

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Курсовая работа
по дисциплине
«Дискретная математика»
Вариант №94

Выполнил:

Студент группы Р3113

Султанов А.Р.

Преподаватель:

Поляков В.И.

г. Санкт-Петербург

2022г.

Оглавление

Оглавление	2
-------------------	----------

Часть 1	3
----------------	----------

Часть 1

Вариант: 94

Условия, при которых $f=1$: $(x_5x_4 + x_3x_2x_1) = 1, 5, 6, 7, 8$

Условия, при которых $f=d$: $(x_5x_4 + x_3x_2x_1) = 3$

N	$x_1x_2x_3x_4x_5$	x_5x_4	$(x_5x_4)_{10}$	$x_3x_2x_1$	$(x_3x_2x_1)$	+	f
0	0 0 0 0 0	0 0	0	0 0 0	0	0	0
1	0 0 0 0 1	1 0	2	0 0 0	0	2	0
2	0 0 0 1 0	0 1	1	0 0 0	0	1	1
3	0 0 0 1 1	1 1	3	0 0 0	0	3	D
4	0 0 1 0 0	0 0	0	1 0 0	4	4	0
5	0 0 1 0 1	1 0	2	1 0 0	4	6	1
6	0 0 1 1 0	0 1	1	1 0 0	4	5	1
7	0 0 1 1 1	1 1	3	1 0 0	4	7	1
8	0 1 0 0 0	0 0	0	0 1 0	2	2	0
9	0 1 0 0 1	1 0	2	0 1 0	2	4	0
10	0 1 0 1 0	0 1	1	0 1 0	2	3	D
11	0 1 0 1 1	1 1	3	0 1 0	2	5	1
12	0 1 1 0 0	0 0	0	1 1 0	6	6	1
13	0 1 1 0 1	1 0	2	1 1 0	6	8	1
14	0 1 1 1 0	0 1	1	1 1 0	6	7	1
15	0 1 1 1 1	1 1	3	1 1 0	6	9	0
16	1 0 0 0 0	0 0	0	0 0 1	1	1	1
17	1 0 0 0 1	1 0	2	0 0 1	1	3	D
18	1 0 0 1 0	0 1	1	0 0 1	1	2	0
19	1 0 0 1 1	1 1	3	0 0 1	1	4	0
20	1 0 1 0 0	0 0	0	1 0 1	5	5	1

21	1 0 1 0 1	1 0	2	1 0 1	5	7	1
22	1 0 1 1 0	0 1	1	1 0 1	5	6	1
23	1 0 1 1 1	1 1	3	1 0 1	5	8	1
24	1 1 0 0 0	0 0	0	0 1 1	3	3	D
25	1 1 0 0 1	1 0	2	0 1 1	3	5	1
26	1 1 0 1 0	0 1	1	0 1 1	3	4	0
27	1 1 0 1 1	1 1	3	0 1 1	3	6	1
28	1 1 1 0 0	0 0	0	1 1 1	7	7	1
29	1 1 1 0 1	1 0	2	1 1 1	7	9	0
30	1 1 1 1 0	0 1	1	1 1 1	7	8	1
31	1 1 1 1 1	1 1	3	1 1 1	7	10	0

КДНФ:

$$\begin{aligned}
& \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \\
& \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \\
& \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee \\
& \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5
\end{aligned}$$

ККНФ:

$$\begin{aligned}
& (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) \\
& (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \\
& (\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_4} \vee x_5)(\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) \\
& (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5)
\end{aligned}$$

N_0	K_0		N_1	K_1			N_2	K_2		N_z	$Z(f)$
1	0 0 0 1 0	в	1	0 0 0 1 X	1 - 2	в	1	0 0 X 1 X	1 - 9, 2 - 4	1	0 X 1 0 1

2	00011	v	2	00X10	1 - 4	v	2	0X01X	1 - 13, 3 - 5	2	X1011
3	00101	v	3	0X010	1 - 6	v	3	0XX10	2 - 14, 3 - 10	3	0110X
4	00110	v	4	00X11	2 - 5	v	4	X01X1	6 - 28, 8 - 12	4	110X1
5	00111	v	5	0X011	2 - 7	v	5	X011X	9 - 29, 11 - 12	5	00X1X
6	01010	v	6	001X1	3 - 5	v	6	XX110	10 - 30, 11 - 19	6	0X01X
7	01011	v	7	0X101	3 - 9		7	X11X0	17 - 34, 18 - 19	7	0XX10
8	01100	v	8	X0101	3 - 14	v	8	10X0X	20 - 25, 21 - 23	8	X01X1
9	01101	v	9	0011X	4 - 5	v	9	1X00X	20 - 31, 22 - 24	9	X011X
10	01110	v	10	0X110	4 - 10	v	10	1XX00	21 - 32, 22 - 27	10	XX110
11	10000	v	11	X0110	4 - 15	v	11	101XX	25 - 29, 26 - 28	11	X11X0
12	10001	v	12	X0111	5 - 16	v	12	1X1X0	26 - 34, 27 - 30	12	10X0X
13	10100	v	13	0101X	6 - 7	v				13	1X00X
14	10101	v	14	01X10	6 - 10	v				14	1XX00
15	10110	v	15	X1011	7 - 19					15	101XX
16	10111	v	16	0110X	8 - 9					16	1X1X0
17	11000	v	17	011X0	8 - 10	v					
18	11001	v	18	X1100	8 - 20	v					
19	11011	v	19	X1110	10 - 21	v					
20	11100	v	20	1000X	11 - 12	v					
21	11110	v	21	10X00	11 - 13	v					
			22	1X000	11 - 17	v					
			23	10X01	12 - 14	v					
			24	1X001	12 - 18	v					

			25	1 0 1 0 X	13 - 14	v					
			26	1 0 1 X 0	13 - 15	v					
			27	1 X 1 0 0	13 - 20	v					
			28	1 0 1 X 1	14 - 16	v					
			29	1 0 1 1 X	15 - 16	v					
			30	1 X 1 1 0	15 - 21	v					
			31	1 1 0 0 X	17 - 18	v					
			32	1 1 X 0 0	17 - 20	v					
			33	1 1 0 X 1	18 - 19						
			34	1 1 1 X 0	20 - 21	v					

Составление импликантной таблицы

Простые импликанты (максимальные кубы)		0-кубы															
		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
		0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
		1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
		0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p
A	0 X 1 0 1		*					*									
B	X 1 0 1 1					*										*	
C	0 1 1 0 X						*	*									
D	1 1 0 X 1														*	*	
E	0 0 X 1 X	*		*	*												
F	0 X 0 1 X	*				*											
G	0 X X 1 0	*		*					*								
H	X 0 1 X 1		*		*							*		*			

I	X 0 1 1 X			*	*								*	*				
J	X X 1 1 0			*				*				*						*
K	X 1 1 X 0						*	*								*	*	
L	1 0 X 0 X								*	*	*							
M	1 X 0 0 X								*						*			
N	1 X X 0 0								*	*						*		
O	1 0 1 X X									*	*	*	*					
P	1 X 1 X 0									*		*				*	*	

Метод Петрика

$$f = (E \vee F \vee G)(A \vee H)(E \vee G \vee I \vee J)(E \vee H \vee I)(B \vee F)(C \vee K)(A \vee C) \\ (G \vee J \vee K)(L \vee M \vee N)(L \vee N \vee O \vee P)(H \vee L \vee O)(I \vee J \vee O \vee P)(H \vee I \vee O) \\ (D \vee M)(B \vee D)(K \vee N \vee P)(J \vee K \vee P) =$$

$$= (A \vee B \vee E \vee K \vee M \vee O)(A \vee D \vee F \vee I \vee K \vee L) \\ (B \vee C \vee D \vee G \vee H \vee J \vee N)(B \vee C \vee D \vee G \vee H \vee K \vee N \vee O) \dots$$

(для удобства опущено большое количество термов, приведены несколько)

$$C_1 = \left\{ \begin{matrix} A \\ B \\ E \\ K \\ M \\ O \end{matrix} \right\}; C_2 = \left\{ \begin{matrix} A \\ D \\ F \\ I \\ K \\ L \end{matrix} \right\}; C_3 = \left\{ \begin{matrix} B \\ C \\ D \\ G \\ H \\ J \\ N \end{matrix} \right\}; C_4 = \left\{ \begin{matrix} B \\ C \\ D \\ G \\ H \\ K \\ N \\ O \end{matrix} \right\}$$

$$S_1^a = 20; S_1^b = 26 \quad S_2^a = 20; S_2^b = 26 \quad S_3^a = 24; S_3^b = 31$$

$$S_4^a = 27; S_4^b = 35$$

Минимальное покрытие функции - C_1

$$C_{min}(f) = \left\{ \begin{array}{l} 101XX \\ 0X101 \\ 00X1X \\ 1X00X \\ X11X0 \\ X1011 \end{array} \right\} \left(\begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \right)$$

$$S^a = 20, S^b = 20 + 6 = 26$$

$$f = (x_1 \neg x_2 x_3) \vee (\neg x_1 x_3 \neg x_4 x_5) \vee (\neg x_1 \neg x_2 x_4) \vee (x_1 \neg x_3 \neg x_4) \vee (x_2 x_3 \neg x_5) \vee (x_2 \neg x_3 x_4 x_5)$$

Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ

$x_1 = 0$:

x2x3/x4x5	00	01	11	10
00	0	0	d	1
01	0	1	1	1
11	1	1	0	1
10	0	0	1	d

$x_1 = 1$:

x2x3/x4x5	00	01	11	10
00	1	d	0	0
01	1	1	1	1
11	1	0	0	1
10	d	1	1	0

$$C_{min}(f) = \left\{ \begin{array}{l} 101XX \\ 0X101 \\ 00X1X \\ 1X00X \\ X11X0 \\ X1011 \end{array} \right\} \left(\begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \right)$$

$$S^a = 20, S^b = 20 + 6 = 26$$

$$f = (x_1 \neg x_2 x_3) \vee (\neg x_1 x_3 \neg x_4 x_5) \vee (\neg x_1 \neg x_2 x_4) \vee (x_1 \neg x_3 \neg x_4) \vee (x_2 x_3 \neg x_5) \vee (x_2 \neg x_3 x_4 x_5)$$

Определение МКНФ

$x_1 = 0$:

x2x3/x4x5	00	01	11	10
00	0	0	d	1
01	0	1	1	1
11	1	1	0	1
10	0	0	1	d

$x_1 = 1$:

x2x3/x4x5	00	01	11	10
00	1	d	0	0
01	1	1	1	1
11	1	0	0	1
10	d	1	1	0

$$C_{min}(\bar{f}) = \left\{ \begin{array}{l} 111X1 \\ 1001X \\ X1111 \\ 00X00 \\ X10X0 \\ 0X00X \end{array} \right\} \left(\begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \right)$$

$$S^a = 22, S^b = 22 + 6 = 28$$

$$f = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_5)(\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)(\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5) \\ (x_1 \vee x_2 \vee x_4 \vee x_5)(\neg x_2 \vee x_3 \vee x_5)(x_1 \vee x_3 \vee x_4)$$

Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторное преобразование для МДНФ

$$f = (x_1 \neg x_2 x_3) \vee (\neg x_1 x_3 \neg x_4 x_5) \vee (\neg x_1 \neg x_2 x_4) \vee (x_1 \neg x_3 \neg x_4) \vee (x_2 x_3 \neg x_5) \vee (x_2 \neg x_3 x_4 x_5)$$

$$S^Q = 26$$

$$= x_3(x_1 \neg x_2 \vee \neg x_1 \neg x_4 x_5 \vee x_2 \neg x_5) \vee x_4(\neg x_1 \neg x_2 \vee x_2 \neg x_3 x_5) \vee x_1 \neg x_3 \neg x_4$$

$$S^Q = 27$$

Различные преобразования методом факторизации и декомпозиции также не принесли успеха.

Факторное преобразование для МКНФ

$$f = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_5)(\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4)(\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5)(x_1 \vee x_2 \vee x_4 \vee x_5)(\neg x_2 \vee x_3 \vee x_5)(x_1 \vee x_3 \vee x_4)$$

$$S^Q = 28$$

$$= (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_5 \vee \neg x_1 \neg x_4)(x_3 \vee (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)(\neg x_2 \vee x_5)(x_1 \vee x_4))(x_1 \vee x_2 \vee x_4 \vee x_5)$$

$$S^Q = 25$$

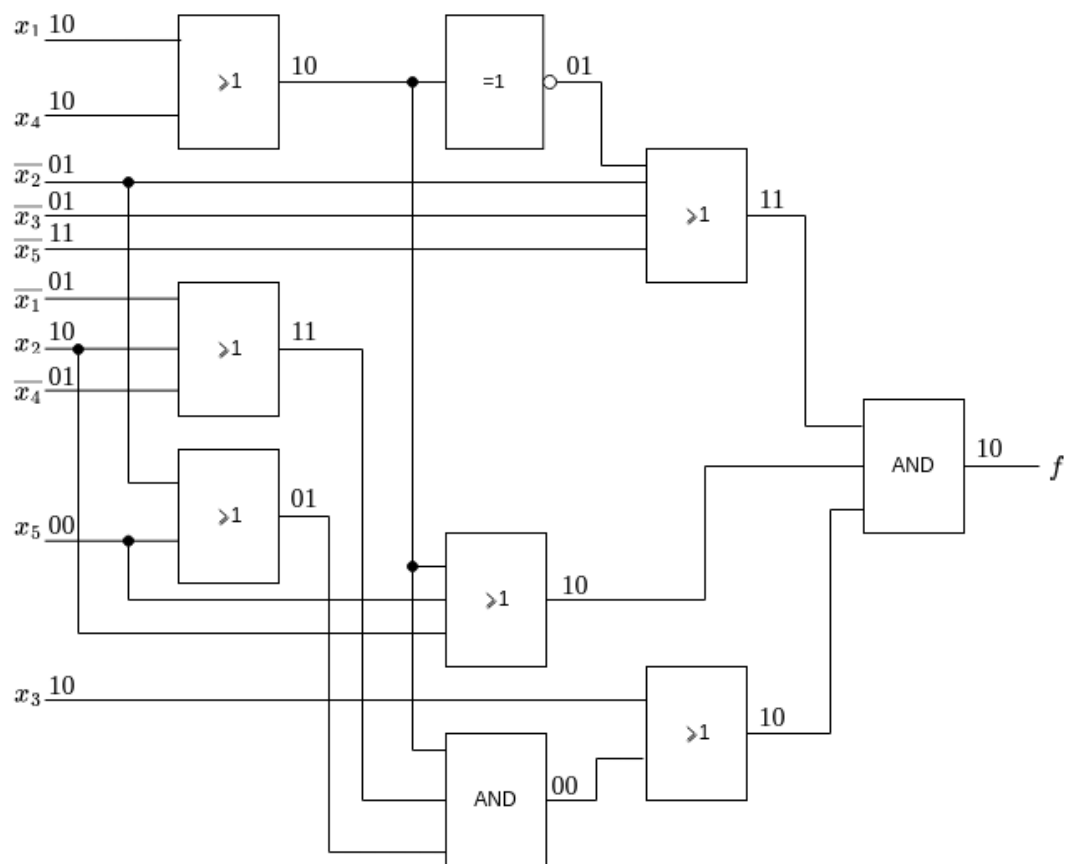
$$\varphi = x_1 \vee x_4$$

$$= (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_5 \vee \neg \varphi)(x_3 \vee \varphi(\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_4)(\neg x_2 \vee x_5))$$

$$(\varphi \vee x_2 \vee x_5)$$

$$S^Q = 23, S_Q^f = 21, S_Q^\varphi = 2$$

Булевый базис с парафазными входами

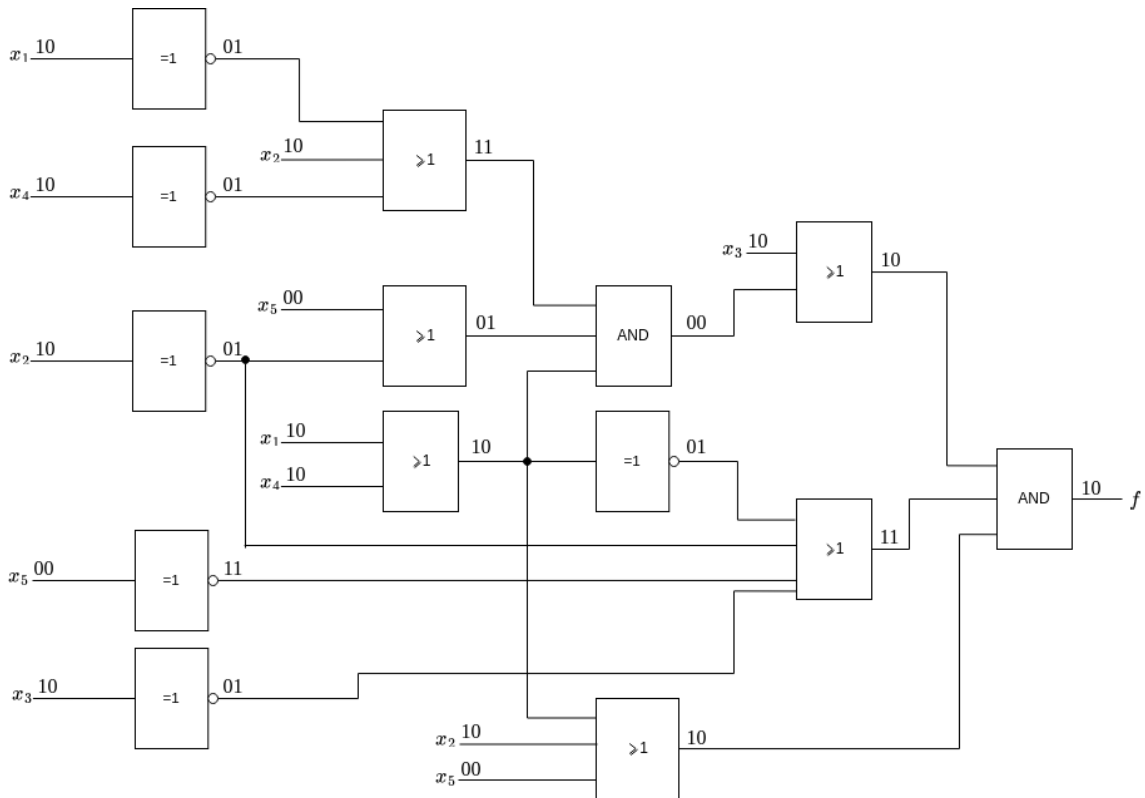


$$T = 4t, S^Q = 23 (S_Q^f = 21, S_Q^\varphi = 2)$$

$$f(11110) = 1$$

$$f(00000) = 0$$

Булевый базис с однофазными входами



$$T = 5t, S^Q = 28 (S_Q^f = 26, S_Q^\varphi = 2)$$

$$f(11110) = 1$$

$$f(00000) = 0$$

Универсальный базис И-НЕ

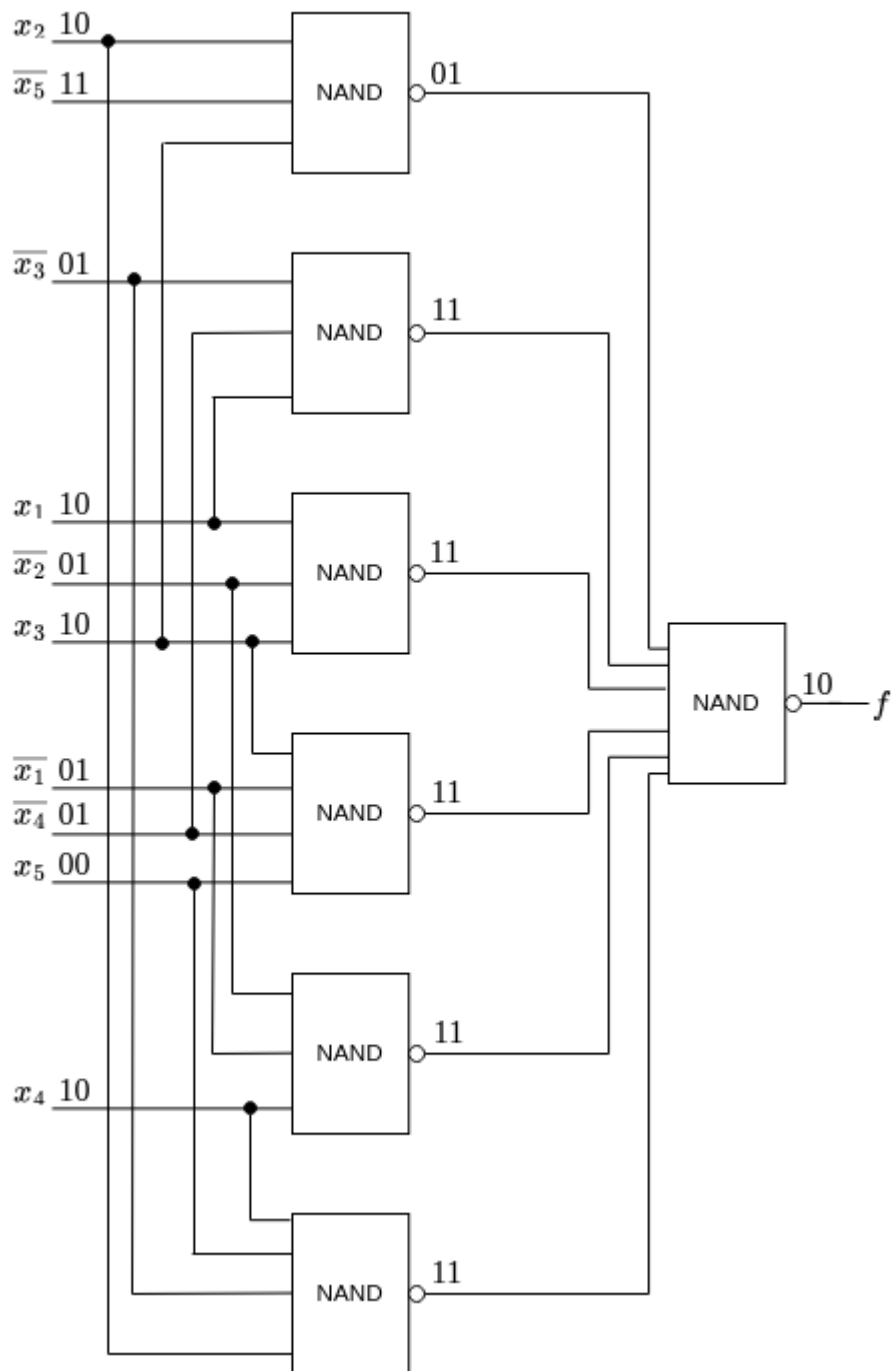
$$f = (x_1 \neg x_2 x_3) \vee (\neg x_1 x_3 \neg x_4 x_5) \vee (\neg x_1 \neg x_2 x_4) \vee (x_1 \neg x_3 \neg x_4) \vee (x_2 x_3 \neg x_5) \vee (x_2 \neg x_3 x_4 x_5)$$

$$= \neg(\neg(x_1 \neg x_2 x_3) \neg(\neg x_1 x_3 \neg x_4 x_5) \neg(\neg x_1 \neg x_2 x_4) \neg(x_1 \neg x_3 \neg x_4) \neg(x_2 x_3 \neg x_5) \neg(x_2 \neg x_3 x_4 x_5))$$

$$= \neg(x_1 \neg x_2 x_3) | \neg(\neg x_1 x_3 \neg x_4 x_5) | \neg(\neg x_1 \neg x_2 x_4) | \neg(x_1 \neg x_3 \neg x_4) | \neg(x_2 x_3 \neg x_5) | \neg(x_2 \neg x_3 x_4 x_5)$$

$$= (x_1 | \neg x_2 | x_3) | (\neg x_1 | x_3 | \neg x_4 | x_5) | (\neg x_1 | \neg x_2 | x_4) | (x_1 | \neg x_3 | \neg x_4) | (x_2 | x_3 | \neg x_5) | (x_2 | \neg x_3 | x_4 | x_5)$$

$$S^Q = 26$$



$$T = 2t, S^Q = 26$$

$$f(11110) = 1$$

$$f(00000) = 0$$