**ҮШІНШІ РЕТТІ СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ПСЕВДОПАРАБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН БЕЙЛОКАЛ ШЕТТІК ЕСЕБІНІҢ ОҚШАУЛАНҒАН ШЕШІМІНІҢ БАР БОЛУЫНЫҢ ЖЕТКІЛІКТІ ШАРТТАРЫ**

***Орумбаева Нургул Тумарбековна***

***Манат Алуа Манатқызы***

***Академик Е.А.Бөкетов атындағы ҚарУ, Қарағанды қаласы, Қазақстан Республикасы***

[***orumbayevanurgul@gmail.com***](mailto:orumbayevanurgul@gmail.com)

***Академик Е.А.Бөкетов атындағы ҚарУ, Қарағанды қаласы, Қазақстан Республикасы***

[***aluamanat5@gmail.com***](mailto:aluamanat5@gmail.com)

Псевдопараболалық теңдеулерге арналған бейлокал шарттары бар шеттік есептерді теориялық түрде зерттеу олардың ғылым мен техниканың күрделі мәселелерін шешуде қолданысына байланысты дамыды. Бейлокал шарттары бар үшінші ретті псевдопараболалық теңдеулерге арналған шеттік есептерді шешудің алғашқы нәтижелерінің бірі ретінде А.Ф.Чудновскийдің топырақ ылғалдылығының динамикасын зерттеу жұмысын [1] айта аламыз. А. М. Нахушев және В. А.Водахованың бірқатар басылымдары бейлокал шеттік шарттары бар псевдопараболалық теңдеулерді пайдалана отырып, жер асты суларының ағындарының динамикасын модельдеуге арналған [2, 3]. W. Ford, T. Ting және R. Ewing жариялаған [4, 5] мақалаларын псевдопараболалық теңдеулерді шешудің сандық әдісінің теориясының негізін қалаған жұмыстардың бірі деп атап айтуға болады.

Бұл жұмыста ф.-м.ғ. д., профессор Д.С. Джумабаев ұсынған [6] параметрлеу әдісі арқылы үшінші ретті сызықтық емес псевдопараболалық теңдеу үшін бейлокал шеттік есептердің шешімділігі және жинақтылық шарттары алынды. Параметрлеу әдісі бойынша қарастырылып отырған интервал шағын бөліктерге бөлінеді. Әрбір бөлікте бастапқы мәндерге тәуелді шешімдер есептеледі, ал шеттік шарттар параметрлер арқылы сипатталады. Нәтижесінде бастапқы есеп эквивалентті параметрлік есепке айналады, бұл шешімді табуды жеңілдетеді.

Зерттеу жұмысы [7-8] жұмыстардың негізінде жүргізілді. [7-8] жұмыстарда параметрлеу әдісінің көмегімен Бенджамин-Бона-Махони және Бенджамин-Бона-Махони-Бюргерс теңдеулері үшін бейлокал шеттік есептің жуық шешімін табу алгоритмі құрастырылды. Ұсынылған алгоритмінің орындалуы мен жинақтылығының жеткілікті шарттары алынды. Сонымен бірге, сызықтық емес теңдеуге арналған бейлокал шеттік есептің оқшауланған шешімі бар болатын облыс құрылды. Дәл және жуық шешімі арасындағы бағалайлар алынды.

облысында үшінші ретті сызықтық емес псевдопараболалық теңдеу үшін бейлокал шеттік есеп қарастырылады:

мұндағы үзіліссіз, функциялары аралығында үзіліссіз, функциялары аралығында үзіліссіз.

Үшінші ретті сызықтық емес псевдопараболалық теңдеу үшін бейлокал шарттары бар шеттік есепті шешудің алғашқы қадамдары сызықтық теңдеуді шешумен бірдей жүргізіледі. Сондықтан бастапқы кезеңдеріне қысқаша тоқталайық. Жаңа айнымалы және функционалдық қатынастар енгізе отырып, (1)-(4) бейлокал шарттары бар шеттік есебі сызықтық емес (5)-(6) интегралдық-дифференциалдық теңдеу үшін бейлокал шеттік есепке көшеді. Сосын параметрлеу әдісін қолдану үшін қадамы бойынша бөліктеуі жүргізіледі. Сонда (5)-(6) шеттік есебі (7)-(9) пара-пар шеттік есепке көшеді. (7)-(9) есебінде белгілеуі және алмастыруы енгізе отырып, белгісіз функциясынан тәуелді (7)-(9) есебіне пара-пар (10)-(13) шеттік есебін аламыз.

(10), (11) есебі -тік бекітілген мәндерінде интегралдық-дифференциалдық теңдеу үшін бірпараметрлі Коши есебі болады және келесі сызықтық емес интегралдық теңдеуге пара-пар

(14)-те ұмтылғанда шекке көшіп, (12), (13)-те орнына оған сәйкес белгісіз функцияларына арналған оң жақ бөліктерін қойып және (12) теңдеуінің екі жағын да көбейтіп келесі теңдеулер жүйесін аламыз:

функциялар жүйесін табу үшін функциясы және бөліктеу қадамы арқылы анықталатын (15), (14) теңдеулерінен тұратын тұйық жүйені аламыз.

қадамын және

вектор-функциясын таңдап, (10)-(13) есебінің, болғанда, шешімі бар болады. жиынын деп белгілейміз, ал сәйкес (10)-(13) есебінің шешімдер жиынын

арқылы белгілейміз.

функциясын, және сандарын алып,

=

,

арқылы

функциялар жиынтығын белгілейміз. Бұл жиынтықта функциясы жиынында дербес туындылары бар және

,

,

мұндағы

жүйесі бойынша жұбын құрамыз, мұндағы,

(10)-(13) есебінің бастапқы жуықтауы ретінде функциясын алып және келесі алгоритм бойынша тізбектес жуықтауларды құрастырамыз:

*1-қадам.* деп алып, (10), (15) теңдеулерінен функцияларын табамыз. (14) интегралдық теңдеуінен функциясын табамыз.

*2-қадам.* деп алып, (10), (15) теңдеулерінен функцияларын табамыз. (14) интегралдық теңдеуінен функциясын табамыз.

Үдерісті жалғастыра отырып, *k-*шықадамда функциялар үштігінен тұратын жүйені аламыз.

Ұсынылған алгоритмнің жүзеге асырылуы мен жинақтылығы және функционалдық параметрлері (10)-(13) көп сипатты шеттік есептің шешімі бар болуы үшін жеткілікті шарттар келесі теоремада белгіленген:

**1-теорема.** Барлық *,* мұндағы үшін Якоби матрицасы қайтымды болатын қадамы, сандары бар болсын және келесі теңсіздіктер орындалсын:

1)

2) , мұндағы

,

3)

4) ,

мұндағы

Онда алгоритммен анықталған тізбек ішінде (10)-(13) есебінің шешіміне жинақталады және келесі бағалар орындалады:

a)

b)

Сонымен бірге, (10)-(13) есебінің кез келген шешімі ішінде оқшауланған.

(1)-(4) және (10)-(13) есептерінің пара-парлығынан және 1-теоремадан

**2-теорема.** Егер 1-теореманың шарттары орындалса, онда функциялар тізбегі жиынында орналасқан және (1)-(4) есебінің шешіміне ішінде жинақталады және келесі бағалаулар орындалады:

Сонымен бірге, (1)-(4) есебінің кез келген шешімі жиынында оқшауланған.

**Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:**

1 Чудновский А.Ф. Теплофизика почв. – М.: Наука, 1976. - 353 с.https://f.eruditor.link/file/550760/

2 Нахушев А. М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги и грунтовых вод. // Диф. уравнения. – 1982. – Vol. 18, №1. – P. 72–81. <https://www.mathnet.ru/de4465>

3 Водахова В. А. Краевая задача с нелокальным условием А.М. Нахушева для одного псевдопараболического уравнения влагопереноса // Диф. уравнения. – 1982. – Vol. 18, №2. – P. 280–285. <https://www.mathnet.ru/de4442>

4 Ford, W.; Ting, T. Stability and convergence of difference approximations to pseudo-parabolic partial differential equations. Math. Comput. 1973, 27, 737–743. <https://doi.org/10.2307/2005507>

5 Ewing, R. Numerical solution of Sobolev partial differential equations. SIAM J. Numer. Anal. 1975, 12, 345–363. <https://www.jstor.org/stable/2156050>

6 Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. – 1989. – Т. 29, №1. – С. 50-66.

7 Manat A.M., Orumbayeva N.T. On one approximate solution of a nonlocal boundary value problem for the Benjamin-Bon-Mahoney equation // Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series. – 2023. №110(2) – P. 84-92. <https://doi.org/10.31489/2023m2/84-92>

8 Manat A.M., Orumbayeva N.T. On one solution of a nonlocal boundary value problem for a nonlinear partial differential equation of the third order // Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science. – 2024. №121(1) – P. 65-75. <https://doi.org/10.26577/JMMCS202412117>