

একাদশ অধ্যায়

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

তাদাম আসেমানেট ছক	3A পেলে অর্ডিন হবে	
ছক-১	ছক-২	ছক-৩
নিয়ারিত জাসতে পৃষ্ঠা ২ মেগো		

A+

অনুশীলনী-১১.১

■ অধ্যায় সংক্ষিপ্ত ব্যক্তিত্ব

আধুনিক দর্শনের জনক ফরাসি দার্শনিক রেনে দেকার্টে (Rene Descartes, 1596 – 1650) একই সাথে হিসেন একজন প্রখ্যাত গণিতবিদ। তাকে কার্টেসীয় বা বিঘ্রহণী জ্যামিতির (Cartesian or Analytic Geometry) অধিকারক বলা হয়। এর সাথেও তিনি ফাল্গনকে স্থানিক মাধ্যমে প্রকাশ করার পদ্ধতি বের করেন। অঙ্গত গাণিকে x, y ও z ধরার নিয়ম তিনিই প্রথম প্রবর্তন করেন।



শুনতেই পাঠ্যবই থেকে 'স্থানাঙ্ক জ্যামিতি' অধ্যায়টি পড়ে নাও।
অথবা মোবাইলে Audio Book শোনার জন্য QR Code স্ক্যান করো।



René Descartes

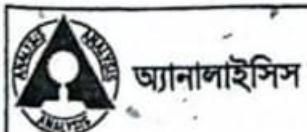
রেনে দেকার্টে (1596 – 1650)

■ অধ্যায়টির শিখনফল

১৬. এখানে অধ্যায়ের শিখনফলগুলোর গুরুত্ব স্টার (*) চিহ্নিত করে বোঝানো হয়েছে। কোন শিখনফল থেকে বিগত বছরসমূহে বোর্ড পরীক্ষায় কত **প্রিমিয়ার** সংখ্যক প্রশ্ন এসেছে এবং এ অধ্যায়ে এসব শিখনফলের ওপর কোন কোন প্রশ্ন রয়েছে তা এ ছক থেকে আনতে পারবে তুমি।

	শিখনফল	বোর্ড ও সাল	অধ্যায়ের প্রশ্ন নম্বর
★	১. সমতলে কার্টেসীয় স্থানাঙ্কের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে। প্রশ্ন নম্বর ৭, ৯		
★★	২. দুইটি বিস্তুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করতে পারবে।	ঢা. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১, ২০, ১৭, ১৬ ১৫; ম. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১, ২০; জা. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১, ১৯, ১৬, ১৫; কু. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১, ২০, ১৯, ১৭, ১৬; চ. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১, ১৯, ১৬, ১৫; য. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১, ২০, ১৯, ১৭, ১৫; ব. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১, ১৯, ১৭, ১৬	১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯, ১০, ১১, ১২

১১
অধ্যায়



অ্যানালাইসিস

- পাঠ বিঘ্রহণ | পৃষ্ঠা ৩৫২
- ✓ অধ্যায়ের শিখনফলের গুরুত্ব নির্ধারণ | পৃষ্ঠা ৩৫২
- ✓ পাঠ সংযোগ বিষয়বস্তু | পৃষ্ঠা ৩৫২
- ✓ কুইজের উত্তরমালা | পৃষ্ঠা ৩৫৩
- ✓ একই নিয়মের গুরুত্বপূর্ণ সমস্যা ও সমাধান | পৃষ্ঠা ৩৫৩



অ্যাপ্লিকেশন

- অনুশীলনীর প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৫৪
- ✓ টেক্সটবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৫৪
- সূজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৫৭
- ✓ বোর্ড পরীক্ষার প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৫৭
- ✓ শীর্ষস্থানীয় স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৫৮
- ✓ মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্নীত প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৫৯
- সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৬১
- সূজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৬২
- ✓ শীর্ষস্থানীয় স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৬২
- ✓ মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্নীত প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৩৬৩
- ✓ আরও অনুশীলন করি | পৃষ্ঠা ৩৬৩



অ্যাসেসমেন্ট

- প্রশ্নব্যাংক | পৃষ্ঠা ৪৭৯
- ✓ রচনামূলক প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৪৭৯
- ✓ সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন | পৃষ্ঠা ৪৮০
- অধ্যায়ভিত্তিক মডেল টেস্ট | পৃষ্ঠা ৪৮১
- ✓ বহুনির্বাচনি অভীক্ষা | পৃষ্ঠা ৪৮১
- ✓ রচনামূলক অভীক্ষা | পৃষ্ঠা ৪৮২



অ্যানালাইসিস অংশ: পাঠ বিশ্লেষণ

■ শিখনফলের গুরুত্ব নির্ধারণ ■ পাঠ সহায়ক বিষয়বস্তু ■ একটি নিয়মের গুরুত্বপূর্ণ সমস্যা ও সমাধান

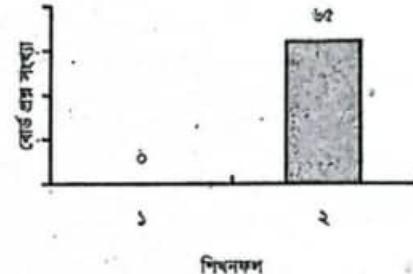
অধ্যায়ের শিখনফলের গুরুত্ব নির্ধারণ



বোর্ডিভিক প্রশ্নসংখ্যা ও শিখনফলের ভিত্তিতে

এ অধ্যায়ের কোন শিখনফল কভাটা গুরুত্বপূর্ণ তা বোঝার জন্য শিখনফলের তত্ত্বিক নথির উরেখ করে সংক্ষিপ্ত শিখনফলের ওপর কতবার প্রয় এবং এবেছে আঁকড়েটা ছক ও আছের মাধ্যমে দেখানো হয়েছে। গুরুত্বপূর্ণ শিখনফলসমূহের ওপর গ্রাহণুলো তৃষ্ণি বেশি গুরুত্ব দিয়ে অনুশীলন করো।

শিখনফল নথি	বোর্ডিভিক প্রশ্নসংখ্যা (২০১৫-১৬)									
	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
১	-	-	-	-	-	-	-	-	-	০
২	৮	৫	৭	৮	৮	৮	৭	৮	৬	৬৫



বিশেষণে দেখা যাচ্ছে, গুরুত্বের ক্রম অনুযায়ী শিখনফল অলো ২

পাঠ সহায়ক বিষয়বস্তু



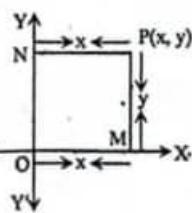
নতুন পাঠ্যবইয়ের টপিকের ভিত্তিতে

এখানে প্রতিটি টপিকের ওপর পাঠ্যবই ও বিভিন্ন উৎস থেকে সংগৃহীত জ্ঞান টু-স্যু-পয়েস্ট দেওয়া হয়েছে। সেইসঙ্গে রয়েছে কুইজ। যদি তৃষ্ণি সবগুলো

- বিন্দু, সরলরেখা ও বক্ররেখার বীজগাণিতিক প্রকাশকে জ্যামিতির যে অংশে অধ্যয়ন করা হয় তাই স্থানাঙ্ক জ্যামিতি নামে পরিচিত। জ্যামিতির এই অংশ বিশ্লেষণ জ্যামিতি (Analytic Geometry) নামেও পরিচিত।
- সমতলে বিন্দু পাতলের পদ্ধতির সূচনা করেন বিখ্যাত ফরাসি গণিতবিদ René Descartes। ডেকার্টের প্রবর্তিত জ্যামিতির এই স্থানাঙ্ক (Coordinates) প্রথা তাঁরই নামানুসারে কার্টেসীয় স্থানাঙ্ক (Cartesian Coordinates) নামে পরিচিত।
- পরস্পরান্তী দুইটি সরলরেখা হতে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে কেবলমাত্র একটি বিন্দুই থাকতে পারে।

স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার মৌলিক ধারণা:

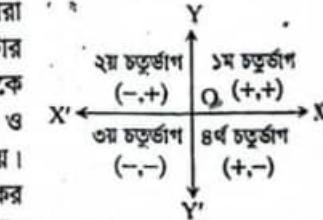
- কোনো সমতলে পরস্পর সমকোণে দেখ করে এবং দুইটি সরলরেখা XOX' এবং YOY' আকলে XOX' কে x অক্ষ (x -axis), YOY' কে y অক্ষ (y -axis) এবং দেবিন্দু 'O' কে মূলবিন্দু (origin) বলা হয়।
- অক্ষদ্বয়ের সমতলে যেকোনো বিন্দু P । তাহলে y অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব x কে P বিন্দুর ভূজ (abscissa) বা x স্থানাঙ্ক (x -coordinate) বলে।



আবার x অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব y কে P বিন্দুর কোটি (ordinate) বা y স্থানাঙ্ক (y -coordinate) বলা হয়।

ভূজ ও কোটিকে এক সাথে স্থানাঙ্ক বলা হয়। সূতরাং P বিন্দুর স্থানাঙ্ক বলতে y অক্ষ ও x অক্ষ হতে P বিন্দুর লম্ব দূরত্ব বোঝায় এবং তাদের x ও y দ্বারা নির্দেশ করে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $P(x, y)$ প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

- বিন্দুটি y অক্ষের ভাবে থাকলে ভূজ ধনাত্মক ও বামে থাকলে ভূজ ঋণাত্মক হবে। আবার বিন্দুটি x অক্ষের উপরে থাকলে কোটি ধনাত্মক এবং নিচে থাকলে কোটি ঋণাত্মক হবে। x অক্ষের উপর কোটি শূন্য এবং y অক্ষের উপর ভূজ শূন্য হবে।
- কার্টেসীয় স্থানাঙ্কের অক্ষস্থানে XOY , YOX , $X'OX$, $Y'OX'$ এই চারটি ভাগে বিভক্ত হয়। এনে প্রত্যেকটিকে চতুর্ভুজ (quadrant) বলা হয়।
- XOY চতুর্ভুজকে প্রথম ধরা হয় এবং ঘড়ির কাঁটার আবর্তনের বিপরীত দিকে পর্যায়ক্রমে দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ চতুর্ভুজ ধরা হয়। কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্কের চিহ্ন অনুসারে বিন্দুর অবস্থান বিভিন্ন চতুর্ভুজে থাকে।



কুইজ-১

D ০-২টি	C ৩-৪টি	B ৫-৬টি	A ৭-১২টি
------------	------------	------------	-------------

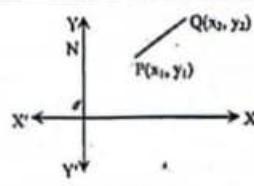
- পরস্পরান্তী দুইটি সরলরেখা হতে একটি নির্দিষ্ট দূরত্বে সর্বোচ্চ কয়টি বিন্দু থাকতে পারে?
- $P(3, 4)$ বিন্দু হতে x অক্ষের দূরত্ব কত?
- $X(5, 10)$ বিন্দুটির কোটি কত?
- $A(2, 3)$ এবং $B(5, 8)$ বিন্দুদ্বয়ের ভূজের যোগফল কত?
- $M(-3, -8)$ বিন্দুটি y -অক্ষের কোনপাশে অবস্থিত?
- $S(15, -12)$ বিন্দু হতে y -অক্ষের দূরত্ব কত?

প্রশ্ন-৭. (-2, 3) বিন্দুটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

প্রশ্ন-৮. একটি বিন্দুর ভূজা ধনাখাক এবং কোটি ঋণাখাক হলে, বিন্দুটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

কুইজের উত্তর মিলিয়ে নিতে নিচে দেখো।

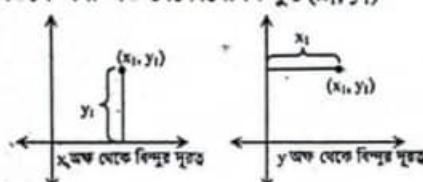
■ দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব
(Distance between two points): $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।



- P বিন্দু হতে Q বিন্দুর দূরত্ব, $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- মূলবিন্দু $O(0, 0)$ হতে সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু $P(x, y)$ এর দূরত্ব $OP = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

■ অক্ষদ্বয় থেকে যেকোনো বিন্দুর দূরত্ব (Distance of any point from the axes):

XY সমতলে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু $P(x_1, y_1)$



- x -অক্ষ থেকে (x_1, y_1) বিন্দুটির দূরত্ব = $|$ বিন্দুটির কোটি $| = |y_1|$
- y -অক্ষ থেকে (x_1, y_1) বিন্দুটির দূরত্ব = $|$ বিন্দুটির ভূজা $| = |x_1|$

কুইজ-২

D ০-৩টি	C ৩-৪টি	B ৫-৬টি	A ৭-৮টি
------------	------------	------------	------------

- প্রশ্ন-১. মূলবিন্দু হতে $(4, 3)$ বিন্দুটির দূরত্ব কত হবে?
- প্রশ্ন-২. $A(5, 9)$ এবং $B(3, 6)$ হলে, AB এর দৈর্ঘ্য কত হবে?
- প্রশ্ন-৩. x -অক্ষ থেকে $P(11, -12)$ বিন্দুটির দূরত্ব কত?
- প্রশ্ন-৪. y -অক্ষ থেকে $Q(-6, 11)$ বিন্দুটির দূরত্ব কত?
- প্রশ্ন-৫. $M(-3, 4)$ বিন্দু হতে $N(8, 4)$ বিন্দুটির দূরত্ব কত?
- প্রশ্ন-৬. $X(2, a)$ বিন্দু হতে $Y(3, 0)$ বিন্দুর দূরত্ব $\sqrt{10}$ একক হলে, a এর মান কত?
- প্রশ্ন-৭. মূলবিন্দু হতে $(b, 6)$ বিন্দুর দূরত্ব 10 একক হলে, b এর মান কত?
- প্রশ্ন-৮. তার চতুর্ভাগে অবস্থিত বিন্দুটির y -অক্ষ থেকে দূরত্ব 12 একক এবং মূলবিন্দু থেকে দূরত্ব 13 একক হলে, P এর স্থানাঙ্ক কত?

কুইজের উত্তর মিলিয়ে নিতে নিচে দেখো।

কুইজের উত্তরমালা

কুইজ-১ ১. একটি; ২. ৪ একক; ৩. 10; ৪. 7; ৫. বামপাশে; ৬. 15 একক; ৭. ২য় চতুর্ভাগ; ৮. ৪র্থ চতুর্ভাগ।

কুইজ-২ ১. ৫ একক; ২. $\sqrt{13}$ একক; ৩. 12 একক; ৪. 6 একক; ৫. 11 একক; ৬. ± 3 ; ৭. ± 8 ; ৮. $(-12, -5)$

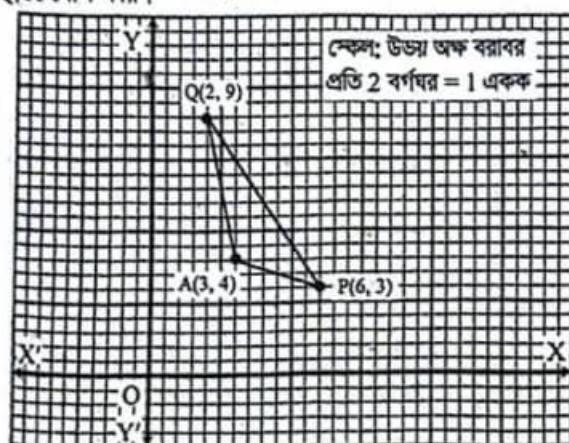
একই নিয়মের গুরুত্বপূর্ণ সমস্যা ও সমাধান

সূত্রের ধারাবাহিকতা অনুসারে

নিচের সমস্যাগুলো অধ্যায়টির নিয়মের ওপর ভিত্তি করে দেওয়া হয়েছে। সমস্যাগুলো সমাধান করলে তৃতীয় অধ্যায়টির যেকোনো সূত্রনশীল প্রয়োগ সমাধান খুব সহজেই করতে পারবে।

প্রয়োগ-১ হক কাগজে $A(3, 4)$, $P(6, 3)$ ও $Q(2, 9)$ বিন্দুজয় স্থান গঠিত $\triangle APQ$ অঙ্কন করে প্রমাণ কর যে, এটি একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

সমাধান: হক কাগজে XOX' কে x -অক্ষ এবং YOY' কে y -অক্ষ ধরে, x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি 2টি ক্ষেত্রফল বর্ণনা করে দৈর্ঘ্যকে। একক ধরে $A(3, 4)$, $P(6, 3)$ এবং $Q(2, 9)$ বিন্দু তিনটি স্থাপন করি। A, P, P, Q ও Q, A যোগ করি।



$$\text{এখন, } AP \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6-3)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \\ \therefore AP^2 = 10$$

২. যান্ত্রিক উচ্চতর পদ্ধতি (দশম শ্রেণি) ১২৫

$$\text{আবার, } AQ \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3-2)^2 + (4-9)^2} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} \\ \therefore AQ^2 = 26$$

$$\text{এবং } PQ \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6-2)^2 + (3-9)^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} \\ \therefore PQ^2 = 52$$

$$\text{এখানে, } AP^2 + AQ^2 = 10 + 26 = 36 \text{ এবং } PQ^2 = 52 \\ \therefore AP^2 + AQ^2 < PQ^2$$

অর্থাৎ PQ বাহুর বিপরীত কোণ A একটি স্থূলকোণ।

$\therefore \triangle APQ$ একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ। (প্রমাণিত)

প্রয়োগ-২ $P(2, -3)$, $Q(7, -3)$ এবং $R(2, 3)$ বিন্দুজয় ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $\triangle PQR$ সমকোণী। (বি. বে ২৪; বি. বে ২৪/সমাধান: দেওয়া আছে,

$P(2, -3)$, $Q(7, -3)$ এবং $R(2, 3)$ একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

$$\therefore PQ \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(7-2)^2 + (-3+3)^2} \text{ একক} = 5 \text{ একক}$$

$$\therefore QR \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(7-2)^2 + (-3-3)^2} \text{ একক} = \sqrt{61} \text{ একক}$$

$$\therefore PR \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2-2)^2 + (-3-3)^2} \text{ একক} = 6 \text{ একক}$$

$$\text{এখন, } PQ^2 + PR^2 = 5^2 + 6^2 = 61 = (\sqrt{61})^2 = QR^2$$

$$\therefore PQ^2 + PR^2 = QR^2 \text{ অর্থাৎ, } \triangle PQR \text{ একটি সমকোণী ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)}$$

প্রয়োগ ৭ $T(x, y)$ বিন্দুটি $P(-6, 5)$ ও $Q(-11, -6)$ বিন্দু হতে
সমন্বয়বর্তী হলে প্রশান্ত কর যে, $5x + 11y + 48 = 0$ /১১ লে ২৫/
সমাধান: সেওয়া আছে, P ও Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(-6, 5)$ ও
 $(-11, -6)$

এখন, $T(x, y)$ বিন্দু হতে P বিন্দুর দূরত্ব,

$$PT = \sqrt{(x+6)^2 + (y-5)^2} \text{ একক}$$

আবার, $T(x, y)$ বিন্দু হতে Q বিন্দুর দূরত্ব,

$$QT = \sqrt{(x+11)^2 + (y+6)^2}$$

শর্তমতে, $PT = QT$

$$\text{বা, } \sqrt{(x+6)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(x+11)^2 + (y+6)^2}$$

$$\text{বা, } x^2 + 12x + 36 + y^2 - 10y + 25 = x^2 + 22x + 121 + y^2 + 12y + 36$$

$$\text{বা, } 10x + 22y + 96 = 0 \therefore 5x + 11y + 48 = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রয়োগ ৮ $A(3, 10)$ থেকে $D(-5, 4)$ এবং $E(-3, -a)$ বিন্দু দূরত্ব
দূরত্ব সমান হলে, a এর মান নির্ণয় কর। /১ লে ২৫/

সমাধান: $A(3, 10)$ থেকে $D(-5, 4)$ বিন্দুর দূরত্ব,

$$AD = \sqrt{(-5-3)^2 + (4-10)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

আবার, $A(3, 10)$ থেকে $E(-3, -a)$ বিন্দুর দূরত্ব,
 $AE = \sqrt{(-3-3)^2 + (-a-10)^2} = \sqrt{36 + (a+10)^2}$

$$\text{প্রয়োগুলোর, } \sqrt{36 + (a+10)^2} = 10$$

$$\text{বা, } 36 + (a+10)^2 = 100 \text{ বা, } (a+10)^2 = 64 \text{ বা, } a+10 = \pm 8$$

$$\text{বা, } a = -10 \pm 8 = (-10 \pm 8) \text{ অথবা } (-10 - 8)$$

$$\therefore a = -2, \text{ অথবা } -18 \text{ (Ans.)}$$

প্রয়োগ ৯ $P(11, 5), Q(-2, 5), R(-5, -4)$ এবং $S(x, y)$ বিন্দুগুলো একটি সামান্যতরিকের শীর্ষবিন্দু হলে, S এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। /১ লে ২৫/

$$\text{সমাধান: } PR \text{ কর্ণের মধ্যবিন্দু} = \left(\frac{11-5}{2}, \frac{5-4}{2} \right) = \left(3, \frac{1}{2} \right)$$

$$QS \text{ কর্ণের মধ্যবিন্দু} = \left(\frac{-2+x}{2}, \frac{5+y}{2} \right)$$

যেহেতু সামান্যতরিকের কর্ণস্থায়ী পরম্পরাকে সমন্বিত করে ক্ষেত্ৰে
PR ও QS কর্ণস্থায়ীর মধ্যবিন্দু একই।

$$\text{সূতরাং, } \frac{-2+x}{2} = 3 \quad \text{এবং} \quad \frac{5+y}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } -2+x = 6 \quad \text{বা, } 5+y = 1$$

$$\therefore x = 6+2 = 8 \quad \therefore y = 1-5 = -4$$

$$\therefore S \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (8, -4) \text{ (Ans.)}$$



অ্যাপ্লিকেশন অংশ: অনুশীলনীর প্রশ্ন

■ ১১টি অনুশীলনীর প্রশ্ন

টেক্সটবইয়ের অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

নতুন পাঠ্যবইয়ের আলোকে

প্রয়োগ ১ পাঠ্যবইয়ের এ প্রশ্নগুলো গুরুত্বপূর্ণ টপিক ও শিখনফলের আলোকে তৈরি। নতুন পাঠ্যবইয়ের এ প্রশ্নগুলোর সমাধানের নমুনা দেখে নাও তুমি। এই
প্রশ্নগুলো সাধারণ পরীক্ষায় সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন কেন্দ্র হতে পারে ও সমাধান কীভাবে করতে হবে সে সম্পর্কে এই ধারণা পাবে।

১. প্রতিক্রিয়ে প্রদত্ত বিন্দুসমূহের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

$$(ক) (2, 3) \text{ ও } (4, 6) \quad (খ) (-3, 7) \text{ ও } (-7, 3)$$

$$(গ) (a, b) \text{ ও } (b, a) \quad (ঘ) (0, 0) \text{ ও } (\sin\theta, \cos\theta)$$

$$(ঙ) \left(-\frac{3}{2}, -1\right) \text{ ও } \left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

সমাধান:

$$(ক) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুস্থায় P(2, 3) এবং Q(4, 6)$$

$$\therefore \text{বিন্দুস্থায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব } PQ = \sqrt{(4-2)^2 + (6-3)^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দূরত্ব} = \sqrt{13} \text{ একক। (Ans.)}$$

$$(খ) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুস্থায় P(-3, 7) এবং Q(-7, 3)$$

$$\therefore \text{বিন্দুস্থায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব } PQ = \sqrt{(-7-(-3))^2 + (3-7)^2}$$

$$= \sqrt{(-7+3)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{16+16}$$

$$= \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$$

$$= \sqrt{16} \times \sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দূরত্ব} = 4\sqrt{2} \text{ একক। (Ans.)}$$

$$(গ) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুস্থায় P(a, b) এবং Q(b, a)$$

$$\therefore \text{বিন্দুস্থায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব } PQ = \sqrt{(b-a)^2 + (a-b)^2}$$

$$= \sqrt{(a-b)^2 + (a-b)^2}$$

$$= \sqrt{2(a-b)^2} = |a-b|\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দূরত্ব} = |a-b|\sqrt{2} \text{ একক। (Ans.)}$$

$$(ঘ) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুস্থায় P(0, 0) এবং Q(\sin\theta, \cos\theta)$$

$$\therefore \text{বিন্দুস্থায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব } PQ = \sqrt{(\sin\theta-0)^2 + (\cos\theta-0)^2}$$

$$= \sqrt{(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2}$$

$$= \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta}$$

$$= \sqrt{1} = 1 \text{ একক}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দূরত্ব} = 1 \text{ একক। (Ans.)}$$

$$(ঙ) ধরি, প্রদত্ত বিন্দুস্থায় P\left(-\frac{3}{2}, -1\right) এবং Q\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

$$\therefore \text{বিন্দুস্থায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব } PQ = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)\right)^2 + (2-(-1))^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় দূরত্ব} = \sqrt{13} \text{ একক। (Ans.)}$$

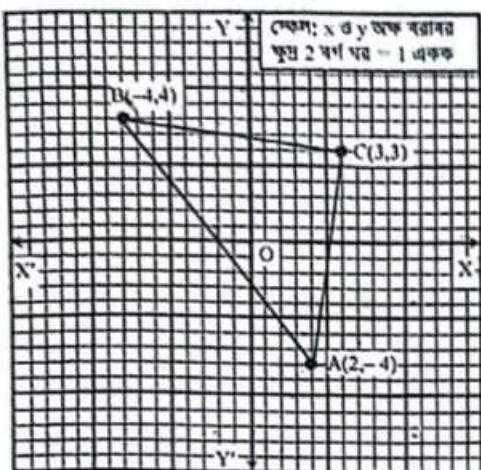
$$2. \text{ একটি ত্রিভুজের শীর্ষবর্তী যথাক্রমে } A(2, -4), B(-4, 4) \text{ ও } C(3, 3)$$

ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং দেখাও যে, এটি একটি সমবিবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুসমূহ $A(2, -4), B(-4, 4)$ এবং $C(3, 3)$

xy সমতলে বিন্দুগুলোর অবস্থান দেখানো হলো এবং $A, B; B, C$

ও C, A যোগ করে ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।



$$\text{এখন, } AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-4-2)^2 + (4+4)^2} \\ = \sqrt{(-6)^2 + (8)^2} = \sqrt{36+64} \\ = \sqrt{100} = 10 \text{ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3+4)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{(7)^2 + (-1)^2} \\ = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ একক}$$

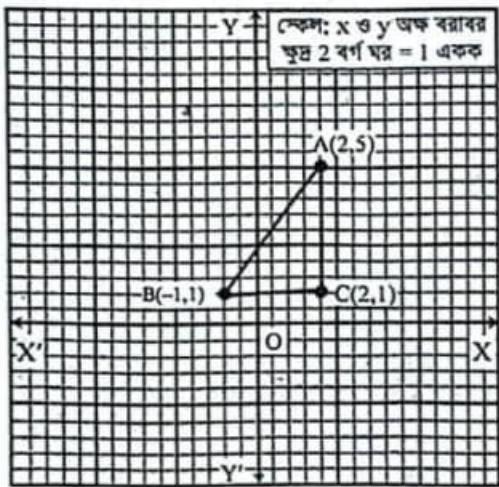
$$\text{এবং } AC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3-2)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{(1)^2 + (7)^2} \\ = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ একক}$$

এখানে, $BC = AC$

$\therefore A, B, C$ বিন্দুত্বয় দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজটি একটি সমবিবাহু ত্রিভুজ।
(দেখানো হলো)

৩. $A(2, 5), B(-1, 1)$ ও $C(2, 1)$ একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্ব। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর এবং দেখাও যে এটি একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

সমাধান: দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্ব $A(2, 5), B(-1, 1)$ এবং $C(2, 1)$ । xy সমতলে বিন্দুত্বয়ের অবস্থান দেখানো হলো
এবং এদের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।



$$\text{এখন, } AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-1-2)^2 + (1-5)^2} \\ = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} \\ = \sqrt{25} = 5 \text{ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2+1)^2 + (1-1)^2} \\ = \sqrt{(3)^2 + (0)^2} = \sqrt{3^2} = 3 \text{ একক}$$

$$\text{এবং } AC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2-2)^2 + (1-5)^2} \\ = \sqrt{(0)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4^2} = 4 \text{ একক}$$

কিন্তু, $BC^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2 = AB^2$

\therefore পিথাগোরাসের সূত্র অনুযায়ী, $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ।
(দেখানো হলো)

৪. $A(1, 2), B(-3, 5)$ ও $C(5, -1)$ বিন্দুত্বয় দ্বারা ত্রিভুজ গঠন করা যায় কিনা যাচাই কর।

সমাধান: প্রদত্ত বিন্দুত্ব $A(1, 2), B(-3, 5)$ ও $C(5, -1)$

$$\text{এখন, } AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-3-1)^2 + (5-2)^2} \\ = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16+9} \\ = \sqrt{25} = 5 \text{ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(5+3)^2 + (-1-5)^2} \\ = \sqrt{(8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{64+36} \\ = \sqrt{100} = 10 \text{ একক}$$

$$\text{এবং } AC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(5-1)^2 + (-1-2)^2} \\ = \sqrt{(4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} \\ = \sqrt{25} = 5 \text{ একক}$$

দেখা যাচ্ছে, $AB + AC = 5 + 5 = 10 = BC$

অর্থাৎ দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর সমান।

\therefore এদের দ্বারা কোনো ত্রিভুজ গঠন করা সম্ভব নয়।

৫. মূলবিন্দু থেকে $(-5, 5)$ ও $(5, k)$ বিন্দুত্বয় সমদূরবর্তী হলে k এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান: মূলবিন্দু $(0, 0)$ থেকে $(-5, 5)$ বিন্দুর

$$\text{দূরত্ব} = \sqrt{(-5-0)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} \text{ একক}$$

আবার,

$$\text{মূলবিন্দু } (0, 0) \text{ থেকে } (5, k) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{(5-0)^2 + (k-0)^2} \\ = \sqrt{5^2 + k^2} \\ = \sqrt{25+k^2} \text{ একক}$$

প্রশ্নানুসারে, $\sqrt{25+k^2} = \sqrt{50}$

বা, $25+k^2 = 50$ [বর্গ করে]

বা, $k^2 = 25 \therefore k = \pm 5$

\therefore নির্ণেয় মান: $k = 5, -5$ (Ans.)

৬. দেখাও যে, $A(2, 2), B(-2, -2)$ এবং $C(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। এর পরিসীমা তিনি দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $A(2, 2), B(-2, -2)$ এবং $C(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

$$\text{এখানে, } AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-2-2)^2 + (-2-2)^2} \\ = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} \\ = \sqrt{2 \times 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-2\sqrt{3}+2)^2 + (2\sqrt{3}+2)^2} \\ = \sqrt{(12-8\sqrt{3}+4) + (12+8\sqrt{3}+4)} \\ = \sqrt{16-8\sqrt{3}+16+8\sqrt{3}} \\ = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{এবং } AC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-2\sqrt{3}-2)^2 + (2\sqrt{3}-2)^2} \\ = \sqrt{(12+8\sqrt{3}+4) + (12-8\sqrt{3}+4)} \\ = \sqrt{16+8\sqrt{3}+16-8\sqrt{3}} \\ = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ একক}$$

\therefore দেখা যাচ্ছে, $AB = BC = AC = 4\sqrt{2}$ একক

$\therefore A, B, C$ বিন্দুত্বয় একটি সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। (দেখানো হলো)

\therefore ত্রিভুজটির পরিসীমা = $(AB + BC + AC)$

$$= (4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \text{ একক}$$

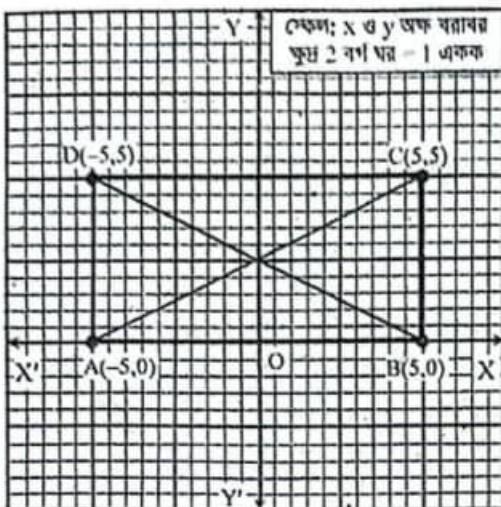
$$= 12\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$= 16.971 \text{ একক} [\text{তিনি দশমিক স্থান পর্যন্ত}]$$

(আর) (Ans.)

৭. দেখাও যে, $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$, $C(5, 5)$ ও $D(-5, 5)$ একটি আয়তক্ষেত্রের চারটি শীর্ষবিন্দু।

সমাধান: দেওয়া আছে, $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$, $C(5, 5)$ ও $D(-5, 5)$
তাহলে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5+5)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{10^2 + 0^2} = \sqrt{100} = 10$ একক



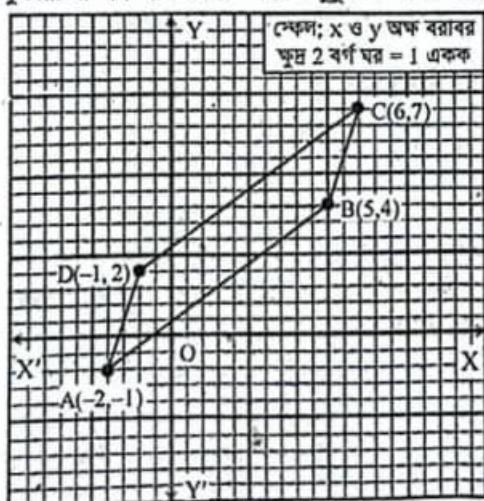
$$\begin{aligned} BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(5-5)^2 + (5-0)^2} \\ &= \sqrt{0^2 + 5^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ একক} \\ CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-5)^2} \\ &= \sqrt{(-10)^2 + 0^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ একক} \\ \text{এবং } AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-5+5)^2 + (5-0)^2} \\ &= \sqrt{0^2 + 5^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ একক} \\ \text{আবার, } AC \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(5+5)^2 + (5-0)^2} \\ &= \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100+25} \\ &= \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ একক} \\ \text{এবং } BD \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-5-5)^2 + (5-0)^2} \\ &= \sqrt{(-10)^2 + 5^2} = \sqrt{100+25} \\ &= \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ একক} \end{aligned}$$

এখনে, $AB = CD$; $BC = AD$ এবং কর্ণ $AC = কর্ণ BD$.
 $\therefore A, B, C, D$ বিন্দু চারটি একটি আয়তক্ষেত্রের শীর্ষবিন্দু।

(দেখানো হলো)

৮. $A(-2, -1)$, $B(5, 4)$, $C(6, 7)$ এবং $D(-1, 2)$ দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি সামাত্রিক না আয়তক্ষেত্র তা নির্ণয় কর।

সমাধান: xy সমতলে $A(-2, -1)$, $B(5, 4)$, $C(6, 7)$ এবং $D(-1, 2)$ বিন্দু চারটির অবস্থান চিহ্নিত করে চতুর্ভুজটি আঁকা হলো:



$$\begin{aligned} \therefore AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(5+2)^2 + (4+1)^2} \\ &= \sqrt{(7)^2 + (5)^2} = \sqrt{49+25} \\ &= \sqrt{74} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(6-5)^2 + (7-4)^2} \\ &= \sqrt{(1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1+9} \\ &= \sqrt{10} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-1-6)^2 + (2-7)^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2} = \sqrt{49+25} \\ &= \sqrt{74} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-1+2)^2 + (2+1)^2} \\ &= \sqrt{(1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1+9} \\ &= \sqrt{10} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } AC \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(6+2)^2 + (7+1)^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 + (8)^2} = \sqrt{64+64} \\ &= \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } BD \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(-1-5)^2 + (2-4)^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36+4} \\ &= \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ একক} \end{aligned}$$

এখানে, $AB = CD$ এবং $BC = AD$ । কিন্তু কর্ণ $AC \neq কর্ণ BD$.

$$\therefore A, B, C, D \text{ দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি সামাত্রিক।}$$

৯. $A(10, 5)$, $B(7, 6)$, $C(-3, 5)$ বিন্দুগুলোর মধ্যে, কেন্দ্র $P(3, -2)$ এর সবচেয়ে নিকটবর্তী ও কোনটি সবচেয়ে দূরবর্তী?

সমাধান: দেওয়া আছে, $A(10, 5)$, $B(7, 6)$, $C(-3, 5)$ এবং $P(3, -2)$

এখানে, A, P বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$\begin{aligned} AP &= \sqrt{(3-10)^2 + (-2-5)^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2 + (-7)^2} = \sqrt{49+49} = \sqrt{98} \\ &= 7\sqrt{2} \text{ একক} = 9.899 \text{ একক (প্রায়)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B, P \text{ বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব } BP &= \sqrt{(3-7)^2 + (-2-6)^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{16+64} = \sqrt{80} \\ &= 4\sqrt{5} \text{ একক,} \\ &= 8.944 \text{ একক (প্রায়)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C, P \text{ বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব } CP &= \sqrt{(3+3)^2 + (-2-5)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 + (-7)^2} \\ &= \sqrt{36+49} = \sqrt{85} \text{ একক} \\ &= 9.22 \text{ একক (প্রায়)} \end{aligned}$$

$\therefore P$ বিন্দুর সবচেয়ে নিকটবর্তী বিন্দু B এবং সবচেয়ে দূরবর্তী বিন্দু A ।

১০. $P(x, y)$ বিন্দু থেকে y -অক্ষের দূরত্ব এবং $Q(3, 2)$ বিন্দুর দূরত্ব সমান। প্রমাণ কর যে, $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$ ।

সমাধান: ধরি, y -অক্ষের উপর যে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক, $A(0, y)$ ।
এখন, $P(x, y)$ ও $A(0, y)$ বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী

$$\begin{aligned} \text{দূরত্ব } PA &= \sqrt{(0-x)^2 + (y-y)^2} \\ &= \sqrt{(-x)^2 + 0^2} = \sqrt{x^2} \\ &= x \text{ একক} \end{aligned}$$

এবং $P(x, y)$ ও $Q(3, 2)$ বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী

$$\begin{aligned} \text{দূরত্ব } PQ &= \sqrt{(3-x)^2 + (2-y)^2} \\ &= \sqrt{(9-6x+x^2) + (4-4y+y^2)} \\ &= \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13} \text{ একক} \end{aligned}$$

প্রমাণানুসারে, $PQ = PA$

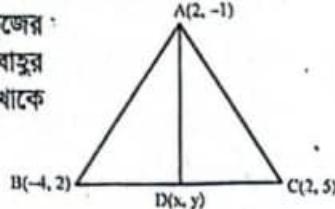
$$\text{বা, } \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13} = x$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 = x^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

$$\therefore y^2 - 4y - 6x + 13 = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

১১. ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ A(2, -1), B(-4, 2), C(2, 5)।
ত্রিভুজটির মধ্যমা AD এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, ত্রিভুজের
শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর
মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে
মধ্যমা বলে।



এখনে, ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A এর বিপরীত বাহু BC।
ধরি, BC এর মধ্যবিন্দু D এবং এর স্থানাঙ্ক (x, y)।
B ও C এর মধ্যবিন্দু D হলে,

$$x = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\text{এবং } y = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$$

এখন, A(2, -1) ও D(-1, $\frac{7}{2}$) বিন্দুর সংযোজক রেখাই হচ্ছে
ত্রিভুজটির মধ্যমা AD।

$$\begin{aligned}\therefore AD &= \sqrt{(2 - (-1))^2 + \left(\frac{7}{2} - (-1)\right)^2} \\ &= \sqrt{(2+1)^2 + \left(\frac{-2-7}{2}\right)^2} = \sqrt{(3)^2 + \left(\frac{-9}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{9 + \frac{81}{4}} = \sqrt{\frac{36+81}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{117}{4}} = \sqrt{\frac{9 \times 13}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{13} \text{ একক (Ans.)}\end{aligned}$$

অ্যাপ্লিকেশন অংশ: সূজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

৭৪টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ■ ৪৭টি সাধারণ ■ ১০টি বহুপদী সমান্তরিক্ষ সমাধান প্রশ্ন ■ ১৭টি অভিন্ন তথ্যভিত্তিক



সকল বোর্ডের এসএসসি পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তর



বোর্ডের সূত্র উল্লেখসহ

Tutor এখানে বিগত সালের শিখনমূল বিপ্লবগৱের আলোকে এসএসসি পরীক্ষার প্রয়োগের দেওয়া হয়েছে, যাতে তৃতীয় প্রয়োগের গুরুত্ব বুঝে অনুশীলন করতে পারো।

১. y-অক্ষ থেকে A(-2, -3) বিন্দুর দূরত্ব কত? // নথি নং ২৩/
① -3 একক ② -2 একক
③ 2 একক ④ 3 একক
২. (-3, 2) ও (3, 2) বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব কত একক? // নথি নং ২৪/
⑤ 4 ⑥ 5 ⑦ 6 ⑧ 10
৩. **[জেনে রাখো]** (a, b₁) ও (a, b₂) আকারের দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী
দূরত্ব = |b₁ - b₂| এবং (a₁, b) ও (a₂, b) আকারের দুটি বিন্দুর
মধ্যবর্তী দূরত্ব = |a₁ - a₂|।
৪. P(-5, 6) এবং Q(7, 3) হলে PQ এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি?
/নথি নং ২৫/
⑨ $\sqrt{17}$ একক ⑩ $\sqrt{58}$ একক ⑪ $\sqrt{135}$ একক ⑫ $\sqrt{153}$ একক
৫. P(3, 4) বিন্দু থেকে x-অক্ষের দূরত্ব কত একক? // নথি নং ২৬/
⑬ 3 একক ⑭ 4 একক ⑮ 5 একক ⑯ 7 একক
৬. মূলবিন্দু থেকে (-7, 7) এবং (R, 7) বিন্দুগুলি সমদ্বুক্ত হলে R এর
মান কত? // নথি নং ২৭/
⑰ 0 ⑱ ± 7 ⑲ $\pm \frac{1}{7}$ ⑳ $\frac{1}{7}$
৭. $\sqrt{(0+7)^2 + (0-7)^2} = \sqrt{(0-R)^2 + (0-7)^2}$
বা, $49+49 = R^2 + 49$
বা, $R^2 = 49$
 $\therefore R = \pm 7$

Tutor উপরের চিহ্নটি দিয়ে সংশ্লিষ্ট প্রশ্নটির উত্তরের ব্যাখ্যা দেওয়া হয়েছে। কঠিন
এগুলো ভালোভাবে বুঝে নিতে এ ব্যাখ্যা তোমাকে সাহায্য করবে।

৮. মূলবিন্দু এবং (2, 2) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? // নথি নং ২৮/
⑪ 2 একক ⑫ $2\sqrt{2}$ একক ⑬ $4\sqrt{2}$ একক ⑭ 8 একক
৯. দূরত্ব = $\sqrt{(0-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ একক
১০. P(1, 3) বিন্দু হতে x অক্ষের দূরত্ব কত? // নথি নং ২৯/
⑮ 1 ⑯ 2 ⑰ 3 ⑱ 4
১১. P(1, 3) বিন্দু হতে x-অক্ষের দূরত্ব = |বিন্দুর কোটি| = |3| = 3 একক

৮. A(p, 4) থেকে মূলবিন্দুর দূরত্ব 5 একক হলে, p এর মান কত
হবে? // নথি নং ২১/
⑤ 3 ⑥ 4 ⑦ 5 ⑧ 6 ৯

৯. $\sqrt{(p-0)^2 + (4-0)^2} = 5$ বা, $p^2 + 16 = 25$
বা, $p^2 = 9 \therefore p = 3$

১০. যদি P(1, -1) এবং Q(3, 4) হ্যা, তবে PQ = কত একক? // নথি নং ২১/
⑩ $\sqrt{41}$ ১১ $\sqrt{32}$ ১২ $\sqrt{29}$ ১৩ $\sqrt{25}$ ১৪

১১. $PQ = \sqrt{(1-3)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$

১২. মূলবিন্দু থেকে (-5, 5) ও (5, p) বিন্দুগুলি সমদ্বুক্ত হলে p এর মান
কত? // নথি নং ২০/

১৩. $\sqrt{a^2 + (-6)^2} = 6$
B(a, -4) হতে মূলবিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{a^2 + (-4)^2} = \sqrt{a^2 + 16}$

১৪. $a^2 + 16 = 6$ বা, $a^2 + 16 = 36$ বা, $a^2 = 20 \therefore a = \sqrt{20}$

১৫. $P(x, y)$ বিন্দু থেকে y-অক্ষের দূরত্ব কত? // নথি নং ২০১/

১৬. x একক ১৭. y একক

১৮. $\sqrt{x^2 + y^2}$ একক ১৯. \sqrt{x} একক

২০. A(1, 1) ও B(-1, -1) দুটি বিন্দু হলে, AB বাহু হারা উৎপন্ন
বর্ণফেজের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক? // নথি নং ১৭/

২১. 16 ২২. 8 ২৩. 4 ২৪. $2\sqrt{2}$ ২৫.

২২. AB বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(-1-1)^2 + (-1-1)^2} = 2\sqrt{2}$ একক

২৩. কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{2} \times$ বাহু = $\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$ একক

২৪. (6, 8) বিন্দু হতে x-অক্ষের দূরত্ব কত? // নথি নং ১৪/

২৫. 2 ২৬. 6 ২৭. 8 ২৮. 10 ২৯.

২১. (6, 8) বিন্দু থেকে x-অক্ষের দূরত্ব = বিন্দুর কোটি = 8

১৫. (1, 2) এবং (2, 2) বিন্দুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? /সি.বি.এস./

- ১ $\sqrt{3}$
 $2\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$

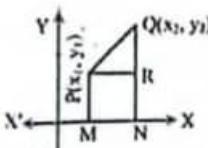
$\text{দূরত্ব} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{1+0} = \sqrt{1} = 1$ একক

১৬. (0, -1) এবং (2, 2) বিন্দু দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? /সি.বি.এস./

- 13 5
 $\sqrt{13}$ $\sqrt{5}$

$\sqrt{(0-2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

১৭.



i. PR এর মাঝে অভিক্ষেপ x অক্ষের উপর $x_2 - x_1$

ii. QR = $y_2 - y_1$

iii. $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? /সি.বি.এস./

- i & ii i & iii ii & iii i, ii & iii

শীর্ষস্থানীয় স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন ও উত্তর

১৭. এখানে বিদ্যুৎসূর ধারাবাহিকতায় শীর্ষস্থানীয় স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্নের দেখ্যা হয়েছে। মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক সংকলিত এ প্রশ্নগুলোকে স্কুলের সূত্র উদ্দেশ্যে করা হয়েছে। এগুলোর অনুশীলন তোমাকে পরীক্ষার উপযোগী প্রশ্ন সম্পর্কে ধারণা দেবে।

১৮. (-3, 2) ও (2, -3) বিন্দুর দূরত্ব কত একক?

- $6\sqrt{3}$ $5\sqrt{2}$ 0 $10\sqrt{2}$

(-3, 2) ও (2, -3) বিন্দুর দূরত্ব

$$= \sqrt{(-3-2)^2 + (2-(-3))^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ একক}$$

১৯. মূলবিন্দু থেকে (-4, 4) এবং (4, k) বিন্দুয়ের সমদূরবর্তী। k ধনাখাল হলে, -k এর মান কত? /সি.বি.এস./

- 4 -4 16 -16

মূলবিন্দু থেকে (-4, 4) বিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ এবং মূলবিন্দু থেকে (4, k) বিন্দুর দূরত্ব = $\sqrt{4^2 + k^2} = \sqrt{16 + k^2}$
শর্তমতে, $\sqrt{32} = \sqrt{16 + k^2}$ বা, $k^2 + 16 = 32$
বা, $k^2 = 16 \therefore k = 4$ [∵ k ধনাখাল]
 $\therefore -k = -4$

২০. A(0, 1), B(-2, 3), C(6, 7) ও D(8, 3) শীর্ষবিশিষ্ট আয়তের BD কর্ণের দৈর্ঘ্য কত? /সি.বি.এস./

- 5 10 $8\sqrt{2}$ $5\sqrt{2}$

২১. (-2, 2) এবং (5, 2) বিন্দুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

- 2 3 5 7

২২. xy তলে y অক্ষ থেকে (a, b) বিন্দুটির দূরত্ব কত?

- ab $\frac{a}{b}$ b a

২৩. x-অক্ষ থেকে (6, -4) বিন্দুর দূরত্ব কত? /সি.বি.এস./

- 4 একক 6 একক 10 একক $4\sqrt{5}$ একক

২৪. কার্ডিওয়াল স্থানাঙ্ক প্রবর্তন করেন কে?

- পিথাগোরাস গ্রেগরি সেকার্টে
 এয়াপোলোনিয়াস টলেমী

২৫. x অক্ষ থেকে $(\sin x, \cos x)$ এর দূরত্ব কত একক?

- $\sin x + \cos x$ 1
 $\sin x$ $\cos x$

২৬. কোনো বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক O(4, 5) যদি বৃত্তটি y-অক্ষকে স্পর্শ করে তবে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? /সি.বি.এস./

- 9 5 4 1

২৭. (-2, 7) বিন্দু থেকে x অক্ষের দূরত্ব কত?

- 2 7 -7 $\sqrt{a^2 + 49}$

২৮. নিচের কোন বিন্দুটি x অক্ষের উপর অবস্থিত? /সি.বি.এস./

- (5, 5) (-3, -3) (4, 0) (0, 2)

২৯. A(4, 3) এবং B(7, 5) বিন্দুয়ের সংযোজক রেখাকে কোনো বর্ণের বাহু হল, বর্ণটির কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক?

- $\sqrt{26}$ $\sqrt{13}$ $2\sqrt{5}$ $3\sqrt{13}$

১৮.

i. PR এর মাঝে অভিক্ষেপ x অক্ষের উপর $x_2 - x_1$

ii. QR = $y_2 - y_1$

iii. $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

নিচের কোনটি সঠিক? /সি.বি.এস./

- i & ii i & iii ii & iii i, ii & iii

i & ii i & iii ii & iii i, ii & iii

মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক সংকলিত

A(4, 3) ও B(7, 5) বিন্দুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব,

$$AB = \sqrt{(7-4)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} = a \text{ (ধরি)}$$

\therefore বর্ণের কর্ম = $\sqrt{2} a = \sqrt{2} \cdot \sqrt{13} = \sqrt{26}$ একক

৩০. (8, 6) বিন্দু থেকে x অক্ষের দূরত্ব কত একক?

/সি.বি.এস. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়

- 2 6 8 14

৩১. -454° কোণটির অবস্থান কোন চতুর্ভুজে?

/সি.বি.এস. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়

- ১ম. ২য় ৩য় ৪র্থ

৩২. (0, -1) এবং (-2, 3) বিন্দুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

/সি.বি.এস. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়

- $4\sqrt{5}$ একক $\sqrt{5}$ একক $2\sqrt{5}$ একক $\sqrt{2}$ একক

৩৩. O(0, 0) বিন্দু থেকে A(4, 4) ও B(-4, y) বিন্দুর দূরত্ব সহল কর, y = ?

/সি.বি.এস. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়

- 4 3 2 0

শর্তমতে, $\sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{(-4)^2 + y^2}$

$$\text{বা, } 32 = 16 + y^2 \text{ বা, } y^2 = 16 \therefore y = \pm 4$$

মূলবিন্দু স্থানাঙ্ক কত? /সি.বি.এস. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়

- (0, 0) (1, 1) (1, 0) (0, 1)

৩৫. A(1, 1), B(2, 2) হলে AB = ? /সি.বি.এস. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়

- 2 3 $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$

A(1, 1) ও B(2, 2) হলে AB = $\sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2}$

$$= \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

৩৬. O(0, 0), A(3, 0) এবং B(0, 3) একই সমতলে অবস্থিত তিনি বিন্দু হলে, $\angle AOB$ এর মান কত? /সি.বি.এস./

- 45° 60° 90° 120°

৩৭. $\triangle ABC$ এর শীর্ষবর্তী A(2, 0), B(0, 4) ও C(1, 2) হলে—

i. A বিন্দুটি x অক্ষের উপর অবস্থিত

ii. AB = 20 একক

iii. B বিন্দুটি y অক্ষের উপর অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক? /সি.বি.এস./

- i & ii i & iii ii & iii i, ii & iii

AB = $\sqrt{(2-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$ একক

\therefore (ii) নং অংশটি সঠিক নয়।

৩৮. যদি $N = (x, y) : x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$ হয়, তাহলে—

i. অব্যাচিত ফাংশন নয়

ii. অব্যাচিত লেখচিত্র একটি বৃত্ত

iii. অব্যাচিত লেখচিত্র x-অক্ষকে (0, 4) বিন্দুতে ছেদ করে

নিচের কোনটি সঠিক? /সি.বি.এস./

- i & ii ii & iii i & iii i, ii & iii

৭০. $f(x) = 2x^2 - 7x + 3 = 0$ হলে—

i. $f(x) = 0$ সমীকরণের নিচায়ক হবে 25

ii. ফাংশনটির লেখচিত্র x অক্ষকে সুতি বিন্দুতে হেস করে

iii. লেখের মোচড় বিন্দু $\left(\frac{7}{4}, -\frac{25}{8}\right)$

নিচের কোনটি সঠিক? / এটিই ফাংশনের লেখচিত্র? এই বিদ্যালয়?

- (A) i ও ii (B) ii ও iii (C) i ও iii (D) i, ii ও iii

Shortcut:

(iii) $f(x) = ax^2 + bx + c$ ফাংশনের মোচড় বিন্দু $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

$\therefore f(x) = 2x^2 - 7x + 3$ ফাংশনের মোচড়

বিন্দু $= \left(-\frac{-7}{2 \times 2}, \frac{4 \times 2 \times 3 - (-7)^2}{4 \times 2}\right) = \left(\frac{7}{4}, \frac{24 - 49}{8}\right) = \left(\frac{7}{4}, -\frac{25}{8}\right)$

\therefore সবগুলো তথ্যই সঠিক।

৮০. y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দু—

- i. (0, 0) ii. (2, 0) iii. (0, 5)

নিচের কোনটি সঠিক? / একার গার্ড পার্কিং স্টুল এত কমেজ, সিলেটি?

- (A) i (B) i ও ii (C) i ও iii (D) i, ii ও iii

৮১. $A(1, 1), B(-1, -1)$ এবং $C(-2, -2)$ বিন্দুগুলো

i. একই সরলরেখায় অবস্থান করে

ii. ত্রিভুজ গঠন করে না

iii. বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ সমবাহু

নিচের কোনটি সঠিক? / সরকারি বচতে পারিবা উচ্চ বিদ্যালয়, সদকপুরি?

- (A) i ও ii (B) i ও iii (C) ii ও iii (D) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে (৪২ ও ৪৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

মূলবিন্দু হতে $A(-5, 5)$ ও $B(5, K)$ বিন্দুগুলোর দূরত্ব সমান।

/ বরিগুল সরকারি পারিবা উচ্চ বিদ্যালয়।

৮২. মূলবিন্দু হতে A বিন্দুর দূরত্ব কত একক?

- (A) $5\sqrt{2}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt{2}$

৮৩. K এর মান কত?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 10

মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্নীত প্রশ্ন ও উত্তর



বিষয়বস্তুর ধারাক্রম অনুসারে

পাঠ্যবইটি পড়ো অথবা Audio Book থেকে টপিকটি শোনো। গুরুত্বপূর্ণ তথ্য মনে রাখতে TOP TIPS দেবো। এরপর যত দিয়ে উত্তর দেকে প্রশ্নগুলো অনুশীলন করো। মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্নীত এ প্রশ্নগুলো অনুশীলন করলে অধ্যায়টির সকল টপিকের ওপর বহুনির্বাচনি প্রশ্নের প্রস্তুতি সম্পর্ক হবে তোমার।

★ আয়তাকার কার্ডের স্থানাঙ্ক | পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৪০

**TOP
TIPS**

- পরম্পরাগতে সুইটি সরলরেখা হতে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে কেবলমাত্র একটি বিন্দুই ঘৰতে পারে।
- পরম্পর সমকোণে হেস করে এবং একজোড়া অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ককে আয়তাকার কার্ডের স্থানাঙ্ক বলা হয়।
- বিন্দুর স্থানাঙ্ক সূচক (x, y) একটি ক্রমজোড় যার প্রথমটি চূল্প ও দ্বিতীয়টি কোটি।
- x -অক্ষের উপর কোনো বিন্দুর y এর স্থানাঙ্ক শূন্য এবং y -অক্ষের উপর কোনো বিন্দুর x এর স্থানাঙ্ক শূন্য।
- x -অক্ষ থেকে কোনো বিন্দুর দূরত্ব = |কোটি|
- y -অক্ষ থেকে কোনো বিন্দুর দূরত্ব = |ভূজ|

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

৮৪. আয়তাকার কার্ডের স্থানাঙ্কে অক্ষ দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত তিথি? (সহজ)

- (A) 0 (B) 45 (C) 90 (D) 180

৮৫. আয়তাকার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় অক্ষ দুটি পরম্পর লম্ব বলে তাদের মধ্যবর্তী কোণ 90° ।

৮৬. x অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দুর কোটি কত? (সহজ)

- (A) -1 (B) 0

- (C) 1 (D) যেকোনো বাস্তব সংখ্যা

৮৭. y অক্ষের উপর অবস্থিত বিন্দুর ভূজ কত? (সহজ)

- (A) 0 (B) 1

- (C) 2. (D) যেকোনো সংখ্যা

৮৮. মূলবিন্দু হতে 3 একক ভাবে x -অক্ষের উপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)

- (A) (0, 3) (B) (0, -3) (C) (3, 0) (D) (-3, 0)

বহুপদী সমাপ্তিসূচক প্রশ্ন ও উত্তর

৮৯. (0, 8) বিন্দুটি

i. x -অক্ষের উপর অবস্থিত

ii. y -অক্ষের উপর অবস্থিত

iii. মূলবিন্দু থেকে 8 একক উপরে গোলে পাওয়া যাবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (A) i ও ii (B) i ও iii (C) ii ও iii (D) i, ii ও iii

৮৯. $A(8, 7)$ ও $B(5, 0)$ দুইটি বিন্দু হলে—

- i. মূলবিন্দু থেকে ভান দিকে 8 একক গিয়ে উপরে 7 একক মেলে A বিন্দুটি পাওয়া যাবে

- ii. B বিন্দুটি x -অক্ষের উপর অবস্থিত

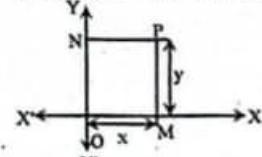
- iii. A ও B উভয়ই y -অক্ষের ধনাখাক দিকে অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (A) i ও ii (B) i ও iii (C) ii ও iii (D) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্ন ও উত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে (৫০-৫২) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৯০. M বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)

- (A) (0, x) (B) (x, 0) (C) (0, y) (D) (x, y)

৯১. M বিন্দুর ভূজ x এবং কোটি 0, কাজেই M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, 0)

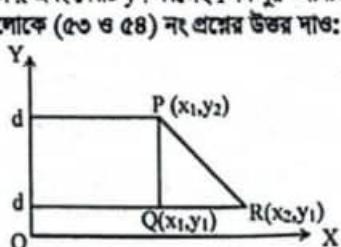
৯২. N বিন্দুর ভূজ 0 এবং কোটি y কাজেই N বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, y)

৯৩. P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নিচের কোনটি? (সহজ)

- (A) (x, y) (B) (y, x) (C) [x, y] (D) (x, y)

৯৪. P বিন্দুর ভূজ x এবং কোটি y কাজেই P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (x, y)

নিচের চিত্রের আলোকে (৫৩ ও ৫৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৯৫. RQ সমান নিচের কোনটি? (সহজ)

- (A) $y_2 - y_1$ (B) $x_2 - x_1$ (C) $x_1 + x_2$ (D) $y_1 + y_2$

৯৬. PQ সমান নিচের কোনটি? (কठিন)

- (A) $y_2 - y_1$ (B) $y_1 + y_2$ (C) $x_1 + x_2$ (D) $x_2 - x_1$

পাঠ্যবইয়ে শুরুত্বপূর্ণ লাইনগুলো দাগিয়ে রাখলে পঠিত বিদ্যয়গুলো মনে করা সহজ হয়। এবং গুরুত্বপূর্ণ লাইনগুলো Top Tips হিসেবে দেওয়া হয়েছে। এগুলো মনোযোগ দিয়ে পড়বে তাহলে সংজ্ঞেই বহুনির্বাচনি ও সূজনশীল প্রশ্নের উত্তর করতে পারবে।

**TOP
TIPS**

★★ দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব। পাঠ্যবই পৃষ্ঠা-২৪১

- (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুযোগের দূরত্ব
 $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- মূলবিন্দু ($0, 0$) হতে সমভালে অবস্থিত যেকোনো বিন্দু (x, y)
এর দূরত্ব $= \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$

TOP TIPS

► সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন ও উত্তর

৫৫. A(-2, 0) এবং B(1, 4) বিন্দু মুদ্রিত মধ্যবর্তী দূরত্ব নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(১) 4 একক (২) 3 একক (৩) 5 একক (৪) 6 একক (৫)

৫৬. x অক্ষ এবং (-5, -7) বিন্দু থেকে (4, k) বিন্দুটির দূরত্ব সমান যদে, k = কত? (মধ্যম)

(১) $\frac{65}{7}$ (২) $-\frac{65}{7}$ (৩) $\frac{7}{65}$ (৪) $-\frac{7}{65}$ (৫)

৫৭. (12, 8), (-2, 6) এবং (6, 0) বিন্দু তিনি যারা গাঠিত ত্রিভুজটি কোন ধরনের? (মধ্যম)

(১) সমবাহু (২) সমবিবাহু
(৩) সমকোণী (৪) সমকোণী সমবিবাহু

$\square \quad \sqrt{(12 - (-2))^2 + (8 - 6)^2} = 10\sqrt{2}$ একক

$\sqrt{(-2 - 6)^2 + (6 - 0)^2} = 10$ একক

$\sqrt{(12 - 6)^2 + (8 - 0)^2} = 10$ একক

আবার, $10^2 + 10^2 = 200 = (10\sqrt{2})^2$

∴ ত্রিভুজটি সমকোণী সমবিবাহু।

৫৮. XY সমভালে অবস্থিত P(2, 0) ও Q(7, 0) বিন্দুযোগের মধ্যে দূরত্ব PQ = কত একক? (মধ্যম)

(১) $3\sqrt{5}$ (২) 5 (৩) 4 (৪) 2 (৫)

$\square \quad PQ = \sqrt{(7 - 2)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{5^2} = 5$ একক।

৫৯. A(tanθ, 0) এবং B(0, 1) বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কোনটি? (মধ্যম)

(১) $\sin\theta$ (২) $\sec\theta$, (৩) $\tan\theta$ (৪) 0

$\square \quad AB = \sqrt{(0 - \tan\theta)^2 + (1 - 0)^2}$

$= \sqrt{\tan^2\theta + 1} = \sqrt{\sec^2\theta} = \sec\theta$

৬০. $(\sin\theta, \cos\theta)$ ও $(\cos\theta, -\sin\theta)$ বিন্দুযোগের দূরত্ব কত একক? (কঠিন)

(১) 1 (২) $\sqrt{2}$ (৩) 2 (৪) 4 (৫)

$\square \quad \text{দূরত্ব} = \sqrt{(\sin\theta - \cos\theta)^2 + (\cos\theta - (-\sin\theta))^2}$

$= \sqrt{(\sin\theta - \cos\theta)^2 + (\cos\theta + \sin\theta)^2}$

$= \sqrt{2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)}$

$= \sqrt{2}$ একক

৬১. একটি বর্ণের দুইটি শীর্ষবিন্দু A(-8, 0) ও B(8, 0)। AB বর্ণের এক বাহু নির্দেশ করলে বর্গাতির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

(১) 256 (২) 64 (৩) 16 (৪) 0 (৫)

$\square \quad \text{বর্গের ক্ষেত্রফল } AB^2 = (8 - (-8))^2 + (0 - 0)^2$

$= (8 + 8)^2 = 16^2 = 256.$

৬২. ত্রিভুজের তিনি শীর্ষবিন্দু O(0, 0), P(0, 4) ও Q(4, 4) ত্রিভুজটি কিরণ? (মধ্যম)

(১) স্থূলকোণী (২) সমবাহু

(৩) সমবিবাহু সমকোণী (৪) সূচকাবৃত্তি

► বহুপদী সমাপ্তিসূচক প্রশ্ন ও উত্তর

৬৩. তিনি বিন্দু A(-10, 0), B(3, 0) ও C(12, 0) হলে—

i. $AB = 13$ একক।

ii. $BC = 9$ একক এবং $AC = 22$ একক।

iii. ত্রিভুজ ABC সমবিবাহু সমকোণী।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(১) i ও ii (২) i ও iii (৩) ii ও iii (৪) i, ii ও iii (৫)

- iii. সঠিক না; কারণ, A, B, C বিন্দুগুলি একই রেখা x-অক্ষের উপর অবস্থিত অর্থাৎ সমভালে যেগো তারা ত্রিভুজই গঠন করে না।

৬৪. P(2, -3), Q(2, 0) ও R(2, 3)—

i. বিন্দুযোগে একই সরল রেখায় অবস্থিত।

ii. বিন্দুযোগে যারা গাঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য (0)।

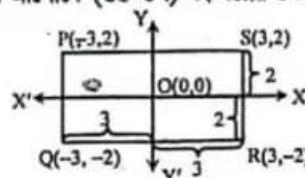
iii. APQR এর কোনো অঙ্গত্বই নেই।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(১) i ও ii (২) i ও iii (৩) ii ও iii (৪) i, ii ও iii (৫)

► অভিন্ন তথ্যাভিত্তিক প্রশ্ন ও উত্তর

নিচের চিত্রের আলোকে (৬৫-৬৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৬৫. PQRS আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা কত? (সহজ)

(১) 12 (২) 18 (৩) 20 (৪) 25 (৫)

৬৬. কর্ণ PR ও OR এর মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? (কঠিন)

(১) $PR = 2OR$ (২) $PR = \frac{1}{2}OR$

(৩) $PR = OR$ (৪) $PR = QS$

৬৭. চারটি আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

(১) 5 (২) 6 (৩) 7 (৪) 24 (৫)

নিচের তথ্যের আলোকে (৬৮-৭০) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

- কোনো বিন্দু P এর ডুজ α এবং কোটি 6 এবং A(5, 6) হতে বিন্দুটির দূরত্ব 4 একক।

৬৮. AP-এর দূরত্ব α এর মাধ্যমে প্রকাশ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(১) $\alpha + 5$ (২) $\alpha - 5$ (৩) $\sqrt{\alpha - 5}$ (৪) $\alpha^2 - 25$ (৫)

$\square \quad AP = \sqrt{(\alpha - 5)^2 + (6 - 6)^2} = \sqrt{(\alpha - 5)^2 + 0} = (\alpha - 5)$

৬৯. α এর মান কত? (মধ্যম)

(১) -5 (২) 5 (৩) -9 (৪) 9 (৫)

$\square \quad AP$ দূরত্ব $= 4 \therefore \alpha - 5 = 4 \therefore \alpha = 9$

৭০. মূলবিন্দু ও P এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক? (মধ্যম)

(১) 3 (২) 6 (৩) $\sqrt{87}$ (৪) $\sqrt{117}$ (৫)

$\square \quad P(9, 6) \therefore OP = \sqrt{(9 - 0)^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{81 + 36} = \sqrt{117}$ একক

নিচের তথ্যের আলোকে (৭১-৭৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

- ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো যথাক্রমে A(1, 3), B(5, 0), C(2, -4), D(-2, -1)

৭১. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(১) 2 (২) 3 (৩) 4 (৪) 5 (৫)

$\square \quad AB = \sqrt{(5 - 1)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ একক

৭২. AC কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক? (মধ্যম)

(১) $2\sqrt{5}$ (২) $3\sqrt{3}$ (৩) $4\sqrt{2}$ (৪) $5\sqrt{2}$ (৫)

$\square \quad AC = \sqrt{(1 - 2)^2 + (3 - (-4))^2} = \sqrt{1 + 49} = 5\sqrt{2}$ একক

৭৩. ΔABC এর $\angle B$ এর পরিমাণ কত ডিগ্রি? (কঠিন)

(১) 45 (২) 60 (৩) 90 (৪) 120 (৫)

$\square \quad BC = \sqrt{(5 - 2)^2 + (0 + 4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50 = (5\sqrt{2})^2 = AC^2$

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$

৭৪. ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (কঠিন)

(১) $10\sqrt{5}$ (২) 15 (৩) $20\sqrt{2}$ (৪) 25 (৫)

$\square \quad AB \times BC = 5^2 = 25$ বর্গ একক



অধ্যায়াভিত্তিক প্রস্তুতি যাচাইয়ের জন্য মোবাইলে POLE অ্যাপটি যথব্যত করো। এখানে তুমি প্রতিটি প্রশ্নের সমাধান উত্তরে লিঙ্ক করে সতেজ।

POLe
Panjeree Online Exam

অ্যাপ্লিকেশন অংশ: সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন

■ ১৫টি প্রশ্ন ও উত্তর



মাস্টার ট্রেইনার প্রণীত সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন ও উত্তর

নতুন পাঠ্যবইয়ের বিষয়বস্তুর আলোকে

এনসিটিবি প্রদত্ত নতুন প্রশ্নকাঠামো অনুযায়ী এ প্রশ্নোত্তরগুলো সংযুক্ত করা হয়েছে। যোগ্যতাড়িতিক এ প্রশ্নগুলোকে টপিকভিডিটিক উপস্থাপন করা হয়েছে এবং টু-স্য-পরেট সমাধান দেওয়া হয়েছে। এগুলো অনুশীলন করলে $2 \times 5 = 10$ নম্বর নিশ্চিত করতে সক্ষম হবে তুমি।

■ দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

একজন গাঁথুরই পৃষ্ঠা ২৪১

প্রশ্ন ১ (1, 4) এবং (3, -7) বিন্দুগুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।
/সিদ্ধান্তস ২ এর আলোকে/

সমাধান: (1, 4) ও (3, -7) বিন্দুগুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(1-3)^2 + (4-(-7))^2} = \sqrt{4 + (4+7)^2} = \sqrt{4 + (11)^2} \\ &= \sqrt{4 + 121} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২ (8, 0) এবং (11, K) এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 হলে, K এর মান নির্ণয় কর।
/সিদ্ধান্তস ২ এর আলোকে/

সমাধান: (8, 0) এবং (11, K) বিন্দুগুয়ের

$$\text{মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \sqrt{(8-11)^2 + (0-K)^2}$$

প্রয়োজনে, $\sqrt{(8-11)^2 + (0-K)^2} = 5$ বা, $(-3)^2 + K^2 = 25$ [বর্গ করে]
বা, $9 + K^2 = 25$ বা, $K^2 = 25 - 9$ বা, $K^2 = 16 \therefore K = \pm 4$ (Ans.)

প্রশ্ন ৩ মূলবিন্দু থেকে (-3, 3) এবং (3, a) বিন্দুগুয়ের দূরত্ব সমান হলে, a এর মান নির্ণয় কর।
/সিদ্ধান্তস ২ এর আলোকে/

সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{মূলবিন্দু } (0, 0) \text{ থেকে } (a, b) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

প্রয়োজনে, $\sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{3^2 + a^2}$ বা, $9 + 9 = 9 + a^2$ [বর্গ করে]
বা, $a^2 = 9 \therefore a = \pm 3$ (Ans.)

প্রশ্ন ৪ A(x, 4) বিন্দু থেকে y অক্ষের দূরত্ব x^2 হলে, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
/সিদ্ধান্তস ২ এর আলোকে/

সমাধান: আমরা জানি,

$$\text{কোনো বিন্দু } (x, y) \text{ থেকে } y \text{ অক্ষের দূরত্ব} = \text{বিন্দুটির ভুজ} |$$

$\therefore A(x, 4)$ বিন্দু থেকে y অক্ষের দূরত্ব $= |x|$ বা, $x^2 = \pm x$
বা, $x^2 \pm x = 0$ বা, $x(x \pm 1) = 0 \therefore x = 0$ অথবা, $x = \pm 1$

$\therefore A$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, 4), (-1, 4)$ অথবা $(1, 4)$ (Ans.)

প্রশ্ন ৫ একটি বৃত্তের ব্যাসের প্রান্তবিন্দুগুয়ে যথাক্রমে (5, 9) এবং (13, 3) হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।
/সিদ্ধান্তস ২ এর আলোকে/

সমাধান: বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(5-13)^2 + (9-3)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}$
 $= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$

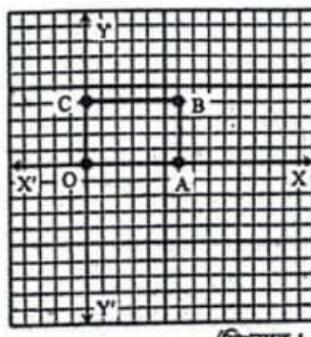
$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ} = \frac{10}{2} = 5 \text{ একক (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৬

পাশের তিনি

যত OABC এর

পরিসীমা নির্ণয় কর।



/সিদ্ধান্তস ১ এর আলোকে/

সমাধান: চিত হতে পাই, OABC একটি আয়ত।

যার দৈর্ঘ্য, $OA = BC = 6$ একক এবং প্রস্থ, $OC = AB = 4$ একক।

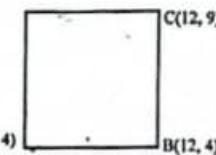
$\therefore OABC$ এর পরিসীমা $= 2 \times (6+4)$ একক $= 20$ একক (Ans.)

প্রশ্ন ৭

পাশের তিনি হতে

ABCD বর্ণের কর্ণের দৈর্ঘ্য

নির্ণয় কর।



/সিদ্ধান্তস ২ এর আলোকে/

সমাধান:

ABCD বর্ণের কর্ণের দৈর্ঘ্য, $AC = \sqrt{(7-12)^2 + (4-9)^2}$ একক

$$= \sqrt{5^2 + 5^2} \text{ একক} = \sqrt{25 + 25} \text{ একক}$$

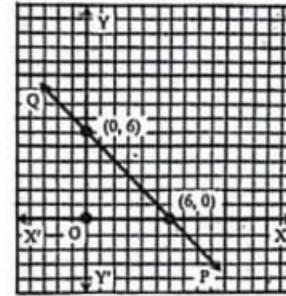
$$= \sqrt{50} \text{ একক} = 5\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৮

অক্ষস্বরূপ দুটি PQ

রেখার দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্য

নির্ণয় কর।



/সিদ্ধান্তস ২ এর আলোকে/

সমাধান: x ও y অক্ষস্বরূপ PQ রেখাকে যথাক্রমে (6, 0) এবং (0, 6)

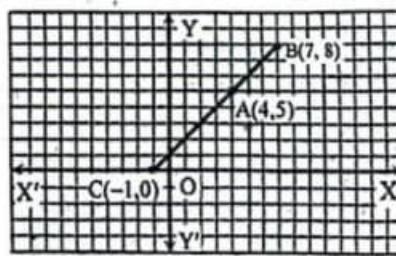
বিন্দুতে দেখ করে।

\therefore অক্ষস্বরূপ দুটি PQ রেখার দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্য

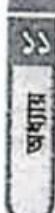
$$\begin{aligned} &= \sqrt{(6-0)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৯ A(4, 5), B(7, 8), C(-1, 0) তিনটি বিন্দু। ইক কাগজে বিন্দু তিনটি স্থাপন করে, এরা সমরেখ কিনা নির্ণয় কর।
/সিদ্ধান্তস ১ এর আলোকে/

সমাধান:



A(4, 5), B(7, 8) এবং C(-1, 0) বিন্দুগুয়ে ইক কাগজে স্থাপন করে যোগ করে পাই, বিন্দুগুয়ে সমরেখ। (Ans.)



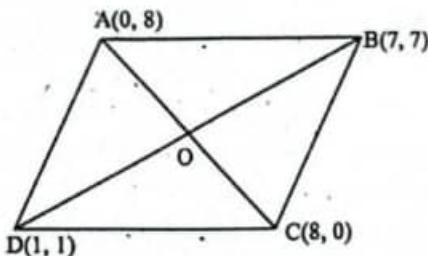
প্রমাণ ১০ একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(0, 2\sqrt{3})$, $(-3, -\sqrt{3})$ এবং $(3, -\sqrt{3})$ হলে, ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। //পিন্ডসম্পর্ক ২ এর আলোকে।

সমাধান: যেহেতু, ত্রিভুজটি সমবাহু, সূত্রাং ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

∴ ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(0 - (-3))^2 + (2\sqrt{3} - (-\sqrt{3}))^2} \\ &= \sqrt{9 + (2\sqrt{3} + \sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{9 + (3\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{9 + 27} = \sqrt{36} = 6 \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রমাণ ১১ টিকে ABCD একটি রম্পস হলে, AO রেখাখনের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। //পিন্ডসম্পর্ক ২ এর আলোকে।



সমাধান: AC কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(8-0)^2 + (0-8)^2} = \sqrt{64+64} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$ একক
রম্পসের কর্ণের পরম্পরাকে সময়সূচিত করে।
 $\therefore AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ একক (Ans.)

প্রমাণ ১২ একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি মধ্যমার প্রান্ত বিন্দুয়ে $(-4, 11)$ এবং $(5, -1)$ হলে ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। //পিন্ডসম্পর্ক ২ এর আলোকে।

সমাধান: ত্রিভুজটির মধ্যমার দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-4-5)^2 + (11+1)^2} = \sqrt{(-9)^2 + 12^2} = \sqrt{81+144} = \sqrt{225} = 15$ একক
 \therefore ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{2}{\sqrt{3}} \times 15$ একক $= 10\sqrt{3}$ একক

প্রমাণ ১৩ একটি বিন্দু হতে উভয় অক্ষের দূরত্ব 7 একক হলে মূলবিন্দু হতে ঐ বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর। //পিন্ডসম্পর্ক ২ এর আলোকে।

সমাধান: যেহেতু বিন্দুটি হতে উভয় অক্ষের দূরত্ব 7 একক।

সূত্রাং বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(7, 7)$

$$\therefore \text{মূলবিন্দু হতে ঐ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{2 \times 7^2} = 7\sqrt{2} \text{ একক (Ans.)}$$

প্রমাণ ১৪ একটি বর্গের কর্ণের প্রান্ত বিন্দুয়য় $(3, 5)$ এবং $(-6, 14)$ হলে বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। //পিন্ডসম্পর্ক ২ এর আলোকে।

সমাধান: বর্গটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(-6-3)^2 + (14-5)^2} = \sqrt{(-9)^2 + 9^2} = \sqrt{81+81} = \sqrt{81 \times 2} = 9\sqrt{2}$ একক

$$\therefore \text{বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য} = \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 9 \text{ একক (Ans.)}$$

প্রমাণ ১৫ $(-8-p, -p-5)$ বিন্দুটি y -অক্ষের ওপর অবস্থিত হলে বিন্দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। //পিন্ডসম্পর্ক ১ এর আলোকে।

সমাধান: আমরা জানি, y -অক্ষের ওপর অবস্থিত যেকোনো বিন্দুর চূর্ছ শূন্য।

$$\text{সূত্রাং } -8-p = 0 \therefore p = -8$$

$$\therefore \text{বিন্দুটির স্থানাঙ্ক} (0, 8-5) = (0, 3) \text{ (Ans.)}$$



অ্যাপ্লিকেশন অংশ: সূজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

১টি সূজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন ■ ১টি শীর্ষস্থানীয় স্কুলের প্রশ্ন
■ ৪টি মাস্টার ট্রেইনার প্রশ্ন ■ ৮টি আরও অনুশীলন করি

শীর্ষস্থানীয় স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান



মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক সংকলিত

এখানে শিখনফলের ধারাবাহিকতায় শীর্ষস্থানীয় স্কুলের টেস্ট পরীক্ষার প্রশ্ন ও সমাধান দেওয়া হয়েছে। মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল কর্তৃক সংকলিত এই প্রশ্নগুলোতে শিখনফল ও স্কুলের নাম উল্লেখ করা হয়েছে। এগুলো বার বার অনুশীলন করলে যেকোনো প্রশ্ন সমাধানে দক্ষ হয়ে উঠবে তুমি।

প্রশ্ন ১ A(0, -1), B(8, 3), C(6, 7) এবং D(-2, 3) বিন্দুগুলি একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

ক. AC কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২

খ. P(x, y) বিন্দু থেকে x অক্ষের দূরত্ব এবং D বিন্দুর দূরত্ব সমান
হলে দেখাও যে, $x^2 + 4x - 6y + 13 = 0$

৮

গ. দেখাও যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক বা আয়তক্ষেত্র
এবং এর ফেডফল নির্ণয় কর।

৮

১ শিখনফল-২

সাবেরা সোবহান সরকারি বালিকা
উচ্চ বিদ্যালয়, গ্রামগুড়িয়া

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. A(0, -1) এবং C(6, 7) রিন্দুগামী AC কর্ণের

$$\text{দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ একক (Ans.)}$$

খ. P(x, y) বিন্দু থেকে x-অক্ষের দূরত্ব $= |y|$

P(x, y) বিন্দু থেকে D(-2, 3) বিন্দুর দূরত্ব

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(-2+x)^2 + (3-y)^2} \\ &= \sqrt{x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9} \\ &= \sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13} \end{aligned}$$

প্রশ্নমতে, $\sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13} = |y|$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = y^2$$

$\therefore x^2 + 4x - 6y + 13 = 0$ (দেখানো হলো)

গ. ABCD চতুর্ভুজে A(0, -1), B(8, 3), C(6, 7) ও D(-2, 3)

এখানে, $AD = \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$ একক

$$CD = \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} \text{ একক}$$

$$BC = \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \text{ একক}$$

एवं $AB = \sqrt{(8-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$ एकक
आवर, कर्ण $AC = \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2}$

$$= \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$
 एकक

एवं कर्ण $BD = \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10$ एकक
 $AB = CD, BC = AD$ एवं कर्ण $AC = \text{कर्ण } BD$

A, B, C, D विन्दुगुलो घारा गठित चतुर्भुज एकटि आयत।

(देखाने हले)

एवन, $\Delta ABCD$ चतुर्भुजेरे सेक्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 8 & 6 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 7 & 3 & -1 \end{vmatrix}$
 $= \frac{1}{2} [(0+56+18+2) - (-8+18-14+0)]$
 $= \frac{1}{2} [76 - (-4)]$
 $= \frac{1}{2} \times 80 = 40$

$\therefore ABCD$ आयतकेतेरे सेक्षेत्रफल 40 वर्ग एकक (Ans.)



शीर्षकानीय व्युत्सव परीक्षाय आवां प्रश्न ओ समाधान हि डाउनलोड कराते ग्राहकानेरे आड्रेस वार-ए panjeree.com/c10
टाइप करो एवं Enter चापो। अरपर काञ्जित फाईलेरे जाना htmlq1125 कोडटि टाइप करो।

internet linked

मास्टर ट्रैइनार प्रश्नीत प्रश्न ओ समाधान



अध्यायेरे शिखनफलेरे धाराक्रम अनुसारे

६ एखाले ग्रन्तपूर्ण शिखनफलेरे धारावाहिकताय मास्टर ट्रैइनार प्रश्नीत प्रश्न ओ समाधान देवाया घोषे। एग्जेलो मनोयोग दियो अनुशीलन कराळे अधायाटिर सकल शिखनफलेरे ओपर प्रश्नोर समाधान प्रदाने तोमारे प्रसूति सम्पर्क हवे।

प्रश्न २ P(8, 3), Q(3, 8), R(-2, 3) तिनाटि विन्दु एवं PQRS एकटि सामात्रिक।

क. मूलविन्दु थेके P ओ Q एर दूरऱ्य निर्णय करा। २

ख. देखाओ ये, $\triangle PQR$ एकटि समस्विबाहु त्रिभुज। ४

ग. PQRS सामात्रिकेरे अपर शीर्ष विन्दु S निर्णय करा। ४

१ शिखनफल-२ अनुशीलनीर २ नं ओप्पेरे आलोके

२ नं ओप्पेरे समाधान

क. देवाया आहे, P(8, 3) एवं Q(3, 8)

सुतरां मूलविन्दु O(0, 0) थेके P एर दूरऱ्य,

$$\begin{aligned} OP &= \sqrt{(8-0)^2 + (3-0)^2} \\ &= \sqrt{64+9} = \sqrt{73} \text{ एकक (Ans.)} \end{aligned}$$

एवं मूलविन्दु O(0, 0) थेके Q विन्दुर दूरऱ्य,

$$\begin{aligned} OQ &= \sqrt{(3-0)^2 + (8-0)^2} \\ &= \sqrt{9+64} = \sqrt{73} \text{ एकक (Ans.)} \end{aligned}$$

ख. देवाया आहे, P(8, 3), Q(3, 8) एवं R(-2, 3)

$$\begin{aligned} \therefore QR \text{ एर दैर्घ्य} &= \sqrt{(3+2)^2 + (8-3)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PQ \text{ वातुर दैर्घ्य} &= \sqrt{(8-3)^2 + (3-8)^2} \\ &= \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2} \text{ एकक} \end{aligned}$$

$$PR \text{ वातुर दैर्घ्य} = \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2} = 10 \text{ एकक}$$

$$\therefore PQ = QR \neq PR \text{ सुतरां } PQR \text{ त्रिभुजाटि समस्विबाहु त्रिभुज।}$$

(देखाने हले)

ग. धरी, S विन्दुर स्थानांक (h, k)

$$PR \text{ कर्णेर मध्यविन्दु} \left(\frac{8-2}{2}, \frac{3+3}{2} \right) = (3, 3)$$

$$QS \text{ कर्णेर मध्यविन्दु} \left(\frac{h+3}{2}, \frac{k+8}{2} \right)$$

येहेतु सामात्रिकेर/कर्णव्य परम्पराके समस्विभित्ति करो। सुतरां

$$\frac{h+3}{2} = 3$$

$$\frac{k+8}{2} = 3$$

$$\text{वा, } h+3 = 6$$

$$\text{वा, } k+8 = 6$$

$$\therefore h = 3$$

$$\therefore k = -2$$

$$\therefore S \text{ विन्दुर स्थानांक } (h, k) = (3, -2) \text{ (Ans.)}$$

प्रश्न ३ दृश्यकल-१: मूलविन्दु थेके P(-5, 5) ओ Q(5, k) विन्दुव्या समदूरवती।

दृश्यकल-२: एकटि चतुर्भुजेरे चाराटि विन्दु यथात्ममे

A(-3, -1), B(4, 3), C(5, 6) एवं D(r-2, 2)।

क. k एर मान निर्णय करा। २

ख. k = 5 हले, $\triangle OPQ$ त्रिभुजाटि अज्ञन करो देखाओ ये एटि एकटि समकोणी त्रिभुज। ४

ग. देखाओ ये, विन्दु चाराटि घारा गठित चतुर्भुज एकटि सामात्रिक। ४

२ शिखनफल-२ अनुशीलनीर ३ ओ ५ नं ओप्पेरे आलोके

३ नं ओप्पेरे समाधान

$$\begin{aligned} \text{क. } OP &= \sqrt{(-5-0)^2 + (5-0)^2} \\ &= \sqrt{25+25} = \sqrt{50} \text{ एकक} \end{aligned}$$

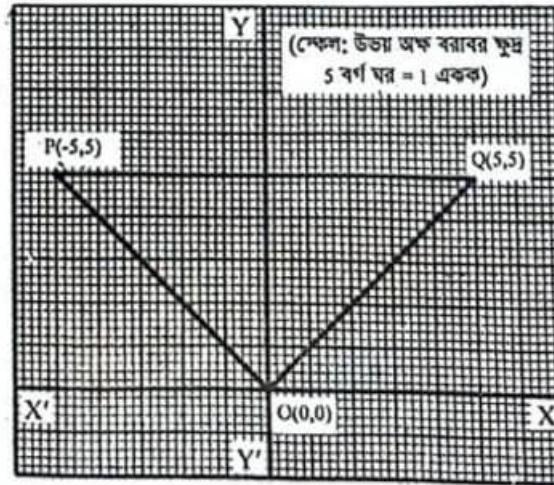
$$\text{शर्तमते, } OP = OQ \text{ वा, } \sqrt{50} = \sqrt{(5-0)^2 + (k-0)^2}$$

$$\text{वा, } 50 = 25 + k^2 \text{ वा, } 25 + k^2 = 50$$

$$\text{वा, } k^2 = 50 - 25 \text{ वा, } k^2 = 25$$

$$\therefore k = \pm 5 \text{ (Ans.)}$$

ख. k = 5 हले Q(5, 5) एवं $\triangle OPQ$ एर शीर्षतया O(0, 0), P(-5, 5) ओ Q(5, 5)। xy समतले विन्दुतयारे अवस्थान देखाने छले एवं एदेर घारा गठित त्रिभुजाटि अज्ञन करा हलो।



$$\text{PQ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(5 - (-5))^2 + (5 - 5)^2} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10 \text{ একক}$$

$$\text{OQ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(5 - 0)^2 + (5 - 0)^2} \\ = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{OP এর দৈর্ঘ্য} = 5\sqrt{2} \quad [\text{'ক' থেকে প্রাপ্ত}]$$

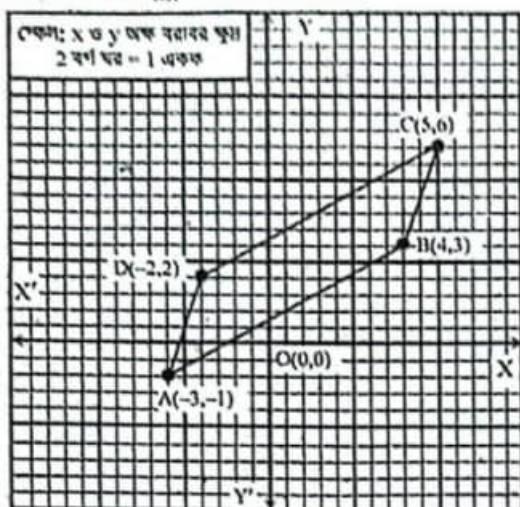
$$\text{এখন, } OP^2 = 50, OQ^2 = 50$$

$$\therefore OP^2 + OQ^2 = 50 + 50 = 100 = 10^2$$

$$\therefore OP^2 + OQ^2 = PQ^2$$

$\therefore \text{OPQ একটি সমকোণী ত্রিভুজ (দেখানো হলো)}$

৭. নিম্ন লেখচিত্রে চতুর্ভুজটি দেখানো হলো:



চতুর্ভুজের বাহুগুলো হলো: AB, BC, CD এবং AD.

$$\text{AB বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-3 - 4)^2 + (-1 - 3)^2} \\ = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65} \text{ একক}$$

$$\text{BC বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(4 - 5)^2 + (3 - 6)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} \\ = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ একক}$$

$$\text{CD বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(5 + 2)^2 + (6 - 2)^2} \\ = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65} \text{ একক}$$

~~$$\text{AD বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-3 + 2)^2 + (-1 - 2)^2} \\ = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ একক}$$~~

চতুর্ভুজটির কর্ণসমূহ AC এবং BD.

$$\text{কর্ণ AC এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-3 - 5)^2 + (-1 - 6)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-7)^2} \\ = \sqrt{64 + 49} = \sqrt{113} \text{ একক।}$$

$$\text{কর্ণ BD এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (2 - 3)^2} \\ = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2} \\ = \sqrt{36 + 1} = \sqrt{37} \text{ একক।}$$

\therefore চতুর্ভুজটির কর্ণসমূহ সমান নয়। তাই এটি আয়তক্ষেত্র বা বর্গ নয়।

আবার, এটি রৱসন নয় কারণ এর সবগুলো বাহু সমান নয়।

\therefore চতুর্ভুজটি একটি সামান্যিক। (দেখানো হলো)

প্রমাণ ৮. P(x, y) বিন্দু থেকে y অক্ষের দূরত্ব এবং Q(3, -2) বিন্দুর দূরত্ব সমান।

ক. OQ এর দৈর্ঘ্য কত?

২

খ. প্রমাণ কর যে, $y^2 + 4y - 6x + 13 = 0$

৮

গ. $x = 2, y = 6$ এবং PQ রেখার মধ্যবিন্দু D হলে PD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

৮

৭. শিখনকল-২ অনুশীলনীর ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের আলোকে

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

$$\text{OQ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (-2 - 0)^2} \\ = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \text{ একক (Ans.)}$$

মরি, y-অক্ষের উপর যে কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক, A(0, y)। এখন, P(x, y) ও A(0, y) বিন্দুগুলোর মধ্যস্থানী

$$\text{দূরত্ব PA} = \sqrt{(0 - x)^2 + (y - y)^2} \\ = \sqrt{(-x)^2 + 0^2} = \sqrt{x^2} = x \text{ একক}$$

এবং P(x, y) ও Q(3, -2) বিন্দুগুলোর মধ্যস্থানী

$$\text{দূরত্ব PQ} = \sqrt{(3 - x)^2 + (-2 - y)^2} \\ = \sqrt{(9 - 6x + x^2) + (4 + 4y + y^2)} \\ = \sqrt{x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13} \text{ একক}$$

প্রশ্নানুসারে, PQ = PA

$$\text{বা, } \sqrt{x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13} = x$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = x^2 \quad [\text{বর্গ করে}]$$

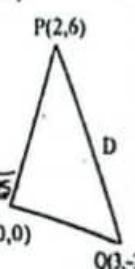
$$\therefore y^2 + 4y - 6x + 13 = 0 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

৮. $x = 2$ এবং $y = 6$ হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 6)

$$\therefore \text{PQ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2 - 3)^2 + (6 + 2)^2} \\ = \sqrt{(-1)^2 + (8)^2} \\ = \sqrt{1 + 64} = \sqrt{65}$$

এখন, D, PQ এর মধ্যবিন্দু হওয়ায়,

$$PD = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} \times \sqrt{65} \text{ একক} \quad PD = \frac{1}{2} \times \sqrt{65} \\ = \frac{\sqrt{65}}{2} \text{ একক (Ans.)}$$



প্রমাণ ৯. দৃশ্যকল-১: একটি ত্রিভুজের শীর্ষবর্ণ A(2, -4), B(-4, 1), C(3, 3).

দৃশ্যকল-২: P(0, -1), Q(-2, 3), R(6, 7) এবং S(8, k) একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।

ক. xy সমতলে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

গ. ACBD চতুর্ভুজের D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-5, -3) হলে দেখাও যে, এটি একটি বর্গক্ষেত্র।

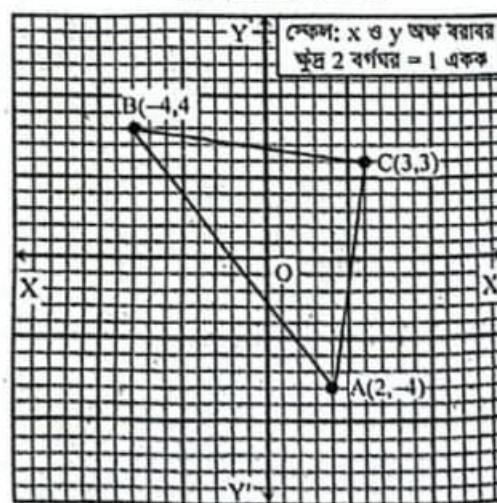
ঘ. $k = 3$ হলে, দেখাও যে, ΔPQR ও ΔQRS উভয়েই সমকোণী ত্রিভুজ।

৭. শিখনকল-২

অনুশীলনীর ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের আলোকে

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



xy সমতলে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।

প্রশ্ন-১০ A, B, C তিনটি বিন্দুর স্থানাংক যথাক্রমে A (a, a+1),

B (-6, -3) এবং C (5, -1)

ক. AB বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২

(১) যদি $AB = 2AC$ হয় তাহলে a এর মান বের কর।

৮

গ. BC বাহু ABC ত্রিভুজের অভিভুজ হলে a এর মান নির্ণয় কর।

৮

◀ শিখনফল ২ অনুশীলনীর ৩ নং প্রশ্নের আলোকে

উত্তর: ক. $\sqrt{2a^2 + 20a + 52}$ একক; খ. $a = 2$ অথবা $\frac{16}{3}$;

গ. $a = 2$, অথবা, $\frac{-11}{2}$

প্রশ্ন-১১ P(x, y) বিন্দু থেকে x অক্ষের দূরত্ব এবং Q(-1, 1) বিন্দুর দূরত্ব সমান। যেখানে $x, y > 0$ । একই সমতলে অবস্থিত অপর একটি বিন্দু R(2, 1).

ক. QR এর দূরত্ব বের কর।

২

খ. x অক্ষ হতে P বিন্দুর দূরত্ব 5 একক হলে P বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর।

৮

গ. দেখাও যে, PQR সমকোণী ত্রিভুজ।

৮

◀ শিখনফল ২ অনুশীলনীর ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের আলোকে

উত্তর: ক. 3 একক; খ. (2, 5)

প্রশ্ন-১২ ABC ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুত্বয়ের স্থানাংক যথাক্রমে (2, 5), (-1, 1) ও (2, 1)।

ক. যেকোনো দুই বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ।

২

খ. দেখাও যে, উপরের বিন্দুগুলো নিয়ে গঠিত ত্রিভুজ সমকোণী।

৮

গ. দেখাও যে, (-2, -3), (6, 5) ও C বিন্দু তিনটি দ্বারা কোন ত্রিভুজ তৈরি করা যায় না।

৮

◀ শিখনফল ২ অনুশীলনীর ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের আলোকে

প্রশ্ন-১৩ A = (5, 5), B(-5, -5), C(10, 10) এবং D(15, 5) বিন্দু চারটি একই সমতলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।

ক. ছক কাগজে A, B, C, D বিন্দু চারটি বসাও এবং দেখাও যে, A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।

২

খ. A, B, C বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটি D এর নিকটবর্তী এবং কোনটি দূরবর্তী?

৮

গ. A, B, D বিন্দু তিনটি দিয়ে গঠিত ত্রিভুজটির প্রকৃতি নির্ণয় কর।

৮

◀ শিখনফল ২ অনুশীলনীর ৯ নং প্রশ্নের আলোকে

উত্তর: খ. D বিন্দুর নিকটবর্তী বিন্দু C এবং দূরবর্তী B;

গ. বিষমবাহু

সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন

প্রশ্ন-১. (3, -1) ও (0, y) বিন্দুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 5 একক হলে y এর মান কত?

প্রশ্ন-২. (5, -2) ও (2, -5) বিন্দুয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত একক?

প্রশ্ন-৩. (0, 0) হতে (15, -8) এবং (0, a) বিন্দুর দূরত্ব প্রস্তুত সমান হলে a এর মান নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৪. P(2x, 3) বিন্দু হতে y অক্ষের দূরত্ব x^2 হলে P বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৫. একটি বৃত্তের ব্যাসের প্রাত্মবিন্দুয়ের স্থানাংক (4, 6) এবং (-1, 18) হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৬. একটি আয়তক্ষেত্রের দুইটি বিপরীত শীর্ষবিন্দুয়ের স্থানাংক যথাক্রমে (4, -2) ও (6, 5) হলে ক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৭. একটি বর্গের শীর্ষ বিন্দুগুলো যথাক্রমে (-5, -2), (3, -2), (3, 6) ও (-5, 6) হলে বর্গটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৮. একটি সমবাহু ত্রিভুজের একটি মধ্যমার প্রাত্মবিন্দুয় (2 $\sqrt{3}$, 3) এবং (0, -3) হলে ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-৯. (4, 6) ও (-2, -16) বিন্দুয়ের সংযোগ রেখাখণ্ডের মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-১০. (a, -a) ও (0, a) বিন্দুয়ের সংযোগ রেখাখণ্ডের দৈর্ঘ্য $5\sqrt{5}$ একক হলে a এর মান নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-১১. একটি বিন্দু হতে উভয় অক্ষের দূরত্ব 6 একক হলে মূলবিন্দু হতে বিন্দুটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-১২. (4, 3 - x) বিন্দুটি x অক্ষের ওপর অবস্থিত হলে x এর মান কত?

প্রশ্ন-১৩. একটি বর্গের একটি কর্ণের প্রাত্মবিন্দুয় (7, 4) ও (12, 9) হলে বর্গটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-১৪. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের প্রাত্মবিন্দুয় (1, 5) ও (2, 6) হলে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

প্রশ্ন-১৫. একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক যথাক্রমে (0, 5 $\sqrt{3}$), (-5, 0) ও (5, 0) হলে ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তরমালা

১. -5, 3; ২. $3\sqrt{2}$ একক; ৩. ± 17 ; ৪. (0, 3), (-4, 3) বা, (4, 3)

৫. 6.5 একক; ৬. $\sqrt{53}$ একক; ৭. $8\sqrt{2}$ একক; ৮. 8 একক

৯. (1, -5); ১০. ± 5 ; ১১. $6\sqrt{2}$ একক; ১২. 3; ১৩. 25 বর্গ একক

১৪. 2π বর্গ একক; ১৫. 10 একক।

