

## ত্রয়োদশ অধ্যায়

## সপ্তম ধারা

## অনুশীলনী ১৩.১

## পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

## ■ অনুকূল

কতকগুলো রাশিকে একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে, প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুকূল (Sequence) বলা হয়।

অনুকূলের প্রথম রাশিকে প্রথম পদ, দ্বিতীয় রাশিকে দ্বিতীয় পদ, তৃতীয় রাশিকে তৃতীয় পদ ইত্যাদি বলা হয়। 1, 3, 5, 7, ... অনুকূলের প্রথম পদ = 1, দ্বিতীয় পদ = 3, ইত্যাদি।

## ■ ধারা

কোনো অনুকূলের পদগুলো পরপর ‘+’ চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে একটি ধারা (Series) পাওয়া যায়। যেমন,  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$  একটি ধারা। ধারাটির পরপর দুইটি পদের পার্থক্য সমান। আবার  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$  একটি ধারা। এর পরপর দুইটি পদের অনুপাত সমান। সুতরাং, যেকোনো ধারার পরপর দুইটি পদের মধ্যে সম্পর্কের ওপর নির্ভর করে ধারাটির বৈশিষ্ট্য। ধারাগুলোর মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ দুইটি ধারা হলো সমান্তর ধারা ও গুণোন্তর ধারা।

## ■ সমান্তর ধারা

কোনো ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে, সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।  
 $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$  একটি ধারা।

এখানে, দ্বিতীয় পদ – প্রথম পদ =  $3 - 1 = 2$ , তৃতীয় পদ – দ্বিতীয় পদ =  $5 - 3 = 2$

সুতরাং, ধারাটি একটি সমান্তর ধারা। উল্লিখিত ধারার সাধারণ অন্তর 2.

## ■ সমান্তর ধারার সাধারণ পদ নির্ণয়

মনে করি, যেকোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ =  $a$  ও সাধারণ অন্তর =  $d$  হলে ধারাটির  $n$  তম পদ =  $a + (n - 1)d$

এই  $n$  তম পদকেই সমান্তর ধারার সাধারণ পদ বলা হয়। কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ  $a$ , সাধারণ অন্তর  $d$  জানা থাকলে  $n$  তম পদে  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  বসিয়ে পর্যায়ক্রমে ধারাটির প্রত্যেকটি পদ নির্ণয় করা যায়।

■ সমান্তর ধারার  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি

মনে করি, যেকোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ  $a$ , শেষ পদ  $p$ , সাধারণ অন্তর  $d$ , পদসংখ্যা  $n$  এবং ধারাটির  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $S_n$ .

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$n\text{-তম পদ } p = a + (n - 1)d.$$

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

■ প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়

মনে করি,  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি  $S_n$

$$\text{অর্থাৎ, } S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

## অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ২ – ৫ – ১২ – ১৯ – ..... ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি,  $2 - 5 - 12 - 19 - \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ,  $a = 2$

$\therefore$  সাধারণ অন্তর,  $d = -5 - 2 = -7$

$\therefore 12$  তম পদ =  $a + (12 - 1)d = 2 + 11 \times (-7)$

$$= 2 - 77 = -75$$

নির্ণেয় ধারাটির সাধারণ অন্তর – 7 এর 12 তম পদ = -75.

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ ৪ + 11 + 14 + 17 + ..... ধারাটির কোন পদ 392 ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি,  $4 + 11 + 14 + 17 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ,  $a = 4$

সাধারণ অন্তর,  $d = 11 - 4 = 7$

মনে করি,  $n$  তম পদ = 392

$n$  তম পদ =  $a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = 392$$

$$\text{বা, } 4 + (n - 1) \times 7 = 392$$

$$\text{বা, } (n - 1) \times 7 = 392 - 4$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{388}{7}$$

$$\text{বা, } n = 128 + 1$$

$$\therefore n = 129$$

$\therefore$  ধারাটির 129তম পদ 392.

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ৪ + 7 + 10 + 13 + ..... ধারাটির কোন পদ 301 ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি,  $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ,  $a = 4$

সাধারণ অন্তর,  $d = 7 - 4 = 3$

মনে করি, nতম পদ = 301

$$n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore a + (n-1)d = 301$$

$$\text{বা}, 4 + (n-1) \times 3 = 301$$

$$\text{বা}, (n-1) \times 3 = 301 - 4$$

$$\text{বা}, n-1 = \frac{297}{3}$$

$$\text{বা}, n = 99 + 1$$

$$\therefore n = 100$$

$\therefore$  ধারাটির 100তম পদ 301.

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ কোনো সমান্তর ধারার p তম পদ  $p^2$  এবং qতম পদ  $q^2$  হলে, ধারাটির  $(p+q)$  তম পদ কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore p \text{ তম পদ} = a + (p-1)d$$

$$q \text{ তম পদ} = a + (q-1)d$$

$$\text{এবং } (p+q) \text{ তম পদ} = a + (p+q-1)d$$

$$\text{প্রশ্নমতে}, a + (p-1)d = p^2 \dots \dots \dots \quad (i)$$

$$a + (q-1)d = q^2 \dots \dots \dots \quad (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করি,

$$(p-1)d - (q-1)d = p^2 - q^2$$

$$\text{বা}, d(p-1-q+1) = (p+q)(p-q)$$

$$\text{বা}, d(p-q) = (p+q)(p-q)$$

$$\text{বা}, d = \frac{(p+q)(p-q)}{(p-q)}$$

$$\therefore d = p+q$$

$$\therefore (p+q) \text{ তম পদ} = a + (p+q-1)d$$

$$= a + (p-1)d + qd$$

$$= p^2 + q(p+q)$$

$$[\because a + (p-1)d = p^2, d = p+q]$$

$$= p^2 + pq + q^2$$

নির্ণয়  $(p+q)$  তম পদ  $p^2 + pq + q^2$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n ও n তম পদ m হলে,  $(m+n)$

তম পদ কত?

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore \text{ধারাটির } m \text{তম পদ} = a + (m-1)d$$

$$\text{'' } n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\text{শর্তানুসারে}, a + (m-1)d = n \dots \dots \dots \quad (i)$$

$$\text{এবং } a + (n-1)d = m \dots \dots \dots \quad (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$(m-1-n+1)d = n-m$$

$$\text{বা}, (m-n)d = -(m-n)$$

$$\text{বা}, d = \frac{-(m-n)}{(m-n)}$$

$$\therefore d = -1$$

$$\therefore \text{ধারাটির } (m+n) \text{তম পদ} = a + (m+n-1)d$$

$$= a + \{(m-1)+n\} d$$

$$= a + (m-1)d + nd$$

$$= n + n(-1) \quad [\because a + (m-1)d = n]$$

$$\text{এবং } d = -1]$$

$$= n - n = 0$$

নির্ণয়  $(m+n)$  তম পদ 0.

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ ১ + ৩ + ৫ + ৭ + ... ... ... ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, ১ + ৩ + ৫ + ৭ + ... ... ...

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অন্তর,  $d = 3 - 1 = 2$

এবং পদ সংখ্যা = n

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারার সমষ্টি}, S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n-1) \cdot 2\} \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n$$

$$= n^2$$

নির্ণয় ধারাটির n পদের যোগফল  $n^2$ .

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ ৮ + ১৬ + ২৪ + ..... ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, ৮ + ১৬ + ২৪ + .....

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ  $a = 8$

এবং সাধারণ অন্তর  $d = 16 - 8 = 8$

$$\therefore \text{ধারাটির ৭টি পদের সমষ্টি}, S_7 = \frac{9}{2} \{2a + (9-1)d\}$$

$$= \frac{9}{2} (2a + 8d)$$

$$= \frac{9}{2} (2 \times 8 + 8 \times 8)$$

$$= \frac{9}{2} (16 + 64)$$

$$= \frac{9}{2} \times 80$$

$$= 9 \times 40$$

$$= 360$$

$\therefore$  ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি 360.

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ৫ + ১১ + ১৭ + ২৩ + ..... + ৫৯ = কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, ৫ + ১১ + ১৭ + ২৩ + ..... + ৫৯

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ,  $a = 5$

সাধারণ অন্তর,  $d = 11 - 5 = 17 - 11 = 6$

শেষ পদ,  $p = 59$

ধরি, ধারাটির পদসংখ্যা = n

$$\therefore n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\text{কিন্তু } n \text{ তম পদ} = \text{শেষ পদ} = 59$$

$$\text{অর্থাৎ}, 5 + (n-1)6 = 59$$

$$\text{বা}, 5 + 6n - 6 = 59$$

$$\text{বা}, 6n - 1 = 59$$

$$\text{বা}, 6n = 59 + 1$$

$$\text{বা}, n = \frac{60}{6} = 10$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{সমষ্টি}, S &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{10}{2} \{2 \times 5 + (10-1) \cdot 6\} \quad [\text{এর মান বসিয়ে] \\ &= 5(10 + 9 \times 6) \\ &= 5(10 + 54) \\ &= 5 \times 64 \\ &= 320\end{aligned}$$

নির্ণয় সমষ্টি 320.

**প্রশ্ন ১৯।**  $29 + 25 + 21 + \dots \dots \dots - 23 =$  কত?

**সমাধান :** প্রদত্ত ধারা,  $29 + 25 + 21 + \dots \dots \dots - 23$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার ১ম পদ,  $a = 29$

সাধারণ অন্তর,  $d = 25 - 29 = -4$

শেষ পদ,  $p = -23$

ধরি, ধারাটির পদ সংখ্যা =  $n$

$$\therefore n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\text{কিন্তু } n \text{ তম পদ} = \text{শেষ পদ} = -23$$

$$\text{অর্থাৎ, } a + (n-1)d = -23$$

$$\text{বা, } 29 + (n-1)(-4) = -23$$

$$\text{বা, } 29 - 4n + 4 = -23$$

$$\text{বা, } 4n = 33 + 23$$

$$\text{বা, } n = \frac{56}{4}$$

$$\therefore n = 14$$

$$\therefore \text{সমষ্টি}, S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{14}{2} \{2 \times 29 + (14-1)(-4)\} \quad [\text{মান বসিয়ে] \\ &= 7\{58 + 13(-4)\} \\ &= 7(58 - 52) = 7 \times 6 = 42\end{aligned}$$

নির্ণয় সমষ্টি 42.

**প্রশ্ন ১০।** কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** ধরি, ধারাটির প্রথম পদ =  $a$

এবং সাধারণ অন্তর =  $d$

$$\begin{aligned}\therefore 12 \text{ তম পদ} &= a + (12-1)d \\ &= a + 11d\end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + 11d = 77 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

মনে করি, প্রথম 23 পদের সমষ্টি =  $S$

$$\begin{aligned}\therefore S &= \frac{23}{2} \{2a + (23-1)d\} \quad [\because n = 23] \\ &= \frac{23}{2} (2a + 22d) = \frac{23}{2} \times 2(a + 11d) \\ &= 23(a + 11d) = 23 \times 77 = 1771\end{aligned}$$

নির্ণয় সমষ্টি 1771.

**প্রশ্ন ১১।** একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ = 20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ =  $a$

এবং সাধারণ অন্তর =  $d$

$$\therefore \text{ধারাটির } 16 \text{ তম পদ, } a + (16-1)d = -20$$

$$\text{বা, } a + 15d = -20$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

তাহলে, ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি

$$S_{31} = \frac{31}{2} \{2a + (31-1)d\}$$

$$= \frac{31}{2}(2a + 30d) = \frac{31}{2} \times 2(a + 15d)$$

$$= \frac{31}{2} \times 2 \times (-20) \quad [\because a + 15d = -20]$$

$$= 31 \times (-20) = -620$$

নির্ণয় সমষ্টি -620.

**প্রশ্ন ১২।**  $9 + 7 + 5 + \dots \dots \dots$  ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের যোগফল - 144

হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** প্রদত্ত ধারাটি হলো,  $9 + 7 + 5 + \dots \dots \dots$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার  $n$  পদের সমষ্টি,  $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

এখানে, প্রথম পদ,  $a = 9$

সাধারণ অন্তর  $d = 7 - 9 = -2$

$$\therefore S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{(2 \times 9) + (n-1)(-2)\} = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2}(18 - 2n + 2) = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2}(20 - 2n) = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \times 2(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } n(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } 10n - n^2 + 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-18) + 8(n-18) = 0$$

$$\text{বা, } (n-18)(n+8) = 0$$

$$\text{হয় } n-18 = 0 \quad \text{অথবা, } n+8 = 0$$

$$\therefore n=18 \quad \therefore n=-8$$

কিন্তু  $n = -8$  গ্রহণযোগ্য নয়।

কেননা পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n=18$$

নির্ণয় পদসংখ্যা,  $n = 18$ .

**প্রশ্ন ১৩।**  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots \dots \dots$  ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550

হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান :** প্রদত্ত ধারাটি  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots \dots \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ,  $a = 2$

এবং সাধারণ অন্তর,  $d = 4 - 2 = 2$

শর্তানুসারে,  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি = 2550

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 2 + (n-1)2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{4 + (n-1)2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2n+2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \times 2(n+1) = 2550$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 2550$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+51) - 50(n+51) = 0$$

$$\text{বা, } (n+51)(n-50) = 0$$

$$\text{হয় } n+51 = 0 \quad | \quad \text{অথবা, } n-50 = 0$$

$$\therefore n = -51 \quad | \quad \therefore n = 50$$

কিন্তু পদসংখ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 50$$

নির্ণেয় n এর মান 50.

**প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥** কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি n(n+1) হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** দেওয়া আছে, কোনো ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি,  $S_n = n(n+1)$

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots \dots \dots \text{ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,}$$

$$S_1 = \text{প্রথম পদের সমষ্টি} = 1(1+1) = 1 \times 2 = 2$$

$$S_2 = \text{প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি} = 2(2+1) \\ = 2 \times 3 = 6$$

$$S_3 = \text{প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি}$$

$$= 3(3+1) = 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = 2$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{এবং তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটি, } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots \dots \dots$$

**প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥** কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি n(n+1) হলে, ধারাটির 10 টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান :** দেওয়া আছে, ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি = n(n+1).

$$n = 1, 2, 3, \dots \dots \dots \text{ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,}$$

$$\text{প্রথম পদের সমষ্টি} = 1(1+1) = 1 \times 2 = 2$$

$$\text{দুইটি পদের সমষ্টি} = 2(2+1) = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{তিনটি পদের সমষ্টি} = 3(3+1) = 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = 2$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = 6 - 2 = 4$$

$$\text{এবং তৃতীয় পদ} = 12 - 6 = 6$$

$$\therefore \text{ধারাটি} = 2 + 4 + 6 + \dots \dots \dots$$

$$\text{এখানে, প্রথম পদ, } a = 2$$

$$\text{সাধারণ অন্তর } d = 4 - 2 = 2$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\begin{aligned} \text{তাহলে, } 10 \text{ টি পদের সমষ্টি } S_{10} &= \frac{10}{2} \{2a + (10-1)d\} \\ &= \frac{10}{2} \{2 \times 2 + (10-1)2\} \\ &= 5(4 + 18) \\ &= 5 \times 22 = 110 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সমষ্টি 110.

**প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥** একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore \text{ধারাটির } 12 \text{ তম পদ} = a + (12-1)d \\ = a + 11d$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 12 \text{ পদের সমষ্টি } S_{12} = \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\} \\ \text{বা, } 144 = 6(2a + 11d)$$

$$\text{বা, } 2a + 11d = \frac{144}{6} \\ \therefore 2a + 11d = 24 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } 20 \text{ পদের সমষ্টি } S_{20} = \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\}$$

$$\text{বা, } 560 = 10(2a + 19d)$$

$$\text{বা, } 2a + 19d = \frac{560}{10}$$

$$\therefore 2a + 19d = 56 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2a + 19d - 2a - 11d = 56 - 24$$

$$\text{বা, } 8d = 32$$

$$\text{বা, } d = \frac{32}{8}$$

$$\therefore d = 4$$

d এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$2a + 19 \times 4 = 56$$

$$\text{বা, } 2a + 76 = 56$$

$$\text{বা, } 2a = 56 - 76$$

$$\text{বা, } a = \frac{-20}{2}$$

$$\therefore a = -10$$

$$\therefore \text{প্রথম } 6 \text{ পদের সমষ্টি } S_6 = \frac{6}{2} \{2a + (6-1)d\} \\ = \frac{6}{2} \{2 \times (-10) + (6-1) \times 4\} \\ = 3(-20 + 20) \\ = 3 \times 0 = 0$$

নির্ণেয় সমষ্টি 0.

**প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥** কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম (m+n) পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :** মনে করি, কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a

এবং সমান্তর অন্তর = d

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম } m \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{এবং ধারাটির প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{শর্তনুসারে, } \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\} = n \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = m \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$2a + (m-1)d = \frac{2n}{m} \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$2a + (n-1)d = \frac{2m}{n} \quad \dots \dots \dots \text{(iv)}$$

সমীকরণ (iii) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$$(m-n)d = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$$

$$\text{বা, } (m-n)d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn}$$

$$\text{বা, } d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn(m-n)}$$

$$= \frac{2(n^2 - m^2)}{mn(m-n)}$$

$$= \frac{2(n+m)(n-m)}{mn(m-n)}$$

$$= \frac{-2(m+n)(m-n)}{mn(m-n)}$$

$$= \frac{-2(m+n)}{mn}$$

এখন, ধারাটির প্রথম  $(m+n)$  পদের সমষ্টি

$$= \frac{m+n}{2} \{2a + (m+n-1)d\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \{2a + (m-1)d + nd\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} - 2n \left( \frac{m+n}{mn} \right) \right\} \quad [\text{iii নং ও d এর মান বসিয়ে]$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} - \left( \frac{2(m+n)}{m} \right) \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left( \frac{2n - 2m - 2n}{m} \right)$$

$$= \frac{m+n}{2} \times \frac{-2m}{m}$$

$$= -(m+n)$$

নির্ণেয় সমষ্টি  $= -(m+n)$ .

**প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥** কোনো সমান্তর ধারায়  $p$  তম,  $q$  তম ও  $r$  তম পদ যথাক্রমে  $a, b, c$  হলে, দেখাও যে,  $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$ .

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ  $= x$

এবং সাধারণ অন্তর  $= d$

$$\therefore \text{ধারাটির } p \text{ তম পদ} = x + (p-1)d$$

$$\text{'' } q \text{ তম পদ} = x + (q-1)d$$

$$\text{'' } r \text{ তম পদ} = x + (r-1)d$$

$$\text{শর্তানুসারে, } x + (p-1)d = a \quad \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$x + (q-1)d = b \quad \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$x + (r-1)d = c \quad \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$(p-1-q+1)d = a-b$$

$$\text{বা, } (p-q)d = a-b$$

$$\therefore d = \frac{a-b}{p-q}$$

$d$  এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x + (p-1) \left( \frac{a-b}{p-q} \right) = a$$

$$\text{বা, } x = a - \frac{(p-1)(a-b)}{p-q}$$

$$\therefore x = \frac{a(p-q) - (p-1)(a-b)}{p-q}$$

সমীকরণ (iii) এ  $x$  ও  $d$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{a(p-q) - (p-1)(a-b)}{p-q} + (r-1) \left( \frac{a-b}{p-q} \right) = c$$

$$\text{বা, } \frac{ap - aq - ap + bp + a - b + ar - br - a + b}{p-q} = c$$

$$\text{বা, } -aq + ar - br + bp = c(p-q)$$

$$\text{বা, } -a(q-r) - b(r-p) - c(p-q) = 0$$

$$\text{বা, } a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$$

$\therefore a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$  (দেখানো হলো)

**প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥** দেখাও যে,  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 125 = 169 + 171 + 173$

$+ \dots \dots \dots + 209$

সমাধান : মনে করি,  $S_1 = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots \dots + 125$

$$\text{এবং } S_2 = 169 + 171 + 173 + \dots \dots \dots + 209$$

দেখাতে হবে যে,  $S_1 = S_2$

এখানে, বামপক্ষের ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অন্তর,  $d = 3 - 1 = 2$

ধরি,  $S_1$  ধারার পদ সংখ্যা  $= n$

কিন্তু  $n$  তম পদ = শেষ পদ  $= 125$

$$\therefore a + (n-1)d = 125$$

$$\text{বা, } 1 + (n-1)2 = 125$$

$$\text{বা, } 1 + 2n - 2 = 125$$

$$\text{বা, } 2n = 125 + 1$$

$$\therefore n = \frac{126}{2} = 63$$

$$\therefore S_1 = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{63}{2} \{2 \times 1 + (63-1).2\} \quad [n, a \text{ ও } d \text{ এর মান বসিয়ে]$$

$$= \frac{63}{2} (2 + 62 \times 2)$$

$$= \frac{63}{2} \times 2 (1 + 62)$$

$$= 63 \times 63 = 3969$$

আবার, ডানপক্ষের ধারার প্রথম পদ,  $a = 169$

সাধারণ অন্তর,  $d = 171 - 169 = 2$

ধরি,  $S_2$  ধারার পদ সংখ্যা  $= m$

কিন্তু  $m$  তম পদ = শেষ পদ  $= 209$

$$\therefore a + (m-1)d = 209$$

$$\text{বা, } 169 + (m-1)2 = 209$$

$$\text{বা, } 169 + 2m - 2 = 209$$

$$\text{বা, } 2m + 167 = 209$$

$$\text{বা, } 2m = 209 - 167$$

$$\therefore m = \frac{42}{2} = 21$$

$$\begin{aligned} \therefore S_2 &= \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\} \\ &= \frac{21}{2} \{2 \times 169 + (21-1)2\} \quad [m, a \text{ ও } d \text{ এর মান বসিয়ে] \\ &= \frac{21}{2} (338 + 40) = \frac{21}{2} \times 378 \\ &= 21 \times 189 = 3969 \end{aligned}$$

$$\therefore S_1 = S_2$$

$$\text{অর্থাৎ, } 1+3+5+7+\dots\dots+125 = 169+171+173+\dots\dots \\ +209 \text{ (দেখানো হলো)}$$

**প্রশ্ন ॥ ২০ ॥** এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি খণ্ড কিছু সংখ্যক কিন্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিন্তি পূর্বের কিন্তি থেকে 2 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিন্তি 1 টাকা হয়, তবে কতগুলো কিন্তিতে ঐ ব্যক্তি তার খণ্ড শোধ করতে পারবেন?

**সমাধান :** মনে করি, কিন্তির সংখ্যা = n

পরপর দুই কিন্তির পার্থক্য, d = 2; প্রথম কিন্তি, a = 1;

মোট খণ্ডের পরিমাণ,  $S_n = 2500$

সমান্তর ধারার সূত্রমতে,  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n-1)2\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 + 2n - 2\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \times 2n$$

$$\text{বা, } 2500 = n^2$$

$$\text{বা, } n^2 = 2500$$

$$\text{বা, } n = \sqrt{2500}$$

$$\therefore n = \pm 50$$

কিন্তু কিন্তির সংখ্যা খণ্ডাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 50$$

নির্ণেয় কিন্তির সংখ্যা 50টি।

## গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

**১. সমান্তর ধারার n তম পদ কোনটি?**

a  $n^{r-1}$        a + (n-1) d  
  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$         $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

**২.  $1+2+3+4+\dots+100 =$  কত?**

4750       4950       5050       5150

**৩.  $6+9+12+\dots$  ধারাটির কততম পদ 93?**

30       29       28       27

**৪.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$  অনুক্রমটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি?**

$\frac{1}{n}$         $\frac{n-1}{n+1}$         $\frac{1}{2^n}$         $\frac{n}{n+1}$

**৫.  $3+5+7+\dots$  ধারাটির ১০ম পদ কত?**

29       27       25       21

**৬.  $4+8+12+16+\dots$  ধারাটির কোন পদ 480?**

110       115       120       130

**৭.  $8+14+20+26+\dots$  ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি কত?**

200       232       280       464

**৮. একটি সমান্তর ধারার n তম পদ  $5n+3$  হলে এর সাধারণ অন্তর কত?**

-2        $\frac{13}{8}$        5       8

**৯. স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার n তম পদ নিচের কোনটি?**

2n       2n+1       2n-1       2n+4

**১০.  $5+9+13+\dots$  এর ৫ম পদ কোনটি?** [দি. বো. ন. প. '১৫]

15       17       19       21

**১১.  $3+6+12+24+\dots$  ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?**

### অনুক্রম

#### সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

**১৯. নিচের কোনটি অনুক্রম?**

(সহজ)

<input type="radio"/> 1, 3, 5, 7, ..., 13	<input checked="" type="radio"/> 1, 3, 5, 7, ...
<input type="radio"/> 1, 3, 6, 8, ...	<input type="radio"/> 1, 3, 6, 8, ..., 14

381       281       138       127

নিচের তথ্যের আলোকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

4 + 6 + 8 + ..... একটি ধারা।

**১২. ধারাটির 12-তম পদ—**

22       24       26       28

**১৩. ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি—**

130       150       260       300

নিচের তথ্যের আলোকে ১৪ – ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 + 5 + 8 + 11 + ..... ধারাটি লক্ষ কর।

**১৪. ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?**

-3       3       5       7

**১৫. ধারাটির দশম পদ কত?**

29       31       35       37

**১৬. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত?**

200       124       100       92

নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো সমান্তর ধারার ১ম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3.

**১৭. ধারাটির n তম পদ কত?**

3n+1        $\frac{n(3n+1)}{2}$        3n-1        $\frac{n(3n-1)}{2}$

**১৮. ধারাটির প্রথম 8 পদের যোগফল কত?**

23       25       100       124

**২০. 2, 4, 6, ..... অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি?** (মধ্যম)

$\frac{1}{2}n$        n       2n       3n

**ব্যাখ্যা :** সাধারণ পদ 2n হলে, ১ম পদ =  $2 \times 1 = 2$

২য় পদ =  $2 \times 2 = 4$ ; তৃতীয় পদ =  $2 \times 3 = 6$

তখন 2, 4, 6 ..... অনুক্রম পাওয়া যাবে।

**২১. 1, 4, 9, ..... অনুক্রমের সাধারণ পদ কোনটি?** (সহজ)

- ④ n      ●  $n^2$       ④ n + 1      ④  $n^2 + 1$

**ব্যাখ্যা :** সাধারণ পদ  $n^2$  হলে, ১ম পদ =  $1^2 = 1$ ;  
২য় পদ =  $2^2 = 4$ ; তৃতীয় পদ =  $3^2 = 9$   
তাহলে অনুক্রমটি 1, 4, 9, ..... হবে

২২.  $\langle 2n \rangle_{n=1}^{+\infty}$  এর অনুক্রম নিচের কোনটি? (মধ্যম)

④ 1, 2, 3, 4, .....      ④ 1, 3, 5, 7, .....  
● 2, 4, 6, 8, .....      ④ 2, 4, 8, 16, .....

২৩.  $\langle \frac{1}{n} \rangle_{n=1}^{+\infty}$  অনুক্রমটির জন্য নিচের কোনটি? (মধ্যম)

④ 1, 2, 3, 4, .....      ● 1,  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ , .....  
④  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$ , .....      ④ 1,  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ , .....

২৪.  $\langle \frac{1}{n} \rangle$  অনুক্রমটির তৃতীয় ও দ্বিতীয় পদের অন্তর কত? (মধ্যম)

④  $\frac{1}{2}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{3}$       ●  $-\frac{1}{6}$

**ব্যাখ্যা :** দ্বিতীয় পদ =  $\frac{1}{2}$ , তৃতীয় পদ =  $\frac{1}{3} \therefore$  অন্তর =  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6}$

২৫.  $\frac{n}{n+1}$  সাধারণ পদ বিশিষ্ট অনুক্রম কোনটি? (সহজ)

④ 1,  $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}$ , .....      ④ 1,  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ , .....  $\frac{20}{21}$   
④ 1,  $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}$ , .....  $\frac{21}{20}$       ● 1,  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ , .....

---

**বচ্ছপনী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর**

২৬. {2, 4, 6, 8, .....} অনুক্রম –

  - এর সাধারণ অন্তর 2
  - এর সাধারণ পদ  $2n$
  - {1, 2, 3, .....} অনুক্রমটির উপসেট  
নিচের কোনটি সঠিক?

④ i ও ii      ④ i ও iii      ④ ii ও iii      ● i, ii ও iii (মধ্যম)

২৭. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :  
 i.  $2^n$  সাধারণ পদটির অনুক্রমটি  $\langle 2^n \rangle_{n=1}^{+\infty}$   
 ii.  $2n$  সাধারণ পদ হলে অনুক্রমটি হবে 2, 4, 6, 8  
 iii. অনুক্রমের প্রথম রাশিকে প্রথম পদ বলে  
নিচের কোনটি সঠিক?  
(মধ্যম)

④ i ও ii      ④ i ও iii      ④ ii ও iii      ● i, ii ও iii

২৮.  $\langle \frac{n-1}{n+1} \rangle$  একটি অনুক্রম হলে –

  - সাধারণ পদ  $\frac{n-1}{n+1}$
  - দশম পদ  $\frac{9}{10}$
  - $\left\{ 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \dots \right\}$  সেটটিই পদস্ত অনুক্রম  
নিচের কোনটি সঠিক?  
(মধ্যম)

④ i ও ii      ● i ও iii      ④ ii ও iii      ④ i, ii ও iii

---

**অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর**

অভিন্ন তথ্যতত্ত্বিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাওর

#### ■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ – ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

- |  |   |                   |                       |         |
|--|---|-------------------|-----------------------|---------|
| ১. একটি অনুক্রম এর সাধারণ পদ ?   |   |                   |                       | (মধ্যম) |
| ● 1  | ⊕ $\frac{1}{2}$                                       | ⊗ $\frac{1}{4}$   | ⊖ $\frac{1}{8}$       |         |
| ২. অনুক্রমটির প্রথম দুই পদের যোগফল কত ?  |   |                   |                       | (মধ্যম) |
| ⊕ $\frac{1}{2}$  | ⊕ $\frac{3}{4}$                                       | ● $\frac{3}{2}$   | ⊖ 1                   |         |
| ৩. নিচের কোন অনুক্রমটির সাধারণ পদ প্রদত্ত অনুক্রম অনুসারে ? (কঠিন)   |   |                   |                       |         |
| ⊕ 1, 2, 3, .....   | ⊖ 1, 3, 5, .....                                      |                   |                       |         |
| ● $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \dots \dots$   | ⊖ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \dots \dots$ |                   |                       |         |
| ব্যাখ্যা : অনুক্রমটির ১ম পদ = $\frac{1}{2^{1-1}} = \frac{1}{2^0} = \frac{1}{1} = 1$ ; ২য় পদ = $\frac{1}{2^{2-1}} = \frac{1}{2}$ |   |                   |                       |         |
| ৩য় পদ = $\frac{1}{2^{3-1}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$   |   |                   |                       |         |
| <b>ধারা</b>  |   |                   |                       |         |
| <b>■ □   সাধারণ বচ্ছিন্নিবাচনি প্রশ্নোত্তর</b>   |   |                   |                       |         |
| ৪. $1 + 4 + 7 + 10 \dots \dots$ এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক ?   |   |                   |                       | (সহজ)   |
| ● ধারা   | ⊕ অনুক্রম   | ⊖ ফাংশন           | ⊖ অভেদ                |         |
| ৫. নিচের কোনটি ধারা ?  |   |                   |                       | (সহজ)   |
| ⊕ {1, 3, 5, 7, .....}  | ⊖ 1, 3, 5, 7 .....                                    |                   |                       |         |
| ● $1 + 3 + 5 + 7 \dots \dots$  | ⊖ 2, 4, 6, 8, .....                                   |                   |                       |         |
| <b>□ □ □   বচ্ছপনী সমাপ্তিসূচক বচ্ছিন্নিবাচনি প্রশ্নোত্তর</b>  |   |                   |                       |         |
| ৬. $(2n - 1)$ একটি ধারার সাধারণ পদ হলো—  |   |                   |                       |         |
| i. ধারাটির ১ম পদ 1   |   |                   |                       |         |
| ii. ধারাটির চতুর্থ পদ 7  |   |                   |                       |         |
| iii. ধারাটি $1 + 3 + 5 + 7 + \dots \dots$  |   |                   |                       |         |
| নিচের কোনটি সঠিক ?   |   |                   |                       | (মধ্যম) |
| ⊕ i ও ii   | ⊕ i ও iii   | ⊖ ii ও iii        | ● i, ii ও iii         |         |
| <b>■ □   অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বচ্ছিন্নিবাচনি প্রশ্নোত্তর</b>   |   |                   |                       |         |
| নিচের তথ্যের আলোকে ৩৫ – ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :   |   |                   |                       |         |
| $2 + 4 + 8 + 16 + \dots \dots$ একটি ধারা।  |   |                   |                       |         |
| ৭. ধারাটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি ?   |   |                   |                       | (মধ্যম) |
| ● $2^n$  | ⊕ $2^{n-1}$   | ⊖ $\frac{1}{2^n}$ | ⊖ $\frac{1}{2^{n-1}}$ |         |
| ব্যাখ্যা : $2 + 4 + 8 + 16 + \dots \dots = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots \dots = 2 + 4 + \dots \dots$                            |   |                   |                       |         |
| ৮. সম্ভ ও অষ্টম পদের অনুপাত নিচের কোনটি ?  |   |                   |                       | (মধ্যম) |
| ● 2  | ⊕ 4   | ⊖ 6               | ⊖ 12                  |         |
| ব্যাখ্যা : ধারাটির প্রতিটি পদদ্বয়ের অনুপাত সমান।  |   |                   |                       |         |
| $\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2 \therefore \frac{2^8}{2^7} = 2$  |   |                   |                       |         |
| ৯. ধারাটির ষষ্ঠ পদের মান কত ?  |   |                   |                       | (মধ্যম) |
| ⊕ 60   | ● 64  | ⊖ 128             | ⊖ 256                 |         |
| ব্যাখ্যা : ধারাটির সাধারণ পদ = $2^n \therefore$ ধারাটির ষষ্ঠ পদ = $2^6 = 64$   |   |                   |                       |         |
| <b>সমান্তর ধারা</b>  |   |                   |                       |         |
| <b>■ □   সাধারণ বচ্ছিন্নিবাচনি প্রশ্নোত্তর</b>   |   |                   |                       |         |
| ১০. নিচের কোন ধারাটি সমান্তর শ্রেণিভুক্ত নয় ?   |   |                   |                       | (সহজ)   |

<p>৪৬. <math>\textcircled{1}</math> 1, 3, 5, 7, .....  <math>\textcircled{2}</math> 1, 4, 7, 10, ..</p> <p>৪৭. <b>সমান্তর প্রগতি কোনটি?</b></p> <p>৪৮. <math>\textcircled{1}</math> 2, 4, 8, 16, .....  <math>\textcircled{2}</math> 1, 3, 6, 8, 12, .....  <math>\textcircled{3}</math> 2, 5, 8, 11, .....  <math>\textcircled{4}</math> 18, 12, 6, -6, 0, .....</p> <p>৪৯. <b>নিচের কোনটি সমান্তর ধারা?</b></p> <p>৫০. <math>\textcircled{1}</math> <math>a + d + 2d + \dots</math>  <math>\textcircled{2}</math> <math>a + (a-d) + (a+2d) + \dots</math>  <math>\textcircled{3}</math> <math>a + (a+d) + (a+2d) + \dots</math>  <math>\textcircled{4}</math> <math>(a+d) + (2a+d) + (2a+2d) + \dots</math></p> <p>৫১. <math>(a+d) + (2a+2d) + (3a+3d) + \dots</math> ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?</p> <p>৫২. <math>100 + 98 + 96 + \dots + 2</math> সমান্তর ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?</p> <p>৫৩. <math>a + b + c + d + \dots</math> সমান্তর ধারার অন্তর্জুট হলে নিচের কোনটি সঠিক?</p> <p>৫৪. <math>6 + 10 + 14 + 18 + \dots</math> ধারাটির সাধারণ অন্তর নিচের কোনটি?</p> <p>৫৫. <math>a + (a+d) + (a+2d) + \dots</math></p> <p>i. ধারাটি একটি সমান্তর ধারা  ii. ধারাটির সাধারণ অন্তর <math>2d</math>  iii. ধারাটির প্রথম পদ <math>a</math></p> <p>৫৬. <b>ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?</b></p> <p>৫৭. <math>k</math> এর মান কত?</p> <p>৫৮. <b>সমান্তর ধারার সাধারণ পদ নির্ণয়</b></p> <p>৫৯. <b>সমান্তর ধারার ন-তম পদ নির্ণয়</b></p> <p>৬০. <b>ধারাটির প্রথম পদ কত?</b></p> <p>৬১. <math>a + (a+d) + (a+2d) + \dots</math></p> <p>i. <math>a + 9d</math>  ii. <math>a + 10d</math>  iii. <math>10a + d</math>  iv. <math>9a + d</math></p> <p>৬২. <math>n</math> তম পদ = <math>a + (n-1)d</math></p> <p><math>\therefore 10</math> তম পদ = <math>a + (10-1)d = a + 9d</math>.</p> <p>৬৩. <b>একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে উক্ত ধারার <math>n</math> তম পদ কত?</b></p> <p>৬৪. <math>3n + 5</math>  <math>3n + 2</math>  <math>3n - 3</math>  <math>2n - 2</math></p> <p>৬৫. <math>n</math>-তম পদ = <math>a + (n-1)d = 5 + (n-1)3</math>  <math>= 5 + 3n - 3 = 3n + 2</math></p> <p>৬৬. <b>সমান্তর ধারার প্রথম পদ 2, এবং সাধারণ অন্তর 4 হলে ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয়</b></p> <p>৬৭. <math>72</math>  <math>46</math>  <math>38</math>  <math>25</math></p> <p>৬৮. <b>ধারার 20 তম পদ নির্ণয়</b></p> <p>৬৯. <math>82</math>  <math>78</math>  <math>64</math>  <math>56</math></p> <p>৭০. <b>27 + 22 + 17 + 12 + \dots</b> ধারার দাদশ পদ কত হবে?</p> <p>৭১. <b>(মধ্যম)</b></p> <p>৭৲. <math>n</math> : ধারাটির প্রথম পদ = <math>27 + (12-1)(-5) = 27 - 55 = -28</math></p> <p>৭৩. <b>স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সাধারণ পদ নির্ণয়</b></p> <p>৭৪. <math>2n - 1</math>  <math>2n + 1</math>  <math>2n</math>  <math>n</math></p> <p>৭৫. <b>(সহজ)</b></p> <p>৭৶. <math>2 + 4 + 6 + \dots + 20</math> ধারাটির কত তম পদ শেষ পদ?</p> <p>৭০. <b>(মধ্যম)</b></p> <p>৭১. <math>9</math>  <math>10</math>  <math>11</math>  <math>20</math></p> <p>৭২. <math>n</math> : এখানে <math>a = 2, d = 4 - 2 = 2,</math>  যদি <math>r -</math> তম পদ 20 হয়,  তবে <math>a + (r-1)d = 20</math> বা, <math>2 + (r-1)2 = 20</math>  <math>\Rightarrow r-1 = \frac{20-2}{2} = 9</math>  বা, <math>r = 9 + 1 = 10</math> তম পদ</p> <p>৭৩. <b>ধারার অষ্টম পদ কত হবে?</b></p> <p>৭৪. <math>62</math>  <math>52</math>  <math>42</math>  <math>35</math></p> <p>৭৫. <math>n</math> : অষ্টম পদ = <math>a + (r-1)d = 3 + (8-1)7 = 52</math></p>
<p>৭১. <b>বহুপদী সমান্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর</b></p> <p>৭২. <b>অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর</b></p> <p>৭৩. <b>কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ <math>a</math>, সাধারণ অন্তর <math>d</math>, পদসংখ্যা <math>n</math> হলে—</b></p> <p>i. ধারাটির <math>n</math> তম পদ <math>a + (n-1)d</math>  ii. ধারাটির 12 তম পদ <math>a + 2d</math>  iii. ধারাটির 20 তম পদ <math>a + 19d</math></p> <p>৭৪. <b>নিচের কোনটি সঠিক?</b></p> <p>৭৫. <b>(মধ্যম)</b></p> <p>৭৶. <b>i</b> ও <b>ii</b>  <b>iii</b> ও <b>iv</b>  <b>i, ii</b> ও <b>iii</b></p> <p>৭৷. <b>নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :</b></p> <p>i. সমান্তর ধারার ফ্রেক্টে পদ সংখ্যা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা  ii. ১ম পদ <math>a</math> ও সাধারণ অন্তর <math>d</math> হলে সমান্তর ধারার ৪ৰ্থ পদ <math>(a + 3d)</math>  iii. <math>3 + 7 + 11 \dots</math> ধারাটির যষ্ঠ তম পদ 23</p> <p>৭৮. <b>নিচের কোনটি সঠিক?</b></p> <p>৭৯. <b>(মধ্যম)</b></p> <p>৮০. <b>i</b> ও <b>ii</b>  <b>iii</b> ও <b>iv</b>  <b>i, ii</b> ও <b>iii</b></p> <p>৮১. <b>নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :</b></p> <p>i. সাধারণ পদ = <math>10n - 7</math>  ii. সাধারণ অন্তর 10  iii. <math>(p + 1)</math> তম পদ = <math>10p + 3</math></p> <p>৮২. <b>নিচের কোনটি সঠিক?</b></p> <p>৮৩. <b>(মধ্যম)</b></p>
<p>৮৪. <b>সমান্তর ধারার সাধারণ পদ নির্ণয়</b></p> <p>৮৫. <b>সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর</b></p> <p>৮৬. <b>সমান্তর ধারার n-তম পদ নির্ণয়</b></p> <p>৮৭. <b>সাধারণ পদ কোনটি?</b></p> <p>৮৮. <b>(সহজ)</b></p> <p>৮৯. <b><math>a + (n-1)d</math></b>  <b><math>a - (n-1)d</math></b>  <b><math>a(n-1) + d</math></b></p>

কি i ও ii      কি i ও iii      কি ii ও iii      ● i, ii ও iii

৬০. সমান্তর ধারার প্রথম পদ ৫ এবং সাধারণ অন্তর ৩ হলে—

- i. ধারাটির ৩য় পদ 12
- ii. ধারাটির ৫ম পদ 17
- iii. ধারাটি হবে  $5 + 8 + 11 + 14 + 17 + \dots$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

কি i ও ii      কি i ও iii      ● ii ও iii      কি i, ii ও iii

### □□ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬১ – ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a + b + c + d + \dots + p$  একটি সমান্তর ধারা এবং সাধারণ অন্তর ৫।

৬১. নিচের কোন সম্ভবটি সঠিক? (মধ্যম)

$$\bullet b = \frac{a+c}{2} \quad \text{কি } b = \frac{c-a}{2} \quad \text{কি } b = \frac{a-c}{2} \quad \text{কি } c = \frac{a+b}{2}$$

ব্যাখ্যা :  $b - a = c - b$  বা,  $2b = c + a$  বা,  $b = \frac{c+a}{2}$

৬২.  $d$  এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

$$\text{কি } a + 15d \quad \text{কি } a - 15 \quad \text{কি } a - 15d \quad \bullet a + 15$$

ব্যাখ্যা :  $d$  হল ৪র্থ পদ।

$$\therefore 4\text{ তম পদ} = a + (4-1) \times 5 = a + 15$$

৬৩. ধারাটির পদ সংখ্যা কত? (কঠিন)

$$\text{কি } \frac{p-a}{5} \quad \text{কি } \frac{p-a}{5} - 1 \quad \text{কি } \frac{p+a}{5} - 1 \quad \bullet \frac{p-a}{5} + 1$$

ব্যাখ্যা : পদ সংখ্যা =  $\frac{\text{শেষ পদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{p-a}{5} + 1$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৪ ও ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$5 + 8 + 11 + \dots$  একটি নির্দিষ্ট সমান্তর ধারা।

৬৪. ধারাটির ২০ তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

$$\text{কি } 45 \quad \bullet 62 \quad \text{কি } 105 \quad \text{কি } 145$$

৬৫. ধারাটির কত তম পদ ৩৮৩?

$$\text{কি } 105 \quad \bullet 127 \quad \text{কি } 132 \quad \text{কি } 142$$

### সমান্তর ধারার n-সংখ্যক পদের সমষ্টি

### □□ সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৬.  $5 + 11 + 17 + 23 + \dots$  ধারাটির প্রথম ১০ পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)

$$\bullet 320 \quad \text{কি } 315 \quad \text{কি } 310 \quad \text{কি } 302$$

ব্যাখ্যা : সমষ্টি  $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$= \frac{10}{2} \{2 \times 5 + (10-1)6\}$$

$$= 5\{10 + (9 \times 6)\} = 5(10 + 54)$$

$$= 5 \times 64 = 320$$

৬৭.  $1 + 3 + 5 + \dots + 11$  ধারাটির সমষ্টি নিচের কোনটি? (কঠিন)

$$\text{কি } 121 \quad \text{কি } 59 \quad \text{কি } 49 \quad \bullet 36$$

৬৮.  $2 - 5 - 12 - 19 - \dots$  ধারাটির ৪টি পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

$$\text{কি } 180 \quad \text{কি } -188 \quad \bullet -180 \quad \text{কি } 188$$

ব্যাখ্যা :  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = \frac{8}{2} \{2 \times 2 + (8-1)(-7)\}$

$$= 4(4 - 49) = 4 \times (-45) = -180$$

৬৯. একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ  $a = 7$ , সাধারণ অন্তর  $d = 5$  এবং পদ সংখ্যা

$n = 25$  হলে সমষ্টি  $S =$  কত? (কঠিন)

$$\text{কি } 1775 \quad \bullet 1675 \quad \text{কি } 1575 \quad \text{কি } 1475$$

### □□ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭০.  $3 + 5 + 7 + \dots + 13$

i. ধারাটির সাধারণ অন্তর 2

ii. ধারাটিতে ছয়টি পদ রয়েছে

iii. ধারাটির সমষ্টি 36

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

$$\bullet i \text{ ও } ii \quad \text{কি } i \text{ ও } iii \quad \text{কি } ii \text{ ও } iii \quad \text{কি } i, ii \text{ ও } iii$$

৭১.  $8 + 16 + 24 + \dots$  ধারাটির—

i. সাধারণ অন্তর 8

ii. ৭তম পদ = 72

iii. ৭টি পদের সমষ্টি = 360

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

$$\text{কি } i \text{ ও } ii \quad \text{কি } i \text{ ও } iii \quad \text{কি } ii \text{ ও } iii \quad \bullet i, ii \text{ ও } iii$$

ব্যাখ্যা : ৯তম পদ =  $8 + (n-1)8 = 8 + (9-1)8 = 72$ .

$$S_9 = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{9}{2} \{2 \times 8 + (9-1)8\} = 360.$$

৭২. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 1 এবং সাধারণ অন্তর 1 এবং সমষ্টি  $S_n$

$$= \frac{n}{2} \{2 + n - 1\} \text{ হলে—}$$

i.  $S_0 = 0$  হলে, পদসংখ্যা 1

ii.  $n = 2$  হলে,  $S_2 = 3$

iii. প্রথম পাঁচটি পদের যোগফল 15

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

$$\text{কি } i \text{ ও } ii \quad \text{কি } i \text{ ও } iii \quad \bullet ii \text{ ও } iii \quad \text{কি } i, ii \text{ ও } iii$$

৭৩. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i.  $5 + 17 + 29 + 41 + \dots$  ধারার 20 টি পদের সমষ্টি 2380

ii.  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$  ধারার 25 টি পদের সমষ্টি 625

iii.  $20 + 18 + 16 + \dots$  ধারার 12টি পদের সমষ্টি 108

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

$$\text{কি } i \text{ ও } ii \quad \text{কি } i \text{ ও } iii \quad \text{কি } ii \text{ ও } iii \quad \bullet i, ii \text{ ও } iii$$

### □□ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৪ – ৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি সমান্তর ধারা হলো  $5 + 11 + 17 + \dots + 59$ ।

৭৪. ধারাটির পদসংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)

$$\text{কি } 14 \quad \text{কি } 13 \quad \bullet 10 \quad \text{কি } 8$$

৭৫. ধারার পদসমূহের সমষ্টি কত? (কঠিন)

$$\text{কি } 294 \quad \bullet 320 \quad \text{কি } 342 \quad \text{কি } 360$$

৭৬. ধারাটির কোন পদ 41? (মধ্যম)

$$\text{কি } 6 \quad \bullet 7 \quad \text{কি } 8 \quad \text{কি } 9$$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৭ – ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$1 + 5 + 9 + 13 + \dots$

৭৭. ধারাটির  $n$ -তম পদ কোনটি? (মধ্যম)

$$\text{কি } 4n + 1 \quad \text{কি } 4n - 1 \quad \text{কি } 3n - 3 \quad \bullet 4n - 3$$

ব্যাখ্যা :  $n$ -তম পদ =  $a + (n-1)d = 1 + (n-1)4 = 4n - 3$

৭৮. ধারাটির কত তম পদ = 65? (মধ্যম)

$$\text{কি } 16 \quad \bullet 17 \quad \text{কি } 18 \quad \text{কি } 19$$

ব্যাখ্যা :  $4n - 3 = 65$  বা,  $4n = 68 \therefore n = 17$ .

৭৯. অষ্টম পদের মান কত? (মধ্যম)

- ক) 27      খ) 28      ● 29      গ) 32  
 ব্যাখ্যা : এখানে  $n$  তমপদ =  $4n - 3$ ; অষ্টম পদ =  $4.8 - 3$   
 $= 32 - 3 = 29$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮০ ও ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$$

৮০. ধারাটির দশম পদ কত? (মধ্যম)

- ক) 13      খ) 12      গ) 11      ● 10

৮১. নিচের কোন সংখ্যাটি ধারাটির যোগফল নির্দেশ করে? (মধ্যম)

- ক) 4750      খ) 4850      ● 4950      গ) 5050

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮২ ও ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

মিজান তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করে এবং পরবর্তী প্রতিমাসে সে পূর্বের তুলনায় 100 টাকা করে বেশি সঞ্চয় করে।

৮২. মিজান  $n$ -তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করে? (মধ্যম)

- ক)  $100n - 1100$       ●  $100n + 1100$

- গ)  $1200n - 1100$       খ)  $1200n + 1100$

ব্যাখ্যা :  $n$ -তম মাসে সঞ্চয় =  $a + (n-1)d$   
 $= 1200 + (n-1)100$   
 $= 1200 + 100n - 100$   
 $= 100n + 1100$

৮৩. এক বছরে তার সঞ্চয়ের পরিমাণ কত? (মধ্যম)

- ক) 12,000      ● 21,000      খ) 24,000      গ) 32,000

ব্যাখ্যা :  $S_{12} = 50 \times 12(12+23) = 50 \times 12 \times 35 = 21,000$ .

### প্রথম $n$ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়

□□| সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৪. প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? (সহজ)

ক)  $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$       খ)  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

●  $\frac{n(n+1)}{2}$       গ)  $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

৮৫.  $1 + 2 + 3 + \dots + 55 =$  কত? (মধ্যম)

- ক) 1500      ● 1540      খ) 1650      গ) 1750

ব্যাখ্যা :  $S_{55} = \frac{55(55+1)}{2} = \frac{55 \times 56}{2} = 1540$

৮৬.  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29$  ধারাটির যোগফল 225 হলে, পদ সংখ্যা কত? (মধ্যম)

- ক) 13      খ) 14      ● 15      গ) 16

৯৩.  $29 + 25 + 21 + \dots$  ধারাটির 10-তম পদ কত? (মধ্যম)

- ক) 65      খ) -11      গ) 7      ● -7

৯৪.  $5 + 10 + 15 + \dots$  ধারাটির সমষ্টি পদ কত? (মধ্যম)

- ক) 25      খ) 30      ● 35      গ) 40

৯৫.  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 21$  এটি কোন ধরনের ধারা? (মধ্যম)

- ক) গুণোত্তর ধারা      খ) অসীম ধারা

- সমাত্তর ধারা      গ) কোনোটিই নয়

৯৬.  $a - a + a - a \dots$  ধারাটির 61টি পদের যোগফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- a      খ) -a      গ) 0      গ) 31a

৯৭. সমাত্তর ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে, সমষ্টি পদ কত? (মধ্যম)

- ক) 18      ● 20      খ) 22      গ) 24

৯৮.  $7 + 12 + 17 + \dots$  ধারাটির 25টি পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

- ক) 1075      ● 1675      খ) 1225      গ) 1600

ব্যাখ্যা :  $n$  সংখ্যক পদের যোগফল =  $n^2$  বা,  $n^2 = 225$  বা,  $n = 15$

৮৭. প্রথম 50 টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল কত? (মধ্যম)

- ক) 1050      খ) 1120      গ) 1255      ● 1275

ব্যাখ্যা :  $S_{50} = \frac{50(50+1)}{2} = \frac{50 \times 51}{2} = 1275$ .

□□□| বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৮.  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি  $S_n$  হলে—

i.  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

ii.  $S_{10} = 56$

iii.  $S_{51} = 1326$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii      ● i ও iii      খ) ii ও iii      গ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. সংজ্ঞানুসরে সঠিক।

ii.  $S_{10} = \frac{10(10+1)}{2} = 5 \times 11 = 55$  সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক নয়

iii.  $S_{51} = \frac{51(51+1)}{2} = \frac{51 \times 52}{2} = 1326$

সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক।

□□| অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮৯ ও ৯০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $n(n+1)$

৮৯. ধারাটির তৃতীয় পদ কত? (সহজ)

- ক) 4      খ) 5      ● 6      গ) 8

ব্যাখ্যা :  $S_2 = 2(2+1) = 2 \times 3 = 6$

$S_3 = 3(3+1) = 3 \times 4 = 12$

$\therefore$  তৃতীয় পদ =  $S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$

৯০. ধারাটি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $2 + 4 + 6 + \dots$       খ)  $1 + 2 + 3 + \dots$

- গ)  $2 + 3 + 4 + \dots$       গ)  $3 + 5 + 7 + \dots$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৯১ ও ৯২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 4900.

৯১. প্রথম পদ কত? (মধ্যম)

- 1      খ) 2      গ) 3      গ) 4

৯২. শেষ পদ 99 হলে,  $n$  এর মান কত? (মধ্যম)

- ক) 60      খ) 66      গ) 88      ● 99

৯৩.  $104 + 100 + 96 + 92 + \dots$  ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? (মধ্যম)

● -4      খ)  $-\frac{1}{2}$       গ)  $\frac{1}{4}$       গ) 4

১০০.  $2 + 4 + 6 + \dots$  ধারাটির কত তম পদ 14?

- ক) 10      খ) 9      গ) 8      ● 7

১০১.  $1 + 2 + 3 + \dots + 80 = ?$

- ক) 3204      ● 3240      খ) 420      গ) 3640

১০২.  $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$  ধারার কোন পদ 310?

- ক) 100 তম      খ) 101 তম      ● 103 তম      গ) 106 তম

১০৩. কোনো সমাত্তর ধারার  $m$  তম পদ  $n$  এবং  $n$  তম পদ  $m$  হলে ধারাটির  $m+n$

তম পদ কত?

● 0      খ)  $m^2 + mn + n^2$

গ)  $mn(m+n)$       গ)  $m^2(m+1)$

১০৮. $3 - 3 + 3 - 3 + \dots$ ধারাটির ১ম ১৭টি পদের সমষ্টি কত?	কি ০      ● ৩      গু ৫৭      কি 1083
১০৯. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 383?	● 127 তম      কি 129 তম      গু 128 তম      কি 130 তম
১১০. $1 + 3 + 5 + \dots + 15$ ধারাটির সমষ্টি নিচের কোনটি?	কি 30      কি 31      গু 45      ● 64
১১১. একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে উক্ত ধারার n তম পদ কত?	কি $2n - 2$ কি $3n - 3$ ● $3n + 2$ গু $3n + 5$
১১২. $10 + 8 + 6 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?	● -2      কি 2      গু -1      কি 1
১১৩. $3 + 10 + 17 + 24 + \dots$ ধারার অষ্টম পদ কত হবে?	[চট্টগ্রাম ক্যাম্পাসে বোর্ড আন্ড বিদ্যালয়]
	কি 35      কি 45      ● 52      কি 62
১১৪. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 302?	কি 50      কি 200      ● 100      গু 120
১১৫. একটি ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে-	
i. ধারাটির $2 + 5 + 8 + \dots$	
ii. ধারাটির ষষ্ঠ পদ 17	
iii. ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি 155	
নিচের কোনটি সঠিক?	
কি ii      কি iii      গু i ও ii      ● i, ii ও iii	
১১৬. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) + \dots$	
i. গুণোভর ধারা	
ii. অনস্ত ধারা	

iii. সমান্তর ধারা	
নিচের কোনটি সঠিক?	
কি i ও ii      কি i ও iii      ● ii ও iii      কি i, ii ও iii	
১১৭. $-10 - 7 - 4 - 1 + \dots$ হলে-	
i. ধারাটি একটি সমান্তর ধারা	
ii. ধারাটির ৭ম পদ 8	
iii. ধারাটি একটি গুণোভর ধারা	
নিচের কোনটি সঠিক?	
● i ও ii      কি i ও iii      গু ii ও iii      কি i, ii ও iii	
■ নিচের তথ্যের আলোকে ১১৪ ও ১১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:	
কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 4, সাধারণ অন্তর 2 এবং দশটি পদ বিদ্যমান।	
১১৮. ধারাটি কোন ধরনের?	
● সীমাম      কি অসীম      গু জ্যামিতিক      কি গুণোভর	
১১৯. ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত?	
কি 8      কি 20      ● 40      কি 130	
■ নিচের তথ্যের আলোকে ১১৬ - ১১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:	
$\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$	
১১৬. ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?	
কি 2      কি 4      ● $\log 2$ কি $2 \log 2$	
১১৭. ধারাটির ৭ম পদ কত?	
কি $\log 32$ কি $\log 64$ ● $\log 128$ কি $\log 256$	
১১৮. ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত?	
কি $3 \log 2$ কি $5 \log 2$ গু $10 \log 2$ ● $15 \log 2$	

### গুরুত্বপূর্ণ সূজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶  $215 + 213 + 211 + \dots + 175 = S_1$  এবং  $24 + 76 + 384 + \dots$  ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি  $= S_2$ ।

 ক. $S_1$ এর দশম পদ নির্ণয় কর।	২
খ. $S_1$ এর মান নির্ণয় কর।	৮
গ. $S_1$ এবং $S_2$ এর অনুপাত বের কর।	৮

► ১১৯ প্রশ্নের সমাধান ►

ক. মনে করি,

$S_1$  এর প্রথম পদ,  $a = 215$

সাধারণ অন্তর,  $d = 213 - 215 = -2$

আমরা জানি,

$n$  তম পদ  $= a + (n - 1) d$

$$\begin{aligned} 10^{\text{th}} &= 215 + (10 - 1) \times (-2) \\ &= 215 + 9 \times (-2) \\ &= 215 - 18 = 197 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ. আমরা জানি,  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{x}{2} \{2a + (x - 1) d\}$

মনে করি, প্রথম ধারার প্রথম পদ  $a = 215$

সাধারণ অন্তর  $d = 213 - 215 = -2$

এখন, মনে করি,  $n$  তম পদ  $= 175$

$$\text{বা, } a + (n - 1) d = 175$$

$$\text{বা, } 215 + (n - 1) \times (-2) = 175$$

$$\text{বা, } (n - 1) = \frac{175 - 215}{(-2)}$$

$$\text{বা, } (n - 1) = 20$$

$$\text{বা, } n = 20 + 1$$

$$\therefore n = 21$$

$$\therefore S_1 = \frac{21}{2} \{2 \times (215) + (21 - 1) \times (-2)\}$$

$$= \frac{21}{2} (430 + 20 \times (-2)) = \frac{21}{2} (430 - 40)$$

$$= \frac{21 \times 390}{2} = 21 \times 195 = 4095. \quad (\text{Ans.})$$

গ. মনে করি, দ্বিতীয় ধারার প্রথম পদ  $p = 24$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{96}{24} = 4 > 1$

প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি  $= \frac{p(r^5 - 1)}{(r - 1)}$ ;  $r > 1$

$$\therefore S_2 = \frac{24 \times (4^5 - 1)}{(4 - 1)} = \frac{24 \times (1024 - 1)}{3}$$

$$= 8 \times 1023 = 8184$$

এখন,  $S_1$  ও  $S_2$  এর অনুপাত  $= 4095 : 8184$  [‘খ’ হতে পাও]

$$= 1365 : 2728 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-২ >  $\frac{n-1}{n+1}, (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$  দুইটি অনুকরণের সাধারণ পদ।

- |          |  |
|----------|--|
| <b>?</b> | ক. অনুকরণ কাকে বলে? ২  |
|          | খ. প্রথম অনুকরণের ষষ্ঠপদ, দ্বিতীয় অনুকরণের পঞ্চম পদ নির্ণয় কর। ৮ |
|          | গ. অনুকরণ দুইটি লেখ। ৮   |

► ১ ২নং প্রশ্নের সমাধান ►

- ক. কতকগুলো রাশিকে একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে, প্রত্যেক রাশি এর পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুকরণ বলা হয়।

খ. প্রথম অনুকরণের সাধারণ পদ =  $\frac{n-1}{n+1}$

$$\therefore \text{প্রথম অনুকরণের ষষ্ঠ পদ} = \frac{6-1}{6+1} = \frac{5}{7} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{দ্বিতীয় অনুকরণের সাধারণ পদ} = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{দ্বিতীয় অনুকরণের পঞ্চম পদ} &= (-1)^{5+1} \frac{5}{5+1} \\ &= (-1)^6 \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. প্রথম অনুকরণের সাধারণ পদ  $\frac{n-1}{n+1}$  এর জন্য—

$$n = 1 \text{ হলে অনুকরণের প্রথম পদ} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$n = 2 \text{ হলে অনুকরণের দ্বিতীয় পদ} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$n = 3 \text{ হলে অনুকরণের তৃতীয় পদ} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় অনুকরণটি হলো :  $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \dots$

দ্বিতীয় অনুকরণের সাধারণ পদ  $(-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$  এর জন্য—

$$n = 1 \text{ হলে অনুকরণের ১ম পদ} = (-1)^{1+1} \frac{1}{1+1} = (-1)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \text{ হলে অনুকরণের ২য় পদ} = (-1)^{2+1} \frac{2}{2+1} = (-1)^3 \cdot \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$n = 3 \text{ হলে অনুকরণের ৩য় পদ} = (-1)^{3+1} \frac{3}{3+1} = (-1)^4 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

নির্ণেয় অনুকরণটি হলো :  $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$

প্রশ্ন-৩ > একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 7।

প্রশ্ন-৪ > একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d.

- |          |   |
|----------|---|
| <b>?</b> | ক. ধারাটির শেষ পদ। হলে ধারাটি নির্ণয় কর। ২         |
|          | খ. ধারাটির n তম পদ নির্ণয় কর। ৮                    |
|          | গ. ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮ |

► ২ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ►

- ক. দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ = a

$$\text{সাধারণ অন্তর} = d$$

$$\text{এবং শেষ পদ} = l$$

$$\therefore \text{ধারাটি} = a + (a+d) + (a+2d) \dots + (l-2d) + (l-d) + l$$

- খ. ‘ক’ হতে পাই,

- |   |
|---|
| ক. সমান্তর ধারার সাধারণ পদ কত? ২                              |
| খ. ধারাটির প্রথম ছয়টি পদ, r তম পদ ও 22 তম পদ নির্ণয় কর। ৮   |
| গ. ধারাটির $(2r+1)$ -তম পদ এবং 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮ |

► ৩ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ►

- ক. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অন্তর d হলে, ধারাটির সাধারণ পদ (n তম পদ) = a + (n-1) d. (Ans.)

- খ. এখানে, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, a = 5

$$\text{সাধারণ অন্তর}, d = 7$$

আমরা জানি,

$$\text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = a + (1-1)d = 5 + 0 \times 7 = 5$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = a + (2-1)d = 5 + 1 \times 7 = 12$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = a + (3-1)d = 5 + 2 \times 7 = 19$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = a + (4-1)d = 5 + 3 \times 7 = 26$$

$$\text{পঞ্চম পদ} = a + (5-1)d = 5 + 4 \times 7 = 33$$

$$\text{ষষ্ঠ পদ} = a + (6-1)d = 5 + 5 \times 7 = 40$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম ছয়টি পদ যথাক্রমে } 5, 12, 19, 26, 33, 40 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, } r \text{ তম পদ} = a + (r-1). d = 5 + (r-1). 7$$

$$= 5 + 7r - 7$$

$$= 7r - 2 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, } 22 \text{ তম পদ} = a + (22-1)d$$

$$= 5 + (22-1)7$$

$$= 5 + 21 \times 7 = 152 \text{ (Ans.)}$$

- গ. এখানে, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, a = 5

$$\text{সাধারণ অন্তর}, d = 7$$

$$\therefore \text{ধারাটির } (2r+1)-\text{তম পদ} = a + (2r+1-1)d$$

$$= 5 + 2r \times 7 = 5 + 14r \text{ (Ans.)}$$

আবার, আমরা জানি, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

∴ ধারাটির 20 পদের সমষ্টি,

$$S_{20} = \frac{20}{2} \{2 \times 5 + (20-1) \times 7\}$$

$$= 10(10 + 19 \times 7) = 10(10 + 133)$$

$$= 10 \times 143 = 1430 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{ধারাটি, } a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (l-2d) + (l-d) + l$$

$$\text{এখানে, ধারাটির প্রথম পদ} = a = a + (1-1)d.$$

$$\text{ধারাটির দ্বিতীয় পদ} = a + d = a + (2-1)d.$$

$$\text{ধারাটির তৃতীয় পদ} = a + 2d = a + (3-1)d.$$

$$\text{অনুরূপভাবে, ধারাটির } n-\text{তম পদ} = a + (n-1)d. \text{ (Ans.)}$$

- গ. মনে করি, ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি = S

$$\therefore S = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (l-2d) + (l-d) + l \dots \text{ (i)}$$

- (i) নং সমীকরণকে বিপরীতক্রমে সজিয়ে পাই,

$$S = l + (l-d) + (l-2d) + \dots + (a+2d) + (a+d) + a \dots \text{ (ii)}$$

- (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2S = (a+l) + (a+l) + \dots + (a+l) + (a+l) + (a+l)$$

বা,  $2S = n(a+l)$  [∴  $n$  সংখ্যক পদ আছে]

$$\text{বা, } S = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$\text{বা, } S = \frac{n}{2} \{a + a + (n-1)d\} [\because \text{শেষপদ} = n\text{-তম পদ}]$$

$$\therefore S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

∴ ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন-৫**  $5 + 8 + 11 + \dots$  একটি ধারা।

<b>?</b>	ক. ধারাটির প্রকৃতি নির্ণয় কর।	২
	খ. ধারাটির কত তম পদ 383?	৮
	গ. ধারাটির প্রথম 20 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮

►► ৫নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. এখানে, ধারাটির যেকোনো পদ – পূর্ববর্তী পদ =  $(8 - 5)$

$$\text{বা, } (11 - 8) = 3 \text{ এবং শেষ পদ অনুপস্থিতি}$$

∴ প্রদত্ত ধারাটি একটি অনন্ত সমান্তর ধারা (Ans.)

খ. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 5$

সাধারণ অন্তর,  $d = 3$

মনে করি, ধারাটির  $r$  তম পদ = 383

আমরা জানি,  $r$ তম পদ =  $a + (r-1)d$

$$\therefore a + (r-1)d = 383$$

$$\text{বা, } 5 + (r-1) \times 3 = 383$$

$$\text{বা, } 5 + 3r - 3 = 383$$

$$\text{বা, } 3r = 383 - 5 + 3$$

$$\text{বা, } r = \frac{381}{3}$$

$$\therefore r = 127$$

∴ প্রদত্ত ধারাটির 127 তম পদ 383 (Ans.)

গ. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 5$

সাধারণ অন্তর,  $d = 3$

পদ সংখ্যা,  $n = 20$

$$\therefore \text{সমষ্টি } S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{20}{2}\{2 \times 5 + (20-1) \times 3\}$$

[মান বসিয়ে]

$$= 10(10 + 19 \times 3)$$

$$= 10(10 + 57)$$

$$= 10 \times 67 = 670$$

∴ ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি 670. (Ans.)

**প্রশ্ন-৬**  $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$  একটি সমান্তর ধারা।

<b>?</b>	ক. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর।	২
	খ. ধারাটির কত তম পদ 301?	৮
	গ. ‘খ’ হতে প্রাপ্ত পদ পর্যন্ত ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮

►► ৬নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. উদ্দীপকের ধারাটি  $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$

∴ ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 4$

সাধারণ অন্তর,  $d = 7 - 4 = 3$

∴ ধারাটির প্রথম পদ 4, সাধারণ অন্তর 3. (Ans.)

খ. ‘ক’ হতে পাই,

ধারাটির প্রথম পদ  $a = 4$ , সাধারণ অন্তর  $d = 3$

মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ = 301

$$\therefore a + (n-1)d = 301$$

[∴  $n$  তম পদ =  $a + (n-1)d$ ]

$$\text{বা, } 4 + (n-1)3 = 301$$

$$\text{বা, } (n-1)3 = 301 - 4$$

$$\text{বা, } 3n - 3 = 297$$

$$\text{বা, } 3n = 297 + 3$$

$$\text{বা, } 3n = 300$$

$$\text{বা, } n = \frac{300}{3}$$

$$\therefore n = 100$$

অতএব, ধারাটির 100 তম পদ 301. (Ans.)

গ. ‘খ’ হতে পাই,

ধারাটির প্রথম পদ  $a = 4$

সাধারণ অন্তর  $d = 3$

পদ সংখ্যা  $n = 100$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার যোগফল =  $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি, } S = \frac{100}{2} \{(2 \times 4) + (100-1)3\}$$

$$= \frac{100}{2} \{8 + 99 \times 3\} = \frac{100}{2} \{8 + 297\}$$

$$= \frac{100}{2} \times 305 = 15250 \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন-৭** কোনো সমান্তর ধারার  $m$ তম পদ  $m^2$  এবং  $n$  তম পদ  $n^2$ .

ক. সমস্যাটিকে সমীকরণ আকারে লেখ।

২

খ. ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর।

৮

গ.  $(m+n)$  তম পদ এবং  $(m+n)$  পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

৮

►► ৭নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. ধরি, সমান্তর ধারার ১ম পদ =  $a$  এবং সাধারণ অন্তর =  $d$ .

আমরা জানি, সমান্তর ধারার  $n$  তম পদ =  $a + (n-1)d$

$$1 \text{ম শর্তনুসারে, } a + (m-1)d = m^2 \dots \text{(i)}$$

$$2 \text{য় শর্তনুসারে, } a + (n-1)d = n^2 \dots \text{(ii)}$$

খ. ‘ক’ হতে প্রদত্ত সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$a + (m-1)d = m^2$$

$$a + (n-1)d = n^2$$

$$\underline{\underline{(-) (-)}} \quad \underline{\underline{(-)}}$$

$$(m-1)d - (n-1)d = m^2 - n^2$$

$$\text{বা, } (m-1-n+1)d = (m^2 - n^2)$$

$$\text{বা, } (m-n)d = (m+n)(m-n)$$

$$\text{বা, } d = \frac{(m+n)(m-n)}{(m-n)}$$

$$\therefore d = m + n$$

$d$  এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$a + (m - 1)(m + n) = m^2$ $\text{বা, } a + m^2 + mn - m - n = m^2$ $\text{বা, } a = m^2 - m^2 - mn + m + n$ $\text{বা, } a = -mn + m + n$ $\therefore a = m - mn + n$ <b>নির্ণয়</b> ধারাটির ১ম পদ $m - mn + n$ এবং সাধারণ অন্তর $m + n$	
গ. <b>সমান্তর ধারার</b> $(m + n)$ <b>তম পদ</b>	
$= a + (m + n - 1)d$ $= (m - mn + n) + (m + n - 1). (m + n)$ ['খ' থেকে মান বসিয়ে] $= m - mn + n + m^2 + mn - m + mn + n^2 - n$ $= m^2 + mn + n^2$ <b>(Ans.)</b> <b>আমরা জানি,</b> <b>সমান্তর ধারার</b> $n$ <b>সংখ্যক</b> পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$ <b>সমান্তর ধারার</b> $(m + n)$ <b>সংখ্যক</b> পদের সমষ্টি $= \frac{m + n}{2} \{2a + (m + n - 1)d\}$ $= \frac{m + n}{2} \{2(m - mn + n) + (m + n - 1)(m + n)\}$ $= \frac{m + n}{2} (2m - 2mn + 2n + m^2 + mn + mn + n^2 - m - n)$ $= \frac{m + n}{2} (m + n + m^2 + n^2)$ $= \frac{(m + n)(m^2 + n^2 + m + n)}{2}$ <b>(Ans.)</b>	
<b>প্রশ্ন-৮</b> $8 + 16 + 24 + \dots$ <b>একটি সমান্তর ধারা।</b>	
<b>?</b> ক. ধারাটির সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। খ. ধারাটির $n$ সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। গ. দেখাও যে, 'খ' থেকে প্রাপ্ত যোগফলের সাথে ১ যোগ করলে তা পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়।	২ ৮ ৮
<b>► ৮ নং প্রশ্নের সমাধান</b> ►	
ক. উদ্দীপকের ধারাটি, $8 + 16 + 24 + \dots$ <b>ধারাটির প্রথম পদ, <math>a = 8</math></b> <b>এবং সাধারণ অন্তর, <math>d = 16 - 8 = 8</math></b> <b>নির্ণয় ধারাটির সাধারণ অন্তর ৮।</b>	
খ. 'ক' হতে পাই, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 8$ <b>সাধারণ অন্তর, <math>d = 8</math></b> <b>আমরা জানি, ধারার <math>n</math> পদের যোগফল = <math>\frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}</math></b> $\therefore$ <b>ধারাটির <math>n</math> সংখ্যক পদের যোগফল,</b> $S = \frac{n}{2} \{(2 \times 8) + (n - 1)8\} = \frac{n}{2} \{16 + 8n - 8\}$ $= \frac{n}{2} \{8n + 8\} = \frac{n}{2} \times 2(4n + 4)$ $= 4n^2 + 4n$ <b>(Ans.)</b>	
গ. 'খ' হতে পাই, ধারাটির $n$ সংখ্যক পদের যোগফল $4n^2 + 4n$ <b>এখন, <math>n</math> সংখ্যক পদের যোগফলের সাথে ১ যোগ করে পাই,</b> $= 4n^2 + 4n + 1$ $= (2n)^2 + 2 \cdot 2n \cdot 1 + (1)^2$ $= (2n + 1)^2$ যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা। <b>এখানে, <math>n</math> যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা।</b>	

∴ ধারাটির প্রথম যেকোনো  $n$  সংখ্যক পদের সাথে ১ যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়। **(দেখানো হলো)**

### প্রশ্ন-৯ ► একটি সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 এবং 16 তম পদ 85.

?	ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুটি সমীকরণ গঠন কর।	২
	খ. ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি কত?	৮
	গ. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর এবং ধারাটির কোন পদ 107 তা নির্ণয় কর।	৮

### ► ৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ =  $a$

এবং সাধারণ অন্তর =  $d$

$$\therefore \text{ধারাটির } 12 \text{ তম পদ} = a + (12 - 1)d = a + 11d$$

$$\text{এবং } " 16 " = a + (16 - 1)d = a + 15d$$

**প্রশ্নমতে,  $a + 11d = 77$**

$$\text{এবং } a + 15d = 85$$

খ. আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \text{প্রথম } 23 \text{ পদের সমষ্টি, } S_{23} = \frac{23}{2} \{2a + (23 - 1)d\}$$

$$= \frac{23}{2} \{2a + 22d\} = \frac{23}{2} \times 2(a + 11d)$$

$$= 23 \times (a + 11d)$$

$$= 23 \times 77$$

[‘ক’ থেকে  $a + 11d = 77$ ]

$$= 1771$$
 **(Ans.)**

গ. ‘ক’ থেকে পাই,  $a + 11d = 77$  ..... (i)

$$a + 15d = 85$$
 ..... (ii)

সমীকরণ (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$4d = 8$$

$$\text{বা, } d = \frac{8}{4} = 2$$

$d$ -এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$a + 11d = 77$$

$$\text{বা, } a + 11 \times 2 = 77$$

$$\text{বা, } a = 77 - 22$$

$$\therefore a = 55$$

**∴ ধারাটির প্রথম পদ 55 এবং সাধারণ অন্তর 2**

মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ = 107

আমরা জানি, সমান্তর ধারার  $n$  তম পদ =  $a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = 107$$

$$\text{বা, } 55 + (n - 1)2 = 107$$

$$\text{বা, } (n - 1)2 = 107 - 55$$

$$\text{বা, } (n - 1)2 = 52$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{52}{2}$$

$$\text{বা, } n - 1 = 26$$

$$\text{বা, } n = 26 + 1$$

$$\therefore n = 27$$

∴ ধারাটির 27 তম পদ = 107

নির্ণেয় প্রথম পদ 55, সাধারণ অন্তর 2 এবং 27 তম পদ 107.

**প্রশ্ন-১০** ▶  $3 + x + y + 18 + \dots + 83$ .

ক.	ধারাটির সমান্তর ধারা হলে, $x$ ও $y$ এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।	২
খ.	$x$ ও $y$ এর মান নির্ণয় করে 7ম পদ নির্ণয় কর।	৮
গ.	ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮

#### ►► ১০নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ,  $a = 3$

ধারাটি সমান্তর ধারা হলে,

$$\text{সাধারণ অন্তর}, d = x - 3 = y - x = 18 - y \text{ হবে।}$$

$$\text{এখন}, x - 3 = y - x$$

$$\therefore 2x - y = 3 \quad \dots \text{(i)}$$

$$\text{আবার}, x - 3 = 18 - y$$

$$\therefore x + y = 21 \quad \dots \text{(ii)}$$

$$\text{এবং } y - x = 18 - y$$

$$\therefore 2y - x = 18 \quad \dots \text{(iii)}$$

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) ই নির্ণেয় সম্পর্ক।

খ.  $2x - y = 3 \quad \dots \text{(i)}$

$$x + y = 21 \quad \dots \text{(ii)}$$

$$2y - x = 18 \quad \dots \text{(iii)}$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$3x = 24$$

$$\therefore x = 8$$

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$8 + y = 21$$

$$\text{বা, } y = 21 - 8$$

$$\therefore y = 13$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারায় প্রথমপদ}, a = 3$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = 8$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = 13$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = 18$$

$$\therefore \text{সাধারণ অন্তর } d = 8 - 3 = 5$$

$$\text{সমান্তর ধারার } n\text{তম} = a + (n - 1)d$$

$$\therefore 7\text{ম পদ} = 3 + (7 - 1)5$$

$$= 3 + 6 \times 5$$

$$= 3 + 30 = 33$$

নির্ণেয়  $x = 8$ ,  $y = 13$  এবং 7ম পদ 33 (Ans.)

গ. প্রদত্ত ধারায়  $n$  তম পদ = 83

$$\therefore a + (n - 1)d = 83$$

$$\text{বা, } 3 + (n - 1)5 = 83$$

$$\text{বা, } 3 + 5n - 5 = 83$$

$$\text{বা, } 5n - 2 = 83$$

$$\text{বা, } 5n = 83 + 2$$

$$\text{বা, } 5n = 85$$

$$\therefore n = 17$$

$$\therefore 17\text{ তম পদ} = 83$$

$$\text{এখন, সমান্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore 17\text{টি পদের সমষ্টি} = \frac{17}{2} \{2 \times 3 + (17 - 1) \times 5\}$$

$$= \frac{17}{2} \{6 + 16 \times 5\}$$

$$= \frac{17}{2} \{6 + 80\}$$

$$= \frac{17}{2} \times 86 = 17 \times 43 = 731$$

∴ ধারাটির সমষ্টি 731 (Ans.)

**প্রশ্ন-১১** ▶ কোনো ধারার প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি  $n(n + 1)$

ক. সমান্তর ধারা কাকে বলে?

২

খ. ধারাটি নির্ণয় কর।

৮

গ. ধারাটির 16 তম পদ কত? ধারাটির কত পদের সমষ্টি 2550?

৮

#### ►► ১১নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে, সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots \text{একটি সমান্তর ধারা।}$$

$$\text{এখানে, } 3 - 1 = 2$$

$$5 - 3 = 2$$

$$7 - 5 = 2$$

সাধারণ অন্তর 2।

খ. দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি,  $S = n(n + 1) = n^2 + n$

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$n = 1 \text{ হলে, প্রথম দুই পদের সমষ্টি, } S_1 = 1^2 + 1 = 2$$

$$n = 2 \text{ হলে, প্রথম দুই পদের সমষ্টি, } S_2 = 2^2 + 2 = 6$$

$$n = 3 \text{ হলে, প্রথম তিন পদের সমষ্টি, } S_3 = 3^2 + 3 = 12$$

$$n = 4 \text{ হলে, প্রথম চারটি পদের সমষ্টি, } S_4 = 4^2 + 4 = 20$$

.....

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম পদ} = 2$$

$$\text{” দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{” তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$$

$$\text{” চতুর্থ পদ} = S_4 - S_3 = 20 - 12 = 8$$

নির্ণেয় ধারাটি  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$

গ. ক' হতে পাই, ধারার প্রথম পদ,  $a = 2$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 4 - 2 = 2$$

$$\text{আমরা জানি, সমান্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 16 \text{ তম পদ} = 2 + (16 - 1) \times 2$$

$$= 2 + 15 \times 2 = 2 + 30 = 32$$

$$\text{আবার, সমান্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 2 + (n - 1) \times 2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (4 + 2n - 2) = 2550$$

$$\text{বা, } 2n + n^2 - n = 2550$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+51) - 50(n+51) = 0$$

$$\text{বা, } (n+51)(n-50) = 0$$

$$\text{হয় } n+51 = 0 \text{ অথবা, } n-50 = 0$$

$$\therefore n = -51 \quad \therefore n = 50$$

কিন্তু  $n = -51$  গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 50$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 16\text{তম পদ } 32 \text{ এবং } 50 \text{ পদের সমষ্টি } 2550.$$

**প্রশ্ন-১২** ▶ কোনো সমান্তর ধারার ১ম পদ  $m$ , সাধারণ অন্তর  $n$  এবং  $p$  তম,  $q$ -তম ও  $r$  তম পদ যথাক্রমে  $a, b, c$ ।

?	ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে লেখ।	২
	খ. দেখাও যে, $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$	৮
	গ. ধারাটির $m$ ও $n$ এর মান বের করে দেখাও যে,	
	$m-n = \frac{bp-aq}{p-q}$	৮

#### ► ১২নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক. সমান্তর ধারার ১ম পদ  $m$ , সাধারণ অন্তর  $n$  হলে,

$$\text{ধারাটির } p\text{-তম পদ, } m + (p-1)n = a \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$\text{" } q\text{-তম পদ, } m + (q-1)n = b \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$\text{" } r\text{-তম পদ, } m + (r-1)n = c \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

$$\text{খ. বামপক্ষ} = a(q-r) + b(r-p) + c(p-q)$$

$$= \{m + (p-1)n\}(q-r) + \{m + (q-1)n\}(r-p) \\ + \{m + (r-1)n\}(p-q) \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= m(q-r+r-p+p-q) + n\{(p-1)(q-r) + (q-1)(r-p) + (r-1)(p-q)\} \\ = m \times 0 + n\{pq-pr-q+r+qr-pq-r+p+rp-rq-p+q\} \\ = 0 + n \times 0 = 0 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{গ. 'ক' হতে পাই, } m + (p-1)n = a \dots \dots \dots \text{(i)}$$

$$m + (q-1)n = b \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

$$m + (r-1)n = c \dots \dots \dots \text{(iii)}$$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$n(p-1-q+1) = a-b$$

$$\text{বা, } n(p-a) = a-b$$

$$\therefore n = \frac{a-b}{p-q}$$

সমীকরণ (i) এ  $n$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$m + (p-1) \frac{a-b}{p-q} = a$$

$$\text{বা, } m = a - \frac{(p-1)(a-b)}{(p-q)}$$

$$\text{বা, } m = \frac{ap - aq - ap + bp + a - b}{p - q}$$

$$\therefore m = \frac{a - b + bp - aq}{p - q}$$

$$\begin{aligned} \text{অতএব, } m - n &= \frac{a-b+bp-aq}{p-q} - \frac{a-b}{p-q} \\ &= \frac{a-b+bp-aq-a+b}{p-q} \\ &= \frac{bp-aq}{p-q} \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

#### প্রশ্ন-১৩ ▶ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125$ যেকোনো ধারা।

?	ক. ধারাটির প্রকৃতি কিরূপ?	২
	খ. ধারাটির সমষ্টি কত?	৮
	গ. দেখাও যে, প্রদত্ত ধারাটির সমষ্টি $169 + 171 + 173 + \dots + 209$ ধারাটির সমষ্টির সমান।	৮

#### ► ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ►

$$\begin{aligned} \text{ক. এখানে, ধারাটির যেকোনো পদ} &- \text{পূর্ববর্তী পদ} \\ &= (3-1) \text{ বা } (5-3) = 2 \text{ এবং শেষ পদ বিদ্যমান।} \\ &\therefore \text{ধারাটি একটি সীমী সমান্তর ধারা।} \end{aligned}$$

$$\text{খ. এখানে, ধারাটির } 1\text{ম পদ, } a = 1$$

$$\text{এবং সাধারণ অন্তর, } d = 2$$

$$\text{মনে করি, ধারাটির } n \text{ তম পদ} = 125$$

$$\therefore a + (n-1)d = 125$$

$$\text{বা, } 1 + (n-1) \times 2 = 125$$

$$\text{বা, } 1 + 2n - 2 = 125$$

$$\text{বা, } -1 + 2n = 125$$

$$\text{বা, } 2n = 125 + 1$$

$$\text{বা, } 2n = 126$$

$$\therefore n = 63$$

$$\begin{aligned} \text{গ. ধারাটির সমষ্টি, } S_n &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ &= \frac{63}{2} \{2 \times 1 + (63-1) \times 2\} \\ &= \frac{63}{2} (2 + 62 \times 2) = \frac{63}{2} (2 + 124) \\ &= \frac{63}{2} \times 126 = 63 \times 63 = 3969 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি } 3969.$$

$$\text{গ. 'খ' হতে পাই, প্রদত্ত ধারাটির সমষ্টি, } S_n = 3969$$

$$\text{ধারাটির প্রথম পদ, } a = 169$$

$$\text{এবং সাধারণ অন্তর, } d = 2$$

$$\text{মনে করি, ধারাটির } n\text{-তম পদ} = 209$$

$$\text{অর্থাৎ, } a + (n-1)d = 209$$

$$\text{বা, } 169 + (n-1) \times 2 = 209$$

$$\text{বা, } 169 + 2n - 2 = 209$$

$$\text{বা, } 2n = 209 - 167$$

$$\text{বা, } 2n = 42$$

$$\text{বা, } n = \frac{42}{2}$$

$$\therefore n = 21$$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{21}{2} \{2 \times 169 + (21-1) \times 2\}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{21}{2}(338 + 20 \times 2) \\
 &= \frac{21}{2}(338 + 40) = \frac{21}{2} \times 378 \\
 &= 21 \times 189 = 3969
 \end{aligned}$$

যা উদ্দীপকের ধারাটির সমষ্টির সমান।

**প্রশ্ন-১৪** ▶ নিচে চারটি অনুক্রমের সাধারণ পদ দেওয়া হলো :

$$\frac{1}{n!} (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}, \frac{n-1}{n+1}.$$

- |    |   |   |
|----|---|---|
| ক. | দ্বিতীয় অনুক্রমের ষষ্ঠ পদ লেখ।   | ২ |
| খ. | দ্বিতীয় ও তৃতীয় অনুক্রম দুইটি লেখ।  | ৮ |
| গ. | প্রথম ও তৃতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ যোগ করলে যে নতুন একটি অনুক্রম পাওয়া যায় সেটির প্রথম 4 পদের যোগফল বের কর। | ৮ |

►◀ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ◀►

ক. দ্বিতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ  $= (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{দ্বিতীয় অনুক্রমটির ষষ্ঠ পদ} &= (-1)^{6+1} \frac{6}{6+1} \\
 &= (-1)^8 \frac{6}{8} = \frac{6}{8} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

খ. দ্বিতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ  $(-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$  এর জন্য –

$$n = 1 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের প্রথম পদ} = (-1)^{1+1} \frac{1}{1+1} = (-1)^2 \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের দ্বিতীয় পদ} = (-1)^{2+1} \frac{2}{2+1} = (-1)^3 \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$n = 3 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের তৃতীয় পদ} = (-1)^{3+1} \frac{3}{3+1} = (-1)^4 \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

দ্বিতীয় অনুক্রমটি হলো :  $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ ,

তৃতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ  $\frac{n-1}{n+1}$  এর জন্য –

$$n = 1 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের প্রথম পদ} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$n = 2 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের দ্বিতীয় পদ} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$n = 3 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের তৃতীয় পদ} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4}$$

তৃতীয় অনুক্রমটি হলো :  $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}$ ,

গ. প্রথম ও তৃতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদের যোগফল

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n+1} \\
 &= \frac{n+1+n(n-1)}{n(n+1)} \\
 &= \frac{n+1+n^2-n}{n^2-n} = \frac{n^2+1}{n^2+n}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নতুন অনুক্রমের সাধারণ পদ} = \frac{n^2+1}{n^2+n}$$

$$n = 1 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের প্রথম পদ} = \frac{1^2+1}{1^2+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$n = 2 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের দ্বিতীয় পদ} = \frac{2^2+1}{2^2+2} = \frac{4+1}{4+2} = \frac{5}{6}$$

$$n = 3 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের তৃতীয় পদ} = \frac{3^2+1}{3^2+3} = \frac{9+1}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$n = 4 \text{ হলে } \text{অনুক্রমের চতুর্থ পদ} = \frac{4^2+1}{4^2+4} = \frac{16+1}{16+4} = \frac{17}{20}$$

∴ নতুন অনুক্রমটির প্রথম চার পদের যোগফল

$$\begin{aligned}
 &= 1 + \frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{17}{20} \\
 &= \frac{60+50+50+51}{60} \\
 &= \frac{211}{60} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

**প্রশ্ন-১৫** ▶ (i)  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots$  (ii)  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$

$$(iii) \frac{1+2+3+4+\dots+n}{2+3+4+5+\dots+(n+1)} = S_3$$

ক. (i) ও (ii) নং ধারার সাধারণ পদ নির্ণয় কর।

খ. (i) ও (ii) নং ধারার প্রথম  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি যথাক্রমে  $S_1$  ও  $S_2$  হলে দেখাও যে,  $S_2 = 2S_1$ .

গ.  $S_3$  এর মান নির্ণয় কর।

►◀ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ◀►

ক. (i) নং ধারার প্রথম পদ  $a = 1$ , সাধারণ অন্তর  $d = 1$

$$\begin{aligned}
 \therefore n\text{-তম পদ} &= a + (n-1)d \\
 &= 1 + (n-1)1 \\
 &= 1 + n - 1 = n
 \end{aligned}$$

(ii) নং ধারার প্রথম পদ  $a = 2$ , সাধারণ অন্তর  $d = 2$

$$\begin{aligned}
 \therefore n\text{-তম পদ} &= a + (n-1)d \\
 &= 2 + (n-1)2 \\
 &= 2 + 2n - 2 = 2n
 \end{aligned}$$

খ. (i) নং ধারার প্রথম পদ  $a = 1$ , সাধারণ অন্তর  $d = 1$

∴ ধারাটির প্রথম  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{n}{2} \{2.1 + (n-1)1\} \\
 &= \frac{n}{2} \{2 + n - 1\} \\
 \therefore S_1 &= \frac{n}{2} (n+1)
 \end{aligned}$$

(ii) নং ধারার প্রথম পদ  $a = 2$ , সাধারণ অন্তর  $d = 2$

∴ ধারাটির প্রথম  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{n}{2} \{2.2 + (n-1)2\} \\
 &= \frac{n}{2} \{4 + 2n - 2\} = \frac{n}{2} (2n+2) \\
 &= \frac{n}{2} \cdot 2(n+1)
 \end{aligned}$$

$$\therefore S_2 = n(n+1)$$

$$\text{এখন, } 2S_1 = 2 \frac{n}{2} (n+1) = n(n+1) = S_2$$

$$\therefore S_2 = 2S_1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. এখানে,  $2 + 3 + 4 + 5 + \dots + (n+1)$  ধারাটির

১ম পদ  $a = 2$ , সাধারণ অন্তর  $d = 3 - 2 = 1$ .

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{ধারাটির } n \text{-সংখ্যক পদের সমষ্টি} &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\
 &= \frac{n}{2} \{2.2 + (n-1)1\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{n}{2} \{4 + n - 1\} \\
 &= \frac{n}{2}(n + 3) \\
 \text{এখন, } S_3 &= \frac{1+2+3+4+\dots+n}{2+3+4+5+\dots+(n+1)} \\
 &= \frac{n(n+1)}{\frac{2}{n(n+3)}} \quad [\text{'x' হতে মান বসিয়ে}] \\
 &= \frac{n(n+1)}{2} \times \frac{2}{n(n+3)} = \frac{n+1}{n+3} \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

**প্রশ্ন-১৬** ▶ 2013 সালের জানুয়ারি মাসে একজন চাকরিজীবী 9000 টাকা বেতন পান। প্রতি বছর মাসিক বেতন 200 টাকা করে বৃদ্ধি পায়।

- |    |   |   |
|----|---|---|
| ক. | তার মাসিক বেতন একটি সমন্তর ধারায় প্রকাশ কর।                                  | 2 |
| খ. | 2018 সালের জানুয়ারি মাসে তার মূলবেতন কত হবে নির্ণয় কর।                      | 8 |
| গ. | মূলবেতন থেকে প্রতি মাসে 10% হারে ভবিষ্যৎ তহবিল মোট কর্তনের পরিমাণ নির্ণয় কর। | 8 |

#### ►◀ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ►◀

$$\begin{aligned}
 \text{ক. } \text{দেওয়া আছে, } &\text{মূলবেতন, } a = 9000 \text{ টাকা} \\
 \text{বাসরিক বেতন } &\text{বৃদ্ধি, } d = 200 \text{ টাকা} \\
 \text{দ্বিতীয় বছরে বেতন} &= (a + d) = (9000 + 200) \text{ টাকা} \\
 &= 9200 \text{ টাকা} \\
 \text{তৃতীয় বছরে বেতন} &= (a + 2d) \\
 &= (9000 + 2 \times 200) \text{ টাকা} \\
 &= 9400 \text{ টাকা} \\
 \therefore \text{সমন্তর ধারাটি} &9000 + 9200 + 9400 + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{খ. } \text{পদ সংখ্যা, } n &= 6 \\
 \text{আমরা জানি, } n-\text{তম পদ} &= a + (n-1)d \\
 \therefore 6-\text{তম পদ} &= a + (6-1)d \\
 &= 9000 + 5 \times 200 \quad [\text{'ক' থেকে}] \\
 &= 10000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore 2018 \text{ সালের জানুয়ারি মাসে তার মূল বেতন হবে} &10000 \text{ টাকা।} \\
 \text{গ. } 2013 \text{ সালে তার মোট বেতন} &= (9000 \times 12) = 108000 \text{ টাকা} \\
 2013 \text{ " " " } &= (9200 \times 12) = 110400 \text{ টাকা} \\
 2014 \text{ " " " } &= (9400 \times 12) = 112800 \text{ টাকা}
 \end{aligned}$$

তাহলে, বৎসরভিত্তিক ধারাটি দাঢ়ায়,

$$108000 + 110400 + 112800 + \dots$$

যা একটি সমন্তর ধারা।

$$\text{প্রথম পদ, } a = 108000 \text{ টাকা।}$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 110400 - 108000 = 2400 \text{ টাকা}$$

$$\text{এবং পদ সংখ্যা, } n = 20$$

$$\begin{aligned}
 \text{আমরা জানি, } S_n &= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\
 &= \frac{20}{2} \{2 \times 108000 + (20-1) \times 2400\} \\
 &= 10(216000 + 45600) \\
 &= 10 \times 261600
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2616000 \\
 20 \text{ বছরে তার মোট বেতন হবে} &2616000 \text{ টাকা} \\
 \text{তার সংগ্রহ তহবিলে বাসরিক জমার পরিমাণ } 10\% & \\
 \text{মোট কর্তনের পরিমাণ} &= 2616000 \text{ এর } 10\% \\
 &= 2616000 \text{ এর } \frac{10}{100} \\
 &= 261600 \text{ টাকা (Ans.)}
 \end{aligned}$$

#### প্রশ্ন-১৭ ▶ কোনো সমন্তর ধারার $p$ তম পদ $p^2$ এবং $q$ তম পদ $q^2$ .

- |   |  |   |
|---|--|---|
| ? | ক. দুইটি সমীকরণের সাহায্যে প্রদত্ত তথ্য প্রকাশ কর। | 2 |
|   | খ. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর কত?             | 8 |
|   | গ. $p + q$ তম পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর।         | 8 |

#### ►◀ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ►◀

$$\begin{aligned}
 \text{ক. } \text{মনে করি, সমন্তর ধারার প্রথম পদ} &= a \text{ এবং সাধারণ অন্তর} = d \\
 \text{আমরা জানি, ধারার } n-\text{তম পদ} &= a + (n-1)d \\
 \text{এখানে, ধারাটির } p-\text{তম পদ} &= p^2 \\
 \text{বা, } a + (p-1)d &= p^2 \\
 \therefore a + pd - d &= p^2 \dots \dots \dots \text{(i)} \\
 \text{আবার, ধারাটির } q-\text{তম পদ} &= q^2 \\
 \text{বা, } a + (q-1)d &= q^2 \\
 \therefore a + qd - d &= q^2 \dots \dots \dots \text{(ii)}
 \end{aligned}$$

খ. ‘ক’ হতে পাও, সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$\begin{array}{rcl}
 a + pd - d &=& p^2 \\
 a + qd - d &=& q^2 \\
 \hline
 (-) (-) (+) (-) &=& p^2 - q^2 \\
 pd - qd &=& p^2 - q^2
 \end{array}$$

$$\text{বা, } d(p-q) = (p+q)(p-q)$$

$$\text{বা, } d = \frac{(p+q)(p-q)}{(p-q)}$$

$$\therefore d = p + q$$

‘ক’ হতে পাও, সমীকরণ (i) এ  $d$  এর মান বসিয়ে পাই

$$a + p(p+q) - (p+q) = p^2$$

$$\text{বা, } a + p^2 + pq - p - q = p^2$$

$$\text{বা, } a = -p^2 - pq + p + q + p^2$$

$$\therefore a = p + q - pq$$

∴ প্রথম পদ  $a = -p + q - pq$  এবং সাধারণ অন্তর  $d = p + q$

গ. ‘খ’ হতে পাই, ধারাটির প্রথম পদ  $a = p + q - pq$

$$\text{সাধারণ অন্তর } d = p + q$$

$$\text{এখানে, পদ সংখ্যা } n = p + q$$

আমরা জানি, সমন্তর ধারার প্রথম  $n$  পদের যোগফল

$$= \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

∴ ধারাটির প্রথম  $(p+q)$  পদের যোগফল

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{p+q}{2} \{2(p+q-pq) + (p+q-1)(p+q)\} \\
 &= \frac{p+q}{2} \{2p + 2q - 2pq + p^2 + pq - p + pq + q^2 - q\} \\
 &= \frac{p+q}{2} (p^2 + p + q + q^2) \quad (\text{Ans.})
 \end{aligned}$$

#### প্রশ্ন-১৮ ▶ একটি সমন্তর ধারার প্রথম $m$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $m(m+3)$ .



ক. প্রথম পদ কত?	২
খ. ধারাটি নির্ণয় কর।	৮
গ. ধারাটির $(x+1)$ পদের সমষ্টি 304 হলে $x$ এর মান নির্ণয় কর।	৮

### ►► ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. দেওয়া আছে, সমান্তর ধারার প্রথম  $m$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_m = m(m+3) \\ = m^2 + 3m$$

$$m = 1 \text{ হলে } S_1 = 1^2 + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম পদ } 4$$

খ. ‘ক’ থেকে,  $S_m = m^2 + 3m$

$$m = 1 \text{ হলে, } S_1 = 1^2 + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4$$

$$m = 2 \text{ হলে, } S_2 = 2^2 + 3 \times 2 = 4 + 6 = 10$$

$$m = 3 \text{ হলে, } S_3 = 3^2 + 3 \times 3 = 9 + 9 = 18$$

$$m = 4 \text{ হলে, } S_4 = 4^2 + 3 \times 4 = 16 + 12 = 28$$

$$m = 5 \text{ হলে, } S_5 = 5^2 + 3 \times 5 = 25 + 15 = 40$$

$$\text{ধারাটির প্রথম পদ } = 4$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ } = S_2 - S_1 = 10 - 4 = 6$$

$$\text{তৃতীয় পদ } = S_3 - S_2 = 18 - 10 = 8$$

$$\text{চতুর্থ পদ } = S_4 - S_3 = 28 - 18 = 10$$

$$\text{পঞ্চম পদ } = S_5 - S_4 = 40 - 28 = 12$$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটি } 4 + 6 + 8 + 10 + 12 +$$

গ. ‘খ’ থেকে পাই,

$$\text{ধারাটি, } 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + \dots$$

প্রশ্ন-১৯ ▶  $9 + 7 + 5 + \dots$  ধারাটির  $n$  সংখ্যক পদের যোগফল - 144.



ক. ধারাটির প্রকৃতি কিরূপ এবং সাধারণ অন্তর কত?	২
খ. ধারাটির কত তম পদ 11?	৮
গ. $n$ এর মান নির্ণয় কর।	৮

### ►► ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক.  $9 + 7 + 5 + \dots$

$$\text{এখন, সাধারণ অন্তর} = \text{ধারাটির যেকোনো পদ} - \text{তার পূর্ববর্তী পদ} \\ = (7 - 9) \text{ বা } (5 - 7) = -2.$$

এবং শেষ পদ অনুপস্থিত।

$\therefore$  প্রদত্ত ধারাটি একটি অনন্ত সমান্তর ধারা এবং সাধারণ অন্তর  $-2$ . (Ans.)

খ. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 9$

সাধারণ অন্তর,  $d = -2$

মনে করি, ধারাটির  $n$  তমপদ  $= -11$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার  $n$  তম পদ  $= a + (n-1)d$

$$\therefore a + (n-1)d = -11$$

$$\text{বা, } 9 + (n-1)(-2) = -11$$

$$\text{বা, } (n-1)(-2) = -11 - 9$$

$$\text{বা, } (n-1)(-2) = -20$$

$$\text{বা, } n - 1 = 10 \text{ [উভয়পক্ষকে } -2 \text{ দ্বারা ভাগ করে]} \\ \text{বা, } n = 10 + 1$$

$$\therefore n = 11$$

প্রথম পদ,  $a = 4$

সাধারণ অন্তর,  $d = 6 - 4 = 2$

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$(x+1) \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{x+1}{2} \{2a + (x+1-1)d\}$$

$$= \frac{x+1}{2} (2a + xd)$$

$$= \frac{x+1}{2} (2 \times 4 + x \times 2)$$

$$= \frac{x+1}{2} (8 + 2x)$$

$$= \frac{x+1}{2} \times 2(x+4)$$

$$= (x+1)(x+4)$$

$$= x^2 + x + 4x + 4$$

$$= x^2 + 5x + 4$$

প্রশ্নমতে,  $x^2 + 5x + 4 = 304$

$$\text{বা, } x^2 + 5x + 4 - 304 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 20x - 15x - 300 = 0$$

$$\text{বা, } x(x+20) - 15(x+20) = 0$$

$$\therefore (x+20)(x-15) = 0$$

$$\text{হয়, } x+20 = 0$$

$$\text{অথবা, } x-15 = 0$$

$$\text{বা, } x = -20$$

$$\therefore x = 15$$

কিন্তু পদ সংখ্যা খণ্ডাত্মক হতে পারে না। অর্থাৎ  $x \neq -20$

নির্ণেয় মান  $x = 15$ .

অর্ধাং ধারাটির 11তম পদ 11.

গ. আমরা জানি, কোনো সমান্তর ধারার পদসংখ্যা  $n$  হলে,

$$n \text{ সংখ্যক পদের যোগফল, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

এবং প্রদত্ত সমান্তর ধারার  $n$ -সংখ্যক পদের যোগফল,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 9 + (n-1) \times (-2)\} [\because a = 9 \text{ এবং } d = -2]$$

$$= \frac{n}{2} (18 - 2n + 2) = \frac{n}{2} (20 - 2n)$$

$$= n(10 - n)$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } n(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } -n^2 + 10n + 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-18) + 8(n-18) = 0$$

$$\text{বা, } (n+8)(n-18) = 0$$

$$\text{হয়, } n+8 = 0 \quad \text{অথবা, } n-18 = 0$$

$$\therefore n = -8 \quad \therefore n = 18$$

কিন্তু কোনো ধারার পদসংখ্যা খণ্ডাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং,  $n = -8$  গ্রহণযোগ্য নয়।

নির্ণেয় মান  $n = 18$

প্রশ্ন-২০ ▶  $10 + 13 + 16 + \dots + 289$  একটি ধারা।



ক. ধারাটির দশম পদ কত?	২
খ. ধারাটির কোন পদ 199?	৮
গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি 578 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।	৮

### ►► ২০নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$ সাধারণ অন্তর, $d = 13 - 10 = 3$	
$\therefore$ ধারাটির 10ম পদ = $a + (10 - 1)d$ $= 10 + 9 \times 3 = 10 + 27 = 37$	
$\therefore$ ধারাটির দশম পদ 37	
খ. সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$ সাধারণ অন্তর = $13 - 10 = 3$	
মনে করি, ধারাটির n-তম পদ 199 আমরা জানি, সমান্তর ধারার n-তম পদ = $a + (n - 1)d$	
$\therefore a + (n - 1)d = 199$ বা, $10 + (n - 1)3 = 199$	
বা, $10 + 3n - 3 = 199$	
বা, $3n + 7 = 199$	
বা, $3n = 199 - 7$	
বা, $3n = 192$	
বা, $n = \frac{192}{3}$	
বা, $n = 64$	
$\therefore$ ধারাটির 64-তম পদ 199	

গ. সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$ সাধারণ অন্তর, $d = 13 - 10 = 3$ আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$	৮
--	---

$$\text{শর্তমতে, } \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = 578$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 10 + (n - 1) \times 3\} = 578$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (20 + 3n - 3) = 578$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (17 + 3n) = 578$$

$$\text{বা, } 17n + 3n^2 = 1156$$

$$\text{বা, } 3n^2 + 17n - 1156 = 0$$

$$\text{বা, } 3n^2 - 51n + 68n - 1156 = 0$$

$$\text{বা, } 3n(n - 17) + 68(n - 17) = 0$$

$$\text{বা, } (n - 17)(3n + 68) = 0$$

$$\text{হয়, } n - 17 = 0 \quad | \quad \text{অথবা, } 3n + 68 = 0$$

$$\therefore n = 17 \quad | \quad \text{বা, } 3n = -68$$

$$\therefore n = \frac{-68}{3}$$

[কিন্তু কোনো ধারার পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\text{সূতরাঙ্ক } n = \frac{-68}{3} \text{ গ্রহণযোগ্য নয়।}$$

নির্ণেয় মান  $n = 17$ .

### সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

#### প্রশ্ন-২১ > ৩ - ৫ - ১৩ - ২১ ..... - 149 একটি সমান্তর ধারা।

ক. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর।	২
খ. কত তম পদ - 149?	৮
গ. ধারাটির সমষ্টি কত?	৮

উত্তর : ক. ৩, -8; খ. 20; গ. -1460

#### প্রশ্ন-২২ > ৫ + ১১ + ১৭ + ২৩ + ..... + ৫৯ + ..... একটি সমান্তর ধারা।

ক. ধারাটির n-তম পদ নির্ণয় কর।	২
খ. ধারাটির n-তম পদ 59 হলে n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮
গ. $(2n + 2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮

উত্তর : ক.  $(6n - 1)$ ; খ. 320; গ. 1496

#### প্রশ্ন-২৩ > কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অন্তর d, প্রথম 12 পদের

সমষ্টি 474 এবং প্রথম 18 পদের সমষ্টি 981।

ক. প্রদত্ত তথ্যকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর।	২
খ. প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর।	৮
গ. ধারাটির 20তম পদ কত?	৮

উত্তর : ক.  $\frac{12}{2} \{2a + (12 - 1)d\} = 474, \frac{18}{2} \{2a + (18 - 1)d\} = 981;$

$$\text{খ. } a = 12, d = 5; \text{ গ. } 107$$

#### প্রশ্ন-২৪ > একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ-20 এবং সাধারণ অন্তর 4।

ক. ধারাটির প্রথম পদ কত?	২
খ. কত তম পদ 0?	৮

গ. n সংখ্যক পদের যোগফল 0 হলে n এর মান কত?	৮
---	---

উত্তর : ক. -80; খ. 21; গ. 41

#### প্রশ্ন-২৫ > $S_1 = 1 + 3 + 5 + \dots + 125;$

$$S_2 = 169 + 171 + 173 + \dots + 209 \text{ দুইটি সমান্তর ধারা।}$$

ক. ধারাগুলোর সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর।	২
খ. প্রথম ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮
গ. দেখাও যে, ধারা দুইটির সমষ্টি সমান।	৮

উত্তর : ক. 2, 2; খ. 3969

#### প্রশ্ন-২৬ > ১ + ৩ + ৫ + ৭ + ..... একটি সমান্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং p তম পদ নির্ণয় কর।	২
খ. ধারাটির কোন পদ 99?	৮
গ. ধারাটির প্রথম 100 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮

উত্তর : ক. 2,  $2p - 1$ ; খ. 50; গ. 10000

#### প্রশ্ন-২৭ > ৭ + ১০ + ১৩ + ..... একটি সমান্তর ধারা।

ক. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর।	২
খ. ধারাটির কত তম পদ 304?	৮
গ. 100তম পদ পর্যন্ত ধারাটির যোগফল নির্ণয় কর।	৮

উত্তর : ক. 7, 3; খ. 100তম; গ. 15550

<b>প্রশ্ন-২৮ &gt;</b> কামাল 10000 টাকার একটি খণ্ড কিছু সংখ্যক কিণ্ঠিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিণ্ঠি পূর্বের কিণ্ঠির চেয়ে 8 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিণ্ঠি 4 টাকা হয় –	খ. ধারাটির n-তম পদ – 23 হলে, n সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? 8 গ. 2n সংখ্যক পদের সমষ্টি বের কর। 8
ক. কামালের খণ্ড পরিশোধের ধারাটি নির্ণয় কর। 2	উত্তর : ক. 33 – 4n; খ. 42; গ. – 700
খ. কতগুলো কিণ্ঠিতে কামাল তার খণ্ড পরিশোধ করতে পারবেন? 8	<b>প্রশ্ন-৩১ &gt;</b> একটি ব্যাটারী চালিত খেলনা গাড়ি প্রথম মিনিটে 21 মিটার পথ অতিক্রম করে। পরবর্তী প্রতি মিনিটে 3 মিটার হারে কম পথ অতিক্রম করে।
গ. যদি কামালকে মূল টাকার সাথে অতিরিক্ত 25% সুদ দিতে হত তাহলে প্রদেয় সুদকে ধারার সাহায্যে প্রকাশ করে মোট সুদের পরিমাণ নির্ণয় কর। 8	ক. গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব ধারায় প্রকাশ করলে ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর কত হবে? 2
<b>উত্তর :</b> ক. $4 + 12 + 20 + \dots$ ; খ. 50; গ. $1 + 3 + 5 + \dots = 2500$	খ. গাড়িটি কততম মিনিটে থেমে যাবে? 8
<b>প্রশ্ন-২৯ &gt;</b> কোনো সমান্তর ধারার 6 তম পদ 36 এবং 8 তম পদ 64, প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d.	গ. গাড়িটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। 8
ক. সমস্যাটিকে সমীকরণ আকারে লেখ। 2	<b>উত্তর :</b> ক. 21, – 3; খ. 8; গ. 84 মিটার
খ. a এবং d এর মান কত? 8	<b>প্রশ্ন-৩০ &gt;</b> $-128 - 120 - 112 - \dots - 0$ একটি সমান্তর ধারা।
গ. ধারাটির প্রথম এগারোটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8	ক. ধারাটির সাধারণ অন্তর ও চতুর্থ পদ নির্ণয় কর। 2
<b>উত্তর :</b> ক. $a + 7d = 64$ ; খ. – 34, 14; গ. 396	খ. ধারাটির কততম পদ 0? 8
<b>প্রশ্ন-৩০ &gt;</b> একটি সমান্তর ধারার প্রথম 8টি পদের সমষ্টি 56 এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি 26।	গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। 2	<b>উত্তর :</b> ক. 8, 104; খ. 17তম; গ. – 1088
খ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তর বের কর। 8	<b>প্রশ্ন-৩৪ &gt;</b> $U_n = \frac{n-1}{n+1}$ একটি অনুকরণ সাধারণ পদ।
গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রথম 30টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8	ক. অনুকরণটির সপ্তম পদ কত? 2
<b>উত্তর :</b> ক. $2a + 19d = 26$ ; খ. $\frac{7}{2}, 1$ ; গ. $\frac{7}{2} + \frac{9}{2} + \frac{11}{2} + \dots, 540$	খ. প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
<b>প্রশ্ন-৩১ &gt;</b> $29 + 25 + 21 + \dots - 23 - \dots$	গ. $V_n = (-1)^{n-1} U_n$ হলে $V_n$ কে সেটের তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। 8
ক. ধারাটির n-তম পদ কত 2	<b>উত্তর :</b> ক. $\frac{3}{4}$ ; খ. $\frac{499}{140}$ ; গ. $\{0, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \dots\}$



## অনুশিলনী ১৩.২

### পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

#### ■ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয়

মনে করি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি  $S_n$

$$\text{অর্থাৎ, } S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

$$\therefore S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

#### ■ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়

মনে করি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি  $S_n$

$$\text{অর্থাৎ, } S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$$

$$\therefore S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

#### ■ প্রয়োজনীয় সূত্র

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

#### ■ গুগোভর ধারা

কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হলে অর্থাৎ, যেকোনো পদকে এর পূর্ববর্তী পদ দ্বারা ভাগ করে ভাগফল সর্বদা সমান পাওয়া গেলে, সে ধারাটিকে গুগোভর ধারা বলে। যেমন,  $2 + 4 + 8 + 16 + 32$  ধারাটির প্রথম পদ 2, দ্বিতীয় পদ 4, তৃতীয় পদ 8, চতুর্থ পদ 16, পঞ্চম পদ 32. এখানে, দ্বিতীয় পদের সাথে প্রথম পদের অনুপাত =  $\frac{4}{2} = 2$ , তৃতীয় পদের সাথে দ্বিতীয় পদের অনুপাত =  $\frac{8}{4} = 2$ , চতুর্থ পদের সাথে তৃতীয় পদের অনুপাত =  $\frac{16}{8} = 2$ , পঞ্চম পদের সাথে চতুর্থ পদের অনুপাত =  $\frac{32}{16} = 2$ .

#### ■ অনন্ত গুগোভর ধারা

গুগোভর ধারার পদসংখ্যা নির্দিষ্ট না থাকলে সেই ধারাকে অনন্ত গুগোভর ধারা বলে। গুগোভর ধারার প্রথম পদকে সাধারণত a দ্বারা এবং সাধারণ অনুপাতকে r দ্বারা প্রকাশ করা হয়। তাহলে সংজ্ঞানুসারে, প্রথম পদ a হলে, দ্বিতীয় পদ ar, তৃতীয় পদ  $ar^2$  ইত্যাদি।

সূতরাং, ধারাটি হবে  $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

#### ■ গুগোভর ধারার সাধারণ পদ

যেকোনো গুগোভর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, তাহলে ধারাটির n-তম পদ =  $ar^{n-1}$

#### ■ গুগোভর ধারার সমষ্টি নির্ণয়

মনে করি, গুগোভর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r এবং পদ সংখ্যা n। যদি n সংখ্যক পদের সমষ্টি  $S_n$  হয়, তাহলে

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, \text{ যখন } r < 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}, \text{ যখন } r > 1$$

### অনুশিলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ a, b, c ও d সমান্তর ধারার চারটি ক্রমিক পদ হলে নিচের কোনটি

ক.  $b = \frac{c+d}{2}$    খ.  $a = \frac{b+c}{2}$    ●  $c = \frac{b+d}{2}$    ঘ.  $d = \frac{a+c}{2}$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ i.  $a + (a + d) + (a + 2d)$  ..... ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের

$$\text{সমষ্টি} = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{ii. } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{iii. } 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

উপরের বাক্যগুলোর কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii      ● i ও iii      গ. ii ও iii      ঘ. i, ii ও iii

নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৩ ও ৪ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$$

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

ক. ২      খ. ৪      ●  $\log 2$       ঘ.  $2\log 2$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ ধারাটির ৭ম পদ কত?

ক.  $\log 32$       খ.  $\log 64$       ●  $\log 128$       ঘ.  $\log 256$

ব্যাখ্যা :  $n$  তম পদ =  $a + (n-1)d$

যেহেতু, ১ম পদ,  $a = \log 2$

সাধারণ অন্তর,  $d = \log 2$

$$\therefore 7 \text{ তম পদ} = \log 2 + (7-1) \log 2 = \log 2 + 6\log 2 = 7\log 2 \\ = \log 2^7 = \log 128.$$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥  $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$  ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি  $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$

এটি একটি গুগোভর ধারা যার প্রথম পদ,  $a = 64$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত}, r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির অষ্টম পদ} = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-1} = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 \\ = 64 \times \frac{1}{128} = \frac{1}{2} \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥  $3 + 9 + 27 + \dots$  ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি  $3 + 9 + 27 + \dots$

এটি একটি গুগোভর ধারা যার প্রথম পদ,  $a = 3$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত } r = \frac{9}{3} = 3 > 1; \text{ পদ সংখ্যা } n = 14$$

আমরা জানি, গুগোভর ধারার প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \text{ যেখানে } r > 1.$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি}, S_{14} = \frac{3 \{(3)^{14} - 1\}}{3 - 1} \\ = \frac{3}{2}(3^{14} - 1) \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥  $128 + 64 + 32 + \dots$  ধারাটির কোন পদ  $\frac{1}{2}$ ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি,  $128 + 64 + 32 + \dots$

এটি একটি গুগোভর ধারা যার প্রথম পদ,  $a = 128$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত}, r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2} < 1$$

আমরা জানি, গুগোভর ধারার  $n$ তম পদ =  $ar^{n-1}$

মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ  $\frac{1}{2}$

$$\therefore ar^{n-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 128 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2 \times 128}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 8 + 1$$

$$\therefore n = 9$$

∴ ধারাটির নবম পদ  $\frac{1}{2}$  (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ একটি গুগোভর ধারার পঞ্চম পদ  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$  এবং দশম পদ  $\frac{8\sqrt{2}}{81}$  হলে,

ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গুগোভর ধারার প্রথম পদ =  $a$

এবং সাধারণ অনুপাত =  $r$

$$\therefore 5 \text{ তম পদ} = ar^{5-1} = ar^4$$

$$\text{এবং } 10 \text{ তম পদ} = ar^{10-1} = ar^9$$

প্রশ্নমতে,

$$ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (i)$$

$$\text{এবং } ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (ii)$$

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করি,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$$

$$\text{বা, } r^{9-4} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

সমীকরণ (i) এ  $r$  এর মান বসিয়ে পাই,

$$a \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \cdot \left\{ \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 \right\}^2 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \times \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a = \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{9}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{তৃতীয় পদ} = ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$

নির্ণয় তৃতীয় পদ  $\frac{1}{3}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥  $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots \dots \dots$  ধারাটির কোন পদ  $8\sqrt{2}$  ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি  $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots \dots \dots$

ধারাটির যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের অনুপাত =  $-\sqrt{2}$

$\therefore$  এটি একটি গুগোত্তর ধারা।

ধারার প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$

আমরা জানি, গুগোত্তর ধারার  $n$  তম পদ =  $ar^{n-1}$

মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ =  $8\sqrt{2}$

প্রশ্নমতে,  $ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা,  $\frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা,  $(-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2} \times \sqrt{2}$

বা,  $(-\sqrt{2})^{n-1} = 8 \times 2$

বা,  $(-\sqrt{2})^{n-1} = 16$

বা,  $(-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^4$

বা  $n-1 = 4$

$\therefore n = 5$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির ৫ম পদ  $8\sqrt{2}$  (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥  $5 + x + y + 135$  গুগোত্তর ধারাভুক্ত হলে,  $x$  এবং  $y$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি,  $5 + x + y + 135 \dots \dots \dots$  একটি গুগোত্তর ধারা

এখানে, প্রথম পদ,  $a = 5$

ধরি, সাধারণ অনুপাত =  $r$

$\therefore$  চতুর্থ পদ,  $ar^{4-1} = 135$  [প্রশ্নানুসারে]

বা,  $5.r^3 = 135$

বা,  $r^3 = \frac{135}{5} = 27$

বা,  $r^3 = (3)^3$

$\therefore r = 3$

দ্বিতীয় পদ,  $ar^{2-1} = x$

বা,  $ar = x$

বা,  $5 \times 3 = x \quad [\because a = 5 \text{ এবং } r = 3]$

$\therefore x = 15$

তৃতীয় পদ,  $ar^{3-1} = y$

বা,  $ar^2 = y$

বা,  $5 \times 3^2 = y \quad [\because a = 5 \text{ এবং } r = 3]$

বা,  $5 \times 9 = y$

$\therefore y = 45$

নির্ণেয়  $x$  ও  $y$  এর মান যথাক্রমে 15 ও 45

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥  $3 + x + y + z + 243$  গুগোত্তর ধারাভুক্ত হলে  $x, y$  এবং  $z$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারা,  $3 + x + y + z + 243$  একটি গুগোত্তর ধারা

এখানে, প্রথম পদ  $a = 3$

ধরি, সাধারণ অনুপাত =  $r$

$\therefore$  পঞ্চম পদ,  $ar^{5-1} = 243$  [প্রশ্নানুসারে]

বা,  $3.r^4 = 243$

বা,  $r^4 = \frac{243}{3} = 81$

বা,  $r^4 = (3)^4$

$\therefore r = 3$

দ্বিতীয় পদ,  $ar^{2-1} = x$

বা,  $3.r = x \quad [\because a = 3]$

বা,  $3.3 = x \quad [\because r = 3]$

$\therefore x = 9$

তৃতীয় পদ,  $ar^{3-1} = y$

বা,  $3.3^2 = y \quad [\because a = 3, r = 3]$

বা,  $27 = y$

$\therefore y = 27$

চতুর্থ পদ,  $ar^{4-1} = z$

বা,  $3.3^3 = z \quad [\because a = 3, r = 3]$

বা,  $3.27 = z$

$\therefore z = 81$

নির্ণেয়  $x, y$  ও  $z$  এর মান যথাক্রমে 9, 27 ও 81

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥  $2 - 4 + 8 - 16 + \dots \dots \dots$  ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি  $2 - 4 + 8 - 16 + \dots \dots \dots$  একটি গুগোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{-4}{2} = -2 < 1$

পদ সংখ্যা,  $n = 7$

গুগোত্তর ধারার প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি,  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$\therefore$  সাতটি পদের সমষ্টি,  $S_7 = \frac{2\{1-(-2)^7\}}{1-(-2)} ; r < 1$

$$= \frac{2(1+128)}{1+2} = \frac{2 \times 129}{3} \\ = 2 \times 43 = 86 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots \dots \dots$  ধারাটির  $(2n+1)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারা,  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots \dots \dots$

এটি একটি গুগোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 1$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$

পদ সংখ্যা =  $2n+1$

আমরা জানি, গুগোত্তর ধারার প্রথম  $n$  পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; r < 1$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারার } 1 \text{ম } (2n+1) \text{ পদের সমষ্টি} = a \times \frac{(1-r^{2n+1})}{1-r}$$

$$= \frac{1\{1 - (-1)^{2n+1}\}}{1 - (-1)} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ = \frac{1 - \{(-1)^{2n} \cdot (-1)\}}{1 + 1} = \frac{1 + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

নির্ণেয় সমষ্টি 1.

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥  $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \dots$  ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির সমষ্টি =  $S_{10}$

$$\therefore S_{10} = \log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots \dots \text{ দশম পদ পর্যন্ত} \\ = \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots \dots \text{ দশম পদ পর্যন্ত} \\ \therefore \text{প্রদত্ত ধারাটি নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায়,} \\ S_{10} = \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots \dots + \log 2^{10} \\ = \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + \dots \dots + 10 \log 2 \\ = (1+2+3+\dots\dots+10) \log 2 \\ = \frac{10(10+1)}{2} \log 2 \quad \left[ \because 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \right] \\ = \frac{10 \times 11}{2} \times \log 2 = 55 \log 2$$

নির্ণেয় সমষ্টি  $55 \log 2$ .

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥  $\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots \dots$  ধারাটির প্রথম বারোটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ধারাটির সমষ্টি =  $S_{12}$

$$\therefore S_{12} = \log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots \dots \text{ দ্বাদশ পদ পর্যন্ত} \\ = \log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots \dots \text{ দ্বাদশ পদ পর্যন্ত} \\ = \log 2 + 4 \log 2 + 9 \log 2 + \dots \dots \text{ দ্বাদশ পদ পর্যন্ত} \\ = (1+4+9+\dots\dots+12) \log 2 \\ = (1^2+2^2+3^2+12^2) \log 2 \\ = \left\{ \frac{12(12+1)(2.12+1)}{6} \right\} \log 2 \\ \left[ \because 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right] \\ = (2 \times 13 \times 25) \log 2 = 650 \log 2$$

নির্ণেয় সমষ্টি  $650 \log 2$

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots \dots$  ধারাটির  $n$ -সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে,  $n$  এর মান কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি,  $2+4+8+16+\dots\dots$  একটি গুণোভর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 2$

$$\text{সাধারণ অনুপাত}, r = \frac{4}{2} = 2$$

এবং  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,  $S_n = 254$

আমরা জানি, একটি গুণোভর ধারার  $n$  তম পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad [\text{যখন } r > 1]$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 254$$

$$\text{বা}, 2 \times \frac{(2^n - 1)}{2 - 1} = 254 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা}, 2^n - 1 = \frac{254}{2}$$

$$\text{বা}, 2^n - 1 = 127$$

$$\text{বা}, 2^n = 127 + 1 = 128$$

$$\text{বা}, 2^n = 2^7$$

$$\therefore n = 7$$

নির্ণেয়  $n$  এর মান 7

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥  $2 - 2 + 2 - 2 + \dots \dots$  ধারাটির  $(2n+2)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি  $2 - 2 + 2 - 2 + \dots \dots$

এটি একটি গুণোভর ধারা যার প্রথম পদ,  $a = 2$

$$\text{সাধারণ অনুপাত}, r = \frac{-2}{2} = -1 < 1 \quad [\because r < 1]$$

$$\text{এবং পদ সংখ্যা} = 2n+2$$

$\therefore$  প্রদত্ত ধারার  $(2n+2)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1 - r^{2n+2})}{1 - r} = \frac{2\{1 - (-1)^{2n+2}\}}{1 - (-1)} \\ = \frac{2(1 - 1)}{1 + 1} = \frac{2 \times 0}{2} = 0 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর এবং এ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি =

$$\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে}, \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 441$$

$$\text{বা}, \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (21)^2$$

$$\text{বা}, \frac{n(n+1)}{2} = 21 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\text{বা}, n(n+1) = 42$$

$$\text{বা}, n^2 + n = 42$$

$$\text{বা}, n^2 + n - 42 = 0$$

$$\text{বা}, n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$$

$$\text{বা}, n(n+7) - 6(n+7) = 0$$

$$\text{বা}, (n+7)(n-6) = 0$$

$$\text{হয়}, n+7=0 \quad \mid \quad \text{অথবা}, n-6=0$$

$$\therefore n=-7 \quad \mid \quad \therefore n=6$$

কিন্তু পদসংখ্যা খণ্ডাতাক হতে পারে না।

$$\therefore n=6$$

$$\therefore n \text{-সংখ্যক পদের সমষ্টি}, S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\therefore S_6 = \frac{6(6+1)}{2} \quad [\because n=6]$$

$$= \frac{6 \times 7}{2} = 3 \times 7 = 21$$

$\therefore n$  এর মান 6 এবং সমষ্টি 21

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225 হলে,  $n$  এর মান কত? এ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত?

সমাধান : আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি =

$$\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225$$

$$\text{বা, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (15)^2$$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = 15 \text{ [বর্গমূল করে]$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 30$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+6) - 5(n+6) = 0$$

$$\text{বা, } (n+6)(n-5) = 0$$

$$\text{হয়, } n+6 = 0$$

$$\text{অথবা, } n-5 = 0$$

$$\therefore n = -6$$

$$\therefore n = 5$$

কিন্তু পদসংখ্যা খণ্ডাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 5$$

আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$S_5 = \frac{5(5+1)(2 \times 5+1)}{6} [\because n=5]$$

$$= \frac{5 \times 6 \times 11}{6}$$

$$= 5 \times 11 = 55$$

সুতরাং n এর মান 5 এবং বর্গের সমষ্টি 55 (Ans.)

$$\text{প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ দেখাও যে, } 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots \dots \dots + 10^3$$

$$= (1+2+3+4+\dots\dots\dots+10)^2$$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots \dots \dots + 10^3$$

$$\text{যেহেতু } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots \dots \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2$$

$$= \left( \frac{10 \times 11}{2} \right)^2$$

$$= (5 \times 11)^2$$

$$= (55)^2$$

$$= 3025$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (1+2+3+4+\dots\dots\dots+10)^2$$

$$\text{যেহেতু } 1+2+3+4+\dots\dots\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\therefore 1+2+3+4+\dots\dots\dots+10 = \frac{10(10+1)}{2}$$

$$= \frac{10 \times 11}{2}$$

$$= 5 \times 11$$

$$= 55$$

$$\therefore (1+2+3+\dots\dots\dots+10)^2 = (55)^2 = 3025$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots \dots \dots + 10^3 = (1+2+3+4+\dots\dots\dots+10)^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ } \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3}{1+2+3+4+\dots\dots\dots+n} = 210 \text{ হলে, n এর মান কত?}$$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3}{1+2+3+4+\dots\dots\dots+n} = 210$$

$$\text{বা, } \frac{\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2}{\frac{n(n+1)}{2}} = 210 \text{ [সূত্র প্রয়োগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{n^2(n+1)^2}{4} \times \frac{2}{n(n+1)} = 210$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 420$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 420 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+21) - 20(n+21) = 0$$

$$\text{বা, } (n+21)(n-20) = 0$$

$$\text{হয়, } n+21 = 0 \quad \text{অথবা, } n-20 = 0$$

$$\therefore n = -21 \quad \therefore n = 20$$

কিন্তু, n = -21 গুণযোগ্য নয়। কারণ পদসংখ্যা খণ্ডাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 20$$

নির্ণয় n এর মান 20.

**প্রশ্ন ॥ ২২ ॥** 1 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লৌহদণ্ডকে 10টি টুকরায় বিভক্ত করা হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোভর ধারা গঠন করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্যের মান আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম টুকরার দৈর্ঘ্য = a মিলিমিটার

$$\text{সাধারণ অনুপাত} = r$$

$$\therefore \text{বৃহত্তম টুকরার দৈর্ঘ্য} = ar^{10-1} = ar^9$$

$$\text{শর্তমতে, } ar^9 = 10a$$

$$\text{বা, } r^9 = 10$$

$$\text{বা, } r = 10^{\frac{1}{9}}$$

$$\therefore r = 1.29$$

$$\text{অর্থাৎ, } r > 1$$

$$\therefore \text{ধারার সমষ্টি, } S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{বা, } 1000 = \frac{a\{(1.29)^{10} - 1\}}{1.29 - 1} \quad [\because 1 \text{ মি.} = 1000 \text{ মি.মি.}]$$

$$\text{বা, } 1000 = \frac{a\{(1.29)^{10} - 1\}}{0.29}$$

$$\text{বা, } a\{(1.29)^{10} - 1\} = 290$$

$$\text{বা, } a(12.76 - 1) = 290$$

$$\text{বা, } a \times 11.76 = 290$$

$$\text{বা, } a = \frac{290}{11.76} = 24.66$$

$$\therefore a = 24.66 \text{ মিলিমিটার (প্রায়)}$$

নির্ণয় ক্ষুদ্রতম টুকরার দৈর্ঘ্য 24.66 মিলিমিটার (প্রায়)।

**প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥** একটি গুণোভর ধারার 1ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, ধারাটির 8ম পদ – 2 এবং 9ম পদ  $8\sqrt{2}$

ক. উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর।

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

ক. দেওয়া আছে, একটি গুণোভর ধারার 1ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, ধারাটির n তম পদ =  $ar^{n-1}$

প্রশ্নানুসারে, চতুর্থ পদ,  $a^{4-1} = -2$  বা,  $ar^3 = -2$  ..... (i)

৯ম পদ,  $ar^{9-1} = 8\sqrt{2}$ , বা,  $ar^8 = 8\sqrt{2}$ , ..... (ii)

খ. সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$$

$$\text{বা, } r^{8-3} = -4\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = -4\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = -\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } r^5 = (-\sqrt{2})^5$$

$$\therefore r = -\sqrt{2}$$

r এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$a(-\sqrt{2})^3 = -2$$

$$\text{বা, } -2\sqrt{2}a = -2$$

$$\text{বা, } a = \frac{-2}{-2\sqrt{2}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 12 তম পদ} = ar^{12-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2})^{11}$$

$$= \frac{-32\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -32 \text{ (Ans.)}$$

গ. ‘খ’ থেকে পাই, 1ম পদ,  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত,  $r = -\sqrt{2}$

$$\text{নির্ণয় ধারাটি } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^2 + \dots$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} \dots$$

$$\text{প্রথম 7 টি পদের সমষ্টি, } S = \frac{a(1-r^7)}{1-r} \quad [\because r = -1 < 1]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{1 - (-\sqrt{2})^7\}}{1 - (-\sqrt{2})} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (1 + 8\sqrt{2})}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2} = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} \\ &= \frac{\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 1 - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2 - 1)} = \frac{15 - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{15\sqrt{2} - 14}{2} = \frac{1}{2} (15\sqrt{2} - 14) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ কোন ধারার n তম পদ  $2n - 4$

ক. ধারাটি নির্ণয় কর।

খ. ধারাটির 10তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান :**

ক. দেওয়া আছে, কোনো ধারার n তম পদ =  $2n - 4$

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$\text{এখন, } n = 1 \text{ হলে, } 1 \text{ম পদ} = 2.1 - 4 = -2$$

$$n = 2 \text{ হলে, } 2 \text{য় পদ} = 2.2 - 4 = 0$$

$$n = 3 \text{ হলে, } 3 \text{য় পদ} = 2.3 - 4 = 2$$

$$n = 4 \text{ হলে, } 4 \text{র্থ পদ} = 2.4 - 4 = 4$$

.....

$$\text{নির্ণয় ধারাটি} = 2 + 0 + 2 + 4 + \dots + (2n - 4)$$

খ. এখানে, ধারাটির 1ম পদ = -2

$$\text{সাধারণ অনুপাত} = 0 - (-2) = 0 + 2 = 2$$

$$\therefore 10 \text{ ম পদ} = -2 + (10-1)2 = -2 + 9 \times 2 = -2 + 18 = 16$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি, } S_{20} &= \frac{20}{2} \{2(-2) + (20-1)2\} \\ &= 10(-4 + 38) \\ &= 10 \times 34 \\ &= 340 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. ধরি, ধারাটির, 1ম পদ,  $a = -2$

এবং সাধারণ অনুপাত,  $r = 2$

তাহলে ধারাটি হবে একটি গুণোভর ধারা যার

$$n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore 2 \text{য় পদ} = (-2)2^{2-1}$$

$$= (-2) \times 2$$

$$= -4$$

$$3 \text{য় পদ} = (-2)2^{3-1}$$

$$= (-2) \times 2^2$$

$$= -8$$

$$4 \text{র্থ পদ} = (-2)2^{4-1}$$

$$= (-2) \times 2^3$$

$$= -16$$

$$\text{নির্ণয় নতুন ধারাটি} = -2 - 4 - 8 - 16 - \dots$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি, } S_8 = \frac{-2(2^8 - 1)}{2-1}$$

[ ∵  $r = 2 > 1$  ]

$$= \frac{-2(256 - 1)}{1}$$

$$= -2 \times 255$$

$$= -510$$

$$\text{সুতরাং ধারাটি, } -2 - 4 - 8 - 16 - \dots \text{ এবং সমষ্টি} = 510$$

১. গুগোলর ধারার ১ম পদ ২ এবং সাধারণ অনুপাত  $\frac{1}{2}$  হলে ধারাটির চতুর্থ পদ—

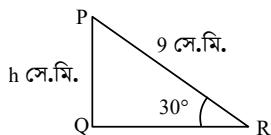
Ⓐ  $\frac{1}{16}$

●  $\frac{1}{4}$

ⓦ 1

⓫ 4

২.



উপরের টিক্কে h এর মান নিচের কোনটি?

● 4.5 সে.মি.

ⓦ 6.3 সে.মি.

⓫ 7.8 সে.মি.

⓫ 9.5 সে.মি.

৩.  $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}$  ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

●  $-\sqrt{2}$  Ⓠ  $-1$  Ⓡ  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$  Ⓣ  $\sqrt{2}$

৪. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নিচের কোনটি?

●  $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

ⓦ  $S_n = \frac{(n+1)^3}{8}$

⓫  $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

⓫  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

৫.  $3 + a + b + 81$  গুগোলর ধারাভুক্ত হলে, b এর মান কত?

### প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয়

#### সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নাগুরু

১২. প্রথম n-সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? (সহজ)

Ⓐ  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

●  $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

ⓦ  $S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

⓫  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

১৩.  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2$  = কত? (মধ্যম)

Ⓐ 55 Ⓠ 120 ● 285 Ⓡ 325

ব্যাখ্যা :  $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

বা,  $S_9 = \frac{9(9+1)(2 \times 9+1)}{6} = \frac{9 \times 10 \times 19}{6} = 285$

১৪.  $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{1+2+3+\dots+n} = \frac{390}{30}$  হলে n এর মান কত? (কঠিন)

Ⓐ 17 Ⓠ 18 ● 19 Ⓡ 21

ব্যাখ্যা :  $\frac{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{390}{30}$  বা,  $2n+1=39$  বা,  $n=19$

#### বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাগুরু

১৫.  $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{1+2+3+\dots+n} = 11$  হলে—

i.  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{3n(n+1)} = 11$

ii.  $2n+1=33$

iii.  $n=17$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

● 9 Ⓠ 12 Ⓡ 18 ● 27

নিচের তথ্যের আলোকে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$6+m+n+162$  গুগোলর ধারাভুক্ত।

৬. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

● 3 Ⓠ 6 Ⓡ 12 ● 27

৭.  $(n-m)$  এর মান কোনটি?

Ⓐ 18 Ⓠ 36 Ⓡ 12 ● 27

৮.  $2+4+8+\dots$  ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল 126 এর মান কত?

Ⓐ 2 Ⓠ 6 Ⓡ 14 ● 42

৯.  $4+8+16+\dots$  ধারাটির সাধারণ পদ কত?

Ⓐ  $2^{n-1}$  Ⓠ  $2^{n+1}$  Ⓡ  $8^{n-1}$  ●  $8^{n+1}$

নিচের তথ্যের আলোকে ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$$

১০. ধারাটির ৭ম পদ কত?

●  $\frac{1}{729}$  Ⓠ  $\frac{1}{243}$  Ⓡ  $1\frac{1}{81}$  ● -3

১১. ধারাটির ১ম ৮টি পদের সমষ্টি কত?

Ⓐ  $\frac{364}{243}$  Ⓠ  $\frac{1093}{729}$  ●  $\frac{3280}{2187}$  Ⓡ  $\frac{6560}{6561}$

● i ও ii Ⓠ i ও iii Ⓡ ii ও iii Ⓢ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা :  $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{1+2+3+\dots+n} = 11$

$$\text{বা, } \frac{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}{\frac{n(n+1)}{2}} = 11 \text{ বা, } 2n+1 = 33 \text{ বা, } n = 16$$

#### অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাগুরু

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৬ – ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots$  একটি ধারা।

১৬. ধারাটি থেকে নিচের কোন ধারাটি পাওয়া যায়? (মধ্যম)

Ⓐ  $1+4+7+\dots$  Ⓠ  $1+4+6+\dots$

ⓦ  $1+4+5+\dots$  ●  $1+2^2+3^2+\dots$

ব্যাখ্যা :  $\log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots$

=  $\log 2 + 4\log 2 + 9\log 2 + \dots = (1+4+9+\dots)\log 2$ .

১৭. ধারাটির 12 তম পদ কোনটি? (মধ্যম)

Ⓐ 121 Ⓠ 144 ● 144log2 Ⓡ 121log2

১৮. ধারাটির 10 পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

Ⓐ 3900log2 Ⓠ 651log2 ● 385log2 Ⓡ 380log2

ব্যাখ্যা :  $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2)\log 2$

$$= \left\{ \frac{1}{6} 10(10+1)(2 \times 10+1) \right\} \log 2 = 385 \log 2$$

### প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়

#### সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নাগুরু

১৯. প্রথম n –সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? (সহজ)

Ⓐ  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$  Ⓠ  $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$\textcircled{1} S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$\textcircled{2} S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$
২০. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 =$ কত? (মধ্যম)	
$\textcircled{1} 3015$	$\textcircled{2} 3025$
$\textcircled{3} 3035$	$\textcircled{4} 3045$
ব্যাখ্যা : $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2$ $= (5 \times 11)^2 = 3025$	
২১. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$ ধারাটির $n$ তম পদ কত? (সহজ)	
$\textcircled{1} 2n + 1$	$\textcircled{2} n^2$
$\textcircled{3} n^3$	$\textcircled{4} 2n(n^2 + 1)$
২২. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 30^3$ ধারাটির দশম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)	
$\textcircled{1} 100$	$\textcircled{2} 1000$
$\textcircled{3} 1100$	$\textcircled{4} 1200$

### বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাঙ্ক

২৩. প্রথম $n$ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $S_n$ হলে—
i. $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$
ii. $S_n = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^3$
iii. $S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
$\textcircled{1} i$ ও $ii$
$\textcircled{2} i$ ও $iii$
$\textcircled{3} ii$ ও $iii$
$\textcircled{4} i, ii$ ও $iii$
২৪. প্রথম $n$ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে—
i. $1 + 2 + 3 + \dots + n = 21$
ii. $n(n+1) = 42$
iii. $\frac{n^2 + n}{2} = 21$
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
$\textcircled{1} i$ ও $ii$
$\textcircled{2} i$ ও $iii$
$\textcircled{3} ii$ ও $iii$
$\textcircled{4} i, ii$ ও $iii$

### অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাঙ্ক

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ ও ২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :			
প্রথম $n$ সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225।			
২৫. $n$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)			
$\textcircled{1} 5$	$\textcircled{2} 6$	$\textcircled{3} 7$	$\textcircled{4} 8$
ব্যাখ্যা : $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225$ , বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 15$ বা, $n(n+1) = 30$ $\text{বা, } n^2 + n - 30 = 0 \text{ বা, } (n-5)(n+6) = 0 \therefore n = 5, -6.$			
২৬. সংখ্যাগুলোর বর্ণনা সমষ্টি কত? (মধ্যম)			
$\textcircled{1} 45$	$\textcircled{2} 55$	$\textcircled{3} 60$	$\textcircled{4} 146$
ব্যাখ্যা : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$ $= \frac{1}{6} \times 5 \times 6 \times 11 = 55$			

### গুণোভর ধারা

■ সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নাঙ্ক	
২৭. কোনো গুণোভর ধারার পদগুলোর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)	
$\textcircled{1}$ অনুপাত সমান	$\textcircled{2}$ বিয়োগফল সমান
$\textcircled{3}$ স্বাভাবিক সংখ্যা	$\textcircled{4}$ ঘন অনুপাত
২৮. $a + 2ar + 4ar^2 + \dots$ ধারাটি সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)	

$\textcircled{1} r$	$\textcircled{2} 2r$	$\textcircled{3} 4r$	$\textcircled{4} 2r^2$
২৯. $-2, 4, -8, 16, \dots$ গুণোভর ধারার সাধারণ অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)			
$\textcircled{1} 7$	$\textcircled{2} 4$	$\textcircled{3} 3$	$\textcircled{4} -2$
ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত $= \frac{4}{-2} = -2.$			
৩০. $128 + 64 + 32 + \dots$ ধারাটির পরবর্তী পদ কত? (সহজ)			
$\textcircled{1} 18$	$\textcircled{2} 16$	$\textcircled{3} 14$	$\textcircled{4} 12$
ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত $= \frac{1}{2} \therefore$ পরবর্তী পদ $= 32 \times \frac{1}{2} = 16$			

### বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাঙ্ক

৩১. একটি গুণোভর ধারা—
i. সাধারণ অনুপাত সমান
ii. পদসংখ্যা নির্দিষ্ট না থাকলে একে অনন্ত গুণোভর ধারা বলে
iii. প্রথম পদকে সাধারণত $a$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
$\textcircled{1} i$ ও $ii$
$\textcircled{2} i$ ও $iii$
$\textcircled{3} ii$ ও $iii$
$\textcircled{4} i, ii$ ও $iii$
৩২. $a + a^2 + ar^2 + ar^3$ গুণোভর ধারাভুক্ত হলে—
i. $a$ গুণোভর ধারার প্রথম পদ
ii. $r$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত
iii. ধারাটির পঞ্চম পদ $ar^5$
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
$\textcircled{1} i$ ও $ii$
$\textcircled{2} i$ ও $iii$
$\textcircled{3} ii$ ও $iii$
$\textcircled{4} i, ii$ ও $iii$
৩৩. নিচের তথ্যগুলো লঙ্ঘ কর :
i. $\sqrt{3} - 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \dots$ একটি গুণোভর ধারা
ii. $1 + 3 + 5 + 7$ একটি গুণোভর ধারা
iii. $6 + 12 + 24 + \dots$ একটি গুণোভর ধারা
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
$\textcircled{1} i$ ও $ii$
$\textcircled{2} i$ ও $iii$
$\textcircled{3} ii$ ও $iii$
$\textcircled{4} i, ii$ ও $iii$

### অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাঙ্ক

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪ – ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :			
$6 + 18 + x + y + 486$ গুণোভর ধারাভুক্ত।			
৩৪. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)			
$\textcircled{1} \frac{1}{2}$	$\textcircled{2} 2$	$\textcircled{3} 3$	$\textcircled{4} 4$
ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত $r = \frac{18}{6} = 3.$			
৩৫. $x$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)			
$\textcircled{1} 48$	$\textcircled{2} 54$	$\textcircled{3} 64$	$\textcircled{4} 184$
ব্যাখ্যা : $x =$ ধারাটির তৃতীয় পদ $= ar^{3-1} = 6 \times 3^{3-1} = 6 \times 3^2 = 54$			
৩৬. $y$ এর মান কত? (মধ্যম)			
$\textcircled{1} 162$	$\textcircled{2} 184$	$\textcircled{3} 354$	$\textcircled{4} 481$
ব্যাখ্যা : $y =$ ধারাটির চতুর্থ পদ $= ar^{4-1} = 6 \times 3^3 = 162$			
গুণোভর ধারার সাধারণ পদ			
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নাঙ্ক			

৩৭. একটি গুগোভর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে, ধারাটির n তম পদ কত? (সহজ)

- ar<sup>n</sup>
- ar<sup>2</sup>
- ar<sup>n-1</sup>
- ar<sup>n+1</sup>

৩৮. গুগোভর ধারার সাধারণ পদ নিচের কোনটি? (সহজ)

- প্রথম পদ
- সাধারণ অনুপাত
- n তম পদ
- শেষ পদ

৩৯.  $4 + 12 + 36 + \dots$  ধারার অন্তর্ম পদ কত? (মধ্যম)

- 8748
- 5392
- 4537
- 3257

ব্যাখ্যা : ১ম পদ a = 4.

$$\text{সাধারণ অনুপাত } r = \frac{12}{4} = 3$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 8\text{তম পদ} = 4 \times 3^{8-1} = 4 \times 3^7 = 8748$$

৪০.  $6 + 12 + 24 + \dots + 384$  গুগোভর ধারাটিতে কয়টি পদ রয়েছে? (মধ্যম)

- 7
- 8
- 10
- 12

ব্যাখ্যা :  $ar^{n-1} = 384$  বা,  $6.(2)^{n-1} = 384$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 64 \text{ বা, } 2^{n-1} = 2^6$$

$$\text{বা, } n-1 = 6 \therefore n = 7$$

৪১. কোনো গুগোভর ধারার প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত 2, তৃতীয় পদের মান কত? (কঠিন)

- 4
- 1
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা :  $ar^2 = 1.(2)^2 = 4$

৪২.  $16 - 8 + 4 - 2 + \dots$  ধারাটির ৭ম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $\frac{1}{4}$
- $-\frac{1}{4}$
- $-\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}$

৪৩.  $-\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \dots$  ধারাটির ১১তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $-\sqrt{2}$
- $\sqrt{2}$
- 0
- 2

৪৪.  $-12 + 4 - \frac{4}{3} + \dots$  ধারাটির ষষ্ঠ পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $\frac{4}{81}$
- $-\frac{1}{81}$
- $\frac{1}{81}$
- $-\frac{2}{81}$

৪৫.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$  ধারাটির পঞ্চম পদ কত? (মধ্যম)

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{8}$
- $\frac{1}{16}$
- $\frac{1}{32}$

ব্যাখ্যা : ৫ম পদ =  $ar^{5-1} = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

৪৬. কোনো গুগোভর ধারার প্রথম পদ a ও সাধারণ অনুপাত q হলে পঞ্চম পদ কত? (সহজ)

- ar<sup>3</sup>
- ar<sup>4</sup>
- ar<sup>5</sup>
- ar<sup>6</sup>

৪৭. একটি গুগোভর ধারার প্রথম পদ  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  এবং সাধারণ অনুপাত  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $\sqrt{3}$
- $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা : ধারাটির তৃতীয় পদ =  $ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

### বঙ্গুন্দি সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাগুরু

৪৮.  $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$  একটি গুগোভর ধারা হলে—

- i. a গুগোভর ধারার প্রথম পদ
- ii. r গুগোভর ধারার সাধারণ পদ
- iii. গুগোভর ধারার n তম পদ  $ar^{n-1}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- i ও ii
- i ও iii
- ii ও iii
- i, ii ও iii

৪৯. একটি গুগোভর ধারার প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত  $\frac{1}{3}$  হলে—

- i. ধারার তৃতীয় পদ  $\frac{1}{9}$
- ii. ধারাটির পঞ্চম পদ  $\frac{1}{81}$
- iii. ধারাটি হবে  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- i ও ii
- i ও iii
- ii ও iii
- i, ii ও iii

৫০. গুগোভর ধারার প্রথম পদ 1 হলে—

- i. সাধারণ পদ  $r^{n-1}$
- ii. পঞ্চম পদ  $r^4$
- iii. দশম পদ  $2r^{10}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- i ও ii
- i ও iii
- ii ও iii
- i, ii ও iii

### অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাগুরু

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫১ – ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r

৫১. ধারাটির চতুর্থ পদ –2 হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ar<sup>3</sup> = –2
- $\frac{a(r^{n-1}-1)}{r-1} = -2$
- ar<sup>4</sup> = 2
- $\frac{a(1-r^{n-1})}{1-r} = -2$

৫২. নবম পদ  $8\sqrt{2}$  হলে  $r = ?$  (কঠিন)

- $\sqrt{2}$
- $-\sqrt{2}$
- 2
- 2

ব্যাখ্যা :  $ar^{9-1} = 8\sqrt{2}$  বা,  $ar^8 = 8\sqrt{2}$

$$\therefore \frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2} \text{ বা, } r^2 = -4\sqrt{2} = (-\sqrt{2})^5 \text{ বা, } r = -\sqrt{2}$$

৫৩. 14 তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $-2^7$
- $2^7$
- $-2^6$
- $2^6$

ব্যাখ্যা : 14 তম পদ =  $ar^{n-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2})^{13} = 2^6$

### গুগোভর ধারার সমষ্টি নির্ণয়

#### সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নাগুরু

৫৪. গুগোভর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত  $r > 1$  হলে, সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (সহজ)

- $\frac{a(r^n-1)}{1-r}$
- $\frac{a(r^n-1)}{1+r}$
- $\frac{a(r^n-1)}{r-1}$
- $\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

৫৫. গুগোভর ধারার সাধারণ অনুপাত  $r < 1$  হলে, সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (সহজ)

- $\frac{a(r^n-1)}{1-r}$
- $\frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$
- $\frac{a(r^n+1)}{1+r}$
- $\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

৫৬.  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$  ধারাটির দশটি পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)  
 -1       0       1       2
৫৭. একটি ধারার প্রথম পদ  $\sqrt{3}$  এবং সাধারণ অনুপাত -1 হলে  $2n$  সংখ্যক পদের যোগফল কত? (মধ্যম)  
  $\sqrt{3}$        1       0        $-\sqrt{3}$   
 ব্যাখ্যা : ধারাটি  $\sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \dots$   
 জোড় সংখ্যক পদের যোগফল = 0, বিজোড় সংখ্যার পদের যোগফল =  $\sqrt{3}$ .
৫৮.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$  ধারার প্রথম তিনটি পদের যোগফল কত? (মধ্যম)  
  $\frac{7}{8}$         $\frac{6}{8}$         $\frac{5}{8}$         $\frac{1}{8}$
৫৯.  $3 - 3 + 3 - 3 + \dots$  ধারাটির  $(2n+1)$  তম পদের সমষ্টি কত?  
 -3       3       2       0
৬০. প্রথম পদ = 5 এবং সাধারণ অনুপাত = 1 হলে 10টি পদের যোগফল নিচের কোনটি?  
 5       15       45       50  
 ব্যাখ্যা :  $S = 5 \times 10 = 50$  [ $\because r = 1$ ]

### বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬১. কোনো ধারার 8টি পদের সমষ্টি  $5 \times (16 - 1)$  হলে—  
 i. ধারাটির প্রথম পদ 16  
 ii. ধারাটির সাধারণ অনুপাত  $\sqrt{2}$   
 iii. ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি 155  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 i ও ii       i ও iii       ii ও iii       i, ii ও iii
৬২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :  
 i. গুণোত্তর ধারার  $n$  পদের সমষ্টি  $\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ ; [ $r > 1$ ]  
 ii. গুণোত্তর ধারার  $n$  পদের সমষ্টি  $\frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$ ; [ $r < 1$ ]  
 iii.  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$  গুণোত্তর ধারার  $(2n+1)$  পদের সমষ্টি -1  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 i ও ii       i ও iii       ii ও iii       i, ii ও iii

### অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

- নিচের তথ্যের আলোকে ৬৩ ও ৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :  
 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$
৬৩. ধারাটির বৃষ্টি ও সম্মত পদের যোগফল কত?  
 (কঠিন)
৭১.  $\frac{1}{\sqrt{3}}, -1, \sqrt{3} \dots$  এর পরবর্তী পদটি কী হবে?  
  $-3\sqrt{3}$         $3\sqrt{3}$         $\sqrt{3}$        -3
৭২. গুণোত্তর ধারার 1ম পদ 2, সাধারণ অনুপাত 2 হলে, 1ম পাচটি পদের সমষ্টি কত?  
 62       30       -30       -62
৭৩.  $x + y + z + w + \dots$  ধারাটি গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, নিচের কোনটি সঠিক?  
 সঠিক ?

- $\frac{2}{729}$         $\frac{4}{729}$         $\frac{3}{243}$         $\frac{7}{729}$

ব্যাখ্যা : বৃষ্টিপদ =  $ar^{6-1} = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{3^5}$

$\therefore$  সম্মত পদ =  $ar^{7-1} = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{3^6}$

$\therefore$  যোগফল =  $\frac{1}{3^5} + \frac{1}{3^6} = \frac{1}{3^5} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3 \cdot 3^5} = \frac{4}{729}$

৬৪. ধারাটির প্রথম পাচটি পদের সমষ্টি কত?  
 (কঠিন)

- $\frac{1}{121}$         $\frac{81}{121}$         $\frac{119}{81}$         $\frac{121}{81}$

ব্যাখ্যা : এখানে,  $a = 1, r = \frac{1}{3} < 1, n = 5$

$$\text{সমষ্টি} = S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = \frac{1 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^5 \right\}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{1}{243}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{242}{243}}{\frac{2}{3}} = \frac{242}{243} \times \frac{3}{2} = \frac{121}{81}.$$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৫ – ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^7} \text{ একটি ধারা।}$$

৬৫. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?  
 (মধ্যম)

- $\frac{1}{2}$         $\frac{1}{3}$   
  $\frac{1}{4}$        2

৬৬. ধারাটির বৃষ্টি পদ কত?  
 (মধ্যম)

- $\frac{1}{10}$         $\frac{1}{32}$   
  $\frac{1}{20}$         $\frac{2}{7}$

৬৭. ধারাটির 3টি পদের সমষ্টি কত?  
 (মধ্যম)

- $\frac{7}{3}$         $\frac{3}{2}$         $\frac{7}{4}$        1

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৮ – ৭০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$4 - 4 + 4 - 4 + \dots \text{একটি গুণোত্তর ধারা।}$$

৬৮. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?  
 (মধ্যম)

- 0       -1       1       2

৬৯. ধারাটির  $2n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?  
 (মধ্যম)

- 0       2       3       4

৭০. ধারাটির  $(2n+1)$  সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?  
 (মধ্যম)

- 2       3       4       6

### নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

$$\bullet \frac{y}{x} = \frac{w}{z} \quad \text{বা } y - x = w - z$$

$$\text{বা } \frac{x}{y} = \frac{w}{z} \quad \text{বা } x - y = z - w$$

৭৮.  $x + y + z + \dots$  গুণোত্তর ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

$$\bullet x \quad \text{বা } y \quad \text{বা } z \quad \bullet \frac{z}{y}$$

৭৫. কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত 2, তৃতীয় পদের মান কত?

ক ১/৪	গ ১/২	ঠ ১	● ৪
৭৬. $3 + x + y + 24$ গুণোভর ধারা হলে $(x, y) = ?$			
ক (4, 8)	গ (10, 15)	● (6, 12)	ঠ (9, 18)
৭৭. $2, -4, 8, -16, \dots$ অনুক্রমটির পরের পদটি কত?			
ক -32	গ 16	ঠ 24	● 32
৭৮. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 =$ কত?			
ক 55	গ 110	● 385	ঠ 3025
৭৯. n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার—			
i. সমষ্টি = $\frac{n(n+1)}{2}$			
ii. বর্গের সমষ্টি = $\frac{n(n+1)}{6}$			
iii. ঘনের সমষ্টি = $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$			
নিচের কোনটি সঠিক?			
ক i ও ii	● i ও iii	ঠ ii ও iii	● i, ii ও iii
৮০. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ ধারাটির—			
i. $2n$ সংখ্যক পদের সমষ্টি 1			
ii. $2n + 1$ সংখ্যক পদের সমষ্টি 1			

- iii. পদসংখ্যা অসীম  
নিচের কোনটি সঠিক?  
ক i ও ii      গ i ও iii      ● ii ও iii      ঠ i, ii ও iii

৮১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :  
i.  $S_n = \frac{a(q^n-1)}{q-1}$  [ $q > 1$ ]  
ii.  $S_n = \frac{a(1-q^n)}{q-1}$  [ $q = 1$ ]  
iii.  $S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$  [ $q < 1$ ]  
নিচের কোনটি সঠিক?  
ক i ও ii      ● i ও iii      গ ii ও iii      ঠ i, ii ও iii

- নিচের তথ্যের আলোকে ৮২ ও ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :  
 $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$

৮২. ধারাটির সাধারণ অন্তর নিচের কোনটি?  
●  $\log 3$       গ  $\log 9$       ঠ  $2 \log 3$       ক  $3 \log 3$   
৮৩. ধারাটির 10 তম পদ কত?  
ক  $\log 1000$       গ  $\log 900$       ঠ  $\log 72900$       ●  $\log 59049$

## এ অধ্যায়ের পাঠ সমন্বিত অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নাওর

### বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাওর

৮৪. i.  $2a+d+(2a+2d)+(3a+3d)+\dots$  ধারাটির সাধারণ অন্তর d  
ii. সমান্তর ধারার 15টি পদের সমষ্টি 225 হলে অষ্টম পদটি 15  
iii. সমান্তর ধারার n সংখ্যাক পদের সমষ্টি  $\frac{n}{2}(1\text{ম পদ} + \text{শেষ পদ})$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii      ● ii ও iii      ঠ i ও iii      ক i, ii ও iii

৮৫. i.  $1\text{ম } n$  সংখ্যক বিজোড় সংখ্যাক পদের সমষ্টি  $n^2$

- ii.  $2(1+2+3+\dots+n$  সংখ্যক পদ) =  $n^2 + n$

- iii.  $1\text{ম } n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি 10 হলে  $n^2 + n - 20 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii      গ ii ও iii      ঠ i ও iii      ● i, ii ও iii

৮৬. i. সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে পদ সংখ্যা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা

- ii.  $1\text{ম পদ } a$  ও সাধারণ অন্তর d হলে সমান্তর ধারার 8<sup>র্থ</sup> পদ  $(a + 3d)$

- iii.  $3 + 7 + 11 = \dots$  ধারাটির ৫ম পদ 19

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii      গ ii ও iii      ঠ i ও iii      ● i, ii ও iii

৮৭. i. সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে সাধারণ অন্তর ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে

- ii.  $2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3} + \dots$  একটি সমান্তর ধারা =  $n^2 + n$

- iii. কোনো ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি  $n(2n + 1)$  হলে ১ম 2টি পদের সমষ্টি 10

### নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক i ও ii      গ ii ও iii      ● i ও iii      ঠ i, ii ও iii

### অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নাওর

- নিচের তথ্যের আলোকে ৮৮ – ৯০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77

৮৮. প্রদত্ত পদ a ও সাধারণ অন্তর d হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- $a + 11d = 77$       গ  $11d + a = 77$   
ক  $a + 10d = 77$       ঠ  $10d + a = 77$

৮৯. ধারাটির প্রথম 23টি পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

- ক 1372      ● 1771      গ 2129      ঠ 2379

৯০. ধারাটির প্রথম পদ 11 হলে সাধারণ অন্তর কত? (মধ্যম)

- ক 4      গ 5      ● 6      ঠ 7

- নিচের তথ্যের আলোকে ৯১ ও ৯২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি গুণোভর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত

r ধারাটির পঞ্চম পদ =  $a + 12r - 12$

৯১. ধারাটির পঞ্চম পদ কত?

- ক  $ar^3$       ●  $ar^4$       গ  $ar^5$       ঠ  $ar^6$

৯২. ধারাটির ১ম ৪টি পদের সমষ্টি কত?

- $\frac{a(r^4-1)}{r-1}$       গ  $\frac{a(r^4-1)}{r^2-1}$       ঠ  $\frac{a(r^5-1)}{r-1}$       ক  $\frac{a(r^4-1)}{r+1}$

প্রশ্ন-১ >  $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$

- ক. ইহা কোন ধরনের ধারা? ২  
 খ. ধারার পঞ্চম ও দশম পদ নির্ণয় কর। ৮  
 গ. ধারার প্রথম বারাটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

►◀ ১নং প্রশ্নের সমাধান ◀►

ক. দেওয়া আছে,  $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots = \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \dots = \log 3 + 2 \log 3 + 3 \log 3 + \dots$

এখানে, প্রথম পদ =  $\log 3$   
 দ্বিতীয় পদ =  $2 \log 3$   
 তৃতীয় পদ =  $3 \log 3$

এখানে, দ্বিতীয় পদ - প্রথম পদ =  $2 \log 3 - \log 3 = \log 3$

তৃতীয় পদ - দ্বিতীয় পদ =  $3 \log 3 - 2 \log 3 = \log 3$

∴ ধারাটি সমান্তর ধারা। (Ans.)

খ. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ,  $a = \log 3$

সাধারণ অন্তর,  $d = \log 3$

আমরা জানি,

সমান্তর ধারার  $n$  তম পদ =  $a + (n - 1)d$ .

∴ ধারাটির পঞ্চম ( $n = 5$ ) পদ =  $\log 3 + (5 - 1) \log 3 = \log 3 + 4 \log 3 = 5 \log 3$ . (Ans.)

আবার, ধারাটির দশম ( $n = 10$ ) পদ =  $\log 3 + (10 - 1) \log 3 = \log 3 + 9 \log 3 = 10 \log 3$ . (Ans.)

গ. আমরা জানি,

সমান্তর ধারার প্রথম  $n$  তম পদের সমষ্টি  $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

∴ ধারাটির প্রথম বারোটি ( $n = 12$ ) পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{12}{2} \{2 \log 3 + (12 - 1) \log 3\} \\ &= 6 \{(2 \log 3 + 11 \log 3\} \\ &= 6 \times 13 \log 3 \\ &= 78 \log 3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-২ > একটি গুগোভর ধারার অষ্টম পদ -27 এবং একাদশ পদ  $81\sqrt{3}$

- ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২  
 খ. ধারাটির 14 তম পদ নির্ণয় কর। ৮  
 গ. ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

►◀ ২নং প্রশ্নের সমাধান ◀►

ক. মনে করি, গুগোভর ধারার প্রথম পদ =  $a$

সাধারণ অনুপাত =  $r$

আমরা জানি, গুগোভর ধারার  $n$  তম পদ =  $ar^{n-1}$

শর্তানুসারে, গুগোভর ধারার অষ্টম পদ =  $ar^7-1$

∴  $ar^7 = -27$  ..... (i)

এবং গুগোভর ধারার একাদশ পদ =  $ar^{10} = 81\sqrt{3}$  ..... (ii)

খ. ক অংশ থেকে প্রাপ্ত সমীকরণের (ii) নং কে (i) নং ধারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^{10}}{ar^7} = \frac{81\sqrt{3}}{-27}$$

বা,  $r^3 = q^{10-7} = -3\sqrt{3}$

বা,  $r^3 = -3\sqrt{3}$

বা,  $r^3 = (-\sqrt{3})^3$

∴  $r = -\sqrt{3}$

এখন  $r$  এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$a(-\sqrt{3})^{10} = 81\sqrt{3}$

বা,  $a(\sqrt{3})^{10} = 81\sqrt{3}$

বা,  $a = \frac{81\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^{10}} = \frac{(\sqrt{3})^9}{(\sqrt{3})^{10}}$

∴  $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ধারাটির 14 তম পদ =  $ar^{14-1}E$ ,  $ar^{13}$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} (-\sqrt{3})^{13} = \frac{\sqrt{(-3)^{13}}}{\sqrt{3}}$$

= -729 (Ans.)

গ. ‘খ’ অংশ হতে প্রাপ্ত,  $a = \sqrt{3}$  এবং  $r = \sqrt{3} < 1$

∴ ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি,  $S_{10} = \frac{a(1 - r^{10})}{1 - r}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{3} \{1 - (-\sqrt{3})^{10}\}}{1 - (-\sqrt{3})} \\ &= \frac{\sqrt{3} (1 - (\sqrt{3})^{10})}{1 + \sqrt{3}} \\ &= -153.421 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৩ >  $6 + x + y + z + 96 + \dots$  একটি গুগোভর ধারা

ক. সমান্তর ধারা ও অনুকূম এর মধ্যে দুইটি পার্থক্য লিখ। ২

খ.  $x, y$  এবং  $z$  এর মান নির্ণয় কর। ৮

গ. উদ্দীপকের ধারাটি লেখ। ধারাটির প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি 3066 হলে,  $n$  এর মান কত? ৮

►◀ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ◀►

ক. নিম্নে সমান্তর ধারা ও অনুকূম এর মধ্যে দুইটি পার্থক্য উল্লেখ করা হলো :

সমান্তর ধারা	অনুকূম
১। কোনো ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সবসময় সমান হয়, তাকে সমান্তর ধারা বলে।	১। কতকগুলো রাশিকে যদি বিশেষ নিয়মে সাজানো হয় যেন তাদের পূর্বপদ ওপরের পদের মধ্যকার সম্পর্ক জানা যায় তাহলে তাকে অনুকূম বলে।
২। সমান্তর ধারার পদগুলো পরস্পর গাণিতিক যোগ বা বিয়োগ চিহ্ন দ্বারা যুক্ত থাকে।	২। অনুকূমের পদগুলো কোনোরূপ গাণিতিক চিহ্ন দ্বারা যুক্ত থাকে না।
৩। দেওয়া আছে, $6 + x + y + z + 96 + \dots$ মনে করি, ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = k$	এখন, গুগোভর ধারা শর্তানুসারে
$\frac{x}{6} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \dots = k$	$\frac{6}{x} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \dots = k$

খ. দেওয়া আছে,  $6 + x + y + z + 96 + \dots$

মনে করি, ধারাটির সাধারণ অনুপাত,  $r = k$

এখন, গুগোভর ধারা শর্তানুসারে

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \dots = k$$

∴  $x = 6k$



∴ ধারাটির 11-তম পদের মান  $16\sqrt{2}$

গ.  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}, r = -\sqrt{2} [\because r < 1]$

আমরা জানি, ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{1 - (-\sqrt{2})^{12}\}}{1 - (-\sqrt{2})} [\because n = 12]$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 64)}{1 + \sqrt{2}} = \frac{-63}{\sqrt{2} (1 + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{-63}{2 + \sqrt{2}} = \frac{-63(2 - \sqrt{2})}{4 - 2} = \frac{63(\sqrt{2} - 2)}{2} \text{(Ans.)}$$

প্রশ্ন-৬ ► একটি গুগোত্তর ধারার ৬ষ্ঠ পদ 96 এবং দশম পদ 1536.



ক. ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত q ধরে তথ্যটিকে ২টি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

গ. ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল 3069 হলে n এর মান নির্ণয় কর।

#### ► ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক. ধরি, ধারাটির ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত q

$$৬ষ্ঠ পদ = aq^{6-1} = aq^5$$

$$১০ম পদ = aq^{10-1} = aq^9$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } aq^5 = 96 \dots \text{(i)}$$

$$aq^9 = 1536 \dots \text{(ii)}$$

খ. (ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{aq^9}{aq^5} = \frac{1536}{96}$$

$$\text{বা, } q^{9-5} = 16$$

$$\text{বা, } q^4 = 2^4$$

$$\therefore q = 2$$

(i) নং এ q এর মান বসিয়ে পাই,

$$a \cdot 2^5 = 96$$

$$\text{বা, } a = \frac{96}{32}$$

$$\therefore a = 3$$

এখন, ধারাটির অষ্টম পদ =  $aq^{8-1} = 3 \times 2^7 = 3 \times 128 = 384$  (Ans.)

গ. ১ম পদ a = 3

সাধারণ অনুপাত q = 2

n সংখ্যক পদের যোগফল  $S_n = 3069$

$$\text{এখন, } S_n = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$\text{বা, } 3069 = 3 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1}$$

$$\text{বা, } 1023 = 2^n - 1$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 1023$$

$$\text{বা, } 2^n = 1023 + 1$$

$$\text{বা, } 2^n = 1024$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^{10}$$

$$\therefore n = 10 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৭ ► রনি সাহেব একটি বাগান করার জন্য কিছু গাছ লাগাবে। সে ঠিক করল যে প্রথম দিনে 2টি, দ্বিতীয় দিনে 4টি এভাবে পরবর্তী দিনগুলোতে পূর্বের দিনের দিগ্ধুণ হারে গাছ লাগাবে।



ক. রনি সাহেবের গাছ লাগানো ধারায় প্রকাশ কর।

২

খ. রনি সাহেব কোন দিনে 128টি গাছ লাগাবে?

৮

গ. কত দিনে রনি সাহেব মোট 102টি গাছ লাগাবে?

৮

#### ► ৬ নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক. ১ম দিন গাছ লাগান 2টি

২য় দিন গাছ লাগান 4টি

তৃতীয় দিন গাছ লাগান 8টি

$\therefore$  নির্ণেয় ধারা  $2 + 4 + 8 + \dots$

খ. ‘ক’ হতে প্রাপ্ত  $2 + 4 + 8 + \dots$

ধারাটি গুগোত্তর ধারা

ধারাটির ১ম পদ,  $a = 2$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত,  $r = 2$

মনে করি, n তম পদ = 128

আমরা জানি,

$$n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{শর্তমতে, } ar^{n-1} = 128$$

$$\text{বা, } 2 \cdot 2^{n-1} = 128$$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 64$$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 2^6$$

$$\text{বা, } n-1 = 6$$

$$\therefore n = 6 + 1 = 7$$

৭ম দিন। (Ans.)

গ. ‘খ’ হতে প্রাপ্ত

ধারাটির ১ম পদ a = 2

ধারাটির সাধারণ অনুপাত r = 2

মনে করি, n তম পদের সমষ্টি = 1022

আমরা জানি, n তম পদের সমষ্টি =  $\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 1022$$

$$\text{বা, } 2(2^n - 1) = 1022$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 511$$

$$\text{বা, } 2^n = 512$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^9$$

$$\therefore n = 9$$

$\therefore$  রনি সাহেব 9 দিনে 1022টি গাছ লাগাবেন। (Ans.)

#### প্রশ্ন-৮ ► 3 + 5 + 7 + 9 + .....

ক. প্রদত্ত ধারাটির কোন পদ 303?

২

খ. প্রদত্ত ধারাটি n সংখ্যক পদের সমষ্টি 323 হলে n এর মান নির্ণয় কর।

৮

গ. ধারাটি গুগোত্তর ধারাভুক্ত হলে এর ৪র্থ পদের মান হয়

192। গুগোত্তর ধারার ২য় ও ৩য় পদের মান নির্ণয় করে এর প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

8

►◀ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. এখানে, প্রথম পদ,  $a = 3$

সাধারণ অন্তর,  $d = \text{যতীয় পদ} - \text{প্রথম পদ} = 5 - 3 = 2$

ইহা একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির  $n$ -তম পদ = 303

$$\text{বা, } a + (n - 1)d = 303$$

$$\text{বা, } 3 + (n - 1) \times 2 = 303$$

$$\text{বা, } 3 + 2n - 2 = 303$$

$$\text{বা, } 1 + 2n = 303$$

$$\text{বা, } 2n = 303 - 1$$

$$\text{বা, } 2n = 302$$

$$\therefore n = 151$$

∴ ধারাটির 151তম পদ 303. (Ans.)

খ. ‘ক’ হতে পাই, প্রথম পদ  $a = 3$  এবং সাধারণ অন্তর,  $d = 2$

এখানে,  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,  $S_n = 323$

$$\text{বা, } \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\} = 323$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2}\{2 + 3 + (n - 1) \times 2\} = 323$$

$$\text{বা, } n(6 + 2n - 2) = 646$$

$$\text{বা, } n(4 + 2n) = 646$$

$$\text{বা, } 4n + 2n^2 = 646$$

$$\text{বা, } 2n + n^2 = 323 \quad [\text{উভয় পক্ষকে } 2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } n^2 + 2n - 323 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 19n - 17n - 323 = 0$$

$$\text{বা, } n(n + 19) - 17(n + 19) = 0$$

$$\text{বা, } (n + 19)(n - 17) = 0$$

$$\text{হয়, } n + 19 = 0 \quad \text{অথবা, } n - 17 = 0$$

$$\text{বা, } n = -19 \quad \text{বা, } n = 17$$

[ইহা গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ পদসংখ্যা খণ্ডাত্মক হতে পারে না]

নির্ণেয় মান :  $n = 17$  (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, ৪র্থ পদ = 192

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 3$  এবং পদ সংখ্যা,  $n = 4$

ধরি, সাধারণ অনুপাত =  $r$

আমরা জানি,  $n$ -তম পদ =  $ar^{n-1}$

$$\therefore ar^{n-1} = 192$$

$$\text{বা, } 3 \times r^{4-1} = 192$$

$$\text{বা, } 3r^3 = 192$$

$$\text{বা, } r^3 = 64$$

$$\text{বা, } r = \sqrt[3]{64} \quad [\text{ঘনমূল করে}]$$

$$\therefore r = 4$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 2\text{য় পদ} = ar^{n-1} = 3 \times (4)^{2-1} = 3 \times 4 = 12$$

এবং ধারাটির ৩য় পদ =  $ar^{n-1}$

$$= 3 \times (4)^{3-1}$$

$$= 3 \times 4^2$$

$$= 3 \times 16$$

$$= 48$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{12}{3} = 4 > 1$$

$$\text{আমরা জানি, গুগোত্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি } S_7 = \frac{3(4^7 - 1)}{4 - 1}$$

$$= \frac{3(16384 - 1)}{3}$$

$$= 16383 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-৯ ▶ একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ  $4n - 2$ , ( $n \in \mathbb{N}$ )

ক. অনুক্রমটি লেখ।

২

খ. ধারাটি গঠন করে ধারাটির কত তম পদ 186.

৮

গ. অনুক্রমের প্রথম সংখ্যাটিকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

৮

►◀ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, অনুক্রমের সাধারণ পদ  $4n - 2$

$$\therefore n \in \mathbb{N}$$

$\therefore n = 1, 2, 3, 4, \dots, \dots$  বসিয়ে পাই।

$$n = 1 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 1 - 2 = 2$$

$$n = 2 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 2 - 2 = 6$$

$$n = 3 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 10$$

$$n = 4 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 4 - 2 = 14$$

$$n = n \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot n - 2 = 4n - 2$$

$$\text{অনুক্রমটি হলো } 2, 6, 10, 14, \dots, 4n - 2$$

খ. দেওয়া আছে, অনুক্রমের সাধারণ পদ  $4n - 2$

$$\therefore n \in \mathbb{N}$$

$\therefore n = 1, 2, 3, 4, \dots, \dots$  বসিয়ে পাই।

$$n = 1 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 1 - 2 = 2$$

$$n = 2 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 2 - 2 = 6$$

$$n = 3 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 10$$

$$n = 4 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 4 - 2 = 14$$

$$n = n \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot n - 2 = 4n - 2$$

$$\text{ধারাটি হলো } 2 + 6 + 10 + 14 + \dots + (4n - 2)$$

মনে করি, ধারাটির  $n$ -তম পদ 186

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + (n - 1)d = 186$$

এখানে,  $a = 2$

$$\text{বা, } 2 + (n - 1)4 = 186$$

$$d = 6 - 2 = 4$$

$$\text{বা, } 2 + 4n - 4 = 186$$

$$n = ?$$

$$\text{বা, } 4n - 2 = 186$$

$$\text{বা, } 4n = 186 + 2$$

$$\text{বা, } n = \frac{188}{4}$$

$$\therefore n = 47$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 47\text{তম পদ } 186 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, প্রথম পদ,  $a = 2$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = 4$$

$$\text{এবং পদ সংখ্যা, } n = 10$$

আমরা জানি, গুগোত্তর ধারার  $n$  পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned} & \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} [\text{যখন } r > 1] \\ & = \frac{2(4^{10} - 1)}{4 - 1} = \frac{2(1048576 - 1)}{3} \\ & = \frac{2 \times 1048575}{3} = 69,050 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

**প্রশ্ন-১০** ▶ প্রতীক ও প্রতীম মার্বেল নিয়ে খেলতে বসল। তারা প্রথমে একটি পাত্রে ৬টি মার্বেল রাখল। ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পাত্রে মার্বেল সংখ্যা হলো  $m$ ,  $n$  এবং 162টি।

- ক. তথ্যানুসারে ধারাটি লিখে সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ. উপর্যুক্ত সূত্র প্রয়োগ করে ২য় ও ৩য় পাত্রের মার্বেল সংখ্যা নির্ণয় কর এবং ধারাটির পূর্ণরূপ লিখ। ৮
- গ. 162 কে প্রথম পদ ধরে ধারাটি বিপরীত করে লিখে একটি নতুন ধারা তৈরি করা হলে যার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি 242।  $n$  এর মান বের কর। [উপর্যুক্ত সমষ্টির সূত্র প্রয়োগ আবশ্যিক।] ৮

#### ►► ১০নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. দেওয়া আছে প্রথম পাত্রের মার্বেল সংখ্যা ৬টি এবং ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পাত্রের মার্বেল সংখ্যা যথাক্রমে  $m$ ,  $n$  এবং 162টি।

$$\therefore \text{ধারাটি}, 6 + m + n + 162 + \dots$$

$$\text{এখানে, } 1\text{ম পদ, } a = 6$$

$$\text{ধারি, সাধারণ অনুপাত} = r$$

$$\text{আমরা জানি, } n \text{ তম} = ar^{n-1}$$

$$\therefore 8\text{র্থ পদ} = ar^{4-1}$$

$$\text{বা, } 162 = 6r^3$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{162}{6}$$

$$\text{বা, } r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3$$

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত} 3 \text{ (Ans.)}$$

খ. ‘ক’ হতে পাই, ধারাটি,  $6 + m + n + 162 + \dots$

$$\text{এখানে, } 1\text{ম পদ, } a = 6$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = 3 \text{ ['ক' হতে]}$$

$$\text{আমরা জানি, গুগোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 2\text{য় পদ} = 6 \cdot 3^{2-1}$$

$$\text{বা, } m = 6.3$$

$$\therefore m = 18$$

$$\text{এবং ধারাটির } 3\text{য় পদ} = 6 \cdot 3^{3-1}$$

$$\text{বা, } n = 6 \cdot 3^2$$

$$\text{বা, } n = 6.9$$

$$\therefore n = 54$$

$$\therefore 2\text{য় ও } 3\text{য় পাত্রের মার্বেল সংখ্যা যথাক্রমে } 18\text{টি ও } 54\text{টি}$$

$$\text{এবং ধারাটির পূর্ণরূপ } 6 + 18 + 54 + 162 + \dots \text{ (Ans.)}$$

গ. ‘খ’ হতে পাই, ধারাটির পূর্ণরূপ  $6 + 18 + 54 + 162 + \dots$  ধারাটিকে বিপরীতকরে লিখলে পাই,

$$162 + 54 + 18 + 6 + \dots$$

$$\text{এখানে, } 1\text{ম পদ, } a = 162$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{54}{162} = \frac{1}{3} < 1$$

আমরা জানি, গুগোত্তর ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, r < 1$$

এখানে, ধারাটির  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি = 242

$$\text{বা, } \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = 242$$

$$\text{বা, } \frac{162 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right\}}{1 - \frac{1}{3}} = 242$$

$$\text{বা, } \frac{162 \left( 1 - \frac{1}{3^n} \right)}{\frac{2}{3}} = 242$$

$$\text{বা, } 162 \left( 1 - \frac{1}{3^n} \right) \times \frac{3}{2} = 242$$

$$\text{বা, } \left( 1 - \frac{1}{3^n} \right) \times 243 = 242$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{1}{3^n} = \frac{242}{243}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{3^n} = 1 - \frac{242}{243}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{3^n} = \frac{1}{243}$$

$$\text{বা, } 3^n = 3^5$$

$$\therefore n = 5 \text{ (Ans.)}$$

### অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

**প্রশ্ন-১১** ▶ একটি গুগোত্তর ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অনুপাত - 1.

- ক. গুগোত্তর ধারার  $n$ -তম পদ নির্ণয়ের সূত্র লেখ। ২
- খ. গুগোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৮
- গ. ধারাটির 30 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

#### ►► ১১নং প্রশ্নের সমাধান ►►

ক. কোনো গুগোত্তর ধারার প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অনুপাত  $r$  হলে, গুগোত্তর ধারার  $n$ -তম পদ =  $ar^{n-1}$ .

খ. এখানে, প্রথম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = -1$

অতএব, দ্বিতীয় পদ =  $ar^{2-1} = ar = 2(-1) = -2$

তৃতীয় পদ =  $ar^{3-1} = ar^2 = 2(-1)^2 = 2$

চতুর্থ পদ =  $ar^{4-1} = ar^3 = 2(-1)^3 = -2$

.....

.....

নির্ণয় ধারাটি  $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$

গ. ‘খ’ হতে প্রাপ্ত, গুণোভর ধারা,  $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$

ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = -1 < 1$

পদসংখ্যা,  $n = 30$

$$\therefore \text{প্রথম } 30 \text{ পদের সমষ্টি}, S_{30} = \frac{a(1 - r^{30})}{1 - r}$$

$$= \frac{3\{1 - (-1)^{30}\}}{1 - (-1)} = \frac{3(1 - 1)}{1 + 1} = \frac{3 \times 0}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$\therefore$  ধারাটির 30 পদের সমষ্টি 0.

**প্রশ্ন-১২** ▶ ‘ক’ তার ছেলেকে স্কুলে নেয়া-আনার জন্য এক ব্যক্তিকে ১লা এপ্রিল থেকে এক মাসের জন্য নিয়োগ করলেন। তার পারিপ্রামিক ঠিক করা হলো ১ম দিন এক পয়সা, দ্বিতীয় দিন ১ম দিনের দিগ্ধুণ, ৩য় দিন ২য় দিনের দিগ্ধুণ এভাবে বাড়তে থাকবে।

- |   |
|---|
| <p>ক. এই ব্যক্তি দ্বিতীয় ও তৃতীয় দিনে মোট কত টাকা পাবে? ২</p> <p>খ. প্রথম পাঁচ দিনের টাকার পরিমাণ থেকে দেখাও যে,<br/>প্রাপ্ত টাকার পরিমাণ গুণোভর সঙ্গীম ধারা। ৮</p> <p>গ. ধারাটি লেখ এবং সাঙ্গাহিক ছুটির দিনসহ এই ব্যক্তি এক<br/>মাস পর কত টাকা পাবে? ৮</p> |
|---|

#### ► ১২নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক. ১ম দিনে পায় = 0.01 টাকা

$$2\text{য় দিনে পায়} = (0.01 \times 2) \text{ টাকা} = 0.02 \text{ টাকা}$$

$$3\text{য় দিনে পায়} = (0.02 \times 2) \text{ টাকা} = 0.04 \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} \text{দ্বিতীয় ও তৃতীয় দিনে মোট পায়} &= (0.02 + 0.04) \text{ টাকা} \\ &= 0.06 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$\therefore$  সে মোট 0.06 টাকা পাবে।

খ. ‘ক’ অংশ হতে প্রাপ্ত,

$$1\text{ম দিনে পায়} = 0.01 \text{ টাকা}$$

২য় দিনে পায় = 0.02 টাকা

৩য় দিনে পায় = 0.04 টাকা

এখন, চতুর্থ দিনে পায় =  $(0.04 \times 2)$  টাকা = 0.08 টাকা

এবং পঞ্চম দিনে পায় =  $(0.08 \times 2)$  টাকা = 0.16 টাকা

$$\text{সাধারণ অনুপাত } r = \frac{0.02}{0.01} = \frac{0.04}{0.02} = \frac{0.16}{0.08} = 2$$

এখানে, যেকোনো দিনের টাকাকে তার পূর্ববর্তী দিনের টাকার পরিমাণ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল সর্বদা সমান।

আবার ধারাটির পদসংখ্যা নির্দিষ্ট সুতরাং এটি একটি গুণোভর সঙ্গীম ধারা। (দেখানো হলো)

গ. এই ব্যক্তি প্রথম দিন পায় = 0.01 টাকা

$$2\text{য় দিন পায়} = 0.02 \text{ টাকা}$$

$$3\text{য় দিন পায়} = 0.04 \text{ টাকা}$$

$$4\text{য় দিন পায়} = 0.08 \text{ টাকা}$$

এপ্রিল মাস = 30 দিন

$$\text{তাহলে, ধারাটি হবে, } 0.01 + 0.02 + 0.04 + 0.08 + \dots$$

এখানে ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 0.01$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{0.02}{0.01} = 2 [r > 1]$$

পদসংখ্যা,  $n = 30$

এক মাস পর এই ব্যক্তি পাবেন =  $S_n$  টাকা

$$\text{আমরা জানি, } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} [\because r > 1]$$

$$= \frac{0.01(2^{30} - 1)}{2 - 1} = \frac{0.01(2^{30} - 1)}{1}$$

$$= \frac{2^{30} - 1}{100} = 10737418.23$$

$\therefore$  এই ব্যক্তি এক মাস পর পাবেন 10737418.23 টাকা।

#### অতিরিক্ত সূজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

**প্রশ্ন-১৩** ▶  $5 + x + y + z + 405$  এটি একটি গুণোভর ধারা।

?

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্বিগ্নক হতে  $x, y$  ও  $z$  এর মান নির্ণয় কর। ৮

গ. ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

#### ► ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক.  $5 + x + y + z + 405$  একটি গুণোভর ধারা।

ধারাটির ১ম পদ,  $a = 5$ , সাধারণ অনুপাত =  $r$

$$\therefore \text{ধারাটির পঞ্চম পদ} = ar^5 - 1 = 5.r^4$$

প্রশ্নমতে,  $5r^4 = 405$

$$\text{বা, } r^4 = 81$$

$$\text{বা, } r^4 = 3^4$$

$$\therefore r = \pm 3$$

$$\therefore \text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত } r = \pm 3$$

খ. যেহেতু ধারাটি গুণোভর শ্রেণিভুক্ত

$$\therefore r = 3 \text{ হলে, } \frac{x}{5} \text{ বা, } x = 15$$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{15} = 3 \text{ বা, } y = 45$$

$$\frac{z}{y} = \frac{z}{45} = 3 \text{ বা, } z = 135$$

আবার,  $r = -3$  হলে,

$$\frac{x}{5} = -3 \text{ বা, } x = -15$$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{-15} = -3 \text{ বা, } y = 45$$

$$\frac{z}{y} = \frac{z}{45} = -3 \text{ বা, } z = -135$$

$$\therefore x = 15, y = 45 \text{ ও } z = 135$$

অথবা,  $x = -15, y = 45$  এবং  $z = -135$  (Ans.)

গ. ধারাটির ১ম পদ,  $a = 5$

সাধারণ অনুপাত,  $r = 3$

$$\begin{aligned} \text{ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি, } S_{10} &= \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} [r > 1] \\ &= \frac{5(3^{10} - 1)}{3 - 1} \end{aligned}$$



$$\text{বা, } q^5 = \frac{(\sqrt{2})^4 \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$$

$$\therefore q = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

q এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$a \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \cdot \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } 4a = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{ধারাটির ১ম পদ } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ এবং সাধারণ অনুপাত } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

গ. প্রদত্ত ধারার তৃতীয় পদ =  $aq^{3-1} = aq^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

আমরা জানি,

$$\text{গুণোভর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} \quad [\text{যখন } q < 1]$$

∴ প্রদত্ত ধারার ১ম তিনটি পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 \right\}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \right)}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{\frac{6}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}} = \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ধারাটির তৃতীয় পদ } \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ এবং}$$

$$\text{তিনটি পদের সমষ্টি } \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৬ ▶  $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2} - \dots$  একটি ধারা।

- ক. ধারাটির প্রকৃতি নির্ণয় কর।  
খ. ধারাটির কত তম পদ  $8\sqrt{2}$ ?  
গ. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত?

২  
৮  
৮

► ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক. প্রদত্ত ধারা,  $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2} - \dots$

ধারাটির যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের অনুপাত

$$= \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \text{ বা, } \frac{\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{2}$$

এবং এর শেষ পদ নেই।

∴ এটি একটি অনন্ত গুণোভর ধারা।

খ. মনে করি, ধারাটির n তম পদ =  $8\sqrt{2}$

প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$  এবং সাধারণ অনুপাত,  $q = -\sqrt{2}$

একটি গুণোভর ধারার n তম পদ =  $aq^{n-1}$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারাটির n তম পদ} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1}.$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 8 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 16$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 8+1$$

$$\therefore n = 9$$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির ৯ম পদ  $8\sqrt{2}$

গ. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত,  $q = -\sqrt{2} < 1$

∴ এখানে, পদ সংখ্যা,  $n = 8$

$$\therefore \text{সমষ্টি, } S_8 = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S_8 = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{ 1 - (-\sqrt{2})^8 \}}{1 - (-\sqrt{2})} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 2^4)}{1 + \sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 16)}{1 + \sqrt{2}} = \frac{-15}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)} \\ &= \frac{-15}{2 + \sqrt{2}} = \frac{-15(2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \frac{-15(2 - \sqrt{2})}{4 - 2} \\ &= \frac{-15(2 - \sqrt{2})}{2} \end{aligned}$$

∴ ধারাটির প্রথম ৮টি পদের সমষ্টি  $\frac{-15(2 - \sqrt{2})}{2}$

প্রশ্ন-১৭ ▶  $5 + x + y + 135$  একটি গুণোভর ধারা ভুক্ত।

ক. ধারা থেকে একটি সমীকরণ গঠন কর।

২

খ. x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

৮

গ. নির্ণীত x কোনো গুণোভর ধারার প্রথম পদ এবং y দ্বিতীয় পদ হলে ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি কত?

৮

► ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক. এখানে ধারাটির প্রথমপদ,  $a = 5$

মনে করি, ধারাটির সাধারণ অনুপাত =  $q$

$$\therefore \text{ধারাটির চতুর্থ পদ} = aq^{4-1} = aq^3 = 5q^3$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 5q^3 = 135$$

$$\text{নির্ণয় সমীকরণ } aq^3 = 135$$

খ. ‘ক’ হতে পাই,  $5q^3 = 135$

$$\text{বা, } q^3 = \frac{135}{5}$$

$$\text{বা, } q^3 = 27$$

$$\text{বা, } q^3 = 3^3$$

$$\therefore q = 3$$

∴ ধারাটির দ্বিতীয় পদ,  $x = aq^{2-1} = aq = 5 \cdot 3 = 15$

এবং ধারাটির তৃতীয় পদ,  $y = aq^{3-1} = aq^2 = 5 \cdot 3^2 = 45$

গ. ‘খ’ হতে পাই,  $x = 15$  এবং  $y = 45$

∴ ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 15$  এবং সাধারণ অনুপাত,  $q = \frac{45}{15} = 3 > 1$

পদ সংখ্যা,  $n = 10$

$$\therefore \text{সমষ্টি}, S = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{15(3^{10} - 1)}{3 - 1} = \frac{15(59049 - 1)}{2} \\ = \frac{15 \times 59048}{2} = 442860$$

∴ ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি 442860

**প্রশ্ন-১৮** ▶  $2 - 4 + 8 - \dots \dots \dots - 1024$  একটি গুণোভর ধারা।

?	ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?	২
	খ. ধারাটির কত তম পদ $-1024$ ?	৮
	গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮

►◀ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, গুণোভর ধারাটি  $2 - 4 + 8 - \dots \dots \dots - 1024$

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{-4}{2} = -2$

খ. ‘ক’ হতে পাই, গুণোভর ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = -2$

মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ  $= -1024$

$$\text{বা, } ar^{n-1} = -1024 \quad [\because n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}]$$

$$\text{বা, } 2(-2)^{n-1} = -1024$$

$$\text{বা, } (-2)^{n-1} = \frac{-1024}{2}$$

$$\text{বা, } (-2)^{n-1} = -512$$

$$\text{বা, } (-2)^{n-1} = (-2)^9$$

$$\text{বা, } n - 1 = 9$$

$$\text{বা, } n = 9 + 1$$

$$\therefore n = 10$$

∴ ধারাটির 10ম পদ  $-1024$

গ. ‘খ’ হতে পাই, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = -2 < 1$

পদ সংখ্যা,  $n = 10$

আমরা জানি, গুণোভর ধারার সমষ্টি,  $S_n = a \left( \frac{1 - r^n}{1 - r} \right)$ ,  $r < 1$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি } S_{10} = \frac{2 \{ 1 - (-2)^{10} \}}{1 - (-2)} \quad [\because n = 10] \\ = \frac{2 \{ 1 - 1024 \}}{1 + 2} \\ = \frac{2 \times (-1023)}{3} \\ = -682 \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন-১৯** ▶  $\log 2 + \log 8 + \log 512 + \dots \dots \dots$  একটি ধারা।

?	ক. ধারাটিকে গুণোভর ধারায় রূপান্তর কর।	২
	খ. ধারাটির 7ম পদ কত?	৮

গ. ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

৮

►◀ ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, ধারাটি  $= \log 2 + \log 8 + \log 512 + \dots \dots \dots$   $= \log 2 + \log 2^3 + \log 2^9 + \dots \dots \dots$   $= \log 2 + 3\log 2 + 9\log 2 + \dots \dots \dots$

যা একটি গুণোভর ধারা।

খ. ‘ক’ অংশ হতে পাই,  $\log 2 + 3\log 2 + 9\log 2 + \dots \dots \dots$  এখানে, ধারাটির প্রথম পদ,  $a = \log 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = \frac{3\log 2}{\log 2} = 3$

আমরা জানি, গুণোভর ধারার  $n$  তম পদ  $= ar^{n-1}$

$$\therefore \text{ধারাটির } 7\text{ম পদ} = ar^{7-1} \\ = (\log 2) \times 3^{7-1} \\ = (\log 2) \times 3^6 \\ = 729 \log 2$$

∴ ধারাটির 7ম পদ  $729 \log 2$

গ. ‘খ’ হতে পাই, গুণোভর ধারাটির প্রথম পদ,  $a = \log 2$

সাধারণ অনুপাত,  $r = 3 > 1$

এবং পদসংখ্যা,  $n = 7$

আমরা জানি,

গুণোভর ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = a \left( \frac{r^n - 1}{r - 1} \right), r > 1$$

$$\therefore \text{ধারাটির } 7\text{টি পদের সমষ্টি}, S_7 = \log 2 \left( \frac{3^7 - 1}{3 - 1} \right) \\ = \log 2 \times \frac{2187 - 1}{2} \\ = \log 2 \times \frac{2186}{2} \\ = 1093 \log 2$$

∴ ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি  $1093 \log 2$

**প্রশ্ন-২০** ▶ প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225.

ক. প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর।

২

খ. এই সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত?

৮

গ. দেখাও যে প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

৮

►◀ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. আমরা জানি, প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি  $= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

প্রশ্নমতে,  $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = \sqrt{225}$$

$$\therefore \frac{n(n+1)}{2} = 15$$

∴ প্রথম  $n$  সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 15 (Ans.)

খ. ‘ক’ হতে প্রাপ্ত,  $\frac{n(n+1)}{2} = 15$

$$\text{বা, } n(n+1) = 30$$

$$\text{বা, } n^2 + n = 30$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+6) - 5(n+6) = 0$$

$$\text{বা, } (n+6)(n-5) = 0$$

$$\text{হয়, } n+6=0 \quad \text{অথবা, } n-5=0$$

$$\therefore n=-6 \quad \therefore n=5$$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋগত্ত্বক হতে পারে না। অর্থাৎ  $n=-6$  গৃহণযোগ্য নয়।

$$\therefore n=5$$

$$\text{ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= \frac{5(5+1)(2 \times 5+1)}{6}$$

$$= \frac{5 \times 6 \times 11}{6} = 55 \text{ (Ans.)}$$

গ. মনে করি,  $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

$$\text{আমরা জানি, } r^3 - (r-1)^3 = r^2 - (r^3 - 3r^2 + 3r - 1)$$

$$= 3r^2 - 3r + 1$$

এখানে,  $r = 1, 2, 3, \dots$  বসিয়ে পাই,

$$1^3 - 0^3 = 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1$$

$$2^3 - 1^3 = 3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1$$

$$3^3 - 2^3 = 3 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1$$

.....

### প্রশ্ন-২১ ▶ 64 + 32 + 16 + 8 + ..... একটি গুণোভর ধারা।

<b>?</b>	ক. ধারাটির 10ম পদ কোনটি?	২
	খ. ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{4}$ ?	৮
	গ. ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।	৮

### ► ২১নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক. ধারাটির প্রথম পদ,  $a = 64$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$$\text{আমরা জানি, গুণোভর ধারার } n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \text{সূতরাং ধারাটির 10ম পদ} &= ar^{10-1} = 64\left(\frac{1}{2}\right)^9 \\ &= 2^6\left(\frac{1}{2}\right)^9 = 2^{6-9} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটির 10ম পদ } \frac{1}{8}$$

খ. মনে করি, ধারাটির  $n$  তম পদ  $\frac{1}{4}$

$$\therefore ar^{n-1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+6}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\dots$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$$

যোগ করে,

$$\begin{aligned} n^3 &= 3(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) - 3(1 + 2 + 3 + \dots + n) + (1 + 1 \\ &\quad + \dots + 1) \end{aligned}$$

$$= 3S - 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + n$$

$$\text{বা, } -3S = -n^3 - \frac{3n(n+1)}{2} + n$$

$$\text{বা, } -3S = - \left\{ n^3 + \frac{3n(n+1)}{2} - n \right\}$$

$$\text{বা, } 3S = n^3 + \frac{3n(n+1)}{2} - n$$

$$\text{বা, } 3S = \frac{2n^3 + 3n^2 + 3n - 2n}{2}$$

$$\text{বা, } 3S = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{2}$$

$$\text{বা, } 3S = \frac{n(2n^2 + 3n + 1)}{2}$$

$$\text{বা, } S = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$$\therefore S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 8+1$$

$$\therefore n = 9$$

$$\therefore \text{ধারাটির নবম পদ } \frac{1}{4}$$

গ. আমরা জানি, গুণোভর ধারার প্রথম  $n$  সংখ্যক পদের সমষ্টি  $\frac{a(1-r^n)}{1-r}$ , যখন  $r < 1$ .

সূতরাং ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি,

$$S_8 = \frac{a(1-r^8)}{1-r} = \frac{64\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1 - \frac{1}{2}} \text{ [‘ক’ হতে পাও]$$

$$= \frac{64\left(1 - \frac{1}{256}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{64 \cdot \frac{255}{256}}{\frac{1}{2}} = \frac{255 \times 64}{256} \times 2 = \frac{255}{2} = 127.5$$

অতএব, ধারাটির প্রথম 8টি পদের সমষ্টি 127.5

### প্রশ্ন-২২ ▶ একটি গুণোভর ধারার 1ম পদ $a$ , সাধারণ অনুপাত $q$ , ধারাটির পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ .

ক. উপরিটুকু তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে লেখ।

খ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাত বের কর।

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং এর নবম পদ বের কর।

### ► ২২নং প্রশ্নের সমাধান ►

ক. সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫(ক) সমাধান দেখ।

খ. সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫ (খ) সমাধান দেখ।

গ. ‘খ’ থেকে পাই,  $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$  এবং  $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$$\therefore 1\text{ম পদ } a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2\text{য় পদ} = ar = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3\text{য় পদ} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটি } \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{এখন, ধারাটির নবম পদ} = ar^{9-1} = ar^8 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^8 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2^4}{3^4} \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{16}{81} = \frac{8\sqrt{3}}{81}$$

$$\therefore \text{ধারাটির নবম পদ } \frac{8\sqrt{3}}{81}.$$

### সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

**প্রশ্ন-২৩**  $7 + x + y + 189 + \dots$  একটি গুগোভর ধারা।

ক. ধারাটির চতুর্থ পদকে সমীকরণের সাপেক্ষে প্রকাশ কর। ২

খ.  $x$  এবং  $y$  এর মান নির্ণয় কর। ৮

গ. নির্ণীত  $y$  কোনো গুগোভর ধারার প্রথম পদ এবং  $x$  দ্বিতীয় পদ হলে ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি কত? ৮

উত্তর : ক.  $7r^3 = 189$ ; খ.  $21, 63$ ; গ.  $\frac{280}{3}$

**প্রশ্ন-২৪** একটি গুগোভর ধারার প্রথম পদ  $a$ , সাধারণ অনুপাত  $r$ , ধারাটির পঞ্চম পদ  $3\sqrt{3}$  এবং অষ্টম পদ -27.

ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির 15তম পদ নির্ণয় কর। ৮

গ. ধারাটি বের কর এবং প্রথম 11টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

উত্তর : ক.  $ar^4 = 3\sqrt{3}$ ,  $ar^7 = -27$ ; খ.  $729\sqrt{3}$ ;

গ.  $\frac{728\sqrt{3} - 726}{6}$

**প্রশ্ন-২৫**  $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots$

ক. ধারাটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

গ. ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে নতুন ধারাটির পঞ্চম পদের সাথে প্রদত্ত ধারাটির চতুর্থ পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৮

উত্তর : ক.  $3^n$ ; খ. 9840; গ. 96

**প্রশ্ন-২৬** একটি জাম গাছে প্রতি বছর জামের ফলন পূর্ববর্তী বছরের ফলনের প্রায়  $\frac{5}{2}$  গুণ। ২০১০ সালে ঐ গিঁচু গাছে 512টি গিঁচুর ফলন হল।

ক. লিচুর ফলনকে ধারার আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. 2013 সালে ঐ গাছে কয়টি লিচুর ফলন হতে পারে? ৮

গ. 2009 থেকে 2013 এই পাঁচ বছরে মোট কয়টি লিচুর ফলন হতে পারে? ৮

উত্তর : ক.  $512 + 640 + 800 + \dots$ ; খ. 1250; গ. 4202

**প্রশ্ন-২৭**  $\log 2 + \log 8 + \log 512 + \dots$  একটি ধারা।

ক. ধারাটিকে গুগোভর ধারায় রূপান্তর কর। ২

খ. ধারাটির 7তম পদ কত হবে? ৮

গ. প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

উত্তর : ক.  $\log 2 + 3 \log 2 + 9 \log 2 + \dots$ ;

খ.  $729 \log 2$ ; গ.  $10931 \log 2$

**প্রশ্ন-২৮**  $1 + 2 + 3 + \dots + 45$  একটি ধারা।

ক. ধারাটিতে কয়টি পদ রয়েছে? ২

খ. পদগুলোর বর্গের সমষ্টি কত হবে? ৮

গ. কত সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি ‘খ’ এর প্রাপ্ত মানের চেয়ে 15 বেশি? ৮

উত্তর : ক. 9; খ. 285; গ. 24

**প্রশ্ন-২৯**  $\frac{1}{3}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, 1, \dots$  একটি অনুক্রম।

ক. অনুক্রমটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. অনুক্রমটির কত তম পদ  $-9\sqrt{3}$ ? ৮

গ. অনুক্রমটির  $-9\sqrt{3}$  পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর। ৮

উত্তর : ক.  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ; খ. 8; গ. 0.209 (প্রায়)।

**প্রশ্ন-৩০**  $12 + 24 + 48 + \dots + 768$  একটি গুগোভর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির কত তম পদ 786? ৮

গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

উত্তর : ক. 2; খ. 7; গ. 1524.

**প্রশ্ন-৩১**  $64 + 32\sqrt{5} + \dots + 125$  একটি গুগোভর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত বের কর। ২

খ. ধারাটির কত তম পদ 125? ৮

গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

উত্তর : ক.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ; খ. 7; গ.  $369 + 122\sqrt{5}$

**প্রশ্ন-৩২** একটি গুগোভর ধারার পঞ্চম পদ -9 এবং অষ্টম পদ  $-27\sqrt{3}$ .

ক. প্রথম পদ  $a$  এবং সাধারণ অনুপাত  $r$  ধরে প্রদত্ত তথ্যকে সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির কত তম পদ  $-81\sqrt{3}$ ? ৮

গ. ‘খ’ তে প্রাপ্ত পদ পর্যন্ত ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৮

উত্তর : ক.  $ar^{5-1} = -9$ ,  $ar^{8-1} = -27\sqrt{3}$ ; খ. 10; গ. -330.58 (প্রায়)

**প্রশ্ন-৩৩**  $3 + x + y + z + 243$  একটি গুগোভর ধারা যেখানে  $x > 0$ ।

ক.  $x, y$  ও  $z$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $y$  কোনো গুগোভর ধারার 1ম পদ এবং  $z$  দ্বিতীয় পদ হলে ধারাটির 1ম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত? ৮

গ. ধারাটির ষষ্ঠ পদের মান নির্ণয় কর। ৮

উত্তর : ক.  $x = 9$ ;  $y = 27$ ,  $z = 81$  খ.  $S_5 = 3267$  গ. 729.

**প্রশ্ন-৩৪** একটি গুগোভর ধারার পঞ্চম পদ  $\frac{1}{16}$  এবং সপ্তম পদ  $\frac{1}{64}$ ।

ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে লেখ। ২

খ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৮

- গ. ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর  
ধরে প্রাপ্ত ধারাটি নির্ণয় কর।

8

উত্তর : ক.  $ar^4 = \frac{1}{16}$  এবং  $ar^6 = \frac{1}{64}$ ; খ.  $a = 1$  এবং  $r = \frac{1}{2}$ ;  
ধারাটি  $1 + \frac{3}{2} + 2 + \frac{5}{2} + \dots$



## অধ্যায় সমষ্টি সংজ্ঞাল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-৩৫ > একটি ধারার সাধারণ পদ  $2n + 1$ , ( $n \in \mathbb{N}$ )

- |   |   |
|---|---|
| ক. ধারাটি নির্ণয় কর।   | ২ |
| খ. ধারাটির কততম পদ 169?   | ৮ |
| গ. ধারাটির প্রথম সংখ্যাকে প্রথম পদ এবং সাধারণ<br>অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে নতুন ধারাটির প্রথম<br>10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। | ৮ |

►► ৩৫নং প্রশ্নের সমাধান ►►

- ক. দেওয়া আছে, ধারার সাধারণ পদ বা  $n$  তম পদ  $2n + 1$

$$\text{এখন, } n = 1 \text{ হলে প্রথম পদ} = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$n = 2 \text{ হলে দ্বিতীয় পদ} = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

$$n = 3 \text{ হলে তৃতীয় পদ} = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

নির্ণেয় ধারাটি হলো  $3 + 5 + 7 + \dots$

- খ. মনে করি, ধারাটির  $r$  তম পদ 169.

$$\text{দেওয়া আছে, } n \text{ তম পদ} = 2n + 1$$

$$r \text{ তম পদ} = 2r + 1$$

$$\text{পুনরাবৃত্তি, } 2r + 1 = 169$$

$$\text{বা, } 2r = 168$$

$$\therefore r = 84$$

∴ ধারাটির 84 তম পদ 169 (Ans.)

- গ. কথেকে পাই, ধারাটির প্রথম পদ  $a = 3$ .

$$\text{আবার সাধারণ অন্তর} = (5 - 3) = 2.$$

এখন, প্রথম সংখ্যাকে প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে  
গুণোভর ধারা তৈরী করলে তার  $n$  তম পদ হবে  $= ar^{n-1}$ .

$$\text{আমরা জানি, } n \text{ তম পদের সমষ্টি } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad [\because r > 1]$$

$$\begin{aligned} 10 \text{ তম পদের সমষ্টি } S_{10} &= \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 3 \times 1023 \\ &= 3069. \text{ (Ans.).} \end{aligned}$$