

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Домашняя работа №2
по дисциплине
«Дискретная математика»
Вариант №9

Выполнил:

Студент группы Р3113

Султанов А.Р.

Преподаватель:

Поляков В.И.

г. Санкт-Петербург

2023г.

Оглавление

Оглавление	2
Задание	2

Задание

Рассчитать кратчайшие длины путей данного графа от начальной e_1 до

всех остальных вершин:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	0	0	1	0	3	0	1	1	1	0	1
e2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
e3	0	0	0	0	5	3	1	0	0	4	1	2
e4	1	1	0	0	0	0	0	3	5	0	0	2
e5	0	0	5	0	0	5	2	0	1	5	0	3
e6	3	0	3	0	5	0	0	0	5	4	3	0
e7	0	0	1	0	2	0	0	1	2	3	2	0
e8	1	0	0	3	0	0	1	0	3	2	2	0
e9	1	1	0	5	1	5	2	3	0	0	0	0
e10	1	0	4	0	5	4	3	2	0	0	0	0
e11	0	0	1	0	0	3	2	2	0	0	0	1
e12	1	0	2	2	3	0	0	0	0	0	1	0



1. Таблица первой итерации алгоритма: Запишем 0^+ для e_1 и ∞ для остальных вершин. Число с $^+$ означает постоянную пометку вершины. На каждой итерации устанавливается 1 постоянная пометка. $p = e_1$

	1
e1	0^+
e2	∞
e3	∞
e4	∞
e5	∞
e6	∞
e7	∞
e8	∞
e9	∞
e10	∞
e11	∞
e12	∞

2. Далее, для каждого “непостоянного” соседа e_1 определяем минимальный путь по формуле $l(x_i) = \min(l(x_i), l(p) + c(p, x_i))$, где x_i - рассматриваемая вершина, $l(x_i)$ - текущая длина до вершины, $l(p)$ - длина для вершины с постоянным значением кратчайшего пути, $c(p, x_i)$ - длина от вершины с постоянным значением кратчайшего пути до x_i .

$\Gamma p = \{e_4, e_6, e_8, e_9, e_{10}, e_{12}\}$ - все пометки временные, уточним их:

$$l(e_4) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(e_6) = \min(\infty, 0^+ + 3) = 3$$

$$l(e_8) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(e_9) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(e_{10}) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(e_{12}) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_4) = 1$$

e_4 получает постоянную пометку 1^+ . $p = e_4$

	1	2
e1	0^+	
e2	∞	∞
e3	∞	∞
e4	∞	1^+
e5	∞	∞
e6	∞	3
e7	∞	∞
e8	∞	1
e9	∞	1
e10	∞	1
e11	∞	∞
e12	∞	1

3. Не все вершины имеют постоянные пометки. $\Gamma p = \{e_1, e_2, e_8, e_9, e_{12}\}$,

временные пометки имеют вершины $\{e_2, e_8, e_9, e_{12}\}$, уточним их:

$$l(e_2) = \min(\infty, 1^+ + 1) = 2$$

$$l(e_8) = \min(1, 1^+ + 3) = 1$$

$$l(e_9) = \min(1, 1^+ + 5) = 1$$

$$l(e_{12}) = \min(1, 1^+ + 2) = 1$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_8) = 1$$

e_8 получает постоянную пометку 1^+ . $p = e_8$

	1	2	3
e1	0^+		
e2	∞	∞	2
e3	∞	∞	∞
e4	∞	1^+	
e5	∞	∞	∞
e6	∞	3	3
e7	∞	∞	∞
e8	∞	1	1^+
e9	∞	1	1
e10	∞	1	1
e11	∞	∞	∞
e12	∞	1	1

4. Не все вершины имеют постоянные пометки.

$\Gamma p = \{e_1, e_4, e_7, e_9, e_{10}, e_{11}\}$, временные пометки имеют вершины

$\{e_7, e_9, e_{10}, e_{11}\}$, уточним их:

$$l(e_7) = \min(\infty, 1^+ + 1) = 2$$

$$l(e_9) = \min(1, 1^+ + 3) = 1$$

$$l(e_{10}) = \min(1, 1^+ + 2) = 1$$

$$l(e_{11}) = \min(\infty, 1^+ + 2) = 3$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_9) = 1$$

e_9 получает постоянную пометку 1^+ . $p = e_9$

	1	2	3	4
e1	0^+			
e2	∞	∞	2	2
e3	∞	∞	∞	∞
e4	∞	1^+		
e5	∞	∞	∞	∞
e6	∞	3	3	3
e7	∞	∞	∞	2
e8	∞	1	1^+	
e9	∞	1	1	1^+
e10	∞	1	1	1
e11	∞	∞	∞	3
e12	∞	1	1	1

5. Не все вершины имеют постоянные пометки.

$\Gamma p = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$, временные пометки имеют вершины

$\{e_2, e_5, e_6, e_7\}$, уточним их:

$$l(e_2) = \min(2, 1^+ + 1) = 2$$

$$l(e_5) = \min(\infty, 1^+ + 1) = 2$$

$$l(e_6) = \min(3, 1^+ + 5) = 3$$

$$l(e_7) = \min(2, 1^+ + 2) = 2$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_{10}) = 1$$

e_{10} получает постоянную пометку 1^+ . $p = e_{10}$

	1	2	3	4	5
e1	0^+				
e2	∞	∞	2	2	2
e3	∞	∞	∞	∞	∞
e4	∞	1^+			
e5	∞	∞	∞	∞	2
e6	∞	3	3	3	3
e7	∞	∞	∞	2	2
e8	∞	1	1^+		
e9	∞	1	1	1^+	
e10	∞	1	1	1	1^+
e11	∞	∞	∞	3	3
e12	∞	1	1	1	1

6. Не все вершины имеют постоянные пометки.

$\Gamma p = \{e_1, e_3, e_5, e_6, e_7, e_8\}$, временные пометки имеют вершины

$\{e_3, e_5, e_6, e_7\}$, уточним их:

$$l(e_3) = \min(\infty, 1^+ + 4) = 5$$

$$l(e_5) = \min(2, 1^+ + 5) = 2$$

$$l(e_6) = \min(3, 1^+ + 4) = 3$$

$$l(e_7) = \min(2, 1^+ + 3) = 2$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_{12}) = 1$$

e_{12} получает постоянную пометку 1^+ . $p = e_{12}$

	1	2	3	4	5	6
--	---	---	---	---	---	---

e1	0^+					
e2	∞	∞	2	2	2	2
e3	∞	∞	∞	∞	∞	5
e4	∞	1^+				
e5	∞	∞	∞	∞	2	2
e6	∞	3	3	3	3	3
e7	∞	∞	∞	2	2	2
e8	∞	1	1^+			
e9	∞	1	1	1^+		
e10	∞	1	1	1	1^+	
e11	∞	∞	∞	3	3	3
e12	∞	1	1	1	1	1^+

7. Не все вершины имеют постоянные пометки. $\Gamma p = \{e_1, e_3, e_4, e_5, e_{11}\}$, временные пометки имеют вершины $\{e_3, e_5, e_{11}\}$, уточним их:

$$l(e_3) = \min(5, 1^+ + 2) = 3$$

$$l(e_5) = \min(2, 1^+ + 3) = 2$$

$$l(e_{11}) = \min(3, 1^+ + 1) = 2$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_2) = 2$$

e_2 получает постоянную пометку 2^+ . $p = e_2$

	1	2	3	4	5	6	7
e1	0^+						
e2	∞	∞	2	2	2	2	2^+
e3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3
e4	∞	1^+					
e5	∞	∞	∞	∞	2	2	2
e6	∞	3	3	3	3	3	3
e7	∞	∞	∞	2	2	2	2
e8	∞	1	1^+				
e9	∞	1	1	1^+			
e10	∞	1	1	1	1^+		
e11	∞	∞	∞	3	3	3	2
e12	∞	1	1	1	1	1^+	

8. Не все вершины имеют постоянные пометки. $\Gamma p = \{e_4, e_9\}$,

временные пометки не имеет ни одна из этих вершин.

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_5) = 2$$

e_5 получает постоянную пометку 2^+ . $p = e_5$

	1	2	3	4	5	6	7	8
e1	0^+							
e2	∞	∞	2	2	2	2	2^+	
e3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3
e4	∞	1^+						
e5	∞	∞	∞	∞	2	2	2	2^+
e6	∞	3	3	3	3	3	3	3

e7	∞	∞	∞	2	2	2	2	2
e8	∞	1	1^+					
e9	∞	1	1	1^+				
e10	∞	1	1	1	1^+			
e11	∞	∞	∞	3	3	3	2	2
e12	∞	1	1	1	1	1^+		

9. Не все вершины имеют постоянные пометки.

$\Gamma p = \{e_3, e_6, e_7, e_9, e_{10}, e_{12}\}$, временные пометки имеют вершины $\{e_3, e_6, e_7\}$, уточним их:

$$l(e_3) = \min(3, 2^+ + 5) = 3$$

$$l(e_6) = \min(3, 2^+ + 5) = 3$$

$$l(e_7) = \min(2, 2^+ + 2) = 2$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_7) = 2$$

e_7 получает постоянную пометку 2^+ . $p = e_7$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e1	0^+								
e2	∞	∞	2	2	2	2	2^+		
e3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	3
e4	∞	1^+							
e5	∞	∞	∞	∞	2	2	2	2^+	
e6	∞	3	3	3	3	3	3	3	3
e7	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2^+
e8	∞	1	1^+						

e9	∞	1	1	1^+					
e10	∞	1	1	1	1^+				
e11	∞	∞	∞	3	3	3	2	2	2
e12	∞	1	1	1	1	1^+			

10. Не все вершины имеют постоянные пометки.

$\Gamma p = \{e_3, e_5, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}$, временные пометки имеют вершины $\{e_3, e_{11}\}$,

уточним их:

$$l(e_3) = \min(3, 2^+ + 1) = 3$$

$$l(e_{11}) = \min(2, 2^+ + 2) = 2$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_{11}) = 2$$

e_{11} получает постоянную пометку 2^+ . $p = e_{11}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e1	0^+									
e2	∞	∞	2	2	2	2	2^+			
e3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	3	3
e4	∞	1^+								
e5	∞	∞	∞	∞	2	2	2	2^+		
e6	∞	3	3	3	3	3	3	3	3	3
e7	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2^+	
e8	∞	1	1^+							
e9	∞	1	1	1^+						
e10	∞	1	1	1	1^+					
e11	∞	∞	∞	3	3	3	2	2	2	2^+

e12	∞	1	1	1	1	1^+				
-----	----------	---	---	---	---	-------	--	--	--	--

11. Не все вершины имеют постоянные пометки. $\Gamma p = \{e_3, e_6, e_7, e_8, e_{12}\}$,

временные пометки имеют вершины $\{e_3, e_6\}$, уточним их:

$$l(e_3) = \min(3, 2^+ + 1) = 3$$

$$l(e_6) = \min(3, 2^+ + 3) = 2$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_3) = 3$$

e_3 получает постоянную пометку 3^+ . $p = e_3$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e1	0^+										
e2	∞	∞	2	2	2	2	2^+				
e3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	3	3	3^+
e4	∞	1^+									
e5	∞	∞	∞	∞	2	2	2	2^+			
e6	∞	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
e7	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2^+		
e8	∞	1	1^+								
e9	∞	1	1	1^+							
e10	∞	1	1	1	1^+						
e11	∞	∞	∞	3	3	3	2	2	2	2^+	
e12	∞	1	1	1	1	1^+					

12. Не все вершины имеют постоянные пометки.

$\Gamma p = \{e_5, e_6, e_7, e_{10}, e_{11}, e_{12}\}$, временные пометки имеют вершины $\{e_6\}$,

уточним их:

$$l(e_6) = \min(3, 3^+ + 3) = 3$$

$$l(x_i^*) = \min(l(x_i)) = l(e_6) = 3$$

e_6 получает постоянную пометку 3^+ . $p = e_6$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e1	0^+											
e2	∞	∞	2	2	2	2	2^+					
e3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	3	3	3^+	
e4	∞	1^+										
e5	∞	∞	∞	∞	2	2	2	2^+				
e6	∞	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3^+
e7	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2^+			
e8	∞	1	1^+									
e9	∞	1	1	1^+								
e10	∞	1	1	1	1^+							
e11	∞	∞	∞	3	3	3	2	2	2	2^+		
e12	∞	1	1	1	1	1^+						

13. Все пометки постоянные.

Длина кратчайшего пути:

от e_1 до $e_2 = 2$

от e_1 до $e_3 = 3$

от e_1 до $e_4 = 1$

от e_1 до $e_5=2$

от e_1 до $e_6=3$

от e_1 до $e_7=2$

от e_1 до $e_8=1$

от e_1 до $e_9=1$

от e_1 до $e_{10}=1$

от e_1 до $e_{11}=2$

от e_1 до $e_{12}=1$