Электромагнетизм

Закон Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$$

Напряженность электростатического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$$

Поток вектора напряженности электростатического поля сквозь замкнутую поверхность S:

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} d\vec{S}$$

Принцип суперпозиции (вообще говоря, экспериментальный факт):

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$

Электрический момент диполя:

$$\vec{p} = |Q|\vec{l}$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

см. поток вектора напряженности

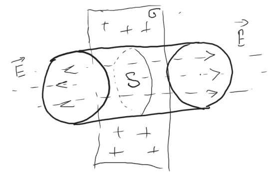
$$\oiint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum Q_i$$

Объемная, поверхностная и линейная плотности заряда:

$$\rho = \frac{dQ}{dV}, \quad \sigma = \frac{dQ}{dS}, \quad \tau = \frac{dQ}{dl}$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью:

Здесь и далее используется теорема Гаусса



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad (2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0})$$

Напряженность поля, создаваемого двумя бесконечными паралельными разноименно заряженными плоскостями:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Применить предыдущую формулу два раза

Напряженность поля, создаваемого объемно заряженным шаром,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad (r \geq R)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}r' \quad (r' \leq R)$$

Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженным бесконечным цилиндром:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r} \quad (r \geq R) \quad E = 0 \quad (r < R)$$

Циркуляция векора напряженности электростатического поля вдоль замнкутого контура L:

Работа по замкнутому контуру не производится, потому что электростатическое поля заряда является потенциальным.

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Потенциал эллектростатического поля:

$$\phi = \frac{U}{Q_0} = \frac{A_\infty}{Q_0}$$

Связь между потениалом электростатического поля и его напряженностью:

$$\vec{E} = -\nabla\phi$$

Поляризованность:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V}$$

Связь между векторами $\vec{P}$ и $\vec{E}$:

$$\vec{P} = æ\varepsilon_0 \vec{E}$$

связь между диэлектрической проницаемостью среды и напряженности электростатического поля:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:

$$\oiint \vec{D} d\vec{S} = \sum Q_i$$

Электрическая емкость уединенного проводника:

$$C = \frac{Q}{\phi}$$

Электроемкость шара:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$$

Электрическая емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

Электрическая емкость для параллельного соединения:

$$C = \sum C_i$$

Электрическая емкость для последователньо соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Энергия заряженного уединенного проводника:

$$W = \frac{C\phi^2}{2} = \frac{Q\phi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{C\Delta\phi^2}{2} = \frac{Q\Delta\phi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

Закон Ома для однородного участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}$$

Мощность тока:

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = U^2 R$$

Закон Джоуля-Ленца:

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt$$

Правила Кирхгофа:

$$\sum_k I_k = 0; \quad \sum_i I_i R_i = \sum_k \xi_k$$

Связь между индукцией и напряженности магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$$

Закон Био-Савара-Лапласа для элемента проводника с током:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3}$$

Магнитная индукция поля прямого тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{2R}$$

Магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током:

$$B = \mu\mu_0\frac{I}{2R}$$

Сила Лоренца:

$$\vec{F} = Q[\vec{v},\vec{B}]$$

Закон Ампера:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l},\vec{B}]$$

Можно интуитивно вывести формулу Ампера из формулы Лоренца, заметив, что $v = l/t, Q/t = I$

Магнитное поле движущегося заряда:

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Q[\vec{v},\vec{r}]}{r^3}$$

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$):

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0\sum I_k$$

Магнитная индукция поля внутри соленоида в вакууме:

$$B = \mu\frac{NI}{l}$$

Строим прямоугольник, вне соленоида пренебрегаем, внутри lB

Поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную поверхность S:

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B}d\vec{S}$$

Теорема Гаусса для поля с магнитной индукцией $\vec{B}$:

$$\iint \vec{B}d\vec{S} = 0$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитной поле:

$$dA = I(d\Phi_2 - d\Phi_1)$$

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле:

$$dA = I(d\Phi')$$

Закон Фарадея:

$$\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

ЭДС самоиндукции:

$$\xi_s = -L\frac{dI}{dt}$$

Индуктивность бесконечно длинного соленоида, имеющего N витков:

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}$$

Ток при размыкании цепи:

$$I = I_0 \exp(-\frac{t}{\tau})$$

Ток при замыкании цепи:

$$I = I + (1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром:

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Закон полного тока для магнитного поля в веществе:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I')$$

Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$

Плотность тока смещения:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

Полная система уравнений Максвелла в интегральной форме:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

$$\iint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Полная система уравнений Максвелла в дифференциальной форме:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Объемная плотность энергии магнитного поля показывает распредление энергии магнитного поля (конденсатора) к объему.

$W = \frac{LI^2}{2}$ поскольку для соленоида $I = \frac{Bl}{\mu\mu_0 N}$, то $W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{BSNI}{2} = \frac{BSNBl}{2\mu\mu_0 N} = \frac{B^2 V}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$ Объемная плотность энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей электрического $w_{\text{эл}}$ и магнитного полей $w_{\text{м}}$:

$$w = w_{\text{эл}} + w_{\text{м}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

Вектор Умова-Пойтинга (плотность потока энергии), напрвлен в сторону распространения электромагнитной волны:

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$$

Электромагнитная волна обладает импульсом (W - энергия которую несет волна):

$$p = \frac{W}{c} \tag{1}$$

Длина волны и период колебаний конутра:

$$T = \frac{\lambda}{c}$$