^2) * sin(T) * cos(T)) / g = ((v0^2) * sin(2T)) / g, der g angir absoluttverdien av tyngdeakselerasjonen.

g) Anta at utskytingsfarten v0 = 1000 m/s. Hva må vinkelen Θ være for at kula skal treffe et mål i en avstand 65 km unna?

Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

h) For en gitt utskytingsfart v0, hvilken vinkel gir størst avstand s?

For å finne den vinkelen som gir størst horisontal avstand (s) for en gitt utskytingsfart (v0), kan vi se på formelen for s:
s = ((v0^2) * sin(2T)) / g

Vi ønsker å maksimere s med hensyn til vinkelen T. Dette oppnår vi ved å finne det punktet der den deriverte av s med hensyn til T er lik null.

Først erstatter vi sin(2T) med 2sin(T)cos(T):
s = (2 * (v0^2) * sin(T) * cos(T)) / g

Vi regner videre ut den deriverte av s med hensyn til T:
ds/dT = d/dT (2 * (v0^2) * sin(T) * cos(T)) / g

Ved å bruke produktregelen får vi:
ds/dT = (2 * (v0^2) / g) * (cos^2(T) - sin^2(T))

For å finne de kritiske punktene (maksimum, minimum eller nullpunkt), setter vi ds/dT til 0 og løser for T:
0 = cos^2(T) - sin^2(T)

Dette er en trigonometrisk identitet, og vi kan bruke Pythagoras' identitet (sin^2(T) + cos^2(T) = 1) for å forenkle uttrykket:
cos^2(T) = sin^2(T)

Vi vet at sin(2T) = 2sin(T)cos(T), så vi kan sette inn for cos^2(T):
sin(2T) = 1

For at dette skal være sant, må vinkelen 2T være lik 90 grader (π/2 radianer). Derfor er vinkelen T:
T = (1/2) * 90° = 45° (eller T = π/4 radianer)

Så den vinkelen som gir størst horisontal avstand (s) for en gitt utskytingsfart (v0) er 45° (eller π/4 radianer).

Oppgave 2

En mann med masse m = 72,2 kg står på en vekt plassert på bakken.
a) Hva blir kraften fra mannen på vekta?
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

Mannen stiller seg så på vekta inne i en heis.
b) Hva viser vekta når heisen beveger seg nedover med konstant fart?
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

c) Hva viser vekta når heisen beveger seg oppover med en akselerasjon lik
3.20 m=s2?
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

Oppgave 3

En kloss med masse m = 2.0 kg er festet til en fjær med fjærkonstant k =350 N/m. Klossen trekkes ut til siden og slippes. Ved starttiden t = 0 er klossens forflytning fra likevektsposisjonen x0 = +0.070 m og klossens fart er v0 = 0.

a) Utled bevegelsesligningen for kloss-fjærsystemet og vis at den blir ((d^2)x)/(d(t^2))+(k/m)*x=0

Bevegelsesligningen for et kloss-fjærsystem kan utledes ved bruk av Newtons andre lov, som sier at summen av kreftene på en gjenstand er lik produktet av gjenstandens masse og dens akselerasjon.

I et kloss-fjærsystem kan vi anta at fjæren har en fjærkonstant k, og at klossen har en masse m. Når klossen forskyves fra likevektsposisjonen sin med en avstand x, vil fjæren påvirke klossen med en kraft som er proporsjonal med forskyvningen. Denne kraften kan skrives som F = -kx, hvor minus-tegnet indikerer at kraften er rettet mot likevektsposisjonen.

Dermed blir Newtons andre lov for kloss-fjærsystemet: F = ma -kx = m(d^2x)/(d(t^2))

Vi kan nå isolere akselerasjonen (d^2x)/(d(t^2)) på den ene siden ved å dele begge sider med massen m og bytte fortegn på kx: (d^2x)/(d(t^2)) = -k/m*x

Således er bevegelsesligningen for et kloss-fjærsystem gitt ved: (d^2x)/(d(t^2)) + k/m * x = 0

Dette er en differensialligning av andre orden, hvor den generelle løsningen vil avhenge av de gitte begynnelsesbetingelsene for systemet.

b) Finn vinkelfrekvensen W og perioden T for klossens svingebevegelse.
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

c) Finn et uttrykk for klossens posisjon x som funksjon av tiden t. Hva blir klossens posisjon x ved tiden t = 0.3 s?
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

d) Finn et uttrykk for klossens fart v som funksjon av tiden t.
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

e) Finn et uttrykk for fjæras potensielle energi Ep og et utrykk for klossens kinetiske energi Ek. Beregn den totale energien E for kloss-fjærsystemet.
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift.

f) Bruk de kjente startverdiene x0 og v0 ved tiden t = 0 sammen med Eulers midtpunktsmetode til å beregne en tilnærmet verdi for posisjonen x til klossen ved tiden t = 0.05 s. Bruk bare ett tidsintervall mellom start og sluttpunktet, dvs., la lengden på tidssteget være delta-t = 0.05 s. Tips: Bevegelsesligningen ovenfor er en ordinær differensialligning av 2. orden. Skriv den om til to 1. ordens koplete differensialligninger.

Svar:

For å bruke Eulers midtpunktsmetode til å beregne en tilnærmet verdi for posisjonen x til klossen ved tiden t = 0.05 s, kan vi følge disse trinnene:

1. Vi skriver bevegelsesligningen om til to 1. ordens differensialligninger ved å introdusere en ny variabel y = dx/dt. Vi får da:
   dx/dt = y dy/dt = -k/m * x

2. Bruker de kjente startverdiene x0 og v0 ved tiden t = 0 til å initialisere verdier for x og y ved t= 0:
   x(1) = x0 y(1) = v0

3. Bruker Eulers midtpunktsmetode til å beregne nye verdier for x og y ved tiden t = dt:
   y_halv = y(1) - 0.5*k/m * x(1)dt*

x(2) = x(1) + y_halvdt
*y(2) = y_halv - 0.5*k/m * x(2)*dt

4. Beregner posisjonen x til klossen ved tiden t = 0.05 s ved å hente ut det andre elementet i vektoren x:
   x_approx = x(2)

g) Løs bevegelsesligningen ovenfor ved hjelp av ode45-funksjonen i Matlab. La det totale tidsintervallet være t = 0 til t = 2 s. Plott de numeriske løsningene for x og v som funksjoner av tiden i to forskjellige graf-vinduer. Plott også Ep, Ek og E i ett og samme graf-vindu. Er energien bevart?
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift. Ja, energien er bevart.

h) Plott den analytiske løsningen for x som du fant i oppgave c) i samme graf-vindu som den numeriske løsningen for x. Er det samsvar mellom løsningene?
Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift. Ja, det ser ut til å være god overensstemmelse mellom grafen for den analytiske løsningen og grafen for den numeriske løsningen. Begge grafene viser en harmonisk bevegelse med samme frekvens og periode, og begge er i god overensstemmelse med den forventede oppførselen til et kloss-fjærsystem. Det kan imidlertid være små forskjeller mellom de to grafene på grunn av numeriske feil og begrensninger i tidsstegene som brukes i de to tilnærmingene.

i) Utled den nye bevegelsesligningen for kloss-fjærsystemet med dempning og vis at den blir ((d^2)x)/(d(t^2))+(k/m)*x+(bdx)/(mdt)=0.

Svar: Vi starter med Newtons 2. lov: F = ma, der F er kraften som virker på klossen, m er massen og a er akselerasjonen. Kraften som virker på klossen i kloss-fjærsystemet med viskøs dempning er summen av fjærkraften og dempningskraften: F = -kx - bv

Her er x forskyvningen fra likevektsposisjonen, k er fjærkonstanten, b er dempningskonstanten og v er farten til klossen.

Vi uttrykker akselerasjonen som: a = d^2x/dt^2

Vi setter så inn uttrykkene for kraft og akselerasjon i Newtons 2. lov: -kx - bv = m(d^2x/dt^2)

Vi isolerer så den andrederiverte av x og skriver om likningen: (d^2x/dt^2) = (-k/m)x - (b/m)(dx/dt)

Skriver om likningen på den ønskede formen ved å multiplisere med m og omorganisere: (d^2x/dt^2) + (b/m)(dx/dt) + (k/m)x = 0

Dermed har vi utledet den nye bevegelseslikningen for kloss-fjærsystemet med dempning: ((d^2x)/(d(t^2))) + (k/m)*x + (bdx)/(mdt) = 0.

j) La b = 2.8 kg/s. Løs bevegelsesligningen med dempning numerisk i Matlab på samme måte som i oppgave g). Hvilken effekt har dempningskraften på svingebevegelsen til klossen?

Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift. Vi ser fra plottet at dempingskraften fører til at bevegelsen til klossen dør ut over tid. Ettersom kraften er proporsjonal med hastigheten, vil klossen oppleve større demping når den beveger seg raskere, og mindre demping når den beveger seg sakte. Dette fører til at svingningene til klossen blir gradvis mindre og mindre over tid.

k) La nå b = 110 kg=s. Løs bevegelsesligningen på nytt og plott resultatet for posisjonen x til klossen som funksjon av tiden. Sammenlign resultatet med det du fikk i oppgave j). Forklar kort hvorfor resultatene blir så forskjellige. Avgjør til slutt om dempningskraften er en konservativ kraft eller ikke.

Svar: Se løsning i kode og utklipp fra utskrift. Når vi bruker en mye større verdi av dempningskonstanten b (110 kg/s), vil dempningskraften dominere over fjærkraften og gjøre svingningene mye mindre utslått. Dette kan også sees i plottet der klossens bevegelse dempes raskere og nærmer seg likevektsposisjonen mye raskere enn i oppgave j) hvor dempningskonstanten var mindre. Dette indikerer at dempningskraften ikke er en konservativ kraft, siden energien i systemet reduseres over tid på grunn av friksjonen som demper bevegelsen.

Oppgave 1

Contents

- Parametre
- (1.a) Beregn høyden til ballen når den er på sitt høyeste punkt
- (1.b) Farten til ballen når den er på sitt høyeste punkt
- (1.c) Beregn farten til ballen rett før den treffer bakken
- (1.d) Beregn tiden det tar for ballen å treffe bakken
- (1.e) Beregn horisontal avstand når ballen treffer bakken
- (1.g) Beregn vinkelen T
- Skriv ut resultatet

Parametre

```
v0 = 20.0; % Startfart i m/s
theta_deg = 37; % Vinkel i grader
g = 9.81; % Tyngdeakselerasjon i m/s^2
v0g = 1000; % Utskytingsfart (m/s)
s = 65000; % Målavstand (m)
```

(1.a) Beregn høyden til ballen når den er på sitt høyeste punkt

```
% Konverter vinkel til radianer
theta_rad = deg2rad(theta_deg);

% Beregn den vertikale komponenten av startfarten
v0y = v0 * sin(theta_rad);

% Beregn den horisontale komponenten av startfarten
v0x = v0 * cos(theta_rad);

% Tiden det tar når ballen er på sitt høyeste punkt
t = v0y / g;

% Høyden til ballen når den er på sitt høyeste
h = v0y * t - 0.5 * g * t^2;
```

(1.b) Farten til ballen når den er på sitt høyeste punkt

Vertikal hastighet er 0, så vi bruker bare den horisontale hastigheten

```
vtop = v0x;
```

(1.c) Beregn farten til ballen rett før den treffer bakken

```
v_impact = sqrt(v0x^2 + v0y^2);
```

(1.d) Beregn tiden det tar for ballen å treffe bakken

```
a = -0.5 * g;
b = v0y;
c = 0;

t1 = (-b + sqrt(b^2 - 4 * a * c)) / (2 * a);
t2 = (-b - sqrt(b^2 - 4 * a * c)) / (2 * a);

% Velg den positive roten som tiden det tar for ballen å treffe bakken
t_impact = max(t1, t2);
```

(1.e) Beregn horisontal avstand når ballen treffer bakken

```
x = v0x * t_impact;
```

(1.g) Beregn vinkelen T

```
T = find_angle(v0g, s);
```

Skriv ut resultatet

```
fprintf('(1.a) Høyden til ballen når den er på sitt høyeste punkt er %.2f m. Se vedlagt kode og dokument for utregning.\n', h);
fprintf('(1.b) Farten til ballen når den er på sitt høyeste punkt er %.2f m/s. Se vedlagt kode for utregning.\n', vtop);
fprintf('(1.c) Farten til ballen rett før den treffer bakken er %.2f m/s. Se vedlagt kode for utregning.\n', v_impact);
fprintf('(1.d) Tiden det tar før ballen treffer bakken er %.2f s. Se vedlagt kode for utregning.\n', t_impact);
fprintf('(1.e) Avstanden ballen har tilbakelagt i det den treffer bakken er %.2f m. Se vedlagt kode for utregning.\n', x);
fprintf('(1.f) Se vedlagt dokument for utregning.\n');
fprintf('(1.g) For å treffe et mål %.0f m unna med en utskytingsfart på %.2f m/s, må vinkelen T være %.2f°.\n', s, v0, T);
fprintf('(1.h) Den vinkelen som gir størst horisontal avstand (s) for en gitt utskytingsfart (v0) er 45° (eller π/4 radianer. Se vedlagt dokument for utregning
```

```
% Funksjon for å beregne vinkelen T gitt utskytingsfart (v0) og målavstand (s)
function T = find_angle(v0, s)
    g = 9.81; % Tyngdeakselerasjon (m/s^2)
    T_rad = 0.5 * asin((s * g) / (v0^2)); % Beregn vinkelen T i radianer
    T = T_rad * (180 / pi); % Konverter vinkelen T til grader
end
```

```
(1.a) Høyden til ballen når den er på sitt høyeste punkt er 7.38 m. Se vedlagt kode og dokument for utregning.
(1.b) Farten til ballen når den er på sitt høyeste punkt er 15.97 m/s. Se vedlagt kode for utregning.
(1.c) Farten til ballen rett før den treffer bakken er 20.00 m/s. Se vedlagt kode for utregning.
(1.d) Tiden det tar før ballen treffer bakken er 2.45 s. Se vedlagt kode for utregning.
(1.e) Avstanden ballen har tilbakelagt i det den treffer bakken er 39.20 m. Se vedlagt kode for utregning.
(1.f) Se vedlagt dokument for utregning.
(1.g) For å treffe et mål 65000 m unna med en utskytingsfart på 20.00 m/s, må vinkelen T være 19.81°.
(1.h) Den vinkelen som gir størst horisontal avstand (s) for en gitt utskytingsfart (v0) er 45° (eller π/4 radianer. Se vedlagt dokument for utregning.
```

Oppgave 2

Contents

- Parametre
- (2.a) Beregn kraften fra mannen på vekta
- (2.c) Beregn vekten i kg når heisen akselererer oppover
- Skriv ut resultatet
- Funksjon for å beregne kraften fra en person på vekta
- Funksjon for å beregne normalkraften på vekta i en akselererende heis

Parametre

```
m = 72.2; % Massen til mannen (kg)
g = 9.81; % Tyngdeakselerasjon (m/s^2)
a = 3.20; % Akselerasjonen til heisen (m/s^2)
```

(2.a) Beregn kraften fra mannen på vekta

```
Fg = weight_force(m, g);

% Beregn normalkraften på vekta
Fn = normal_force(m, g, a);
```

(2.c) Beregn vekten i kg når heisen akselererer oppover

```
Fn_vekt = Fn / g;
```

Skriv ut resultatet

```
fprintf('(2.a) Kraften fra mannen på vekta er %.2f N.\n', Fg);
fprintf('(2.b) Når heisen beveger seg nedover med konstant fart, vil vekta fortsatt vise %.2f N.\n', Fg);
fprintf('(2.c) Normalkraften blir nå %.2f N og vekta vil vise %.2f kg når heisen akselererer oppover med %.2f m/s^2.\n', Fn, Fn_vekt, a);
```

```
(2.a) Kraften fra mannen på vekta er 708.28 N.
(2.b) Når heisen beveger seg nedover med konstant fart, vil vekta fortsatt vise 708.28 N.
(2.c) Normalkraften blir nå 939.32 N og vekta vil vise 95.75 kg når heisen akselererer oppover med 3.20 m/s^2.
```

Funksjon for å beregne kraften fra en person på vekta

```
function Fg = weight_force(m, g)
    Fg = m * g; % Beregn tyngdekraften
end
```

Funksjon for å beregne normalkraften på vekta i en akselererende heis

```
function Fn = normal_force(m, g, a)
    Fg = m * g; % Beregn tyngdekraften
    F = m * a; % Beregn den ekstra kraften på grunn av akselerasjonen
    Fn = Fg + F; % Beregn den totale normalkraften
end
```

Published with MATLAB® R2023a

Contents

- Parametre
- (3.b) Beregning av vinkelfrekvens og periode
- (3.c og d) Analytisk beregning av klossens posisjon og fart som funksjon av tid
- (3.e) Beregning av fjæras potensielle, kinetiske og totale energi
- (3.f) Beregning av tilnærmet verdi for posisjonen og fart ved bruk av Eulers midtpunktsmetode
- (3.g) Løsning av bevegelseslikningen ved hjelp av ode45-funksjonen
- (3.j) Løsning av bevegelseslikningen med demping b=2.8kg ved hjelp av ode45-funksjonen
- (3.k) Løsning av bevegelseslikningen med demping b=110kg ved hjelp av ode45-funksjonen
- Utskrift av resultater
- Analytisk plot av klossens posisjon som funksjon av tiden
- Analytisk plot av klossens fart som funksjon av tiden
- Numerisk plot av klossens posisjon som funksjon av tiden
- Numerisk plot av klossens fart som funksjon av tiden
- Numerisk plot av klossens posisjon med demping b=2.8kg/s som funksjon av tiden
- Numerisk plot av klossens fart med demping b=2.8kg/s som funksjon av tiden
- Numerisk plot av klossens posisjon med demping b=110kg/s som funksjon av tiden
- Numerisk plot av klossens fart med demping b=110kg/s som funksjon av tiden
- Sammenligning numerisk klossens posisjon med demping b=2.8kg/s og b=110kg/s som funksjoner av tiden
- Sammenligning klossens posisjon som funksjon av tiden for den analytiske og numeriske løsningen
- Plot av potensiell energi, kinetisk energi og total energi

Parametre

```
m = 2.0; % Masse i kg
k = 350; % Fjærkonstant i N/m
b = 2.8; % Dempingskonstant i kg/s
b2 = 110; % Dempingskonstant i kg/s
x0 = 0.070; % Forskyvning fra likevektsposisjonen i meter
v0 = 0; % Startfart i m/s

t_start = 0; % Starttid i sekunder
t_end = 5; % Slutttid i sekunder
t_end_a = 0.3; %
t_step = 0.001; % Tidssteg i sekunder
dt = 0.05; % Tidssteg i sekunder for Euler's midtpunktsmetode

% Tidsvektor for analytisk løsning
t_analytisk = t_start:t_step:t_end;

% Tidsvektor for numerisk løsning
t_numerisk = [t_start t_end];
```

(3.b) Beregning av vinkelfrekvens og periode

```
w = sqrt(k/m); % Vinkelfrekvens
T = 2*pi/w; % Periode
```

(3.c og d) Analytisk beregning av klossens posisjon og fart som funksjon av tid

```
x_analytisk = x0*cos(w*t_analytisk); % Posisjon som funksjon av tid
v_analytisk = -x0*w*sin(w*t_analytisk); % Fart som funksjon av tid
```

(3.e) Beregning av fjæras potensielle, kinetiske og totale energi

```
Ep = 0.5*k*x_analytisk.^2; % Fjæras potensielle energi som funksjon av tid
Ek = 0.5*m*v_analytisk.^2; % Klossens kinetiske energi som funksjon av tid
E = Ep + Ek; % Total energi som funksjon av tid

% Beregning av total energi
E_total = E(1); % Total energi er konstant, bruk første verdi
```

(3.f) Beregning av tilnærmet verdi for posisjonen og fart ved bruk av Eulers midtpunktsmetode

Initialisering av x og y ved t = 0

```
x_numerisk(1) = x0;
v_numerisk(1) = v0;

% Beregning av x og v ved t = dt ved hjelp av Eulers midtpunktsmetode
v_half = v_numerisk(1) - 0.5*k/m * x_numerisk(1)*dt;
x_numerisk(2) = x_numerisk(1) + v_half*dt;
v_numerisk(2) = v_half - 0.5*k/m * x_numerisk(2)*dt;

% Beregning av tilnærmet verdi for posisjonen x og fart v ved t = 0.05 s
```

```
x_numerisk_approx = x_numerisk(2);
v_numerisk_approx = v_numerisk(2);
```

(3.g) Løsning av bevegelseslikningen ved hjelp av ode45-funksjonen

Bevegelsesligningen

```
dxdt = @(t, x) [x(2); -k/m*x(1)];

% Totalt tidsintervall
t_span = [t_start, t_end];

% Startverdier for x og v
x0v0 = [x0; v0];

% Løsning av bevegelsesligningen ved hjelp av ode45-funksjonen
[t_numerisk_ode, x_numerisk_ode] = ode45(dxdt, t_span, x0v0);

% Beregning av klossens posisjon og fart som funksjon av tid
x_numerisk_ode = x_numerisk_ode(:, 1);

% Beregning av klossens fart som funksjon av tid ved numerisk løsning
v_numerisk_ode = diff(x_numerisk_ode)./diff(t_numerisk_ode);
v_numerisk_ode = [v_numerisk_ode(1); v_numerisk_ode];
```

(3.j) Løsning av bevegelseslikningen med demping b=2.8kg ved hjelp av ode45-funksjonen

Bevegelsesligningen

```
dxdt2 = @(t, x) [x(2); -k/m*x(1) - b/m*x(2)];

% Løsning av bevegelsesligningen ved hjelp av ode45-funksjonen
[t_numerisk_ode2, x_numerisk_ode2] = ode45(dxdt2, t_span, x0v0);

% Beregning av klossens posisjon og fart som funksjon av tid
x_numerisk_ode2 = x_numerisk_ode2(:, 1);

% Beregning av klossens fart som funksjon av tid ved numerisk løsning
v_numerisk_ode2 = diff(x_numerisk_ode2)./diff(t_numerisk_ode2);
v_numerisk_ode2 = [v_numerisk_ode2(1); v_numerisk_ode2];
```

(3.k) Løsning av bevegelseslikningen med demping b=110kg ved hjelp av ode45-funksjonen

Bevegelsesligningen

```
dxdt3 = @(t, x) [x(2); -k/m*x(1) - b2/m*x(2)];

% Løsning av bevegelsesligningen ved hjelp av ode45-funksjonen
[t_numerisk_ode3, x_numerisk_ode3] = ode45(dxdt3, t_span, x0v0);

% Beregning av klossens posisjon og fart som funksjon av tid
x_numerisk_ode3 = x_numerisk_ode3(:, 1);

% Beregning av klossens fart som funksjon av tid ved numerisk løsning
v_numerisk_ode3 = diff(x_numerisk_ode3)./diff(t_numerisk_ode3);
v_numerisk_ode3 = [v_numerisk_ode3(1); v_numerisk_ode3];
```

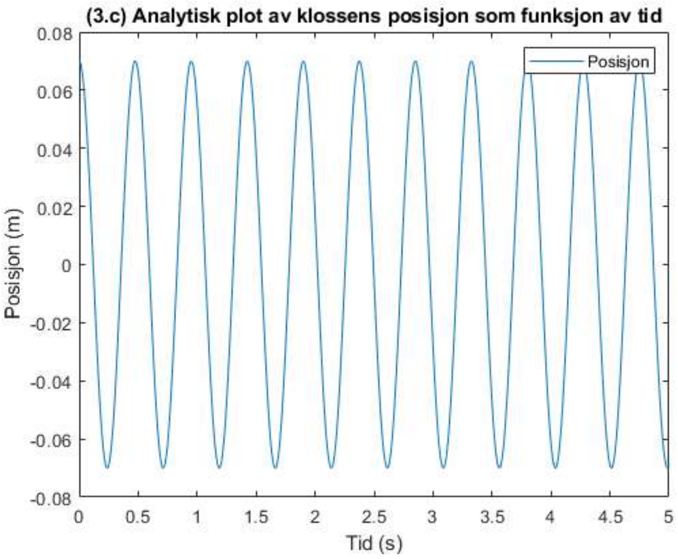
Utskrift av resultater

```
fprintf('(3.a) Se vedlagt dokument for utregning.\n');
fprintf('(3.b) Vinkelfrekvens: %.2f rad/s og Periode: %.2f s. Se vedlagt kode for utregning.\n', w, T);
fprintf('(3.c) Analytisk løsning. Klossens posisjon ved tiden t = 0.3 er s: %.3f m. Se vedlagt kode for utregning.\n', x_analytisk(t_analytisk==0.3));
fprintf('(3.d) Klossens fart ved tiden t = 0.3 er v: %.3f m/s. Se vedlagt kode for utregning.\n', v_analytisk(t_analytisk==0.3));
fprintf('(3.e) Total energi E: %.2f J. Se vedlagt kode for utregning.\n', E_total);
fprintf('(3.f) Numerisk løsning. Tilnærmet verdi for posisjonen x ved t = 0.05 s: %.3f m. Se vedlagt kode og dokument for utregning.\n', x_numerisk_approx);
fprintf('(3.g) Numerisk løsning. Se graf-vinduer. Energien er bevart for dette systemet. Se vedlagt kode og dokument for utregning.\n');
fprintf('(3.h) Se graf-vinduer. Ja, det er samsvar mellom den analytiske og numeriske løsningen for x. Se vedlagt kode og dokument for utregning.\n');
fprintf('(3.i) Se vedlagt dokument for utregning.\n');
fprintf('(3.j) Se vedlagte graf-vinduer, kode og dokument.\n');
fprintf('(3.k) Se vedlagte graf-vinduer, kode og dokument.\n');
```

```
(3.a) Se vedlagt dokument for utregning.
(3.b) Vinkelfrekvens: 13.23 rad/s og Periode: 0.47 s. Se vedlagt kode for utregning.
(3.c) Analytisk løsning. Klossens posisjon ved tiden t = 0.3 er s: -0.047 m. Se vedlagt kode for utregning.
(3.d) Klossens fart ved tiden t = 0.3 er v: 0.681 m/s. Se vedlagt kode for utregning.
(3.e) Total energi E: 0.86 J. Se vedlagt kode for utregning.
(3.f) Numerisk løsning. Tilnærmet verdi for posisjonen x ved t = 0.05 s: 0.055 m. Se vedlagt kode og dokument for utregning.
(3.g) Numerisk løsning. Se graf-vinduer. Energien er bevart for dette systemet. Se vedlagt kode og dokument for utregning.
(3.h) Se graf-vinduer. Ja, det er samsvar mellom den analytiske og numeriske løsningen for x. Se vedlagt kode og dokument for utregning.
(3.i) Se vedlagt dokument for utregning.
(3.j) Se vedlagte graf-vinduer, kode og dokument.
(3.k) Se vedlagte graf-vinduer, kode og dokument.
```

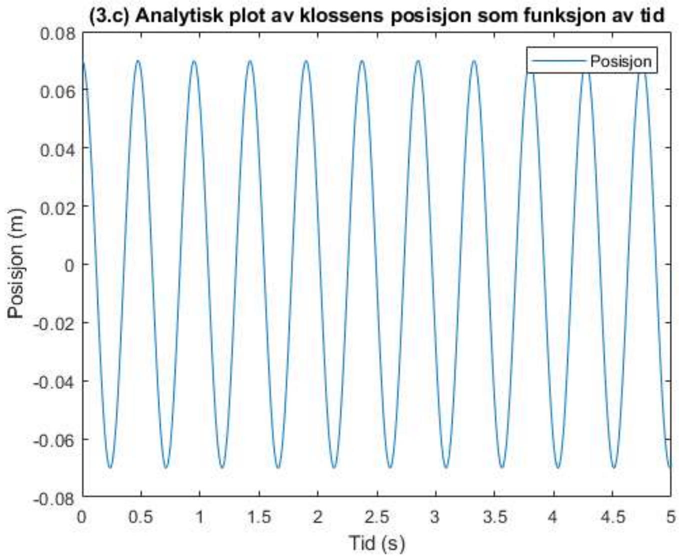
Analytisk plot av klossens posisjon som funksjon av tiden

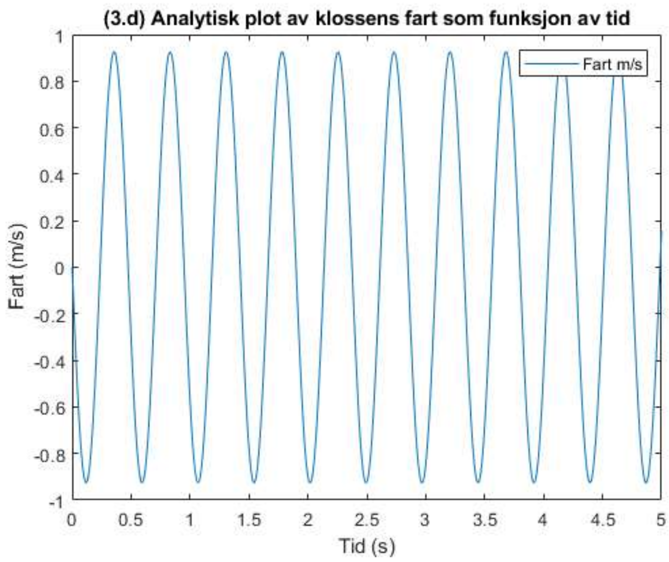
```
figure;
%subplot(11,1,1);
plot(t_analytisk, x_analytisk);
legend('Posisjon');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Posisjon (m)');
title('(3.c) Analytisk plot av klossens posisjon som funksjon av tid');
```



Analytisk plot av klossens fart som funksjon av tiden

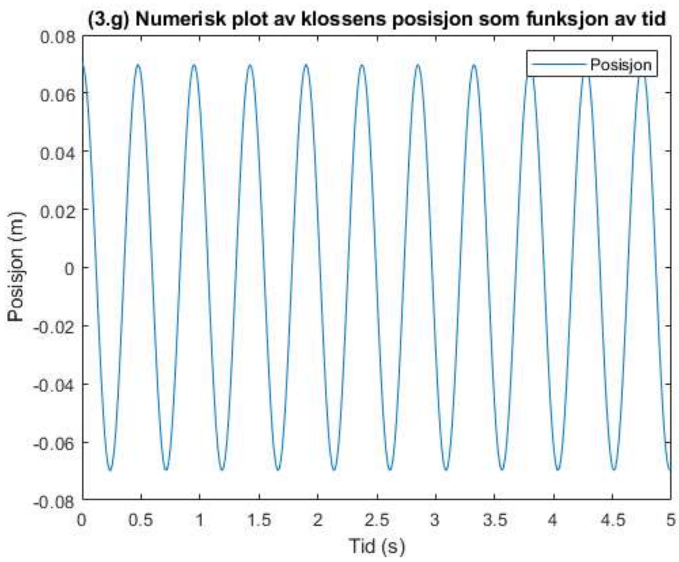
```
figure;
%subplot(11,1,2);
plot(t_analytisk, v_analytisk);
legend('Fart m/s');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Fart (m/s)');
title('(3.d) Analytisk plot av klossens fart som funksjon av tid');
```





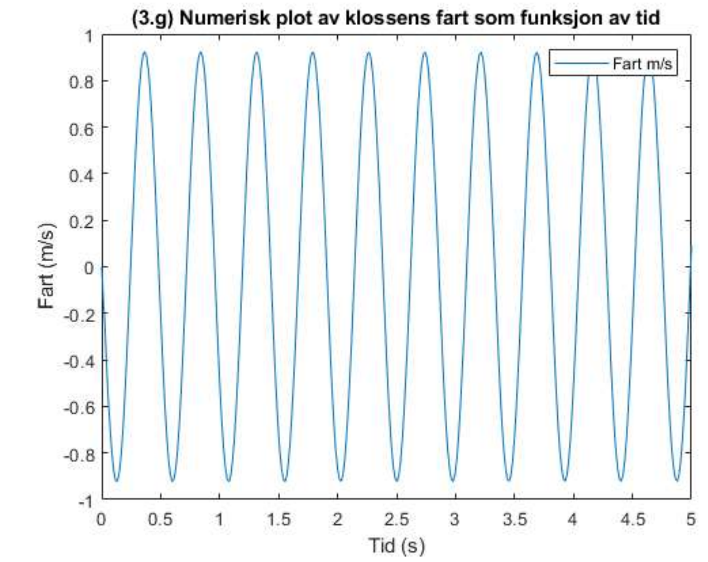
Numerisk plot av klossens posisjon som funksjon av tiden

```
figure;
%subplot(11,1,3);
plot(t_numerisk_ode, x_numerisk_ode);
legend('Posisjon');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Posisjon (m)');
title('(3.g) Numerisk plot av klossens posisjon som funksjon av tid');
```



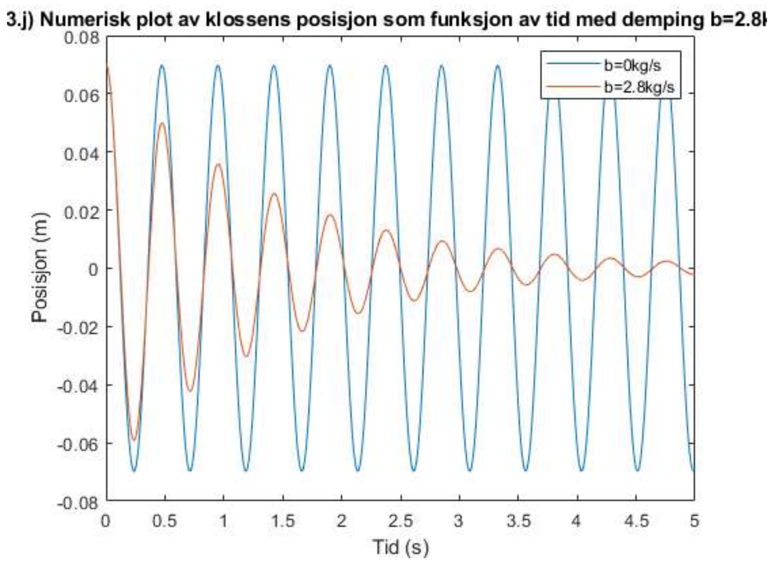
Numerisk plot av klossens fart som funksjon av tiden

```
figure;
%subplot(11,1,4);
plot(t_numerisk_ode, v_numerisk_ode);
legend('Fart m/s');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Fart (m/s)');
title('(3.g) Numerisk plot av klossens fart som funksjon av tid');
```



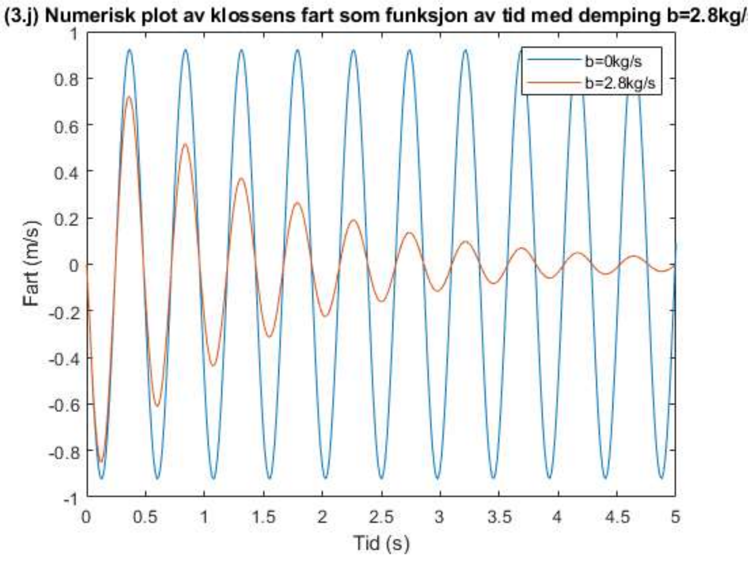
Numerisk plot av klossens posisjon med demping b=2.8kg/s som funksjon av tiden

```
figure;
%subplot(11,1,5);
plot(t_numerisk_ode, x_numerisk_ode, t_numerisk_ode2, x_numerisk_ode2);
legend('b=0kg/s', 'b=2.8kg/s');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Posisjon (m)');
title('(3.j) Numerisk plot av klossens posisjon som funksjon av tid med demping b=2.8kg/s');
```



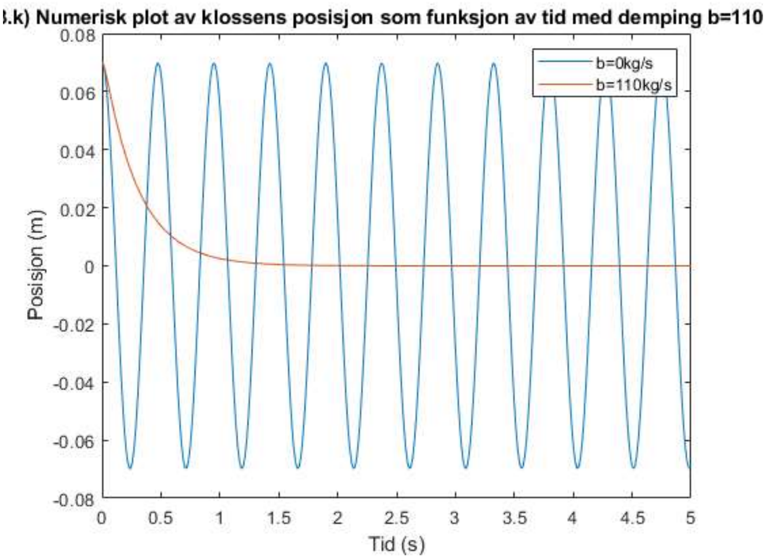
Numerisk plot av klossens fart med demping b=2.8kg/s som funksjon av tiden

```
figure;
%subplot(11,1,6);
plot(t_numerisk_ode, v_numerisk_ode,t_numerisk_ode2, v_numerisk_ode2);
legend('b=0kg/s', 'b=2.8kg/s');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Fart (m/s)');
title('(3.j) Numerisk plot av klossens fart som funksjon av tid med demping b=2.8kg/s');
```



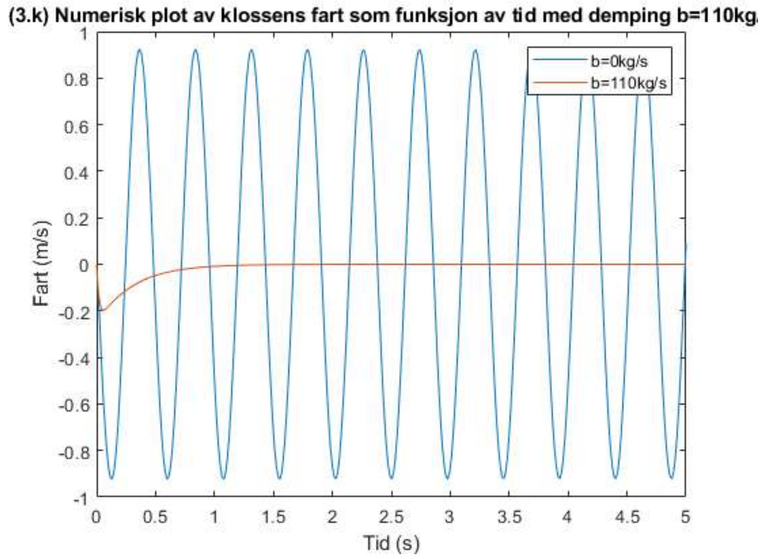
Numerisk plot av klossens posisjon med demping b=110kg/s som funksjon av tiden

```
figure;
%subplot(11,1,7);
plot(t_numerisk_ode, x_numerisk_ode, t_numerisk_ode3, x_numerisk_ode3);
legend('b=0kg/s', 'b=110kg/s');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Posisjon (m)');
title('(3.k) Numerisk plot av klossens posisjon som funksjon av tid med demping b=110kg/s');
```



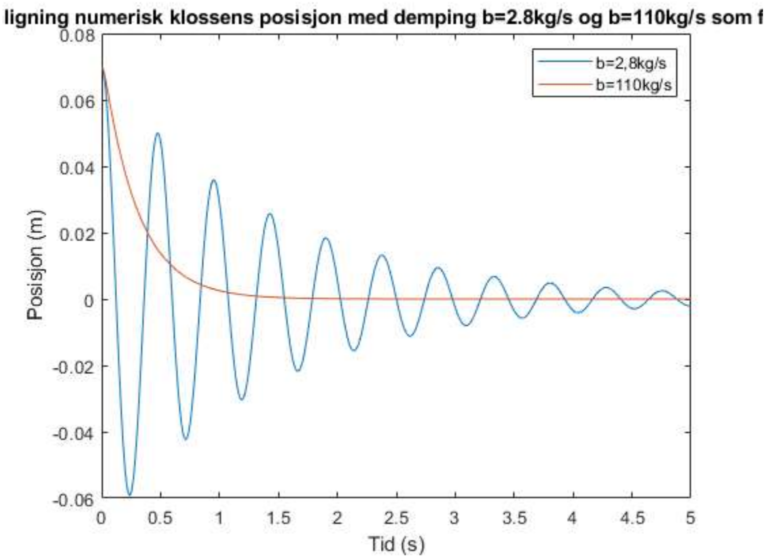
Numerisk plot av klossens fart med demping b=110kg/s som funksjon av tiden

```
figure;
%subplot(11,1,8);
plot(t_numerisk_ode, v_numerisk_ode,t_numerisk_ode3, v_numerisk_ode3);
legend('b=0kg/s', 'b=110kg/s');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Fart (m/s)');
title('(3.k) Numerisk plot av klossens fart som funksjon av tid med demping b=110kg/s');
```



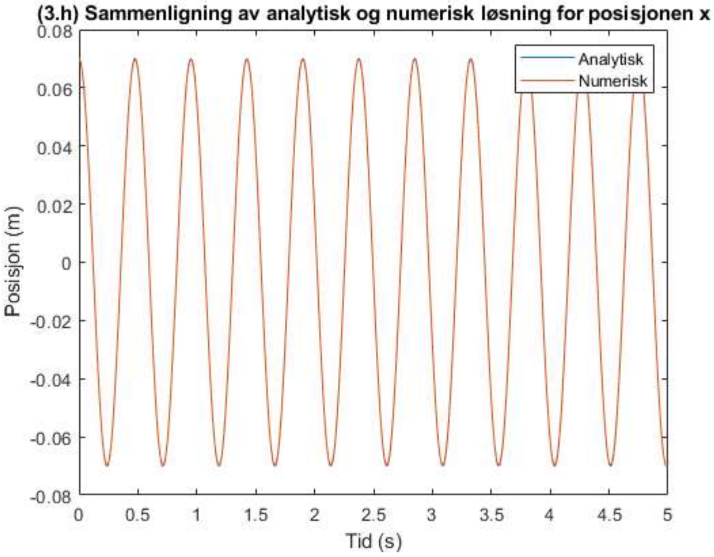
Sammenligning numerisk klossens posisjon med demping b=2.8kg/s og b=110kg/s som funksjoner av tiden

```
figure;
%subplot(11,1,9);
plot(t_numerisk_ode2, x_numerisk_ode2, t_numerisk_ode3, x_numerisk_ode3);
legend('b=2,8kg/s', 'b=110kg/s');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Posisjon (m)');
title('(3.k) Sammenligning numerisk klossens posisjon med demping b=2.8kg/s og b=110kg/s som funksjoner av tid');
```



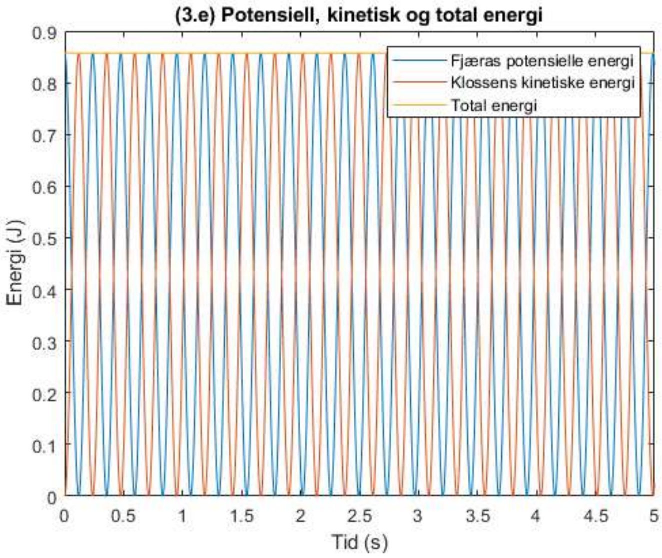
Sammenligning klossens posisjon som funksjon av tiden for den analytiske og numeriske løsningen

```
figure;
%subplot(11,1,10)
plot(t_analytisk, x_analytisk, t_numerisk_ode, x_numerisk_ode);
legend('Analytisk', 'Numerisk');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Posisjon (m)');
title('(3.h) Sammenligning av analytisk og numerisk løsning for posisjonen x');
```



Plot av potensiell energi, kinetisk energi og total energi

```
figure;
%subplot(11,1,11);
plot(t_analytisk, Ep, t_analytisk, Ek, t_analytisk, E);
legend('Fjæras potensielle energi', 'Klossens kinetiske energi', 'Total energi');
xlabel('Tid (s)');
ylabel('Energi (J)');
title('(3.e) Potensiell, kinetisk og total energi');
```



Published with MATLAB® R2023a