К математической теории оптимального быстродействия нелинейных систем

С.А.Айсагалиев, Г.Т.Корпебай

КазНУ имени Аль-Фараби, Алматы, Казахстан

(E-mail: Serikbai.Aisagaliev@kaznu.kz, korpebay.guldana@gmail.com)

Предлагается новый метод исследования оптимального быстродействия процессов, описываемых нелинейными обыкновенными дифференциальными уравнениями с кривыми условиями при наличии ограничений назначения управления. Решение задачи оптимального быстродействия сведено к минимизации функционала от краевых условии в гильбертовом пространстве. Получено необходимое условие оптимальности и разработан метод построения решения задачи оптимального быстродействия.

Принцип максимума Л.С. Понтрягина сводит решение задачи оптимального быстродействия к решению краевой задачи системы дифференциальных уравнений порядка 2n с условиями трансверсальности на концах траектории и множителями Лагранжа зависящие от фазовых координат. Проверка необходимого условия оптимальности из принципа максимума довольно сложная задача. Поиск нового метода решения задачи оптимального быстродействия привел к результатам полученных в данной работе.

Рассмотрим следующую задачу оптимального быстродействия: минимизировать функционал

(1)

при условиях

(2)

(3)

где – известная вектор функция, – заданное множество из , – фиксированный начальный момент времени, конечный момент времени – не фиксирован, , – заданные начальное и конечное состояние.

Полагаем, что вектор функция – непрерывна по совокупности аргументов удовлетворяет условиям

где – заданное ограниченное выпуклое, замкнутое множество в .

Решены следующие задачи:

Задача 1. Найти управление которое переводит траекторию системы (1) – (3) из заданного начального состояния в заданное конечное состояние за кратчайшее время , где , – фиксировано, – не фиксировано, .

Задача 2. Найти минимальное значение

Задача 3. Найти оптимальную траекторию .

Для решения задачи 1-3 рассматривается вспомогательная задача оптимального управления при фиксированном минимизировать функционал

(4)

при условиях

(5)

(6)

Основными результатами, полученными в данной статье, являются:

- сведения исходной задачи оптимального быстродействия (1)-(3) к вспомогательной задаче оптимального управления (4)-(6);

- найден градиент функционала для вспомогательной задачи оптимального управления (4)-(6);

- доказано, что градиент функционала вспомогательной задачи удовлетворяет условию

Липшица;

- получено необходимое условие оптимальности для вспомогательной задачи оптимального управления;

- построена последовательность, для которой значение функционала вспомогательной задаче строго убывает;

- разработан алгоритм построения решения исходной задачи оптимального быстродействия;

- эффективность и практическая ценность полученных результатов показаны на примере, путем решения задачи оптимального быстродействия математического маятника.

Данная работа является продолжением научеых исследовании из [1-3].

Литература

1. Айсагалиев С.А., Корпебай Г.Т. (Aisagaliev S.A., Korpebai G.T.) Controllability and optimal speed – in – action of linear systems with boundary conditions ||Bulletin of the Karaganda University. Matematics Series, No. 2 (110), 2023. Pp. 21-34.
2. Айсагалиев С.А., Корпебай Г.Т. (Aisagaliev S.A., Korpebai G.T.) Controllability and optimal Fast Operation of Nonlinear Systems || Bulletin of the Karaganda University. Matematics Series, No. 3 (115), 2024, pp. 77-92.
3. Aisagaliev S.A., Nurmaganbetov D.E., Sevrygin I.B. Solvability and construction of a solution to the Fredholm integral equation of the First kind //Journal of Applied Mathematics and Physics, 2024, 12. pp. 720-735.