

**Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики**

УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФТФ

Группа <u>P3213</u>	К работе допущен _____.
Студент <u>Султанов Артур Радикович</u>	Работа выполнена _____.
Преподаватель <u>Хвастунов Н.Н.</u>	Отчет принят _____.

Отчет по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определенного интервала времени.

2. Задачи

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования

Случайная величина - результат измерения времени исполнения программы, находящей все делители чисел в диапазоне от 1 до $3 \cdot 10^6$

4. Метод экспериментального исследования

Измерение определенного интервала времени определенное количество раз и проверка наличия закономерностей распределения этой величины.

5. Рабочие формулы и исходные данные

$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ - среднее арифметическое
всех результатов измерений

$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ - выборочное среднеквадратичное
отклонение

$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ - среднеквадратичное отклонение
среднего значения

$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ - доверительный интервал

$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2})$ - нормальное распределение (формула Гаусса)

$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ - максимальное значение плотности распределения

6. Измерительные приборы

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	0-10 с	0.001 с

7. Схема установки

Программа на С, находящая делители чисел в диапазоне от 1 до $3 \cdot 10^6$.
Время работы программы измеряется предоставляемым ОС секундомером.
Для удобства написан скрипт, который последовательно запускает программу и записывает время исполнения в файл.

8. Результаты прямых измерений

Таблица 1 Результаты прямых измерений.

№	t_i , с	$t_i - \langle t \rangle_N$, с	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2$, с ²
1	8,48	-0,1298	0,01684804
2	8,17	-0,4398	0,19342404
3	8,45	-0,1598	0,02553604
4	8,13	-0,4798	0,23020804

5	8,84	0,2302	0,05299204
6	9,32	0,7102	0,50438404
7	9,14	0,5302	0,28111204
8	8,35	-0,2598	0,06749604
9	9,04	0,4302	0,18507204
10	9,08	0,4702	0,22108804
11	9,15	0,5402	0,29181604
12	8,31	-0,2998	0,08988004
13	9	0,3902	0,15225604
14	8,83	0,2202	0,04848804
15	8,89	0,2802	0,07851204
16	8,69	0,0802	0,00643204
17	9,02	0,4102	0,16826404
18	8,76	0,1502	0,02256004
19	8,34	-0,2698	0,07279204
20	8,68	0,0702	0,00492804
21	8,64	0,0302	0,00091204
22	8,77	0,1602	0,02566404
23	8,69	0,0802	0,00643204
24	8,42	-0,1898	0,03602404
25	8,19	-0,4198	0,17623204
26	8,82	0,2102	0,04418404
27	8,44	-0,1698	0,02883204
28	8,28	-0,3298	0,10876804
29	8,28	-0,3298	0,10876804
30	8,63	0,0202	0,00040804
31	8,68	0,0702	0,00492804
32	8,53	-0,0798	0,00636804
33	8,65	0,0402	0,00161604

34	8,18	-0,4298	0,18472804
35	8,63	0,0202	0,00040804
36	8,43	-0,1798	0,03232804
37	8,82	0,2102	0,04418404
38	8,17	-0,4398	0,19342404
39	8,49	-0,1198	0,01435204
40	8,41	-0,1998	0,03992004
41	8,76	0,1502	0,02256004
42	8,66	0,0502	0,00252004
43	8,79	0,1802	0,03247204
44	8,47	-0,1398	0,01954404
45	8,49	-0,1198	0,01435204
46	8,23	-0,3798	0,14424804
47	8,86	0,2502	0,06260004
48	8,22	-0,3898	0,15194404
49	8,8	0,1902	0,03617604
50	8,39	-0,2198	0,04831204
	$\langle t \rangle_N = 8,6098 \text{ c}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 0$	$\sigma_N = 0,2965 \text{ c}$ $\rho_{max} = 1,3455 \text{ c}^{-1}$

9. Расчет результатов косвенных измерений

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} t_i = 8,6098 \text{ c}$$

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{50-1} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 8,6098)^2} = 0,2965 \text{ c}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{50(50-1)} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 8,6098)^2} = 0,0419 \text{ с}$$

$$\rho_{max} = \frac{1}{0,2965\sqrt{2\pi}} = 1,3455 \text{ с}^{-1}$$

$$\alpha = 0,95 \Rightarrow \Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 2,0086 * 0,0419 = 0,0842 \text{ с}$$

$$t_{min} = 8,13 \text{ с}, t_{max} = 9,32 \text{ с}$$

$\sqrt{N} \approx 7$, для построения гистограммы возьмем 7 интервалов по $\Delta T = 0,170 \text{ с}$

Таблица 2. Данные для построения гистограммы

Группы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N \cdot \Delta t}, \text{ с}^{-1}$	$t, \text{ с}$	$\rho, \text{ с}^{-1}$
8,130	9	1,058824	8,215	0,554602
8,300				
8,300	10	1,176471	8,385	1,009672
8,470				
8,470	8	0,941176	8,555	1,323114
8,640				
8,640	12	1,411765	8,725	1,248052
8,810				
8,810	6	0,705882	8,895	0,847395
8,980				
8,980	6	0,705882	9,065	0,414150
9,150				
9,150	2	0,235294	9,235	0,145696
9,320				

Опытное значение плотности вероятности (для первого интервала):

$$\frac{\Delta N}{N \cdot \Delta t} = \frac{9}{50 \cdot 0,170} = 1,058824 \text{ с}$$

Нормальное распределение (функция Гаусса):

$$\rho(8,215) = \frac{1}{0,2965\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(8,215-8,6098)^2}{2 \cdot 0,2965^2}\right) \approx 0,554602 \text{ с}^{-1}$$

Таблица 3. Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	от	до			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma$	8,313	8,906	33	0,66	0,683
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma$	8,017	9,203	49	0,98	0,954
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma$	7,720	9,499	50	1	0,997

10. Графики

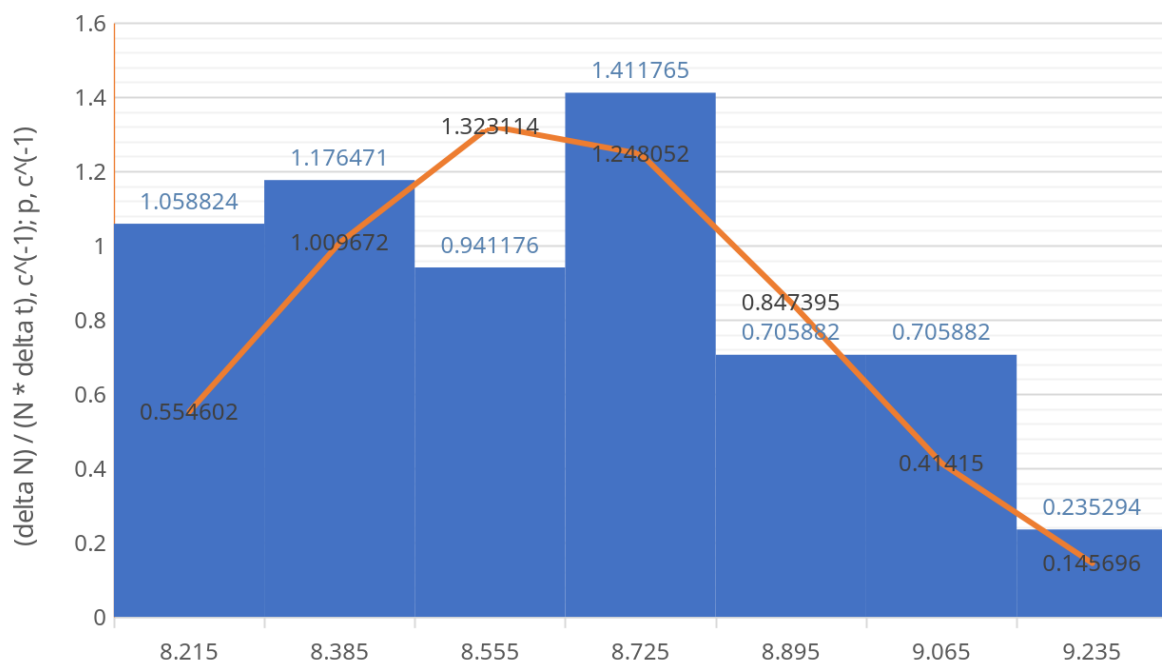


График 1. Гистограмма.

11. Результаты

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения:
 $\sigma_{\langle t \rangle} = 0,0419 \text{ с}$
- Табличное значение коэффициента Стьюдента для доверительной вероятности: $t_{\alpha, N} = 2,0086$
- Доверительный интервал: $\Delta t = 0,0842 \text{ с}$
- Среднее арифметическое всех результатов измерений:
 $\langle t \rangle_N = 8,6098 \text{ с}$
- Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_N = 0,2965 \text{ с}$
- Максимальное значение плотности распределения:
 $\rho_{\max} = 1,3455 \text{ с}^{-1}$

12. Выводы и анализ результатов работы.

Для исследования распределения случайной величины, был произведен замер временного отрезка, в выборку вошло 50 из них (таблица 1). Таблицы были заполнены соответствующими данными: стандартные доверительные интервалы (таблица 3) и данные для построения гистограммы (таблица 2). На основе таблиц были построены гистограмма и график функции Гаусса.

Несмотря на наличие расхождений (интервал 1, 3 на графике 1), в получившейся комбинированной диаграмме можно заметить некоторое сходство теоретического “предположения” в виде графика функции Гаусса с реальными результатами, выражающимися в виде гистограммы.

Погрешности и неточности в данном случае могли быть вызваны тем, что в рамках многократного запуска программы, в некоторые моменты времени на компьютере были запущены другие фоновые процессы, что могло сказаться на скорости выполнения.

Работа позволила на практике ознакомиться с распределением случайной величины.