

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2
по дисциплине
«Вычислительная математика»
Вариант №13

Выполнил:

Студент группы Р3213

Султанов А.Р.

Проверила:

Машина Е.А.

г. Санкт-Петербург

2024г.

Цель работы

Изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов.

Вычислительная реализации задачи

Часть 1. Решение нелинейного уравнения

$$x^3 + 4.81x^2 - 17.37x + 5.38$$

Метод простой итерации: $[-8; -7]$

Метод Ньютона: $[0; 1]$

Метод хорд: $[1.5; 2.5]$

$$\varepsilon = 0.01$$

Метод простой итерации, $[-8; -7]$

№ итерации	x_k	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$ x_{k+1} - x_k $
0	-8	-7,387529	-6,968774	0,612471
1	-7,387529	-7,316179	-1,684899	0,07135
2	-7,316179	-7,298928	-0,433642	0,017251
3	-7,298928	-7,294488	-0,113245	0,00444

Метод Ньютона: $[0; 1]$

№ итерации	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	x_{k+1}	$ x_{k+1} - x_k $
1	0	5,38	-17,37	0,309729	0,309729
2	0,309729	0,491153	-14,102611	0,344556	0,034827
3	0,344556	0,007005	-13,699215	0,345067	0,000511

Метод хорд: [1. 5; 2. 5]

№ шага	a	b	x	$f(a)$	$f(b)$	$f(x)$	$ x_{k+1} - x_k $
1	1,5	2,5	1,958746	-6,4775	7,6425	-2,673866	0,458746
2	1,958746	2,5	2,099032	-2,673866	7,6425	-0,639438	0,140286
3	2,099032	2,5	2,12999	-0,639438	7,6425	-0,132181	0,030958
4	2,12999	2,5	2,136281	-0,132181	7,6425	-0,026483	0,006291

Часть 2. Решение системы нелинейных уравнений

13	$\begin{cases} \sin y + 2x = 2 \\ y + \cos(x - 1) = 0,7 \end{cases}$	Метод простой итерации
----	--	------------------------

Решение системы нелинейных уравнений, Метод простой итерации

$$\begin{cases} \sin y + 2x = 2 \\ y + \cos(x-1) = 0,7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - 0,5 \sin(y) \\ y = 0,7 - \cos(x-1) \end{cases} \quad \varphi(X) = \begin{pmatrix} \varphi_1(X) \\ \varphi_2(X) \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x^{(i)} = 1 - 0,5 \sin(y) \\ y^{(i)} = 0,7 - \cos(x-1) \end{cases}$$

Графически:

$$\begin{aligned} x: & a=1, b=1,5 \\ y: & a=-0,5, b=0 \end{aligned}$$

$$\varepsilon = 0,01$$

$$\begin{cases} x_{i+1} = \varphi_1(x_i, y_i) \\ y_{i+1} = \varphi_2(x_i, y_i) \end{cases}$$

проверим условие сходимости. В области G имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} &= 0 & \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} &= -0,5 \cos(y) \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} &= \sin(x-1) & \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

$$\left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right| = |0| + |-0,5 \cos(y)| \leq 0,5 < 1$$

\uparrow \uparrow
 $\max=0$ $\max=0,5 \cdot \cos(0)=0,5$

$$\left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \right| = |\sin(x-1)| + |0| \leq \sin(0,5) \approx 0,479 < 1$$

\uparrow \uparrow
 $\max=\sin(1,5-1)=\sin(0,5)$ 0

→ процесс сходится

возьмем $x_0 = 1$ $y_0 = 0,5$

Шаг 1.

$$\begin{cases} x_1 = 1 - 0,5 \sin(y_0) = 1 - 0,5 \sin(0,5) = 1,239713 & |x_1 - x_0| = 0,239713 > \varepsilon \\ y_1 = 0,7 - \cos(x_0 - 1) = 0,7 - \cos(1-1) = -0,3 & |y_1 - y_0| = 0,2 > \varepsilon \end{cases}$$

Шаг 2.

$$\begin{cases} x_2 = 1 - 0,5 \sin(-0,3) = 1,14776 & |x_2 - x_1| = 0,091953 > \varepsilon \\ y_2 = 0,7 - \cos(1,239713 - 1) = -0,271406 & |y_2 - y_1| = 0,028954 > \varepsilon \end{cases}$$

Шаг 3.

$$\begin{cases} x_3 = 1 - 0,5 \sin(-0,271406) = 1,134043 & |x_3 - x_2| = 0,013717 > \varepsilon \\ y_3 = 0,7 - \cos(1,14776 - 1) = -0,289103 & |y_3 - y_2| = 0,017697 > \varepsilon \end{cases}$$

Шаг 4.

$$\begin{cases} x_4 = 1 - 0,5 \sin(-0,289103) = 1,142546 & |x_4 - x_3| = 0,008503 < \varepsilon \\ y_4 = 0,7 - \cos(1,134043 - 1) = -0,29103 & |y_4 - y_3| = 0,001927 < \varepsilon \end{cases}$$

Листинг программы

Доступен по ссылке:

<https://github.com/MakeCheerfulInstall/Computational-Math-2024/pull/27/files>