ষষ্ঠ অধ্যায়

রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ

অনুশীলনী ৬.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **জ্যামিতি**

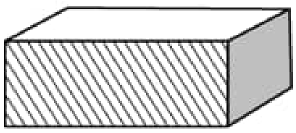
জ্যামিতি বা *'Geometry'* গণিত শাস্ত্রের একটি প্রাচীন শাখা। *'Geometry'* শব্দটি গ্রিক *Geo*-ভূমি (earth) ও *metrein* -পরিমাপ *(measure)* শব্দের সমন্বয়ে তৈরি। তাই 'জ্যামিতি' শব্দের অর্থ 'ভূমি পরিমাপ'। কৃষিভিত্তিক সভ্যতার যুগে ভূমি পরিমাপের প্রয়োজনেই জ্যামিতির সৃষ্টি হয়েছিল। তবে জ্যামিতি আজকাল কেবল ভূমি পরিমাপের জন্যই ব্যবহৃত হয় না, বরং বহু জটিল গাণিতিক সমস্যা সমাধানে জ্যামিতিক জ্ঞান এখন অপরিহার্য। প্রাচীন সভ্যতার নিদর্শনগুলোতে জ্যামিতি চর্চার প্রমাণ পাওয়া যায়। ঐতিহাসিকদের মতে প্রাচীন মিশরে আনুমানিক চার হাজার বছর আগেই ভূমি জরিপের কাজে জ্যামিতিক ধ্যান–ধারণা ব্যবহার করা হতো।

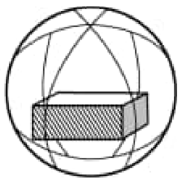
তবে প্রাচীন গ্রিক সভ্যতার যুগেই জ্যামিতিক প্রণালিবন্ধ রূপটি সুস্পষ্টভাবে লক্ষ করা যায়। গ্রিক গণিতবিদ থেলিসকে প্রথম জ্যামিতিক প্রমাণের কৃতিত্ব দেয়া হয়। থেলিসের শিষ্য পিথাগোরাস জ্যামিতিক তত্ত্বের বিস্তৃতি ঘটান।

- **স্থান, তল, রেখা ও বিন্দুর ধারণা**

আমাদের চারপাশে বিস্তৃত জগত *(Space)* সীমাহীন। এর বিভিন্ন অংশজুড়ে রয়েছে ছোট–বড় নানা রকম বস্তু। ছোট–বড় বস্তু বলতে বালুকণা, আলপিন, পেন্সিল, কাগজ, বই, চেয়ার, টেবিল, ইট, পাথর, বাড়িঘর, পাহাড়, পৃথিবী, গ্রহ–নক্ষত্র সবই বোঝানো হয়। বিভিন্ন বস্তু স্থানের যে অংশজুড়ে থাকে সে স্থানটুকুর আকার, আকৃতি, অবস্থান, বৈশিষ্ট্য প্রভৃতি থেকেই জ্যামিতিক ধ্যান–ধারণার উদ্ভব।

কোনো ঘনবস্তু *(Solid)* যে স্থান অধিকার করে থাকে, তা তিন দিকে বিস্তৃত। এই তিন দিকের বিস্তারেই বস্তুটির তিনটি মাত্রা (দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা) নির্দেশ করে। সেজন্য ঘনবস্তুই ত্রিমাত্রিক *(Three dimensional)* যেমন, একটি ইট বা বাক্সের তিনটি মাত্রা (দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা) আছে। একটি গোলকের তিনটি মাত্রা আছে। এর তিন মাত্রার ভিন্নতা স্পষ্ট বোঝা না গেলেও একে দৈর্ঘ্য–প্রস্থ –উচ্চতা বিশিষ্ট খণ্ডে বিভক্ত করা যায়।





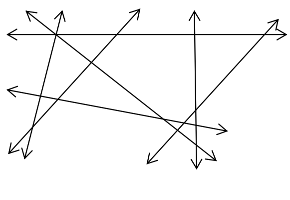
ঘনবস্তুর উপরিভাগ তল *(Surface)* নির্দেশ করে অর্থাৎ, প্রত্যেক ঘনবস্তু এক বা একাধিক তল দ্বারা সীমাবদ্ধ থাকে। যেমন, একটি বাক্সের ছয়টি পৃষ্ঠ ছয়টি সমতলের প্রতিরূপ।

তল দ্বিমাত্রিক *(Two-dimensional)* : এর শুধু দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, কোনো উচ্চতা নেই। দুইটি তল পরস্পরকে ছেদ করলে একটি রেখা (line) উৎপন্ন হয়। যেমন, বাক্সের দুইটি পৃষ্ঠতল বাক্সের একধারে একটি রেখায় মিলিত হয়।

রেখা একমাত্রিক *(one-dimensional)* : এর শুধু দৈর্ঘ্য আছে, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই। বাক্সের একটি পৃষ্ঠ–তলের প্রস্থ ক্রমশ হ্রাস পেয়ে সম্পূর্ণ শূন্য হলে, ঐ তলের একটি রেখা মাত্র অবশিষ্ট থাকে। এভাবে তলের ধারণা থেকে রেখার ধারণায় আসা যায়।

দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করলে বিন্দুর উৎপত্তি হয়। অর্থাৎ, দুইটি রেখার ছেদস্থান বিন্দু *(point)* দ্বারা নির্দিষ্ট হয়। বাক্সের দুইটি ধার যেমন, বাক্সের এক কোণায় একটি বিন্দুতে মিলিত হয়।

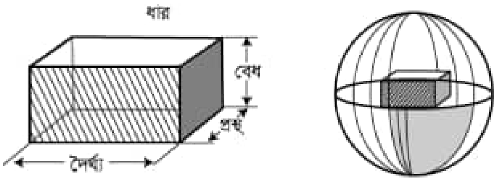
সমতল জ্যামিতি : জ্যামিতির যে শাখায় একই সমতলে অবস্থিত বিন্দু, রেখা এবং তাদের সঙ্গে সম্পর্কিত বিভিন্ন জ্যামিতিক সত্তা সম্পর্কে আলোচনা করা হয়, তাকে সমতল জ্যামিতিক (Plane Geometry) বলা হয়। বিমূর্ত জ্যামিতিক ধারণা হিসেবে স্থানকে বিন্দুসমূহের সেট ধরা হয় এবং সরলরেখা ও সমতলকে এই সার্বিক সেটের উপসেট বিবেচনা করা হয়।



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

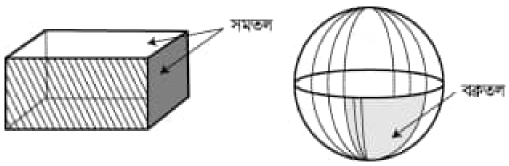
প্রশ্ন ॥ ১ ॥ স্থান, তল, রেখা এবং বিন্দুর ধারণা দাও।

উত্তর : স্থান (Space) : যে অংশ জুড়ে বিভিন্ন বস্তু অবস্থান করে সে অংশই হচ্ছে স্থান। আমাদের চারপাশে বিস্তৃত জগৎ সীমাহীন। এর বিভিন্ন অংশ জুড়ে রয়েছে ছোট–বড় নানারকম বস্তু। বস্তু বলতে বালুকণা, আলপিন, পেন্সিল, কাগজ, বই, চেয়ার, টেবিল, ইট, বাক্স, বাড়িঘর, পাহাড়, পৃথিবী, গ্রহ–নক্ষত্র সবই বোঝান হয়। বিভিন্ন বস্তু স্থানের যে অংশ জুড়ে থাকে সে স্থানটুকুর আকার, আকৃতি, অবস্থান, বৈশিষ্ট্য প্রভৃতি থেকেই জ্যামিতিক ধ্যান–ধারণার উদ্ভব হয়েছে।



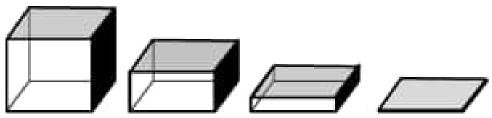
চিত্র : ঘনবস্তু থেকে স্থানের ধারণা

তল (Surface) : ঘনবস্তুর উপরিভাগ তল নির্দেশ করে। অর্থাৎ, প্রত্যেক ঘনবস্তু এক বা একাধিক তল দ্বারা সীমাবদ্ধ থাকে। যেমন, একটি বাক্সের ছয়টি পৃষ্ঠ ছয়টি তলের অংশ। তলের শুধু দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, কোনো বেধ নেই। এ কারণে তল দ্বিমাত্রিক। তল দুই প্রকার। যথা– সমতল ও বক্রতল।



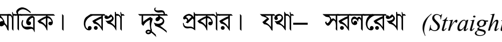
চিত্র : বিভিন্ন প্রকার তল

ঘনবস্তু থেকে তলের ধারণা :

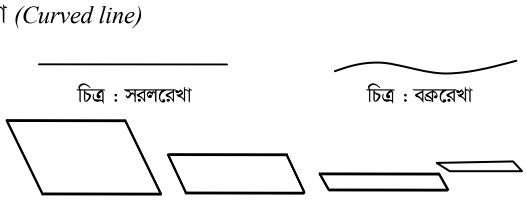


চিত্র : ঘনবস্তু থেকে তলের ধারণা

রেখা (Line) : দুইটি তল পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদস্থলে একটি রেখা উৎপন্ন হয়। যেমন, বাক্সের দুইটি পৃষ্ঠতল বাক্সের একধারে একটি রেখায় মিলিত হয়। এ রেখা একটি সরলরেখা। রেখার শুধু দৈর্ঘ্য আছে, প্রস্থ বা বেধ নেই। এ কারণে রেখা একমাত্রিক। রেখা দুই প্রকার। যথা– সরলরেখা *(Straight line)* ও বক্ররেখা *(Curved line)*

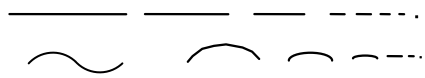


চিত্র : সরলরেখা   চিত্র : বক্ররেখা



চিত্র : তল থেকে রেখার ধারণা

বিন্দু (Point) **:** দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করলে বিন্দুর উৎপত্তি হয়। অর্থাৎ দুইটি রেখার ছেদস্থান বিন্দু দ্বারা নির্দিষ্ট হয়। বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ নেই, শুধু অবস্থান আছে। একটি রেখার দৈর্ঘ্য ক্রমশ হ্রাস পেয়ে অবশেষে শূন্য হলে, একটি বিন্দু মাত্র অবশিষ্ট থাকে। বিন্দুকে শূন্য মাত্রার সত্তা বলে গণ্য করা হয়।



চিত্র : রেখা হতে বিন্দুর ধারণা

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ ইউক্লিডের পাঁচটি স্বীকার্য বর্ণনা কর।

সমাধান : ইউক্লিড প্রদত্ত পাঁচটি স্বীকার্য হলো :

স্বীকার্য ১। একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দু পর্যন্ত একটি সরলরেখা আঁকা যায়।

স্বীকার্য ২। খণ্ডিত রেখাকে যথেচ্ছভাবে বাড়ানো যায়।

স্বীকার্য ৩। যেকোনো কেন্দ্র ও যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকা যায়।

স্বীকার্য ৪। সকল সমকোণ পরস্পর সমান।

স্বীকার্য ৫। একটি সরলরেখা দুইটি সরলরেখাকে ছেদ করলে এবং ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম হলে, রেখা দুইটিকে যথেচ্ছভাবে বর্ধিত করলে যেদিকে কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের চেয়ে কম, সেদিকে মিলিত হয়।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ পাঁচটি আপতন স্বীকার্য বর্ণনা কর।

সমাধান : আপতন স্বীকার্য : বিমূর্ত জ্যামিতিক ধারণা হিসেবে স্থানকে বিন্দুসমূহের সেট ধরা হয় এবং সরলরেখা ও সমতলকে এই সার্বিক সেটের উপসেট বিবেচনা করা হয়। এই বিবেচ্য বৈশিষ্ট্যসমূহকে জ্যামিতিক স্বীকার্য বলা হয়। স্বীকার্য –১ থেকে স্বীকার্য–৫ কে আপতন স্বীকার্য বলা হয়।

স্বীকার্য ১। জগৎ *(Space)* সকল বিন্দুর সেট এবং সমতল ও সরলরেখা এই সেটের উপসেট।

এই স্বীকার্য থেকে আমরা লক্ষ করি যে, প্রত্যেক সমতল ও প্রত্যেক সরলরেখা এক একটি সেট, যার উপাদান হচ্ছে বিন্দু। জ্যামিতিক বর্ণনায় সাধারণত সেট প্রতীকের ব্যবহার পরিহার করা হয়। যেমন, কোনো বিন্দু একটি সরলরেখার (বা সমতলের) অন্তর্ভুক্ত হলে বিন্দুটি ঐ সরলরেখায় (বা সমতলে) অবস্থিত অথবা, সরলরেখাটি (বা সমতলটি) ঐ বিন্দু দিয়ে যায়। একইভাবে, একটি সরলরেখা একটি সমতলের উপসেট হলে সরলরেখাটি ঐ সমতলে অবস্থিত, অথবা সমতলটি ঐ সরলরেখা দিয়ে যায় এ রকম বাক্য দ্বারা তা বর্ণনা করা হয়।

স্বীকার্য ২। দুইটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সরলরেখা আছে যাতে উভয় বিন্দু অবস্থিত।

স্বীকার্য ৩। একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুর জন্য একটি ও কেবল একটি সমতল আছে যাতে বিন্দু তিনটি অবস্থিত।

স্বীকার্য ৪। কোনো সমতলের দুইটি ভিন্ন বিন্দু দিয়ে যায় এমন সরলরেখা ঐ সমতলে অবস্থিত।

স্বীকার্য ৫। (ক) জগতে *(Space)* একাধিক সমতল বিদ্যমান।

(খ) প্রত্যেক সমতলে একাধিক সরলরেখা অবস্থিত।

(গ) প্রত্যেক সরলরেখার বিন্দুসমূহ এবং বাস্তব সংখ্যাসমূহকে এমনভাবে সম্পর্কিত করা যায় যেন, রেখাটির প্রত্যেক বিন্দুর সঙ্গে একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয় এবং প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যার সঙ্গে রেখাটির একটি অনন্য বিন্দু সংশ্লিষ্ট হয়।

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ দূরত্ব স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

সমাধান : নিচে দূরত্ব স্বীকার্যটি বর্ণনা করা হলো :

জ্যামিতিতে দূরত্বের ধারণাও একটি প্রাথমিক ধারণা। এ জন্য স্বীকার করে নেওয়া হয় যে,

(ক) P ও Q বিন্দুযুগল একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা নির্দিষ্ট করে থাকে। সংখ্যাটিকে P বিন্দু থেকে Q বিন্দুর দূরত্ব বলা হয় এবং PQ দ্বারা সূচিত করা হয়।

(খ) P ও Q ভিন্ন বিন্দু হলে PQ সংখ্যাটি ধনাত্মক। অন্যথায়, $PQ = 0$।

(গ) P থেকে Q-এর দূরত্ব এবং Q থেকে P-এর দূরত্ব একই। অর্থাৎ $PQ = QP$।

$PQ = QP$ হওয়াতে এই দূরত্বকে সাধারণত P বিন্দু ও Q বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব বলা হয়। ব্যবহারিকভাবে, এই দূরত্ব পূর্ব নির্ধারিত এককের সাহায্যে পরিমাপ করা হয়।

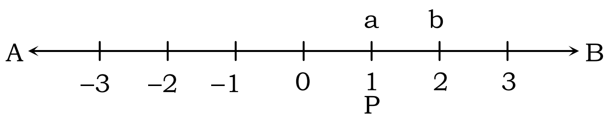
প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ রুলার স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

সমাধান : কোনো সরলরেখায় অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট এবং বাস্তব সংখ্যার সেটের মধ্যে এমনভাবে এক–এক মিল স্থাপন করা যায়, যেন রেখাটির যেকোনো বিন্দু P, Q এর জন্য $PQ = |a - b|$ হয়, যেখানে মিলকরণের ফলে P ও Q এর সঙ্গে যথাক্রমে a ও b বাস্তব সংখ্যা সংশ্লিষ্ট হয়।

এই স্বীকার্যে বর্ণিত মিলকরণ করা হলে, রেখাটি একটি সংখ্যারেখায় পরিণত হয়েছে বলা হয়। সংখ্যারেখায় P বিন্দুর সঙ্গে a সংখ্যাটি সংশ্লিষ্ট হলে P কে a-এর লেখবিন্দু এবং a-কে P-এর স্থানাঙ্ক বলা হয়।

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ সংখ্যারেখা বর্ণনা কর।

সমাধান : সংখ্যারেখা : বাস্তব সংখ্যাকে সরলরেখার ওপর বিন্দুর সাহায্যে চিত্রের মাধ্যমে দেখানো যায়। যে রেখায় বিন্দুর সঙ্গে সংখ্যার এক–এক মিল দেখানো হয়, তাকে সংখ্যারেখা বলে।



AB দ্বারা একটি অসীম রেখা সূচিত করা হলো।

সংখ্যারেখায় P বিন্দুর সঙ্গে a সংখ্যাটি সংশ্লিষ্ট হলে P কে a এর লেখবিন্দু এবং a কে P এর স্থানাঙ্ক বলা হয়।

কোনো সরলরেখাকে সংখ্যারেখায় পরিণত করার জন্য প্রথমে রেখাটির একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 0 এবং অপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 1 ধরে নেওয়া হয়। এতে রেখাটিতে একটি একক দূরত্ব এবং একটি ধনাত্মক দিক নির্দিষ্ট হয়।

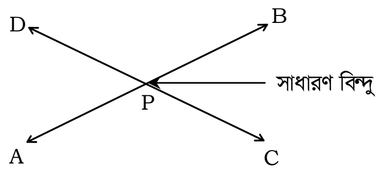
সংখ্যারেখায় সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার সঙ্গে সংখ্যারেখাস্থ সকল বিন্দুর এক–এক মিল রয়েছে। a ও b দুইটি অসমান বাস্তব সংখ্যা হলে, হয় $a > b$ না হয় $a < b$ হবে, সংখ্যারেখায় $a > b$ এর অর্থ, a এর প্রতিরূপী বিন্দু b এর প্রতিরূপী বিন্দুর ডানে অবস্থিত।

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ রুলার স্থাপন স্বীকার্যটি বর্ণনা কর।

সমাধান : রুলার স্থাপন স্বীকার্য : কোনো সরলরেখাকে সংখ্যা রেখায় পরিণত করার জন্য প্রথমে রেখাটির একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 0 এবং অপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক 1 ধরে নেওয়া হয়। এতে রেখাটিতে একটি একক দূরত্ব এবং একটি ধনাত্মক দিক নির্দিষ্ট হয়। এজন্য স্বীকার করে নেওয়া হয় যে, যেকোনো সরলরেখা AB কে এমনভাবে সংখ্যা রেখায় পরিণত করা যায় যে, A এর স্থানাঙ্ক 0 (শূন্য) এবং B এর স্থানাঙ্ক ধনাত্মক হয়। একে রুলার স্থাপন স্বীকার্য বলে।

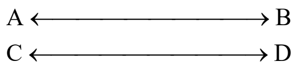
প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ পরস্পরছেদী সরলরেখা ও সমান্তরাল সরলরেখার সংজ্ঞা দাও।

সমাধান : পরস্পরছেদী সরলরেখা: একই সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে পরস্পরছেদী বলা হয়, যদি উভয়রেখায় অবস্থিত একটি সাধারণ বিন্দু থাকে।



চিত্রে AB ও CD রেখাদ্বয়ের সাধারণ বিন্দু P। তাই AB ও CD পরস্পরছেদী সরলরেখা।

সমান্তরাল সরলরেখা : একই সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে সমান্তরাল সরলরেখা বলা হয় যদি তাদের কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে।



চিত্রে, AB ও CD রেখাদ্বয়ের মধ্যে কোনো সাধারণ বিন্দু নেই। তাই AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখা।

লক্ষণীয় যে,

(১) দুইটি ভিন্ন সরলরেখার সর্বাধিক একটি সাধারণ বিন্দু থাকতে পারে। কারণ স্বীকার্য–২ অনুযায়ী দুই ভিন্ন বিন্দু কেবল একটি সরলরেখাতেই অবস্থিত থাকতে পারে।

(২) একই সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন সরলরেখা হয় সমান্তরাল, না হয় তারা কেবল এক বিন্দুতে ছেদ করে।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. তলের প্রান্ত হলো–

ⓚ বিন্দু ● রেখা ⓖ কোণ ⓘ ত্রিভুজ

২. শূন্য মাত্রার সত্তা বলা হয় কোনটিকে?

ⓚ রেখা ⓛ তল ● বিন্দু ⓘ রেখাংশ

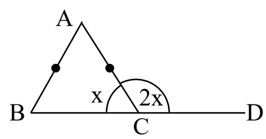
৩. জ্যামিতিক উপপাদ্য প্রমাণে সাধারণত কয়টি ধাপ থাকে?

● 4 ⓛ 3 ⓖ 2 ⓘ 1

৪. গ্রিক শব্দ metron-এর অর্থ কি?

ⓚ পরিসীমা ⓛ পরিমিতি ● পরিমাপ ⓘ ধার

৫.



ΔABC এর প্রবৃদ্ধ $\angle ABC$ এর মান কত?

ⓚ 30° ⓛ 60° ⓖ 120° ● 300°

৬. যে ত্রিভুজের–

i. তিনটি কোণ সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে

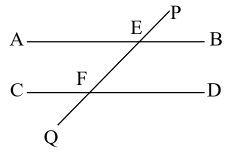
ii. তিনটি কোণ সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে

iii. একটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৭.



চিত্রে AB || CD এবং PQ ছেদক হলে–

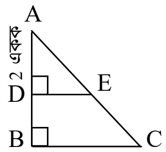
i. $\angle PEB = \angle EFD$ ii. $\angle AEF = \angle EFD$

iii. $\angle BEF + \angle EFD = 2$ সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের চিত্র অনুযায়ী ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



AD = BD, AE = CE, CE = 2·5 একক?

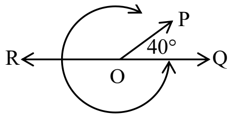
৮. BC = কত একক?

● 3 ⓚ 4 ⓖ 5 ⓖ 6

৯. DE = কত একক?

ⓚ 3 ⓚ 2·5 ⓖ 2 ● 1·5

নিচের চিত্র অনুযায়ী ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



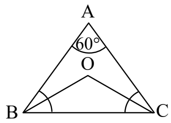
১০. $\angle POQ$ এর পূরক কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি?

● 50 ⓚ 90 ⓖ 140 ⓖ 320

১১. চিত্রে নির্দেশিত প্রবৃদ্ধ কোণ ও $\angle POR$ এর সম্পূরক কোণের অন্তর কত?

● 180° ⓚ 270° ⓖ 280° ⓖ 320°

নিচের চিত্র অনুযায়ী ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে AB = AC

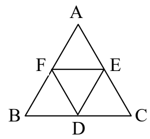
১২. $\angle BOC$ এর মান কত?

ⓚ 15° ⓚ 60° ⓖ 75° ● 120°

১৩. $\angle OBC$ এর মান কত?

ⓚ 15° ● 30° ⓖ 45° ⓖ 60°

নিচের চিত্র অনুযায়ী ১৪ – ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



উপরের চিত্রে ΔABC এর BC = CA = AB = 2 বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F।

১৪. ΔABC একটি–

ⓚ সমকোণী ত্রিভুজ ⓚ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

● সমবাহু ত্রিভুজ ⓖ বিষমবাহু ত্রিভুজ

১৫. ABC এর পরিসীমা কত একক?

ⓚ 3 ⓚ 4 ● 6 ⓖ 9

১৬. BCEF চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ⓚ 3 ⓚ $\frac{3}{4}$ ● $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ⓖ $\frac{27\sqrt{3}}{8}$

সাধারণ আলোচনা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৭. খ্রিস্টপূর্ব কত অব্দে গ্রিক পন্ডিত ইউক্লিড Elements বইটি লেখেন? (সহজ)

● ৩০০ ⓚ ৩২০ ⓖ ৩৫০ ⓖ ৪০০

৬·১ : স্থান, তল, রেখা ও বিন্দুর ধারণা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৮. ঘনবস্তুর মাত্রা কত? (সহজ)

ⓚ 0 ⓚ 1 ⓖ 2 ● 3

১৯. নিচের কোনটি ঘনবস্তু? (সহজ)

ⓚ বৃত্ত ⓚ রেখা ● ইট ⓖ বিন্দু

২০. একটি ইটের মাত্রা কত? (মধ্যম)

ⓚ 0 ⓚ 1 ⓖ 2 ● 3

২১. ফুটবলের কয়টি মাত্রা আছে? (মধ্যম)

ⓚ 2 ● 3 ⓖ 4 ⓖ 5

২২. যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে কিন্তু উচ্চতা নেই তাকে কী বলে? (সহজ)

● তল ⓚ স্থান ⓖ বিন্দু ⓖ রেখা

২৩. একটি বাক্সের কয়টি তল আছে? (সহজ)

ⓚ 1 ⓚ 3 ⓖ 4 ● 6

২৪. দুইটি পরিমাপ দেওয়া থাকলে সেটি নিচের কোনটি নির্দেশ করবে? (সহজ)

ⓚ রেখা ● তল ⓖ বিন্দু ⓖ ঘনক

২৫. শুধু দৈর্ঘ্য আছে, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই তাকে কী বলে? (কঠিন)

ⓚ তল ● রেখা ⓖ বর্গ ⓖ ত্রিভুজ

২৬. দুইটি তল পরস্পরকে ছেদ করলে কী উৎপন্ন হয়? (সহজ)

ⓚ বিন্দু ● রেখা ⓖ বৃত্ত ⓖ গোলক

২৭. দুটি রেখা পরস্পর ছেদ করলে কী উৎপত্তি হয়? (কঠিন)

ⓚ বিন্দু ⓚ রেখা ⓖ তল ● কোণ

২৮. কোনটি মাত্রাহীন? (সহজ)

ⓚ রেখা ⓚ তল ● বিন্দু ⓖ অর্ধবৃত্ত

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. ঘনবস্তু তিন দিকে বিস্তৃত

ii. প্রত্যেক ঘনবস্তুই ত্রিমাত্রিক

iii. একটি ইটের তিনটি মাত্রা আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. রেখা হলো একমাত্রিক

ii. তল হলো ত্রিমাত্রিক

iii. ঘনক হলো ত্রিমাত্রিক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩১. একটি ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা থাকলে ঘনবস্তুটি–

i. ত্রিমাত্রিক হবে

ii. ঘনবস্তুর উপরিভাগ তল নির্দেশ করে

iii. একটি ইটের ছয়টি পৃষ্ঠ সমতলের প্রতিরূপ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. তলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, কিন্তু বেধ নেই

ii. সরলরেখার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে

iii. ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও বেধ আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৬·২ : ইউক্লিডের স্বীকার্য

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৩. কোনটির প্রান্ত বিন্দু নেই? (সহজ)

● রেখা খ বিন্দু গ রেখাংশ ঘ রশ্মি

৩৪. তলের প্রান্তকে কী বলে? (সহজ)

ক বিন্দু খ কোণ ● রেখা ঘ অর্ধগোলক

৩৫. একটি বিন্দু থেকে অন্য একটি বিন্দু পর্যন্ত কয়টি সরলরেখা আঁকা যায়? (সহজ)

● 1 খ 2 গ 3 ঘ অসংখ্য

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৬. ইউক্লিড প্রদত্ত বর্ণনা হলো–

i. যার কোনো অংশ নাই, তাই রেখাংশ

ii. যে রেখার উপরিস্থিত বিন্দুগুলো একই বরাবর থাকে, তাই সরলরেখা

iii. যে তলের সরলরেখাগুলো তার ওপর সমভাবে থাকে, তাই সমতল

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii

● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৭. A ও B দুইটি বিন্দু হলে এদের–

i. দ্বারা সরলরেখা অঙ্কন করা যায়

ii. সংযোজিত রেখাকে যথেচ্ছভাবে বাড়ানো যায়

iii. সংযোগ রেখাংশ ব্যাসার্ধ হলে বৃত্ত অঙ্কন করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৬·৩ : সমতল জ্যামিতি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৮. বিমূর্ত জ্যামিতিক ধারণা হিসেবে বিন্দুসমূহের সেটকে কী বলে? (মধ্যম)

ক তল ● স্থান গ রেখা ঘ সমতল

৩৯. সরলরেখা একটি সেট হলে তার উপাদান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক রেখা খ রেখাংশ গ তল ● বিন্দু

৪০. দুইটি ভিন্ন বিন্দুর জন্য কয়টি সরলরেখা আছে? (মধ্যম)

● 1 খ 2 গ 3 ঘ 4

৪১. একটি সমতলে কয়টি সরলরেখা বিদ্যমান? (সহজ)

ক 0 খ 1 গ 4 ● অসংখ্য

৪২. P ও Q বিন্দু দুইটির দূরত্বের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $PQ > QP$ খ $QP < PQ$

গ $PQ + QP = 0$ ● $PQ = QP$

৪৩. P ও Q দুইটি ভিন্ন বিন্দু হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক $PQ = 0$ ● $PQ > 0$ গ $PQ < QP$ ঘ $PQ < 0$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৪. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. প্রত্যেক সমতলে একাধিক সরলরেখা অবস্থিত

ii. সরলরেখায় একাধিক জগৎ অবস্থিত

iii. জগতে একাধিক সমতল বিদ্যমান

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৫. সমতল জ্যামিতিতে–

i. সরলরেখা ও সমতল, জগৎ সেটের দুইটি উপসেট

ii. জগৎ সকল বিন্দুর সেট

iii. সরলরেখা সমতলের উপসেট

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৬. P ও Q বিন্দুযুগল একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা নির্দেশ করলে–

i. সংখ্যাটিকে P বিন্দু থেকে Q বিন্দুর দূরত্ব বলা হয়

ii. একে PQ দ্বারা সূচিত করা হয়

iii. এক্ষেত্রে $PQ \neq QP$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii খ i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ৪৭ – ৪৯ প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো সরলরেখায় অবস্থিত বিন্দুসমূহের সেট এবং বাস্তব সংখ্যার সেটের মধ্যে এমনভাবে এক–এক মিল স্থাপন করা যায় যেন রেখাটির যেকোনো বিন্দু P, Q এর জন্য $PQ = |a - b|$

৪৭. এক্ষেত্রে, a, b কোন ধরনের সংখ্যা? (সহজ)

● বাস্তব খ অবাস্তব

গ মৌলিক ঘ অমূলদ

৪৮. সংখ্যারেখায় P বিন্দুর সাথে a সংখ্যাটি সংশ্লিষ্ট হলে P কে a এর কী বলে? (সহজ)

ক স্থানাঙ্ক ● লেখবিন্দু গ বিস্তৃতি ঘ শীর্ষবিন্দু

৪৯. সংখ্যারেখায় P বিন্দুর সঙ্গে a সংখ্যাটি সংশ্লিষ্ট হলে a কে P এর কী বলে? (সহজ)

● স্থানাঙ্ক খ লেখবিন্দু গ শীর্ষবিন্দু ঘ বিস্তৃতি

৬.৪ : জ্যামিতিক প্রমাণ

৫১. ইউক্লিড কোন দেশের পণ্ডিত ছিলেন?

● গ্রিক খ ইতালি গ জার্মানি ঘ ইউরোপীয়

৫২. কে 'Elements' গ্রন্থটি রচনা করেন?

ক পিথাগোরাস খ টলেমী ● ইউক্লিড ঘ ব্রহ্মগুপ্ত

৫৩. থেলিস কোন দেশের গণিতবিদ?

ক মিশর ● গ্রিক গ ইংল্যান্ড ঘ জার্মান

৫৪. ইউক্লিড তার 'ইলিমেন্টস' গ্রন্থে মোট কতটি শৃঙ্খলাবদ্ধ প্রতিজ্ঞার প্রমাণ দিয়েছেন?

ক ৪৬০ খ ৪৭০ গ ৪৭৫ ● ৪৬৫

৫৫. জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রের একটি–

ক ভাষা ● প্রাচীন শাখা

গ পরিমাপের বিষয় ঘ গাণিতিক শাখা

৫৬. Geometry কোন দেশীয় শব্দ?

● গ্রিক খ জার্মান গ রোমান ঘ ইংরেজি

৫৭. জ্যামিতি শব্দের অর্থ কী?

ক পরিমাপ খ ভূমি ● ভূমির পরিমাপ ঘ তল

৫৮. "gon" অর্থ কী?

● ধার খ কর্ণ গ পরিসীমা ঘ ধারক

৫৯. সাধারণ নির্বচন জ্যামিতিক প্রতিজ্ঞার কোন ধরনের বর্ণনা? (মধ্যম)

ক চিত্র নির্ভর ● চিত্র-নিরপেক্ষ গ প্রাথমিক ঘ শূন্য

৬০. বিন্দুর মাত্রা কয়টি?

● শূন্য খ 1 গ 2 ঘ 3

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫০. সম্পাদ্য হলো–

i. প্রমাণনির্ভর প্রতিজ্ঞা ii. প্রমাণবিহীন প্রতিজ্ঞা

iii. অঙ্কন করার প্রস্তাবনা

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ● i ও iii

গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৬১. জ্যামিতিতে চিত্র অঙ্কন করার প্রস্তাবনাকে কী বলে?

ক উপপাদ্য ● সম্পাদ্য গ অনুসিদ্ধান্ত ঘ স্বতঃসিদ্ধ

৬২. কে জ্যামিতি তত্ত্বের বিস্তৃতি ঘটায়?

ক থেলিস খ গ্যালিলিও ● পিথাগোরাস ঘ নিউটন

৬৩. গোলকের মাত্রা কয়টি?

ক 1 খ 2 ● 3 ঘ 4

৬৪. বিন্দুর মাত্রা কয়টি?

● শূন্য খ 1 গ 2 ঘ 3

৬৫. কোনটি দ্বিমাত্রিক?

● তল খ রেখা গ বিন্দু ঘ ঘনবস্তু

৬৬. সমতল জ্যামিতিতে–

i. সরলরেখা ও সমতল, জগৎ সেটের দুইটি উপসেট

ii. জগৎ সকল বিন্দুর সেট

iii. সরলরেখা সমতলের উপসেট

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৭. যেকোনো বস্তু–

i. রেখা হলে একমাত্রিক

ii. তল হলে দ্বিমাত্রিক

iii. ঘনক হলে ত্রিমাত্রিক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▸ বিভিন্ন বস্তু স্থানের যে অংশ জুড়ে থাকে সে স্থানটুকুর আকার, আকৃতি, অবস্থান, বৈশিষ্ট্য প্রভৃতি থেকেই জ্যামিতিক ধ্যান-ধারণার উদ্ভব।

ক. ঘনবস্তু কী? ২

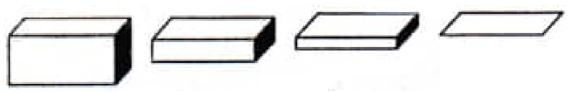
খ. ঘনবস্তু থেকে কীভাবে তলের ধারণায় আসা যায় বর্ণনা কর। ৪

গ. তল থেকে কীভাবে রেখার ধারণায় আসা যায় তা বর্ণনা কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যে সকল বস্তু তিনটি মাত্রা অর্থাৎ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নির্দেশ করে সেগুলো ঘনবস্তু। প্রত্যেক ঘনবস্তুই ত্রিমাত্রিক। যেমন : ইট, পাথর, বাড়ি-ঘর, পাহাড়, টেবিল ইত্যাদি ঘনবস্তু।

খ. একটি ইট বা বাক্সের তিনটি মাত্রা (দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা) আছে। আবার গোলকেরও তিনটি মাত্রা আছে। একটি বাক্সের দুইটি মাত্রা ঠিক রেখে তৃতীয় মাত্রা ক্রমশ হ্রাস করে শূন্যে পরিণত করলে বাক্সটির পৃষ্ঠ বিশেষ মাত্রা অবশিষ্ট থাকে।



এভাবে ঘনবস্তু থেকে তলের ধারণায় আসা যায়। একটি বাক্সের উপরিভাগ সমতল এবং একটি গোলকের উপরিভাগ বক্রতল।

গ. দুইটি তল পরস্পরকে ছেদ করলে একটি রেখার সৃষ্টি হয়। যেমন, বাক্সের দুইটি উপরিতল বাক্সের একধারে একটি রেখায় মিলিত হয়। এই রেখা একটি সরলরেখা।

আবার, একটি লেবুকে একটি পাতলা ছুরি দিয়ে কাটলে ছুরির সমতল লেবুর বক্রতলকে যেখানে ছেদ করে সেখানে একটি বক্ররেখা উৎপন্ন হয়।

প্রশ্ন–২ ▸ যেকোনো গাণিতিক আলোচনায় এক বা একাধিক প্রাথমিক ধারণা স্বীকার করে নিতে হয়। বর্তমান সময়ে জ্যামিতিতে কিছু ধারণা স্বীকার করে নেয়া হয়েছে।

ক. জ্যামিতিক স্বীকার্য কী? ২

খ. দূরত্ব স্বীকার্যের বর্ণনা দাও। ৪

গ. রেখাংশের মাধ্যমে দূরত্ব স্বীকার্যকে কি ব্যাখ্যা করা সম্ভব? যদি সম্ভব হয় ব্যাখ্যা দাও। ৪

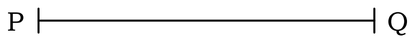
২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. জ্যামিতিক যেকোনো আলোচনায় এক বা একাধিক প্রাথমিক ধারণাকে স্বীকার করে নিতে হয়। আধুনিক জ্যামিতিতে বিন্দু, সরলরেখা ও সমতলকে প্রাথমিক ধারণা হিসেবে গ্রহণ করে তাদের কিছু বৈশিষ্ট্যকে স্বীকার করে নেয়া হয়। আর এই স্বীকৃত বৈশিষ্ট্যগুলোই জ্যামিতিক স্বীকার্য (Postulate)।

খ. **দূরত্ব স্বীকার্য :** (ক) P ও Q বিন্দুযুগল একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা নির্দিষ্ট করে থাকে। সংখ্যাটিকে P বিন্দু থেকে Q বিন্দুর দূরত্ব বলা হয় এবং PQ দ্বারা সূচিত করা হয়।

(খ) P থেকে Q এর দূরত্ব এবং Q থেকে P এর দূরত্ব একই। অর্থাৎ PQ = QP· PQ = QP হওয়াতে এই দূরত্বকে সাধারণত P বিন্দু ও Q বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব বলা হয়। ব্যবহারিকভাবে, এই দূরত্ব পূর্ব নির্ধারিত এককের সাহায্যে পরিমাপ করা হয়।

গ. একটি রেখাংশের মাধ্যমে দূরত্ব স্বীকার্যকে ব্যাখ্যা দেওয়া সম্ভব। ব্যাখ্যা নিম্নরূপ–



মনে করি, P থেকে Q বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব a cm. সুতরাং, PQ এর দূরত্ব একটি অনন্য বাস্তব সংখ্যা নির্দেশ করে।

P ও Q ভিন্ন বিন্দু বলে PQ দূরত্ব একটি ধনাত্মক সংখ্যা। আবার, P ও Q একই বিন্দু হলে এদের মধ্যবর্তী কোনো দূরত্ব থাকতো না। সুতরাং, PQ = 0 হতো।

P থেকে Q এর দূরত্ব যত Q থেকে P এর দূরত্ব একই অর্থাৎ a cm হয়। (স্কেলের সাহায্যে মেপে)। অর্থাৎ PQ = QP।

প্রশ্ন–৩ ▸ জ্যামিতি গণিত শাস্ত্রের একটি প্রাচীন শাখা। শুধু ভূমি পরিমাপই নয় বরং বহু জটিল গাণিতিক সমস্যা সমাধানে এই জ্ঞান এখন অপরিহার্য।

ক. আধুনিক জ্যামিতির ভিত্তি কী? ২

খ. বিন্দু, রেখা ও তল সম্পর্কে ইউক্লিডের ধারণা লেখ। ৪

গ. বিন্দু, রেখা ও তল সম্পর্কিত ইউক্লিডের স্বতঃসিদ্ধগুলো লেখ। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. আনুমানিক খ্রিষ্টপূর্ব ৩০০ অব্দে গ্রিক পন্ডিত ইউক্লিড জ্যামিতির ইতস্তত বিক্ষিপ্ত সূত্রগুলোকে বিধিবদ্ধভাবে সুবিন্যস্ত করে তাঁর বিখ্যাত গ্রন্থ 'ইলিমেন্টস' রচনা করেন। তেরো খন্ডে সম্পূর্ণ কালোত্তীর্ণ এই 'ইলিমেন্টস' গ্রন্থটিই আধুনিক জ্যামিতির ভিত্তি।

খ. ইউক্লিড বিন্দু, রেখা, তল সম্পর্কে যে বর্ণনা দিয়েছেন তা নিম্নরূপ :

১. যার কোনো অংশ নেই, তাই বিন্দু।
২. রেখার প্রান্ত বিন্দু নেই।
৩. যার কেবল দৈর্ঘ্য আছে কিন্তু প্রস্থ ও উচ্চতা নেই, তাই রেখা।
৪. যে রেখার উপরিস্থিত বিন্দুগুলো একই বরাবর থাকে, তাই সরলরেখা।
৫. যার কেবল দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে, তাই তল।
৬. তলের প্রান্ত হলো রেখা।
৭. যে তলের সরলরেখাগুলো তার ওপর সমভাবে থাকে, তাই সমতল।

গ. বিন্দু, রেখা ও তল সম্পর্কে ধারণা দিতে গিয়ে ইউক্লিড কিছু প্রাথমিক ধারণা স্বীকার করে নিয়েছেন। এগুলোকে তিনি স্বতঃসিদ্ধ (Axioms) বলে আখ্যায়িত করেছেন। ইউক্লিড প্রদত্ত স্বতঃসিদ্ধগুলো নিম্নরূপ :

১· যে সকল বস্তু একই বস্তুর সমান, সেগুলো পরস্পর সমান।
২· সমান সমান বস্তুর সাথে সমান বস্তু যোগ করা হলে যোগফল সমান।
৩· সমান সমান বস্তু থেকে সমান বস্তু বিয়োগ করা হলে বিয়োগফল সমান।
৪· যা পরস্পরের সাথে মিলে যায়, তা পরস্পর সমান।
৫· পূর্ণ তার অংশের চেয়ে বড়।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৪ ▸ আনুমানিক খ্রিস্টপূর্ব ৩০০ অব্দে গ্রিক পন্ডিত ইউক্লিড জ্যামিতির ইতস্তত বিক্ষিপ্ত সূত্রগুলোকে বিধিবদ্ধ সুবিন্যস্ত করে তাঁর বিখ্যাত গ্রন্থ 'ইলিমেন্টস' রচনা করেন। তের খন্ডে সম্পূর্ণ কালোত্তীর্ণ এ 'ইলিমেন্টস' গ্রন্থটি আধুনিক জ্যামিতির ভিত্তিস্বরূপ।

ক. জ্যামিতি বলতে কী বোঝায়? ২

খ. তল, রেখা ও বিন্দু সম্পর্কে ইউক্লিডের বর্ণনাগুলো লিখ। ৪

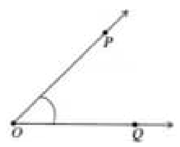
গ. 'খ' এর আলোকে ইউক্লিডের স্বতঃসিদ্ধগুলো লিখ। ৪

উত্তর : নিজে চেষ্টা কর।

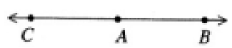
অনুশীলনী ৬.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

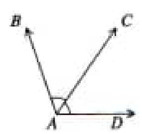
- **রেখা, রশ্মি, রেখাংশ**
সমতলীয় জ্যামিতির স্বীকার্য অনুযায়ী সমতলে সরলরেখা বিদ্যমান যার প্রতিটি বিন্দু সমতলে অবস্থিত। মনে করি, সমতলে AB একটি সরলরেখা এবং রেখাটির উপর অবস্থিত একটি বিন্দু C। C বিন্দুকে A ও B বিন্দুর অন্তর্বর্তী বলা হয় যদি A, C ও B একই সরলরেখার ভিন্ন ভিন্ন বিন্দু হয় এবং $AC + CB = AB$ হয়। A, C ও B বিন্দু তিনটিকে সমরেখ বিন্দুও বলা হয়। A ও B এবং এদের অন্তর্বর্তী সকল বিন্দুর সেটকে A ও B বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বা সংক্ষেপে AB রেখাংশ বলা হয়। A ও B বিন্দুর অন্তর্বর্তী প্রত্যেক বিন্দুকে রেখাংশের অন্তঃস্থ বিন্দু বলা হয়।
- **কোণ :** সমতলে দুইটি রশ্মির প্রান্তবিন্দু একই হলে কোণ তৈরি হয়। রশ্মি দুইটিকে কোণের বাহু এবং তাদের সাধারণ বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু বলে।



চিত্রে, OP ও OQ রশ্মিদ্বয় তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু O তে $\angle POQ$ উৎপন্ন করেছে। O বিন্দুটি $\angle POQ$ এর শীর্ষবিন্দু।
- **সরল কোণ :** দুইটি পরস্পর বিপরীত রশ্মি তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দুতে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে সরল কোণ বলে।

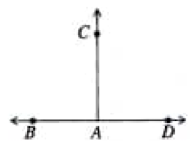


চিত্রে, AB রশ্মি, প্রান্তবিন্দু A থেকে AB এর বিপরীত দিকে AC রশ্মি আঁকা হয়েছে। AC ও AB রশ্মিদ্বয় তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু A তে $\angle BAC$ উৎপন্ন করেছে। $\angle BAC$ কে সরল কোণ বলে। সরল কোণের পরিমাপ দুই সমকোণ বা ১৮০°।
- **সন্নিহিত কোণ :** যদি সমতলে দুইটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু হয় ও তাদের একটি সাধারণ রশ্মি থাকে এবং কোণদ্বয় সাধারণ রশ্মির বিপরীত পাশে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে।

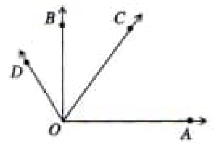


চিত্রে, A বিন্দুটি $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ এর শীর্ষবিন্দু।
A বিন্দু $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ উৎপন্নকারী রশ্মিগুলোর মধ্যে AC সাধারণ রশ্মি। কোণ দুইটি সাধারণ রশ্মি AC এর বিপরীত পাশে অবস্থিত। $\angle BAC$ এবং $\angle CAD$ পরস্পর সন্নিহিত কোণ।

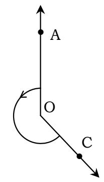
- **লম্ব, সমকোণ :** একটি সরলকোণের সমদ্বিখণ্ডককে লম্ব এবং সংশ্লিষ্ট সন্নিহিত কোণের প্রত্যেকটিকে সমকোণ বলে।



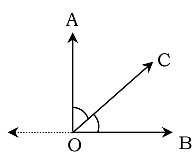
চিত্রে, $\angle BAD$ সরলকোণ A বিন্দুতে AC রশ্মি দ্বারা উৎপন্ন $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ সন্নিহিত কোণ দুইটির প্রত্যেকে সমকোণ এবং BD ও AC বাহুদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব।
- **সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণ :** এক সমকোণ থেকে ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ এবং এক সমকোণ থেকে বড় কিন্তু দুই সমকোণ থেকে ছোট কোণকে স্থূলকোণ বলা হয়।



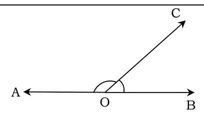
চিত্রে $\angle AOC$ সূক্ষ্মকোণ এবং $\angle AOD$ স্থূলকোণ। এখানে $\angle AOB$ এক সমকোণ।
- **প্রবৃদ্ধ কোণ :** দুই সমকোণ থেকে বড় কিন্তু চার সমকোণ থেকে ছোট কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে। চিত্রে চিহ্নিত $\angle AOC$ প্রবৃদ্ধ কোণ।



- **পূরক কোণ :** দুইটি কোণের পরিমাপের যোগফল 1 সমকোণ হলে কোণ দুইটির একটি অপরটির পূরক কোণ।

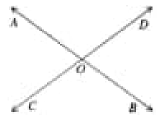


চিত্রে, $\angle AOB$ একটি সমকোণ। OC রশ্মি কোণটির বাহুদ্বয়ের অভ্যন্তরে অবস্থিত। এর ফলে $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ এই দুইটি কোণ উৎপন্ন হলো। কোণ দুইটির পরিমাপের যোগফল $\angle AOB$ এর পরিমাপের সমান, অর্থাৎ 1 সমকোণ। $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ পরস্পর পূরক কোণ।
- **সম্পূরক কোণ :** দুইটি কোণের পরিমাপের যোগফল 2 সমকোণ হলে কোণ দুইটি পরস্পর সম্পূরক কোণ।



AB একটি সরলরেখার O অন্তঃস্থ একটি বিন্দু। OC একটি রশ্মি যা OA রশ্মি ও OB রশ্মি থেকে ভিন্ন। এর ফলে $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ এই দুইটি কোণ উৎপন্ন হলো। কোণ দুইটির পরিমাপের যোগফল $\angle AOB$ কোণের পরিমাপের সমান, অর্থাৎ 2 সমকোণ, কেননা $\angle AOB$ একটি সরলকোণ। $\angle AOC$ এবং $\angle COB$ পরস্পর সম্পূরক কোণ।

- **বিপ্রতীপ কোণ :** কোনো কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয় যে কোণ তৈরি করে তা ঐ কোণের বিপ্রতীপ কোণ।



চিত্রে OA ও OB পরস্পর বিপরীত রশ্মি। আবার, OC ও OD পরস্পর বিপরীত রশ্মি।

$\therefore$ $\angle BOD$ ও $\angle AOC$ পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ। আবার $\angle BOC$ ও $\angle DOA$ একটি অপরটির বিপ্রতীপ কোণ। দুইটি সরলরেখা কোনো বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করলে, ছেদ বিন্দুতে দুই জোড়া বিপ্রতীপ কোণ উৎপন্ন হয়।

- **সমান্তরাল সরলরেখা :** একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সরলরেখার সমান্তরালতা নিচে বর্ণিত তিনভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায় :

ক. সরলরেখা দুইটি কখনও পরস্পরকে ছেদ করে না (দুই দিকে অসীম পর্যন্ত বর্ধিত করা হলেও)।

খ. একটি সরলরেখার প্রতিটি বিন্দু অপরটি থেকে সমান ক্ষুদ্রতম দূরত্বে অবস্থান করে।

গ. সরলরেখা দুইটিকে অপর একটি সরলরেখা ছেদ করলে যদি একান্তর কোণ বা অনুরূপ কোণগুলো সমান হয়।

সংজ্ঞা (ক) অনুসারে একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সরলরেখা একে অপরকে ছেদ না করলে সেগুলো সমান্তরাল। দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা থেকে যেকোনো দুইটি রেখাংশ নিলে, রেখাংশ দুইটিও পরস্পর সমান্তরাল হয়।

সংজ্ঞা (খ) অনুসারে দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার একটির যেকোনো বিন্দু থেকে অপরটির লম্ব–দূরত্ব সর্বদা সমান। লম্ব–দূরত্ব বলতে তাদের একটির যেকোনো বিন্দু হতে অপরটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্যকেই বোঝায়। আবার বিপরীতভাবে, দুইটি সরলরেখার একটির যেকোনো দুইটি বিন্দু থেকে অপরটির লম্ব–দূরত্ব পরস্পর সমান হলেও রেখাদ্বয় সমান্তরাল। এই লম্ব–দূরত্বকে দুইটি সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের দূরত্ব বলা হয়।

সংজ্ঞা (গ) ইউক্লিডের পঞ্চম স্বীকার্যের সমতুল্য। জ্যামিতিক প্রমাণ ও অঙ্কনের জন্য এ সংজ্ঞাটি অধিকতর উপযোগী।

লক্ষকরি, কোনো নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর অবস্থিত নয় এরূপ বিন্দুর মধ্য দিয়ে ঐ সরলরেখার সমান্তরাল করে একটি মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।

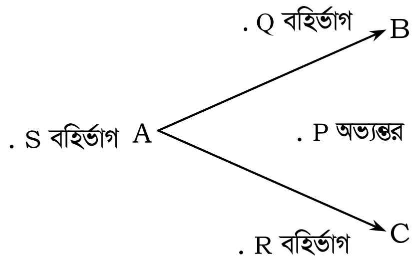
অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ কোণের অভ্যন্তর ও বহির্ভাগের সংজ্ঞা দাও।

সমাধান : কোণের অভ্যন্তর : যেকোনো একটি কোণ, যেমন, $\angle BAC$ এর অভ্যন্তর হলো $\overleftrightarrow{AB}$ এর C পার্শ্বে এবং $\overleftrightarrow{AC}$ এর B পার্শ্বে অবস্থিত সমতলের সকল বিন্দুর সেট।

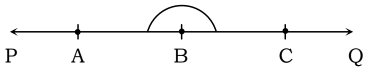
কোণের বহির্ভাগ : কোণটির অভ্যন্তরে অথবা কোনো বাহুতে অবস্থিত নয়, সমতলস্থ এমন সকল বিন্দুর সেটকে তার বহির্ভাগ বলা হয়।

চিত্রে, P বিন্দু $\angle BAC$ এর অভ্যন্তরে এবং Q, S ও R বিন্দু তার বহির্ভাগে অবস্থিত।



প্রশ্ন ॥ ২ ॥ যদি একই সরলরেখাস্থ তিনটি ভিন্ন বিন্দু হয়, তবে চিত্রের উৎপন্ন কোণগুলোর নামকরণ কর।

সমাধান :



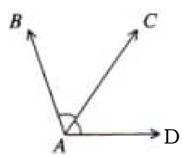
চিত্রে, PQ সরলরেখাস্থ A, B ও C তিনটি ভিন্ন বিন্দু।

আমরা জানি, দুইটি পরস্পর বিপরীত রশ্মি তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দুতে সরলকোণ তৈরি করে।

চিত্রে, AQ রশ্মির প্রান্তবিন্দু A থেকে AQ এর বিপরীত দিকে AP রশ্মি। AP ও AQ রশ্মিদ্বয় তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দু A তে $\angle PAQ$ উৎপন্ন করে। $\angle PAQ$ এক সরলকোণ। অনুরূপভাবে, B ও C বিন্দুতে $\angle PBQ$ এবং $\angle PCQ$ উৎপন্ন করে। এরা প্রত্যেকে এক সরলকোণ।

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ সন্নিহিত কোণের সংজ্ঞা দাও এবং এর বাহুগুলো চিহ্নিত কর।

সমাধান : যদি সমতলে দুইটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু হয় ও তাদের একটি সাধারণ রশ্মি থাকে এবং কোণদ্বয় সাধারণ রশ্মির বিপরীত পাশে অবস্থান করে, তবে ঐ কোণদ্বয়কে সন্নিহিত কোণ বলে।

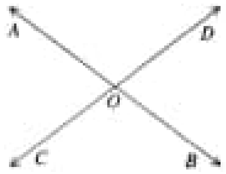


চিত্রে, A বিন্দুটি $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ এর শীর্ষবিন্দু।

A বিন্দু $\angle BAC$ ও $\angle CAD$ উৎপন্নকারী রশ্মিগুলোর মধ্যে AC সাধারণ রশ্মি। কোণ দুইটি সাধারণ রশ্মি AC এর বিপরীত পাশে অবস্থিত। $\angle BAC$ এবং $\angle CAD$ পরস্পর সন্নিহিত কোণ।

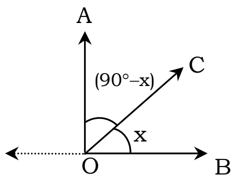
প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ চিত্রসহ সংজ্ঞা দাও : বিপ্রতীপ কোণ, পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ, সমকোণ, সূক্ষ্মকোণ এবং স্থূলকোণ।

সমাধান : বিপ্রতীপ কোণ : কোনো কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয় যে কোণ তৈরি করে তা ঐ কোণের বিপ্রতীপ কোণ।



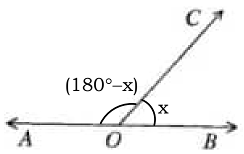
চিত্রে, OA ও OB পরস্পর বিপরীত রশ্মি। আবার, OC ও OD পরস্পর বিপরীত রশ্মি। ∠BOD ও ∠AOC পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ। আবার ∠BOC ও ∠DOA একটি অপরটির বিপ্রতীপ কোণ। দুইটি সরলরেখা কোনো বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করলে, ছেদ বিন্দুতে দুই জোড়া বিপ্রতীপ কোণ উৎপন্ন হয়।

পূরক কোণ : দুইটি কোণের পরিমাপের যোগফল 1 সমকোণ হলে কোণ দুইটির একটি অপরটির পূরক কোণ।



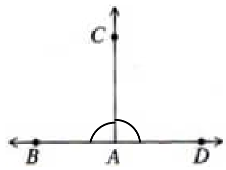
চিত্রে, ∠AOB একটি সমকোণ। OC রশ্মি কোণটির বাহুদ্বয়ের অভ্যন্তরে অবস্থিত। এর ফলে ∠AOC এবং ∠COB এই দুইটি কোণ উৎপন্ন হলো। কোণ দুইটির পরিমাপের যোগফল ∠AOB এর পরিমাপের সমান, অর্থাৎ 1 সমকোণ। ∠AOC এবং ∠COB পরস্পর পূরণ কোণ।

সম্পূরক কোণ : দুইটি কোণের পরিমাপের যোগফল 2 সমকোণ হলে কোণ দুইটি পরস্পর সম্পূরক কোণ।



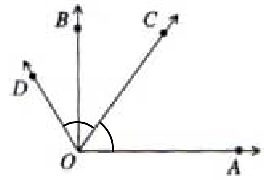
AB একটি সরলরেখার O অন্তঃস্থ একটি বিন্দু। OC একটি রশ্মি যা OA রশ্মি ও OB রশ্মি থেকে ভিন্ন। এর ফলে ∠AOC এবং ∠COB এই দুইটি কোণ উৎপন্ন হলো। কোণ দুইটির পরিমাপের যোগফল ∠AOB কোণের পরিমাপের সমান, অর্থাৎ 2 সমকোণ, কেননা ∠AOB একটি সরলকোণ। ∠AOC এবং ∠COB পরস্পর সম্পূরক কোণ।

সমকোণ : একটি সরলকোণের সমদ্বিখণ্ডককে লম্ব এবং সংশ্লিষ্ট সন্নিহিত কোণের প্রত্যেকটিকে সমকোণ বলে।



চিত্রে, ∠BAD সরলকোণ A বিন্দুতে AC রশ্মি দ্বারা উৎপন্ন ∠BAC ও ∠CAD সন্নিহিত কোণ দুইটির প্রত্যেকে সমকোণ এবং BD ও AC বাহুদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব।

সূক্ষ্মকোণ ও স্থূলকোণ : এক সমকোণ থেকে ছোট কোণকে সূক্ষ্মকোণ এবং এক সমকোণ থেকে বড় কিন্তু দুই সমকোণ থেকে ছোট কোণকে স্থূলকোণ বলা হয়।



চিত্রে ∠AOC সূক্ষ্মকোণ এবং ∠AOD স্থূলকোণ। এখানে ∠AOB এক সমকোণ।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. **20° কোণের সম্পূরক কোণের অর্ধেক কত?**

ⓚ 35° ⓦ 70° ● 80° ⓖ 160°

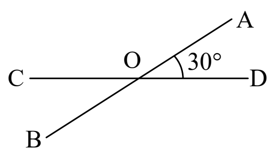
২. **সূক্ষ্মকোণের পূরক কোণ কোনটি?**

ⓚ সরলকোণ ⓦ স্থূলকোণ
ⓖ সমকোণ ● সূক্ষ্মকোণ

৩. **সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণের যোগফল কত?**

ⓚ 45° ⓦ 80° ● 90° ⓖ 180°

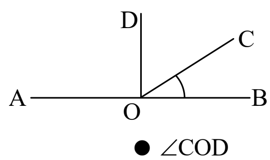
৪.



উপরের চিত্রে ∠AOC + ∠BOD = কত ডিগ্রি?

ⓚ 320° ● 300°
ⓖ 270° ⓖ 250°

৫. **নিচের চিত্রের ∠BOC এর সন্নিহিত কোণ কোনটি?**



ⓚ ∠AOD ● ∠COD
ⓖ ∠BOD ⓖ ∠ADC

৬. **ΔABC এর ∠B = 40°, ∠C = 60° এবং ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে, ∠BOC এর মান কত?**

ⓚ 40° ⓦ 50°
ⓖ 80° ● 130°

৭. **সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অন্তর 8° হলে, এর ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত?**

ⓚ 8° ● 41° ⓖ 49° ⓖ 82°

৮. **সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে–**

i. 3 cm, 4 cm, 5 cm ii. 5 cm, 12 cm, 13 cm
iii. 6 cm, 8 cm, 12 cm

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii   ⓚ i ও iii   ⓖ ii ও iii   ⓘ i, ii ও iii

৯. ΔABC ও ΔDEF সর্বসম হবে যদি–

i. AB = DE, BC = EF এবং AC = DF হয়

ii. AB = DE, BC = EF এবং ∠B = ∠E হয়

iii. ∠A = ∠D, ∠B = ∠E এবং ∠C = ∠F হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii   ⓚ i ও iii   ⓖ ii ও iii   ⓘ i, ii ও iii

প্রদত্ত চিত্রে অনুযায়ী ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

রেখা, রশ্মি, রেখাংশ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২. P ও Q বিন্দুর অন্তর্বর্তী প্রত্যেক বিন্দুকে PQ রেখাংশের কী বলা হয়? (সহজ)

ক বহিঃস্থ বিন্দু ● অন্তঃস্থ বিন্দু গ ছেদবিন্দু ঘ প্রান্ত বিন্দু

১৩. একটি সরলরেখার ওপর বিন্দুগুলো কেমন হবে? (সহজ)

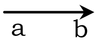
ক রশ্মি   খ রেখাংশ   গ অসম বিন্দু   ● সমরেখ বিন্দু

১৪. রেখার একটি অংশকে কী বলে? (সহজ)

ক বক্ররেখা   খ সরল রেখা   ● রেখাংশ   ঘ রশ্মি

১৫. রেখাংশের কয়টি প্রান্ত বিন্দু আছে? (সহজ)

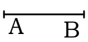
ক 1   ● 2   গ 3   ঘ অসংখ্য

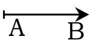
১৬. 

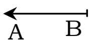
দ্বারা নিচের কোনটির নির্দেশ বোঝায়?

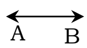
ক রেখা   ● রশ্মি   গ রেখাংশ   ঘ বক্ররেখা

১৭. নিচের কোনটি রেখা নির্দেশ করে?

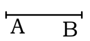
ক 

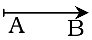
খ 

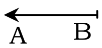
গ 

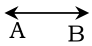
● 

১৮. নিচের কোনটি রেখাংশ? (সহজ)

● 

খ 

গ 

ঘ 

১৯. AC + CB = AB হলে C নিচের কোনটি? (সহজ)

ক সমবিন্দু   খ মধ্যবিন্দু   ● অন্তঃস্থ বিন্দু   ঘ কোণ

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. রেখার প্রান্তবিন্দু থাকে   ii. রেখাংশের দৈর্ঘ্য নির্দিষ্ট

iii. রশ্মির একটিমাত্র প্রান্তবিন্দু আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii   খ i ও iii   ● ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

২১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. একটি রশ্মির একটি মাত্র প্রান্ত বিন্দু থাকে

ii. সরলরেখার দুইটি প্রান্ত বিন্দু থাকে

iii. একটি বিন্দু থেকে একাধিক রশ্মি আঁকা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii   ● i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii

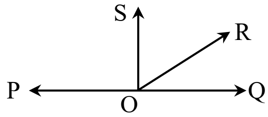
২২. কোনো রেখার ক্ষেত্রে–

i. দৈর্ঘ্য আছে   ii. প্রস্থ নেই

iii. দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ঘ i, ii ও iii



১০. এক সমকোণের সমান কোণ কোনটি?

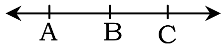
● ∠POS   খ ∠QOR

গ ∠ROS   ঘ ∠POR

১১. ∠QOR –এর পূরক কোণ কোনটি?

ক ∠QOS   খ ∠POR

● ∠ROS   ঘ ∠POS

২৩. 

চিত্রে অন্তর্বর্তী বিন্দুর ক্ষেত্রে–

i. AC + CB = AB   ii. AB – AC = BC

iii. A, C ও B সমরেখ ভিন্ন বিন্দু

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii   খ i ও iii   গ ii ও iii   ● i, ii ও iii

কোণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৪. OP ও OQ রশ্মির প্রান্তবিন্দু O হলে নিচের কোনটি তৈরি হয়? (মধ্যম)

ক রেখা   ● কোণ   গ বিন্দু   ঘ রশ্মি

২৫. দুইটি পরস্পর বিপরীত রশ্মি তাদের সাধারণ প্রান্তবিন্দুতে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কী কোণ বলে? (সহজ)

ক সন্নিহিত কোণ খ সমকোণ   ● সরল কোণ   ঘ পূরক কোণ

২৬. সরল কোণের মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ক 30°   খ 60°   গ 90°   ● 180°

২৭. একটি সরল কোণের সমদ্বিখণ্ডককে কী বলে? (সহজ)

ক বিন্দু   খ রেখা   ● লম্ব   ঘ কোণ

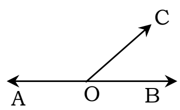
২৮. সরলরেখার উপর একটি লম্ব অঙ্কন করলে এর একটি কোণ কী হবে? (সহজ)

ক সূক্ষ্মকোণ   খ স্থূলকোণ   ● সমকোণ   ঘ সরলকোণ

২৯. যে কোণের ডিগ্রি পরিমাপ 90° থেকে ছোট তাকে কী বলে? (মধ্যম)

● সূক্ষ্মকোণ   খ সমকোণ   গ সরলকোণ   ঘ স্থূলকোণ

৩০.



চিত্রে, O বিন্দুতে উৎপন্ন কোণদ্বয়ের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক এক সমকোণ   ● দুই সমকোণ

গ তিন সমকোণ   ঘ চার সমকোণ

৩১. সরলরেখার উপর একটি রশ্মি অঙ্কন করলে এর একটি কোণ 45° হলে অপর কোণটি কী হবে? (সহজ)

ক সূক্ষ্মকোণ   ● স্থূলকোণ   গ সমকোণ   ঘ সরলকোণ

৩২. একটি কোণের পরিমাণ 181° হলে একে কী কোণ বলে? (সহজ)

● প্রবৃদ্ধ কোণ খ সূক্ষ্মকোণ   গ স্থূলকোণ   ঘ সমকোণ

ব্যাখ্যা : দুই সমকোণ থেকে বড় কোণকে প্রবৃদ্ধ কোণ বলে।

৩৩. 15° কোণের পূরক কোণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

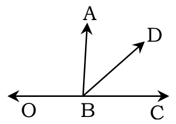
● 75   খ 105   গ 165   ঘ 195

ব্যাখ্যা : 15° কোণের পূরক কোণ $= 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

৩৪. দুইটি কোণের সমষ্টি এক সমকোণ হলে কোণ দুইটি পরস্পরের কী কোণ? (সহজ)

ⓚ সূক্ষ্ম ⓦ স্থূল ● পূরক ⓖ সম্পূরক

৩৫.



চিত্রে $\angle DBC$ এর সম্পূরক কোণ নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ $\angle ABD$ ⓦ $\angle ABC$ ⓖ $\angle OBC$ ● $\angle DBO$

৩৬. কোনো কোণের বাহুদ্বয়ের বিপরীত রশ্মিদ্বয় যে কোণ তৈরি করে তা নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● বিপ্রতীপ কোণ ⓦ সম্পূরক ⓖ সমকোণ ⓖ সরল কোণ

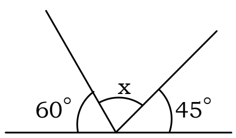
৩৭. দুইটি সরলকোণ পরস্পর ছেদ করলে উৎপন্ন বিপ্রতীপ কোণগুলো পরস্পর কী হবে? (সহজ)

● সমান ⓦ সমকোণ ⓖ অসমান ⓖ সরল কোণ

৩৮. 60° কোণের বিপ্রতীপ কোণ কত ডিগ্রি? (সহজ)

ⓚ 0 ⓦ 45 ● 60 ⓖ 90

৩৯. x এর মান কত ডিগ্রি? (সহজ)



ⓚ 60 ⓦ 70 ● 75 ⓖ 90

ব্যাখ্যা : $60^\circ + x + 45^\circ = 180^\circ$ বা, $x = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪০. সন্নিহিত কোণের বৈশিষ্ট্য হলো–

i. শীর্ষ বিন্দু অভিন্ন

ii. কোণদ্বয় পরস্পর সন্নিহিত

iii. সাধারণ বাহুর একই পাশে অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

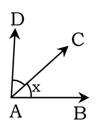
● i ও ii ⓦ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৪১. পাশের চিত্রে–

i. $\angle CAD < 90^\circ$

ii. $\angle CAD = 90^\circ - \angle x$

iii. $\angle BAC + \angle CAD = 90^\circ$



নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

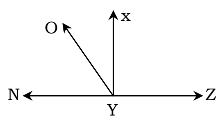
ⓚ i ও ii ⓦ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪২. চিত্রে NZ সমতল $XY \perp NZ$ এবং একটি রশ্মি YO হলে–

i. $\angle XYO$ সূক্ষ্মকোণ

ii. $\angle OYZ$ স্থূলকোণ

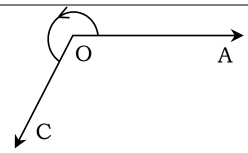
iii. $\angle NYZ$ সরলকোণ



নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓦ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৩. চিত্রে–



i. চিহ্নিত $\angle AOC$ প্রবৃদ্ধ কোণ

ii. চিহ্নিত $\angle AOC > 180^\circ$

iii. চিহ্নিত $\angle AOC < 180^\circ$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓦ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৪৪. নিচের কোন দুইটি কোণ পরস্পর সম্পূরক কোণ?

i. 100° এবং 80° ii. 110° এবং 70°

iii. 120° এবং 60°

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓦ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : দুইটি কোণের সমষ্টি যদি 180° বা দুই সমকোণ হয়, তবে তাদের সম্পূরক কোণ বলে।

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৫ – ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি রশ্মি দ্বারা উৎপন্ন কোণের মান 60°।

৪৫. উক্ত কোণের সাথে নিচের কত ডিগ্রি কোণ যোগ করলে তা প্রবৃদ্ধ কোণ হবে? (মধ্যম)

ⓚ 30° ⓦ 90° ⓖ 120° ● 135°

ব্যাখ্যা : $60^\circ + 135^\circ = 195^\circ$, যা দুই সমকোণ (180°) অপেক্ষা বেশি অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ।

৪৬. এক সমকোণ হতে আর কত ডিগ্রি কোণ প্রয়োজন? (সহজ)

● 30° ⓦ 60° ⓖ 120° ⓖ 150°

৪৭. এই কোণকে কী বলে? (সহজ)

ⓚ সমকোণ ● সূক্ষ্মকোণ ⓖ স্থূলকোণ ⓖ প্রবৃদ্ধকোণ

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ – ৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি সূক্ষ্মকোণের মান 45°।

৪৮. কোণটির পূরক কোণের মান কত? (সহজ)

● 45° ⓦ 60° ⓖ 80° ⓖ 90°

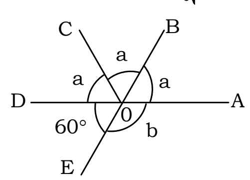
৪৯. কোণটির সম্পূরক কোণ কত? (সহজ)

ⓚ 145° ● 135° ⓖ 60° ⓖ 45°

৫০. কোণটির বিপ্রতীপ কোণের মান নিচের কোনটি? (সহজ)

ⓚ 90° ⓦ 75° ● 45° ⓖ 35°

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫১ – ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫১. a এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ⓚ 30° ● 60° ⓖ 90° ⓖ 180°

ব্যাখ্যা : $\angle AOD = 180^\circ$

বা, $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 180^\circ$

বা, $3a = 180^\circ$ বা, $a = 60^\circ$

৫২. b এর বিপ্রতীপ কোণ কোনটি? (সহজ)

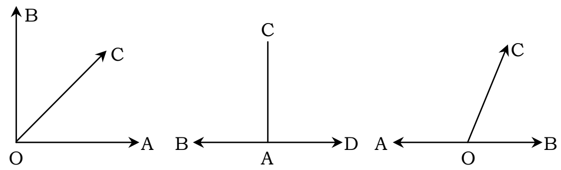
ⓚ $\angle AOB$ ⓛ $\angle DOC$ ⓖ $\angle BOE$ ● $\angle DOB$

৫৩. প্রবৃদ্ধ $\angle AOE$ এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ⓚ $150°$ ⓛ $180°$ ● $240°$ ⓘ $270°$

ব্যাখ্যা : $\angle AOE = a + a + a + 60° = 3a + 60° = 3\cdot 60 + 60$
$= 4 \times 60° = 240°$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৫৪ – ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্র–১ চিত্র–২ চিত্র–৩

৫৪. চিত্র–১ এ $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ পরস্পর কী কোণ নির্দেশ করে? (সহজ)

ⓚ সমকোণ ● পূরক কোণ ⓖ সম্পূরক কোণ ⓘ স্থূল কোণ

৫৫. চিত্র–২ এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $\angle BAC = \angle DAC$ ⓛ $\angle BAC + \angle DAC = 90°$
ⓖ $\angle BAC \neq \angle DAC$ ⓘ $\angle BAD = \angle BAC$

৫৬. চিত্র–২ নির্দেশিত কোণ দুটি শনাক্ত কর? (সহজ)

ⓚ পূরক কোণ ⓛ স্থূল কোণ ⓖ সূক্ষ্মকোণ ● সমকোণ

৫৭. চিত্র–৩ দ্বারা নির্দেশিত $\angle AOC$ ও $\angle BOC$ পরস্পর কী কোণ নির্দেশ করে? (কঠিন)

ⓚ সমকোণ ⓛ সরল কোণ ● সম্পূরক ⓘ পূরক কোণ

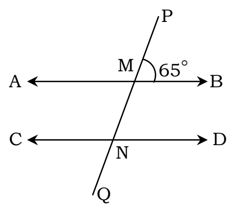
৫৮. চিত্র–১ এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $\angle AOC + \angle BOC = 90°$ ⓛ $\angle AOC = \angle BOC$
ⓖ $\angle AOC + \angle BOC = 180°$ ⓘ $\angle AOB > 90°$

৬·৪ : সমান্তরাল সরলরেখা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

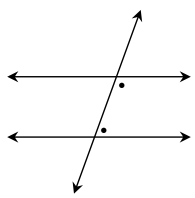
৫৯.



চিত্রে $AB || CD$ এবং PQ তাদের ছেদক, তাহলে $\angle CNM$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ $65°$ ⓛ $105°$ ⓖ $110°$ ● $115°$

৬০. চিত্রের ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ

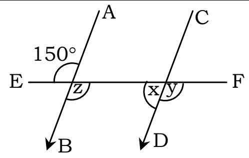


কোণদ্বয়ের যোগফল কত ডিগ্রি? (কঠিন)

● $180°$ ⓛ $120°$ ⓖ $90°$ ⓘ $60°$

ব্যাখ্যা : দুইটি সমান্তরাল সরলরেখার একটি ছেদক দ্বারা উৎপন্ন ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি $180°$।

৬১.

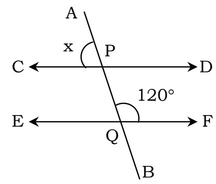


চিত্রে $AB || CD$ হলে $\angle x$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ $150°$ ● $30°$ ⓖ $35°$ ⓘ $130°$

ব্যাখ্যা : $\angle z = 150°$ (বিপ্রতীপ বলে)
$\angle y = \angle z = 150°$ $\therefore$ $\angle x + \angle y = 180°$
বা, $\angle x + 150° = 180°$ $\therefore$ $\angle x = 180° - 150° = 30°$

৬২.

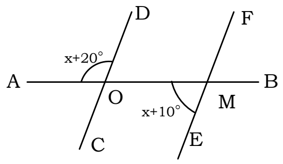


হলে, x এর মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ⓚ $30°$ ● $60°$ ⓖ $65°$ ⓘ $90°$

ব্যাখ্যা : $\angle x = \angle AQE$ (অনুরূপ কোণ)
$\angle AQE = 180° - 120° = 60°$ $\therefore$ $x = 60°$

৬৩.

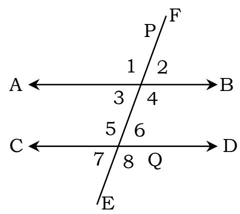


চিত্রে $CD || EF$ এবং AB তাদের ছেদক হলে $\angle DOM$ = কত? (মধ্যম)

● $85°$ ⓛ $78°$ ⓖ $77°$ ⓘ $76°$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৪.



i. $\angle 1$ এবং $\angle 5$, $\angle 2$ এবং $\angle 6$ পরস্পর অনুরূপ কোণ
ii. $\angle 3$ এবং $\angle 6$, $\angle 4$ এবং $\angle 5$ পরস্পর একান্তর কোণ
iii. $\angle 1$, $\angle 4$, $\angle 6$ অন্তঃস্থ কোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৬৫. একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা–

i. পরস্পরকে ছেদ করে না
ii. এর ছেদ রেখা দ্বারা উৎপন্ন একান্তর ও অনুরূপ কোণগুলো সমান
iii. এর প্রতিটি বিন্দু অপরটি থেকে সমান ক্ষুদ্রতম দূরত্বে অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৬৬. দুইটি সমান্তরাল রেখার ছেদক দ্বারা উৎপন্ন –

i. একান্তর ও অনুরূপ কোণগুলো সমান
ii. ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুইটি সম্পূরক

iii. ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয় সমান

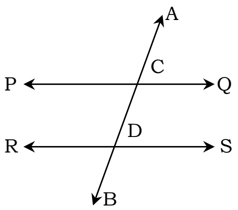
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৬৭ – ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

চিত্রে PQ || RS এবং AB তাদের ছেদক। C ও D বিন্দুদ্বয় PQ ও RS রেখার উপর অবস্থিত।



৬৭. নিচের কোন জোড়া ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ? (কঠিন)

ⓚ ∠CDR, ∠CDS ⓚ ∠QCD, ∠RDS

● ∠DCQ, ∠CDS ⓘ ∠SDC, ∠PCD

৬৮. ∠PCD এর একান্তর কোণ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ⓚ ∠CDR ● ∠CDS ⓖ ∠ADR ⓘ ∠ACQ

৬৯. অনুরূপ কোণ নিচের কোন জোড়া? (কঠিন)

● ∠ACQ, ∠SDC ⓚ ∠PCD, ∠CDS

ⓖ ∠PCD, ∠QCD ⓘ ∠ACQ, ∠PCD

বিভিন্ন স্কুলের নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭০. 45° কোণের বিপ্রতীপ কোণ কত?

ⓚ 0° ● 45° ⓖ 90° ⓘ 180°

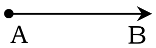
৭১. ∠A = x° এবং ∠B হলো ∠A এর পূরক কোণ। ∠B = ?

ⓚ x° ⓚ y° ⓖ 90° + x° ● 90° – x°

৭২. পরস্পরছেদী দুটি সরলরেখা ছেদবিন্দুতে যে চারটি কোণ উৎপন্ন করে তাদের ডিগ্রি পরিমাপের সমষ্টি কত?

● 360° ⓚ 180° ⓖ 90° ⓘ 0°

৭৩.



চিত্রে AB কে কী বলে?

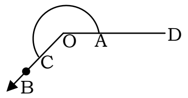
ⓚ AB সরল রেখা ⓚ AB রেখাংশ

● AB রশ্মি ⓘ AB বক্ররেখা

৭৪. দুটি রেখা পরস্পর ছেদ করলে কী উৎপন্ন হয়?

ⓚ বিন্দু ⓚ রেখা ⓖ তল ● কোণ

৭৫. চিত্রে ∠AOC কে কী কোণ বলা হয়?



● প্রবৃদ্ধ কোণ ⓚ স্থূলকোণ ⓖ সমকোণ ⓘ সূক্ষ্মকোণ

৭৬. সম্পূরক কোণের একটির পরিমাপ 120° হলে অপরটি কত?

ⓚ 40° ⓚ 50° ● 60° ⓘ 90°

৭৭. রৈখিক যুগল কোণের পরিমাণ কত?

ⓚ 100° ● 180° ⓖ 120° ⓘ 130°

৭৮. নিচের কোন দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করে না?

● সমান্তরাল সরলরেখা ⓚ বক্ররেখা

ⓖ অনুরূপ কোণ ⓘ বিপ্রতীপ কোণ

৭৯. রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। কর্ণদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ—

ⓚ সূক্ষ্মকোণ ⓚ স্থূলকোণ ⓖ সরলকোণ ● সমকোণ

৮০. ∠A ও ∠B পরস্পর পূরক এবং ∠A = ∠B হলে ∠B = ?

ⓚ 60° ⓚ 90° ● 45° ⓘ 30°

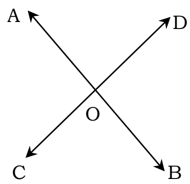
৮১. 180° – x° কোণের সম্পূরক কোণ কত ডিগ্রি?

ⓚ 90° ● x° ⓖ 180° ⓘ x° + 90°

৮২. 15° এর পূরক কোণ কোনটি?

ⓚ 165° ● 75° ⓖ 345° ⓘ 345°

৮৩.



চিত্রে ∠BOC এর সন্নিহিত কোণ কয়টি থাকতে পারে?

ⓚ 1টি ● 2টি ⓖ 3টি ⓘ 4টি

৮৪. দুই সমকোণ থেকে বড় কিন্তু চার সমকোণ থেকে ছোট কোণকে কী কোণ বলে?

ⓚ সূক্ষ্মকোণ ⓚ স্থূলকোণ ⓖ সমকোণ ● প্রবৃদ্ধকোণ

৮৫. 60° কোণের সম্পূরক কোণ কত ?

ⓚ 30° ⓚ 60° ⓖ 90° ● 120°

৮৬. 50° কোণের সম্পূরক কোণ কত ?

ⓚ 60° ● 130° ⓖ 150° ⓘ 90°

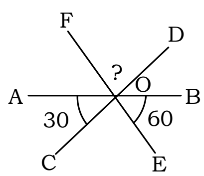
৮৭. 50° কোণের পূরক কোণ কত?

● 40° ⓚ 130° ⓖ 150° ⓘ 90°

৮৮. 50° কোণের প্রবৃদ্ধ কোণ কত?

ⓚ 40° ⓚ 130° ● 310° ⓘ 180°

৮৯.



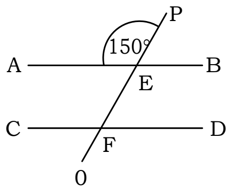
চিত্রে DOF = কত?

● 90° ⓚ 60° ⓖ 150° ⓘ 160°

৯০. 60° কোণের রৈখিক সম্পূরক কোণ কত ডিগ্রি?

ⓚ 90° ⓚ 30° ● 120° ⓖ 180°

৯১.



উপরের চিত্র অনুযায়ী ∠EFD এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 150° (খ) 60° ● 30° (ঘ) 45°

৯২. নিচের কোন দুইটি রেখা পরস্পর ছেদ করে না?

● সমান্তরাল সরলরেখা (খ) বক্ররেখা

(গ) অনুরূপ কোণ (ঘ) বিপ্রতীপ কোণ

৯৩. সমতলে দুইটি রশ্মির প্রান্তবিন্দু একই হলে কী তৈরি হয়?

● কোণ (খ) রেখাংশ (গ) রশ্মি (ঘ) বিন্দু

৯৪. একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সমান্তরাল সরলরেখা–

i. পরস্পরকে ছেদ করে না

ii. এর প্রতিটি বিন্দু অপরটি থেকে সমান ক্ষুদ্রতম দূরত্বে অবস্থিত

iii. এর ছেদরেখা দ্বারা উৎপন্ন একান্তর ও অনুরূপ কোণগুলো সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৯৫. দুইটি সরলরেখা অপর একটি সরলরেখাকে ছেদ করলে–

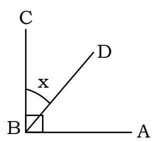
i. একান্তর কোণ সমান ii. অনুরূপ কোণ সমান

iii. ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি এক সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ● i ও ii (গ) ii (ঘ) i, ii ও iii

৯৬.



i. ∠ABD = 90°

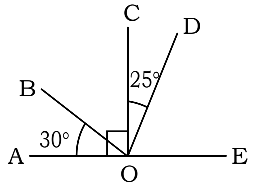
ii. ∠ABD = 90° – ∠x

iii. ∠ABC – ∠ABD = ∠x

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯৭.



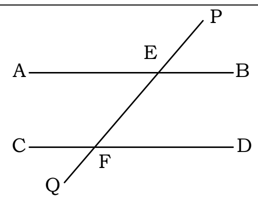
i. ∠AOB + ∠DOE = 95° ii. ∠BOC + ∠COD = 90°

iii. ∠BOC + ∠DOE = 125°

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯৮.



চিত্রে AB || CD; PQ ওদের ছেদক হলে–

i. ∠AEF = ∠DFE ii. ∠BEF = ∠DFE = 180°

iii. ∠BEP = ∠CFQ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯৯. নিচের কোন দুইটি কোণ পরস্পর সম্পূরক কোণ?

i. 120° এবং 60° ii. 110° এবং 70°

iii. 100° এবং 80°

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii ও iii (গ) iii ● i, ii ও iii

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১০০ ও ১০১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

একটি সূক্ষ্মকোণের মান 35°।

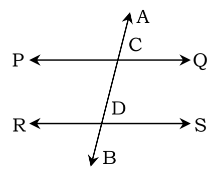
১০০. কোণটির পূরক কোণের মান কত ডিগ্রি?

(ক) 145 (খ) 125 ● 55 (ঘ) 35

১০১. সূক্ষ্ম কোণটির সন্নিহিত কোণের মান কত ডিগ্রী হবে যখন এরা এক সমকোণ হবে?

(ক) 30 (খ) 45 ● 55 (ঘ) 60

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ১০২ ও ১০৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে PQ || RS এবং AB তাদের ছেদক। C ও D বিন্দুদ্বয় PQ ও RS রেখার উপর অবস্থিত।

১০২. নিচের কোন জোড়া ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ?

(ক) ∠CDR, ∠CDS (খ) ∠QCD, ∠RDS

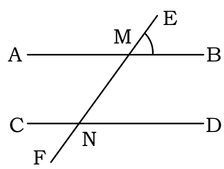
● ∠DCQ, ∠CDS (ঘ) ∠SDC, ∠PCD

১০৩. অনুরূপ কোণ নিচের কোন জোড়া?

● ∠ACQ, ∠SDC (খ) ∠PCD, ∠CDS

(গ) ∠PCD, ∠QCD (ঘ) ∠ACQ, ∠PCD

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ১০৪–১০৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



১০৪. ∠AMN = 50° হলে ∠MND = কত?

● 50° (খ) 130° (গ) 40° (ঘ) 120°

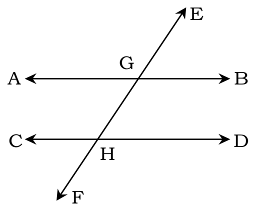
১০৫. ∠EMB = 50° হলে ∠BMN = কত?

(ক) 50° (খ) 60° ● 130° (ঘ) কোনোটিই নয়

১০৬. দুইটি রশ্মি দ্বারা উৎপন্ন কোণের মান 60° এর সাথে কত ডিগ্রি যোগ করলে তা প্রবৃদ্ধ কোণ হবে?

(ক) 90° (খ) 120° (গ) 100° ● 135°

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ১০৭ ও ১০৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



১০৭. $\angle AGH + \angle CHG$ = কত?

ⓚ 60° ⓚ 90° ⓖ 150° ● 180°

১০৮. $\angle CHF = 60^\circ$ হলে $\angle BGE$ এর মান কত?

● 60° ⓚ 90° ⓖ 120° ⓖ 180°

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ EF সরলরেখা AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয়কে G ও H বিন্দুতে ছেদ করে।

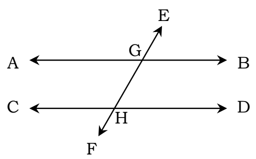
ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর এবং একান্তর ও অনুরূপ কোণদ্বয়ের নাম লেখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, একান্তর ও অনুরূপ কোণদ্বয় পরস্পর সমান। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, একান্তর কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে নিচে চিত্রটি অঙ্কন করা হলো :

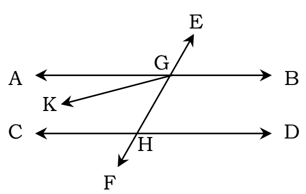


চিত্রে, EF সরলরেখা AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয়কে G ও H বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$ $\angle EGB = \angle GHD$ [অনুরূপ কোণ]

$\angle AGH = \angle GHD$ [একান্তর কোণ]

খ.



মনে করি, EF সরলরেখা AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয়কে G ও H বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

(i) $\angle AGH$ = একান্তর $\angle GHD$

(ii) $\angle EGB$ = অনুরূপ $\angle GHD$

প্রমাণ : (i) যদি $\angle AGH$, $\angle GHD$ এর সমান না হয়, তবে মনে করি, $\angle KGH = \angle GHD$ এর একান্তর কোণ বিধায় KG এবং CD সমান্তরাল।

কিন্তু AB এবং CD অথবা AG এবং CD সমান্তরাল বলে স্বীকার করে নেয়া হয়েছে।

AG এবং KG পরস্পরকে ছেদ করা সত্ত্বেও প্রত্যেকেই CD এর সমান্তরাল।

সুতরাং, $\angle AGH$ এবং $\angle EHD$ অসমান নয়। [প্লেফেয়ারের স্বীকার্য]

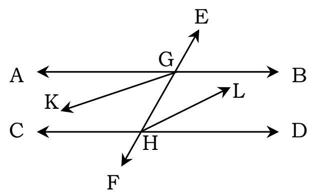
অর্থাৎ, $\angle AGH = \angle EHD$ **(প্রমাণিত)**

(ii) $\angle EGB$ = বিপ্রতীপ $\angle AGH$

এবং $\angle AGH$ = একান্তর $\angle EHD$

$\therefore \angle EGB = \angle EHD$ **(প্রমাণিত)**

গ.



মনে করি, EF সরলরেখা AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয়কে G ও H বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং $\angle AGH$ এবং $\angle EHD$ একান্তর কোণ। KG, $\angle AGH$ এবং HL, $\angle EHD$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, KG $\parallel$ HL.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) KG, $\angle AGH$ এর সমদ্বিখণ্ডক। $\therefore \angle KGH = \frac{1}{2}\angle AGH$	
(২) আবার, HL, $\angle GHD$ এর সমদ্বিখণ্ডক। $\therefore \angle GHL = \frac{1}{2}\angle GHD$	

(৩) যেহেতু, $\angle AGH = \angle GHD$ [একান্তর কোণ]

বা, $\frac{1}{2}\angle AGH = \frac{1}{2}\angle GHD$

$\therefore \angle KGH = \angle GHL$ [একান্তর কোণ]

$\therefore KG \parallel HL$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–২ ▸ AB || CD, PQ ছেদক। PQ রেখা AB ও CD কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

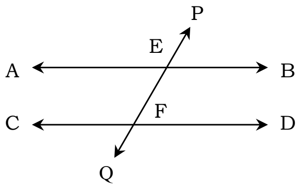
ক. বর্ণনানুযায়ী চিত্রটি আঁক এবং একান্তর কোণ ও অনুরূপ কোণ লেখ। ২

খ. দেখাও যে, $\angle AEF = \angle EFD$ এবং $\angle PEB = \angle EFD$· ৪

গ. $\angle BEF$ ও $\angle DFE$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় G বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle EGF$ = এক সমকোণ। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

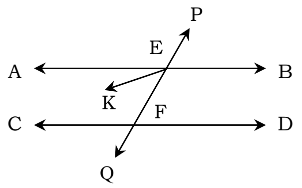
ক.



অনুরূপ কোণগুলো হলো $\angle PEB$ ও $\angle EFD$·

এবং একান্তর কোণগুলো হলো $\angle AEF$ ও $\angle EFD$·

খ.



মনে করি, PQ সরলরেখা AB ও CD সমান্তরাল রেখাদ্বয়কে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle AEF = \angle EFD$ এবং $\angle PEB = \angle EFD$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) যদি $\angle AEF$, $\angle EFD$ এর সমান না হয় তবে মনে করি, $\angle KEF = \angle EFD$, এরা একান্তর কোণ বিধায় KE ও CD সমান্তরাল।

কিন্তু AB এবং CD অথবা AE এবং CD সমান্তরাল বলে স্বীকার করে নেওয়া হয়েছে।

AE ও KE পরস্পরকে ছেদ করা সত্ত্বেও প্রত্যেকেই CD–এর সমান্তরাল, যা সত্য নয়।

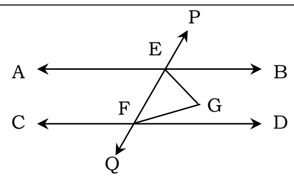
সুতরাং $\angle AEF$ ও $\angle EFD$ অসমান নয়।

অর্থাৎ $\angle AEF = \angle EFD$·

আবার, $\angle BEP = \angle AEF$ [বিপ্রতীপ]

সুতরাং, $\angle PEB = \angle EFD$· **(প্রমাণিত)**

গ. $\angle BEF$ ও $\angle DFE$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় G বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle EGF$ = এক সমকোণ।



প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔEGF এ $\angle EGF + \angle FEG + \angle EFG$ = দুই সমকোণ।

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, $\angle EGF + \frac{1}{2}\angle BEF + \frac{1}{2}\angle EFD$ = দুই সমকোণ।

বা, $\angle EGF + \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle EFD)$ = দুই সমকোণ।

বা, $\angle EGF + \frac{1}{2}(EFC + EFD)$ = দুই সমকোণ। [$\because \angle BEF$ = একান্তর $\angle EFC$]

বা, $\angle EGF + \frac{1}{2}\times$ এক সরলকোণ = দুই সমকোণ।

বা, $\angle EGF + \frac{1}{2}\times 2$ সমকোণ = দুই সমকোণ।

বা, $\angle EGF$ + এক সমকোণ = দুই সমকোণ [এক সরলকোণ = দুই সমকোণ]

$\therefore \angle EGF$ = এক সমকোণ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৩ ▸ EF সরলরেখা AB ও CD উভয় সরলরেখার সমান্তরাল এবং GH তাদের ছেদক।

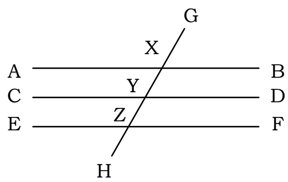
ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর এবং এর সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB ও CD রেখা পরস্পর সমান্তরাল। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, দুই বা ততোধিক সরলরেখার প্রত্যেকে একটি সরলরেখার উপর লম্ব হলে তারা পরস্পর সমান্তরাল। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



AB, CD ও EF পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা। GH তাদের ছেদক। এটি AB, CD ও EF কে যথাক্রমে X, Y ও Z বিন্দুতে ছেদ করে।

খ. EF সরলরেখা AB ও CD উভয় সরলরেখার সমান্তরাল। প্রমাণ করতে হবে যে, AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) AB ও EF পরস্পর সমান্তরাল এবং GH এদের ছেদক।

$\therefore \angle AXH = \angle GZF$· [একান্তর]

(২) আবার, CD ও EF পরস্পর সমান্তরাল এবং GH এদের ছেদক।

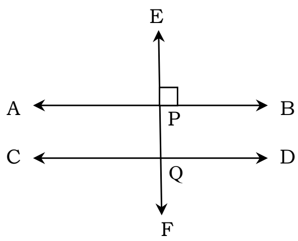
$\therefore \angle GYD = \angle GZF$ [অনুরূপ]

সুতরাং, $\angle AXH = \angle GYD$ [কারণ, প্রত্যেকে $\angle GZF$ এর সমান]

(৩) কিন্তু এরা AB ও CD সরলরেখা দুইটির মধ্যে একান্তর কোণ।

$\therefore$ AB ও CD সরলরেখা পরস্পর সমান্তরাল। **(প্রমাণিত)**

গ.



মনে করি, AB ও CD সরলরেখা দুইটির উভয়ই EF রেখার উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB \parallel CD$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ধরি, EF রেখা AB ও CD কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।	
(২) এখন, AB সরলরেখা EF এর উপর লম্ব।	
$\therefore \angle EPB = 90°$	[সমকোণ]
(৩) আবার, CD সরলরেখা EF এর উপর লম্ব।	
$\therefore \angle EQD = 90°$	[সমকোণ]
বা, $\angle PQD = 90°$	
$\therefore \angle EPB = \angle PQD$	
কিন্তু এরা পরস্পর অনুরূপ কোণ এবং এদের মান সমান	
$\therefore$ $AB \parallel CD$ **(প্রমাণিত)**	

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৪ ▸ ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। ফলে $\angle ACD$ উৎপন্ন হলো। C বিন্দু দিয়ে $CE \parallel BA$ আঁকা হলো।

ক. ওপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle A + \angle B + \angle C =$ দুই সমকোণ। ৪

গ. যদি BC ত্রিভুজটির বৃহত্তর বাহু হয়, তাহলে, প্রমাণ কর যে, $AB + AC > BC$. ৪

প্রশ্ন–৫ ▸ ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো এবং C বিন্দু দিয়ে $BA \parallel CE$ আঁকা হলো।

ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. দেখাও যে, $\angle ACD > \angle ABC$. ৪

গ. $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180°$ প্রমাণ কর। ৪

প্রশ্ন–৬ ▸ ΔABC-এ $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ। ৪

গ. D, ΔABC এর অভ্যন্তরে একটি বিন্দু হলে, দেখাও যে, $AB + AC > BD + DC$. ৪

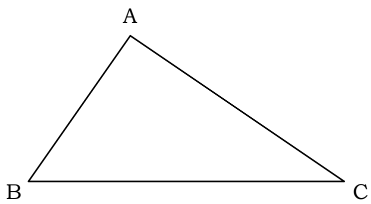
অনুশীলনী ৬.৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **ত্রিভুজ**

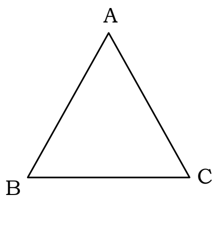
তিনটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র একটি ত্রিভুজ। ত্রিভুজের বাহুগুলো দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্রকে ত্রিভুজক্ষেত্র বলে। রেখাংশগুলোকে ত্রিভুজের বাহু বলে। যেকোনো দুইটি বাহুর সাধারণ বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু বলা হয়। ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বাহু শীর্ষবিন্দুতে কোণ উৎপন্ন করে। ত্রিভুজের তিনটি বাহু ও তিনটি কোণ রয়েছে।

ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টিকে পরিসীমা বলে।



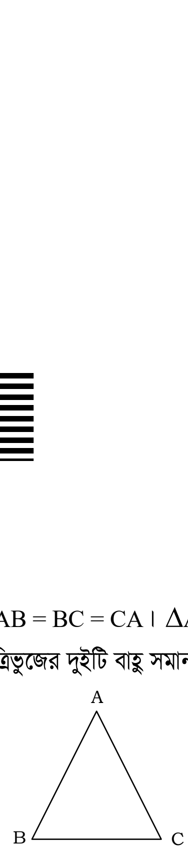
চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ। A, B, C এর তিনটি শীর্ষবিন্দু। AB, BC, CA এর তিনটি বাহু এবং এর তিনটি কোণ $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$। AB, BC, CA বাহুর পরিমাপের যোগফল ত্রিভুজটির পরিসীমা।

- **সমবাহু ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তা সমবাহু ত্রিভুজ।



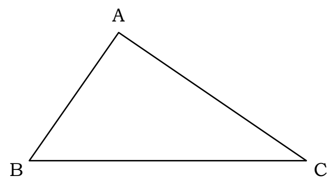
চিত্রে ABC ত্রিভুজের $AB = BC = CA$। ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

- **সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান তা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।



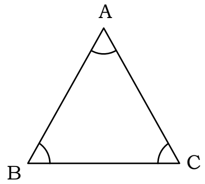
চিত্রে, ABC ত্রিভুজের $AB = AC \neq BC$। যাদের কোনোটিই তৃতীয় বাহুর সমান নয়। ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

- **বিষমবাহু ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর অসমান তা বিষমবাহু ত্রিভুজ।



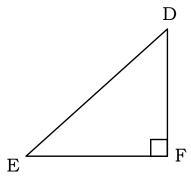
চিত্রে, ABC ত্রিভুজের AB, BC, CA বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান। ΔABC একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

- **সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ, তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।



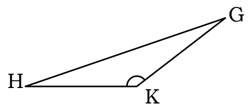
চিত্রে, ABC ত্রিভুজে ∠BAC, ∠ABC, ∠BCA কোণ তিনটি প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। ΔABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।

- **সমকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ, তা সমকোণী ত্রিভুজ।



চিত্রে, DEF ত্রিভুজে ∠DFE সমকোণ, অপর কোণ দুইটি ∠DEF ও ∠EDF প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। ΔDEF একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

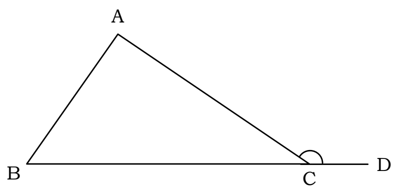
- **স্থূলকোণী ত্রিভুজ :** যে ত্রিভুজের একটি কোণ স্থূলকোণ, তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ।



চিত্রে GHK ত্রিভুজে ∠GKH একটি স্থূলকোণ, অপর কোণ দুইটি ∠GHK ও ∠HGK প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ। ΔGHK একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

- **ত্রিভুজের বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ কোণ**

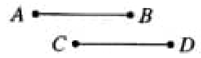
কোনো ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে কোণ উৎপন্ন হয় তা ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ। এই কোণের সন্নিহিত কোণটি ছাড়া ত্রিভুজের অপর দুইটি কোণকে এই বহিঃস্থ কোণের বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ বলে।

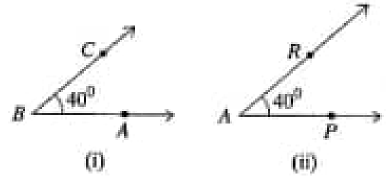


চিত্রে, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে। ∠ACD ত্রিভুজটির একটি বহিঃস্থ কোণ। ∠ABC ও ∠BAC এর প্রত্যেককে ∠ACD এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ বলা হয়।

- **বাহু ও কোণের সর্বসমতা :**

দুইটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান হলে রেখাংশ দুইটি সর্বসম। বিপরীতভাবে, দুইটি রেখাংশ সর্বসম হলে তাদের দৈর্ঘ্য সমান। দুইটি কোণের পরিমাপ সমান হলে কোণ দুইটি সর্বসম।

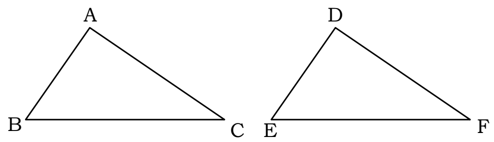




বিপরীতভাবে, দুইটি কোণ সর্বসম হলে তাদের পরিমাপও সমান।

- **ত্রিভুজের সর্বসমতা :**

একটি ত্রিভুজকে অপর একটি ত্রিভুজের উপর স্থাপন করলে যদি ত্রিভুজ দুইটি সর্বতোভাবে মিলে যায়, তবে ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয়। সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলো সমান।



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ নিচে তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া হলো। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব?

● ৫ সে.মি., ৬ সে.মি. ও ৭ সে.মি.
খ. ৩ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৭ সে.মি.
গ. ৫ সে.মি., ৭ সে.মি. ও ১৪ সে.মি.
ঘ. ২ সে.মি., ৪ সে.মি. ও ৮ সে.মি.

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

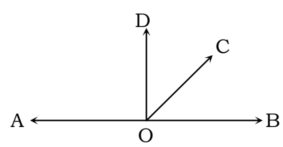
প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে
ii. যে ত্রিভুজের তিনটি কোণ সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে
iii. যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii ● ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

প্রদত্ত চিত্র অনুযায়ী ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ এক সমকোণের সমান কোণ কোনটি?

ক. $\angle BOC$ খ. $\angle BOD$ গ. $\angle COD$ ঘ. $\angle AOD$

[বি. দ্র. খ ও ঘ উভয়ই এক সমকোণের সমান]

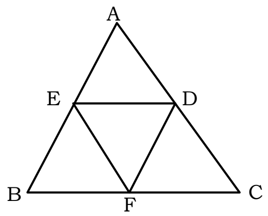
প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ $\angle BOC$ এর পূরক কোণ কোনটি?

ক. $\angle AOC$ খ. $\angle BOD$ ● $\angle COD$ ঘ. $\angle AOD$

ব্যাখ্যা : $\angle BOC + \angle COD = 90°$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : সমবাহু ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তা সমবাহু হবে।



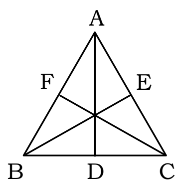
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার তিন বাহু সমান। অর্থাৎ, $AB = BC = AC$। F, D ও E যথাক্রমে BC, AC এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু। মধ্যবিন্দু তিনটি যোগ করলে DEF ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔDEF সমবাহু।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔBEF ও ΔCDF এর মধ্যে	
$BE = CD$	[সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]
$BF = CF$	[$\because$ F, BC এর মধ্যবিন্দু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle C$	[$\because$ সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণ সমান]
$\therefore \Delta BEF \cong \Delta CDF$ ………………… (i)	
অতএব, $EF = FD$	
(২) আবার, ΔCDF ও ΔAED এর মধ্যে	
$CD = AD$	[$\because$ D, AC এর মধ্যবিন্দু]
$AE = CF$	[সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle C$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle A$	
$\therefore \Delta CDF \cong \Delta AED$	
$\therefore FD = ED$ ………………… (ii)	
(৩) সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে পাই,	
$EF = FD = ED$	
$\therefore \Delta DEF$ সমবাহু। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি পরস্পর সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, অর্থাৎ $AB = BC = AC$. AD, BE এবং CF যথাক্রমে BC, CA এবং AB এর উপর তিনটি মধ্যমা। D, E এবং F যথাক্রমে BC, AC এবং AB এর মধ্যবিন্দু।

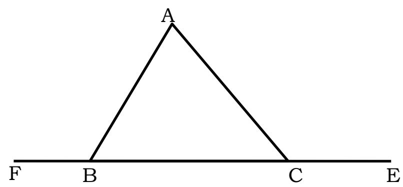
প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BE = CF$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABD ও ΔACF এর মধ্যে	
$AB = AC$	[$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]
$BD = AF$	[সমান সমান বাহুর অর্ধেক বলে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle A$	
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACF$	
অতএব, $AD = CF$ ………………… (i)	
(২) এরূপে ΔBCE ও ΔACF নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে,	
$BE = CF$ …………………………(ii)	
(৩) সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই	
$\therefore AD = BE = CF$. **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বহিঃস্থ কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC ভূমিকে একদিকে E পর্যন্ত এবং অপরদিকে F পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো। ফলে বহিঃস্থ $\angle ACE$ এবং বহিঃস্থ $\angle ABF$ উৎপন্ন হয়েছে।

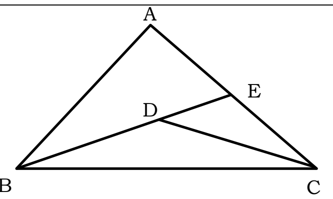
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACE + \angle ABF > 2$ সমকোণ

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $\angle ACE = \angle A + \angle B$ …….. (i)	[যেহেতু ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ, অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুইটির যোগফলের সমান]
এবং $\angle ABF = \angle A + \angle C$ ………… (ii)	
(২) সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,	
অতএব, $\angle ACE + \angle ABF = \angle A + \angle B + \angle A + \angle C$	
কিন্তু ΔABC এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 2$ সমকোণ	
(৩) $\therefore \angle ACE + \angle ABF = \angle A + 2$ সমকোণ	
সুতরাং, $\angle ACE + \angle ABF > 2$ সমকোণ **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ ΔABC এর অভ্যন্তরে D একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $AB + AC > BD + DC$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর অভ্যন্তরে D যেকোনো একটি বিন্দু। B, D এবং C, D যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > BD + CD$.

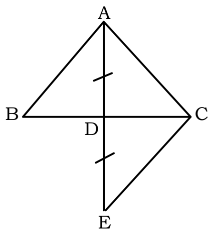
অঙ্কন : BD কে বর্ধিত করি যেন তা AC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABE–এ,	
$AB + AE > BE$	[∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AB + AE > BD + DE$............(i)	[∵ $BE = BD + DE$]
(২) আবার, ΔCDE এ, $CE + DE > CD$......(ii)	
(i) ও (ii) নং অসমতা হতে পাই,	
$AB + AE + CE + DE > BD + DE + CD$	
বা, $AB + AE + CE > BD + CD$	[উভয়পক্ষ হতে DE বাদ দিয়ে পাই]
(৩) যেহেতু $AE + EC = AC$	
$\therefore AB + AC > BD + CD$. **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AD$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D; A, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AD$.

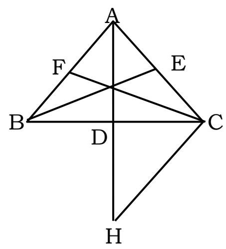
অঙ্কন : AD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $AD = DE$ হয় এবং E, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABD ও ΔCDE এর মধ্যে	
$BD = CD$,	[D, BC এর মধ্যবিন্দু]
$AD = DE$	[অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CDE$	[বিপ্রতীপ কোণ বলে]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$	
$\therefore AB = CE$	
(2) এখন, ΔACE এ,	
$AC + CE > AE$	[∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AC + AB > AD + DE$	
বা, $AB + AC > AD + AD$	[∵ $AB = CE$]
$\therefore AB + AC > 2AD$. **[প্রমাণিত]**	[∵ $DE = AD$]

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AD, BE এবং CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে,

$AD + BE + CF < AB + BC + AC$.

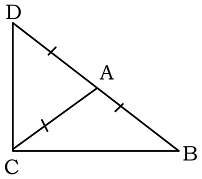
অঙ্কন : AD কে H পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $AD = DH$ হয় এবং C, H যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABD ও ΔCDH এর মধ্যে	
$BD = CD$	[∵ D, BC এর মধ্যবিন্দু]
$AD = DH$	[অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle HDC$	[বিপ্রতীপ কোণ বলে]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDH$	
$\therefore AB = CH$	
(২) এখন ΔACH এ,	
$AC + CH > AH$	[∵ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AC + AB > AD + DH$	[∵ $AB = CH$]
বা, $AB + AC > AD + AD$	
বা, $AB + AC > 2AD$	
অর্থাৎ $2AD < AB + AC$.....(i)	
(৩) এরূপে BE ও CF কে AD এর মতো বর্ধিত করে প্রমাণ করা যায় যে, $2BE < AB + BC$.......(ii)	
এবং $2CF < AC + BC$............... (iii)	
অসমতা (i), (ii) ও (iii) নং হতে পাই,	
$2AD + 2BE + 2CF < AB + AC + AB + BC + AC + BC$	
বা, $2(AD + BE + CF) < 2(AB + BC + AC)$	
$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC$ **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে, BA বাহুকে D পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করা হলো, যেন $BA = AD$ হয়। প্রমাণ কর যে, $\angle BCD$ একটি সমকোণ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC সমদ্বিবাহু, যার $AB = AC$· A শীর্ষবিন্দু এবং BA বাহুকে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $BA = AD$ হয়। C, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BCD$ একটি সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABC এ, $AB = AC$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ·········· (i)

(২) আবার, অঙ্কনানুসারে $BA = AD$ হওয়ায়

$AC = AD$

(৩) এখন, ΔACD এ, $AC = AD$

$\therefore \angle ACD = \angle ADC$ ··········· (ii)

(৪) ΔBCD এ, $\angle BCD + \angle DBC + \angle CDB = 180°$ [চিত্রানুসারে]

বা, $\angle BCD + \angle ABC + \angle ADC = 180°$ [সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে]

বা, $\angle BCD + \angle ACB + \angle ACD = 180°$

বা, $\angle BCD + \angle BCD = 180°$ [$\because \angle ACB + \angle ACD = \angle BCD$]

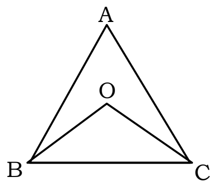
বা, $2\angle BCD = 180°$

বা, $\angle BCD = 90°$

অর্থাৎ $\angle BCD$ একটি সমকোণ। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$·

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC –এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABC–এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ ······· (i) [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(২) আবার, ΔBOC এ, $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(৩) কিন্তু $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle B$ এবং $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle C$ [BO ও CO যথাক্রমে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

(৪) সুতরাং $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = \angle A + \angle B + \angle C$ [(i) নং হতে]

বা, $\angle BOC = \angle A + \angle B - \frac{1}{2}\angle B + \angle C - \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A$

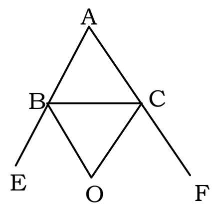
বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C) + \frac{1}{2}\angle A$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2} \times 180° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুতে যে বহিঃকোণ দুইটি উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$·

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে E এবং F বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।

B ও C বিন্দুতে উৎপন্ন বহিঃকোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$·

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔABC এ, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(২) আবার, ΔBOC এ, $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$

(৩) কিন্তু $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle EBC = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)$

এবং $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle BCF$

$= \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$ [বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ দুইটির সমষ্টির সমান]

(৪) সুতরাং $\angle BOC + \frac{1}{2}(\angle A + \angle C + \angle A + \angle B) = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(180° + \angle A) = 180°$ [$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180°$]

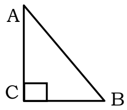
বা, $\angle BOC + \frac{1}{2} \times 180° + \frac{1}{2}\angle A = 180°$

বা, $\angle BOC + 90° + \frac{1}{2}\angle A = 180°$

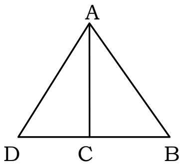
বা, $\angle BOC = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle BOC = 90° - \frac{1}{2} \angle A$· **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ চিত্রে, দেওয়া আছে, $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$· প্রমাণ কর যে, $AB = 2BC$·



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$· প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = 2BC$

অঙ্কন : BC কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $BC = CD$ হয় এবং D, A যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ — **যথার্থতা**

(১) $\angle ACB$ = এক সমকোণ হওয়ায়
$\angle ACD$ = এক সমকোণ। [∵ কোণ দুইটি সন্নিহিত]

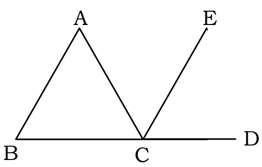
(২) এখন, ABC ও ADC সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে
$BC = CD$ [কল্পনা]
AC সাধারণ বাহু
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle ACD$ [সমকোণ]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$
সুতরাং, $\angle B = \angle D$
এবং $\angle BAC = \angle CAD$

(৩) $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$ [$\because \angle B = 2\angle A$
$= \frac{1}{2} \angle B + \frac{1}{2} \angle B = \angle B$ বা, $\angle A = \frac{1}{2} \angle B$]

(৪) অতএব, ΔABD এ
$\angle B = \angle D = \angle DAB$ হওয়ায় ত্রিভুজটি সমবাহু।
$\therefore AB = BD$
বা, $AB = BC + CD$ [$\because BC = CD$]
বা, $AB = BC + BC$
$\therefore AB = 2BC$· **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়, তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে।
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$

অঙ্কন : C বিন্দুতে BA রেখার সমান্তরাল CE রেখা টানি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ — **যথার্থতা**

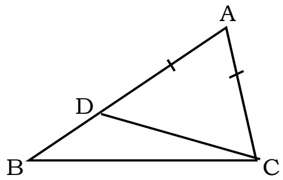
(১) যেহেতু BA ও CE সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক।
$\therefore \angle BAC = \angle ACE \cdots\cdots (i)$ [একান্তর কোণ]

(২) আবার, BA ও CE সমান্তরাল এবং BD তাদের ছেদক
$\therefore \angle ABC = \angle ECD \cdots\cdots (ii)$ [অনুরূপ কোণ]

(৩) (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,
$\therefore \angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD$
বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ [অঙ্কনানুসারে]
$\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। AC এর ক্ষুদ্রতম বাহু এবং AB বৃহত্তম বাহু। প্রমাণ করতে হবে যে, এর যেকোনো দুই বাহুর অন্তর তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। অর্থাৎ $AB - AC < BC$·

অঙ্কন : AB হতে AC এর সমান করে AD অংশ কেটে নেই এবং D, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ — **যথার্থতা**

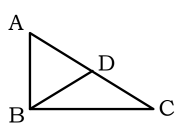
(১) ΔACD এ
$\angle ACD = \angle ADC$ [$\because AD = DC$]

(২) আবার, Δ ACD-এ
বহিঃস্থ $\angle BDC >$ অন্তঃস্থ $\angle ACD$ [বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ
$\therefore \angle BDC > \angle ACD$ কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি অপেক্ষা

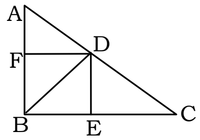
(৩) আবার, Δ BDC-এ বৃহত্তর]
বহিঃস্থ $\angle ADC >$ অন্তঃস্থ $\angle BCD$ [একই]
$\therefore \angle ADC > \angle BCD$

(৪) এখন, Δ BDC-এ
$\angle BDC > \angle BCD$
$\therefore BC > BD$ [বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু
বা, $BD \angle BC$ ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু
বা, $AB - AD < BC$ অপেক্ষা বৃহত্তর]
$\therefore AB - AC < BC$ [$\because AD = AC$] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ চিত্রে, ABC ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BD = \frac{1}{2}$ AC·



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। B, D যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2} AC$.

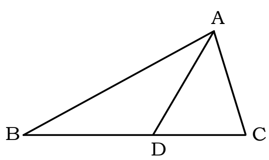
অঙ্কন : F, AB এর এবং E, BC-এর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করি। F, D এবং E, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) FD, AC এবং AB এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ। $\therefore FD \parallel BC$	
(২) আবার DE, BC ও AC এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ। $\therefore DE \parallel AB$	[অনুরূপ কোণ বলে]
এখন, $\angle AFD = \angle B$ $\angle AFD$ = এক সমকোণ তাহলে, $\angle DFB$ = এক সমকোণ	
(৩) ΔAFD ও ΔBFD ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে $AF = BF$	[অঙ্কনানুসারে]
FD সাধারণ বাহু। এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AFD$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BFD$	[সমকোণ বলে]
$\therefore \Delta AFD \cong \Delta BFD$ অতএব $\angle FAD = \angle FBD$	
(৪) ΔABD এ $\angle DAB = \angle ABD$ $\therefore AD = BD$	[সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ]
(৫) এরূপে, ΔBDE ও ΔCDE নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, $BD = CD$ $\therefore BD + BD = AD + CD$ বা, $2BD = AC$ $\therefore BD = \frac{1}{2} AC$ **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ ΔABC এ $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

সমাধান :



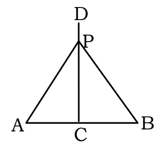
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এ $AB > AC$ এবং $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABD এ, AB বাহুর বিপরীত $\angle ADB$ এবং ΔACD এ AC বাহুর বিপরীত $\angle ADC$. এখন, $AB > AC$	
$\therefore \angle ADB > \angle ADC$	[ত্রিভুজের এক বাহু অপর এক বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর]
(২) $\angle ADB + \angle ADC$ = এক সরলকোণ = 180°	
(৩) যেহেতু $\angle ADB > \angle ADC$ সুতরাং $\angle ADB$ > এক সমকোণ $\therefore \angle ADB$ স্থূলকোণ। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডকের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু উক্ত রেখাংশের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : কোনো রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডকের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু উক্ত সরলরেখার প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, AB সরলরেখার উপর CD লম্বদ্বিখণ্ডক এবং P, CD এর উপর একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PA = PB$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) CD লম্বদ্বিখণ্ডক হওয়ায় $AC = BC$	[$\because PC \perp AB$]
এবং $\angle PCA = \angle PCB$	[সমকোণ]
(২) ΔAPC ও ΔBPC এর মধ্যে $AC = BC$, PC সাধারণ বাহু এবং	
অন্তর্ভুক্ত $\angle ACP$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BCP$	[$\because$ প্রত্যেকে সমকোণ]
$\Delta APC \cong \Delta BPC$	[$\because$ দুই বাহু ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণদ্বয় সমান]
$\therefore PA = PB$ **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A$ = এক সমকোণ। BC বাহুর মধ্যবিন্দু D.

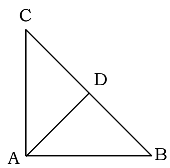
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. দেখাও যে, $AB + AC > 2AD$.

গ. প্রমাণ কর যে, $AD = \frac{1}{2} BC$.

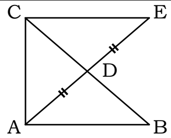
সমাধান :

ক.



চিত্রে, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A$ = এক সমকোণ। BC বাহুর মধ্যবিন্দু D.

খ. দেখাতে হবে যে, $AB + AC > 2AD$.

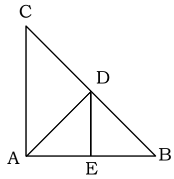


অঙ্কন : AD কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন AD = DE হয় এবং E, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABD ও ΔCDE এর মধ্যে	
$BD = CD$	[D, BC এর মধ্যবিন্দু]
$AD = DE$	[অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CDE$	[বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$	[বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore AB = CE$	
(২) এখন ΔACE–এ	
$AC + CE > AE$	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি এর তৃতীয়–বাহু–অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AC + AB > AD + DE$	[$\because AB = CE$]
বা, $AB + AC > AD + AD$	[$\because AD = DE$]
$\therefore AB + AC > 2AD$ **[দেখানো হলো]**	

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = \frac{1}{2} BC$.



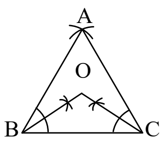
অঙ্কন : AB এর মধ্যবিন্দু E নির্ণয় করি। D, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC–এ D ও E বিন্দু যথাক্রমে BC ও AB এর মধ্যবিন্দু।	
$\therefore DE \setminus AC$	
$\therefore \angle DEB = \angle CAE$	[অনুরূপ কোণ এবং প্রত্যেকে এক সমকোণ]
$\therefore \angle DEA = \angle DEB$	[সমকোণ]
(২) এখন, ΔDEB ও ΔDEA–এ	
$AE = EB$	[অঙ্কনানুসারে]
$DE = DE$	[সাধারণ বাহু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle DEB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle DEA$	
$\therefore \Delta DEB \cong \Delta DEA$	[বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore AD = BD$	
$\therefore AD = \frac{1}{2} BC$ **(প্রমাণিত)**	[$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু অর্থাৎ, $BD = \frac{1}{2} BC$]

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১.



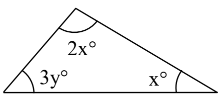
ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $\angle BOC$ = কত ডিগ্রি?

(ক) 90° (খ) 100° ● 120° (ঘ) 130°

২. **সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অন্তর 8° হলে, এর ক্ষুদ্রতম কোনটির মান কত?**

(ক) 8° ● 41° (গ) 49 (ঘ) 82°

৩. **প্রদত্ত চিত্রের আলোকে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?**



(ক) $y = 180° - 3x$ (খ) $x = 90° - y$

● $y + x = 60°$ (ঘ) $y = 90° - 2x$

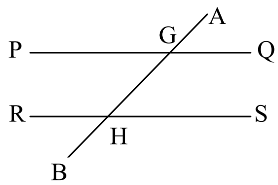
৪. **ΔABC এ $\angle ABC > \angle ACB$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?**

(ক) AB > AC (খ) AB = AC ● AB < AC (ঘ) AB > BC

৫. **ΔABC এ AB = AC এবং $\angle B = 25°$ হলে $\angle A$ এর মান কত?**

(ক) 30° (খ) 60° ● 65° (ঘ) 130°

৬. **চিত্রে PQ || RS, AB রেখা তাদেরকে G ও H বিন্দুতে ছেদ করেছে, তাহলে–**



i. $\angle AGQ$ = অনুরূপ $\angle GHS$

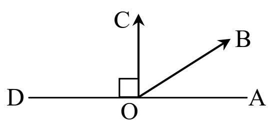
ii. $\angle QGH + \angle GHS = 180°$

iii. $\angle AGQ = \angle RHB$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৭. **চিত্রে $\angle AOB$ ও $\angle BOC$ কোণদ্বয় পরস্পর–**



i. সমান

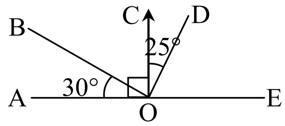
ii. সন্নিহিত

iii. পূরক

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৮.

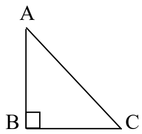


i. $\angle AOB + \angle BOC = 90°$
ii. $\angle AOC + \angle COD = 115°$
iii. $\angle COD = \angle BOC$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii　(খ) i ও iii　(গ) ii ও iii　(ঘ) i, ii ও iii

৯.



চিত্রে ΔABC এ $\angle C = 2\angle A$ হলে $\angle A$ এর মান কত?

ত্রিভুজ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২. ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সাধারণ বিন্দুকে কী বলে? (সহজ)

(ক) সাধারণ বিন্দু　(খ) মধ্যবিন্দু
● শীর্ষবিন্দু　(ঘ) সংযোগ বিন্দু

১৩. বাহুভেদে ত্রিভুজ কত প্রকার? (সহজ)

(ক) দুই প্রকার　● তিন প্রকার　(গ) চার প্রকার　(ঘ) পাঁচ প্রকার

১৪. কোণ ভেদে ত্রিভুজ কত প্রকার? (সহজ)

(ক) দুই প্রকার　● তিন প্রকার　(গ) চার প্রকার　(ঘ) পাঁচ প্রকার

১৫. সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের মান কত? (সহজ)

(ক) 45°　● 60°　(গ) 90°　(ঘ) 120°

১৬. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে 3 সেমি, 2 সেমি ও 4 সেমি হলে একে কী ত্রিভুজ বলা হবে? (মধ্যম)

(ক) সমকোণী　(খ) সমবাহু　(গ) সমদ্বিবাহু　● বিষমবাহু

১৭. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $AB = AC \neq BC$　(খ) $AB = AC = DC$
(গ) $AB \neq AC \neq BC$　(ঘ) $AB = 2AC = BC$

১৮. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. করে ত্রিভুজটি কী ধরনের? (মধ্যম)

(ক) স্থূলকোণী　(খ) বিষমবাহু　● সমবাহু　(ঘ) সমদ্বিবাহু

১৯. ত্রিভুজের বাহুগুলোর সমষ্টিকে কী বলে? (মধ্যম)

(ক) সমবিন্দু　(খ) পরিকেন্দ্র　● পরিসীমা　(ঘ) ত্রিভুজক্ষেত্র

২০. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের কয়টি কোণ সূক্ষ্মকোণ? (সহজ)

(ক) এক　(খ) দুই　● তিন　(ঘ) চার

২১. ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি কত ডিগ্রি? (সহজ)

(ক) 90　● 180　(গ) 270　(ঘ) 360

২২. ΔABC এ $\angle A = x, \angle B = 2x$ এবং $\angle C = 3x$ হলে ত্রিভুজটি কী ত্রিভুজ? (কঠিন)

● সমকোণী　(খ) সূক্ষ্মকোণী　(গ) স্থূলকোণী　(ঘ) সমদ্বিবাহু

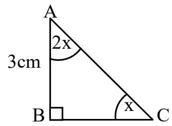
ব্যাখ্যা : $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ বা, $x + 2x + 3x = 180°$
বা, $6x = 180°$ বা, $x = 30°$
$\therefore \angle C = 3 \times 30° = 90°$.

২৩. ΔABC এর বাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c একক হলে নিচের কোনটি এর পরিসীমা? (মধ্যম)

(ক) 10°　● 30°　(গ) 45°　(ঘ) 60°

■ **নিচের চিত্র অনুযায়ী ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ এর QR কে S পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।



১০. x এর মান কত? (সহজ)

● 30°　(খ) 45°　(গ) 60°　(ঘ) 90°

১১. BC = কত? (সহজ)

(ক) 6cm　(খ) $2\sqrt{3}$cm　● $3\sqrt{3}$cm　(ঘ) $4\sqrt{3}$cm

(ক) $\frac{1}{2}(a + b + c)$　(খ) $\frac{1}{3}(a + b + c)$
● $(a + b + c)$　(ঘ) $2(a + b + c)$

২৪. স্থূলকোণী ত্রিভুজে কয়টি কোণ সূক্ষ্মকোণ থাকে? (মধ্যম)

(ক) এক　● দুই　(গ) তিন　(ঘ) চার

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. বিষমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুই সমান
ii. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান
iii. সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii　(খ) i ও iii　● ii ও iii　(ঘ) i, ii ও iii

২৬. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. স্থূলকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, $90° < \theta < 180°$
ii. স্থূলকোণী ত্রিভুজের একটি মাত্র সূক্ষ্মকোণ থাকে
iii. সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ হলে অপর কোণ দুইটি যথাক্রমে 32° ও 58°

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii　● i ও iii　(গ) ii ও iii　(ঘ) i, ii ও iii

২৭. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ 60°
ii. স্থূলকোণী ত্রিভুজের তিনটি কোণই স্থূলকোণ
iii. সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii　● i ও iii　(গ) ii ও iii　(ঘ) i, ii ও iii

২৮. ত্রিভুজের ক্ষেত্রে—

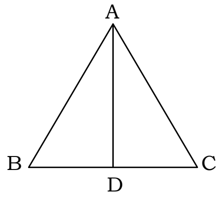
i. সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান
ii. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান
iii. বিষমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুই অসমান

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii　(খ) i ও iii　(গ) ii ও iii　● i, ii ও iii

২৯. ΔABC এর উচ্চতা AD হলে—

i. $AD \perp BC$.
ii. ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ
iii. ΔABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

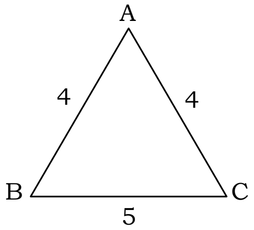


নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৩০. চিত্রে–

i. ΔABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ
ii. ΔABC বিষমবাহু ত্রিভুজ
iii. $AB = AC$.



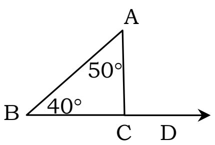
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ত্রিভুজের বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ কোণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩১. চিত্রে $\angle ACD$ এর মান কত? (সহজ)

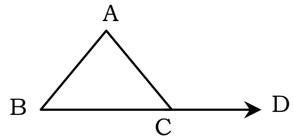


(ক) 70° (খ) 80° ● 90° (ঘ) 100°

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের এক বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ পাওয়া যায়। এর বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

$\therefore \angle ACD = 40° + 50° = 90°$

৩২. চিত্রে ΔABC সমবাহু হলে $\angle ACD$-এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)



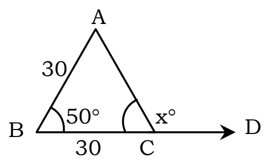
(ক) 90° (খ) 100° ● 120° (ঘ) 180°

ব্যাখ্যা : ΔABC সমবাহু বলে $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$

$\therefore \angle ACD + \angle ACB = 180°$

বা, $\angle ACD + 60° = 180°$ $\therefore \angle ACD = 180° - 60° = 120°$

৩৩. নিচের চিত্রে, x এর মান কত? (মধ্যম)



(ক) 80° (খ) 100° ● 115° (ঘ) 120°

ব্যাখ্যা : উপরের চিত্র, একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সুতরাং ΔABC এর $AB = BC$

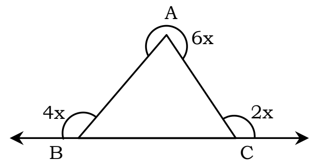
$\therefore \angle ACB = \angle BAC$

এখন, $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180$

বা, $50 + 180 - x + 180 - x = 180$

বা, $2x = 230$ $\therefore x = 115$

৩৪. নিচের চিত্রে x এর মান কত? (মধ্যম)



● 45° (খ) 70° (গ) 80° (ঘ) 90°

ব্যাখ্যা : চিত্র হতে, $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180°$

বা, $180° - 4x + 180° - 2x + 360° - 6x = 180°$

বা, $720° - 12x = 180°$ বা, $12x = 540°$ $\therefore x = 45°$.

৩৫. একটি ত্রিভুজের দুইটি অন্তঃস্থ কোণ যথাক্রমে 40° ও 50° হলে অপর অন্তঃস্থ কোণের মান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

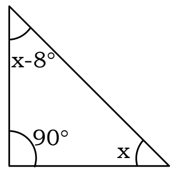
(ক) 60 (খ) 70 (গ) 80 ● 90

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°।

$\therefore$ অপর অন্তঃস্থ কোণ $= 180° - (40° + 50°) = 90°$

৩৬. যদি কোনো সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতর কোণদ্বয়ের পার্থক্য 8° হয়, তবে ক্ষুদ্রতম কোণটি কত? (কঠিন)

(ক) 37° ● 41° (গ) 42° (ঘ) 49°

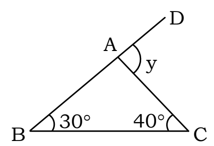


ব্যাখ্যা : $90° + x - 8° + x = 180°$

বা, $2x - 8° = 90°$ বা, $x = \frac{98°}{2}$ $\therefore x = 49°$

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম কোণটি হবে $= 49° - 8 = 41°$

৩৭.

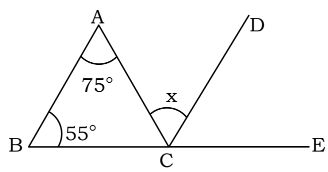


চিত্রে y সমান কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

(ক) 10 (খ) 20 (গ) 30 ● 70

ব্যাখ্যা : $y = 30° + 40° = 70°$.

৩৮.



চিত্রে $AB \parallel DC$ হলে $x =$ কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

(ক) 45 (খ) 55 ● 75 (ঘ) 100

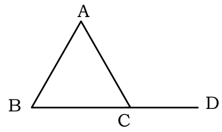
ব্যাখ্যা : $AB \parallel DC$ এবং AC এর ছেদক।

$\therefore \angle BAC = \angle ACD$.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৯. পাশের চিত্রের ক্ষেত্রে–

i. $\angle ACD$ হলো বহিঃস্থ কোণ
ii. $\angle BCD$ হলো সূক্ষ্মকোণ
iii. $\angle ACB$ হলো অন্তঃস্থ কোণ



নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

৪০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. কোনো ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা সবসময় 90°
ii. ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান
iii. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয় পরস্পর পূরক

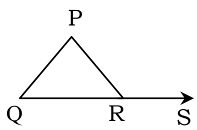
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৪১ – ৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ এর QR কে S পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।



৪১. $\angle PQR$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 30° ⓚ 45° ⓖ 50° ● 60°

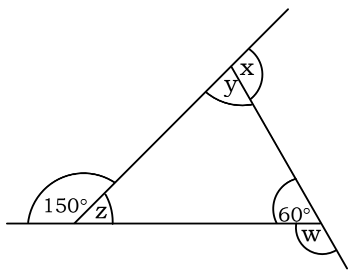
৪২. $\angle PRS$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 60° ⓚ 90° ● 120° ⓘ 150°

৪৩. নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $\angle PRS > \angle PQR$ ⓚ $\angle PRS = \angle PQR$
ⓖ $\angle PRS < \angle QPR$ ⓘ $\angle PRS = \angle QPR$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৪৪ – ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



৪৪. $\angle z$ = কত? (সহজ)

ⓚ 20° ● 30° ⓖ 40° ⓘ 60°

৪৫. $\angle w$ = কত? (সহজ)

ⓚ 105° ⓚ 110° ⓖ 115° ● 120°

৪৬. $\angle x$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ 85° ⓚ 95° ● 90° ⓘ 100°

৪৭. $\angle y$ = কত? (সহজ)

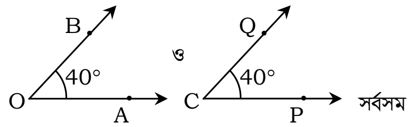
ⓚ 75° ⓚ 80° ⓖ 85° ● 90°

বাহু ও কোণের সর্বসমতা

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. দুইটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান হলে রেখাংশ দুইটি সর্বসম
ii. দুইটি কোণের পরিমাপ সমান হলে কোণ দুইটি সর্বসম
iii.



নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৯. দুইটি রেখাংশ AB ও CD সর্বসম হলে–

i. AB ও CD একটি অপরটির উপর সম্পূর্ণরূপে সমাপতিত হবে
ii. $AB = CD$
iii. $AB \neq CD$

নিচের কোন সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

ত্রিভুজের সর্বসমতা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫০. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ এবং $\angle B = \angle E$ ও $\angle C = \angle F$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $BC = EF$ ⓚ $AC = EF$ ⓖ $AB = DE$ ⓘ $BC = DE$

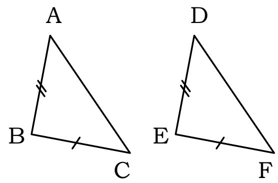
৫১. ΔABC ও ΔDEF এ $AB = DE$, $AC = DF$ এবং $\angle BAC = \angle EDF$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $\Delta ABC = \Delta DEF$ ● $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
ⓖ $\Delta ABC > \Delta DEF$ ⓘ $\Delta ABC < \Delta DEF$

৫২. $\angle B = \angle E$ ও $\angle A = \angle D$ এবং $AB = DE$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $\Delta ABC = \Delta DEF$ ● $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
ⓖ $\Delta ABC > \Delta DEF$ ⓘ $\Delta ABC < \Delta DEF$

৫৩. (সহজ)



উপরের চিত্রে $AB = DE$, $BC = EF$, $\angle ABC = \angle DEF$ হলে, ত্রিভুজ দুইটির ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ অসমান ⓚ অনুরূপ ● সর্বসম ⓘ প্রায় সমান

৫৪. ΔABC এ D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে DE = ? (সহজ)

ⓚ $\frac{1}{2}AB$ ● $\frac{1}{2}BC$ ⓖ $2AC$ ⓘ $2AE$

৫৫. $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ এবং $\angle ABC = \angle DEF$ ও $AB = DE$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● $BC = EF$ ⓚ $BC = DE$
ⓖ $AB = EF$ ⓘ $AC = DF$

৫৬. ABC ত্রিভুজের BC বৃহত্তম বাহু হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ $AB - AC > BC$ ● $AB + AC > BC$
ⓖ $AB > AC + BC$ ⓘ $AB - BC > AC$

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি এর তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

৫৭. ΔABC এ $\angle ABC > \angle ACB$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

(ক) AC < AB (খ) AB < BC (গ) AB > BC ● AC > AB

ব্যাখ্যা : কোনো ত্রিভুজের একটি কোণ অপর একটি কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৮. দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হবে যদি ত্রিভুজদ্বয়ের–

i. দুইটি বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান হয়

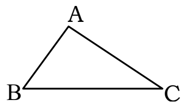
ii. তিনটি বাহু সমান হয়

iii. দুইটি কোণ ও একটি বাহু সমান হয়

নিচের কোন সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৫৯.



চিত্রে ABC একটি ত্রিভুজ, এর–

i. $\angle ABC > \angle ACB$ হলে, AC > AB

ii. যদি AC < AB হয় তবে, $\angle ABC < \angle ACB$ হবে

iii. AB + AC > BC

নিচের কোন সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৬০. ΔABC এ D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে–

i. DE ∥ BC. ii. $DE = \frac{1}{2}BC$.

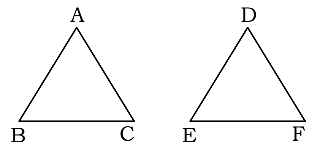
iii. $BC = \frac{1}{2}DE$.

নিচের কোন সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬১ – ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে ΔABC ≅ ΔDEF

৬১. BC বাহুর সমান নিচের কোন বাহু? (সহজ)

● EF (খ) DE (গ) DF (ঘ) AC

৬২. ∠B এর সমান অপর ত্রিভুজের কোন কোণটি? (সহজ)

(ক) ∠D ● ∠E (গ) ∠F (ঘ) ∠C

৬৩. ∠ACB এর অনুরূপ কোণ কোনটি? (সহজ)

(ক) ∠DEF ● ∠DFE

(গ) ∠EDF (ঘ) ∠BAC

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৪ – ৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

ধরা যাক, ΔABC ও ΔDEF দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ।

৬৪. প্রদত্ত সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে অতিভুজ AC = অতিভুজ DF এবং AB = DE হলে ∠ABC =? (সহজ)

(ক) ∠EDF ● ∠DEF

(গ) ∠EDF + ∠EFD (ঘ) ∠EFD

ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে অতিভুজদ্বয় ও এক বাহু সমান হলে ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।

বা, অতিভুজ AC হলে $\angle ABC = 90°$

এবং অতিভুজ DF হলে $\angle DEF = 90°$

৬৫. প্রদত্ত সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে অতিভুজ AC = অতিভুজ DF ও AB = DE হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● ΔABC ≅ ΔDEF (খ) ΔABC < ΔDEF

(গ) ΔABC = ΔDEF (ঘ) ΔABC > ΔDEF

৬৬. ΔABC এ AC > AB হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (সহজ)

(ক) ∠ABC < ∠BAC ● ∠ABC > ∠ACB

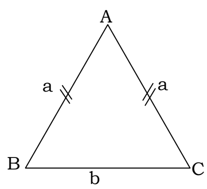
(গ) ∠ABC > ∠BAC (ঘ) ∠ABC < ∠ACB

৬৭. যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু সমান, তাকে কোন ধরনের ত্রিভুজ বলা হয়?

(ক) সমকোণী ত্রিভুজ (খ) বিষমবাহু ত্রিভুজ

● সমবাহু ত্রিভুজ (ঘ) স্থূলকোণী ত্রিভুজ

৬৮.



চিত্রে ABC ত্রিভুজটি কোন ধরনের ত্রিভুজ?

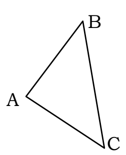
(ক) সমবাহু ত্রিভুজ ● সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

(গ) বিষম বাহু ত্রিভুজ (ঘ) সমবাহু ত্রিভুজ

৬৯. স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণের সংখ্যা কয়টি?

● 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

৭০. ΔABC এ AB = AC, 2∠B = ∠A হলে ∠C = ?



● 45° (খ) 60° (গ) 90° (ঘ) 180°

৭১. নিচের কোন ত্রিভুজটির কোণগুলোর অনুপাত 1 : 1 : 2 ?

(ক) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (খ) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

● সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (ঘ) স্থূলকোণী ত্রিভুজ

৭২. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক কোণের পরিমাণ কত?

(ক) 90° ● 60° (গ) 45° (ঘ) 120°

৭৩. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের পার্থক্য 6° হলে, ক্ষুদ্রতম কোণের মান–

(ক) 38° (খ) 41° ● 42° (ঘ) 49°

৭৪. কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব যখন তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে–

(ক) 1 সে.মি., 2 সে.মি., 3 সে.মি.

● 3 সে.মি., 4 সে.মি., 5 সে.মি.

(গ) 2 সে.মি., 4 সে.মি., 6 সে.মি.

(ঘ) 3 সে.মি., 4 সে.মি., 7 সে.মি.

৭৫. একটি ত্রিভুজের কয়টি অংশ?

(ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 ● 6

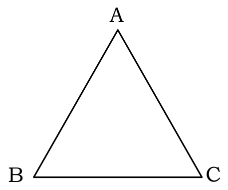
৭৬. ত্রিভুজের একটি কোণ 95° হলে তাকে কী ত্রিভুজ বলে?

(ক) সূক্ষ্মকোণী ● স্থূলকোণী (গ) সমবাহু (ঘ) সমকোণী

৭৭. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের অন্তর 8° হলে এর ক্ষুদ্রতম কোণটির মান কত?

(ক) 8° ● 41° (গ) 49° (ঘ) 82°

৭৮.



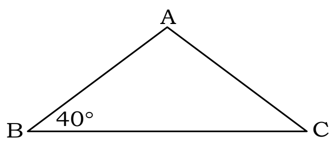
উপরের চিত্রে $\angle ABC = \angle ACB$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

● $AB = AC$ (খ) $\angle BAC = \angle ABC$
(গ) $AB = BC$ (ঘ) $\angle ACB = \angle BAC$

৭৯. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ সংলগ্ন একটি কোণ 50° হলে অন্য কোণটি কত হবে?

(ক) 10° ● 40° (গ) 50° (ঘ) 90°

৮০.



চিত্রে $AB = AC$ হলে $\angle A$ = ?

(ক) 40° (খ) 60° (গ) 80° ● 100°

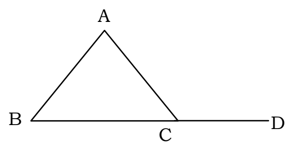
৮১. ABC ত্রিভুজের $AB = AC$, $\angle A = 80°$ হলে $\angle B$ = কত?

(ক) 40° ● 50° (গ) 60° (ঘ) 100°

৮২. সমকোণী ত্রিভুজের কয়টি সূক্ষ্মকোণ থাকে?

(ক) একটি ● দুইটি (গ) তিনটি (ঘ) একটিও না

৮৩. চিত্রে $\angle ACB = 50°$ হলে,



ABC ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ কত ডিগ্রি?

● 130° (খ) 100° (গ) 90° (ঘ) 40°

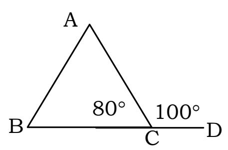
৮৪. কোনো ত্রিভুজের একটি বহিঃস্থকোণ ও অন্তঃস্থ সন্নিহিত কোণের সমষ্টি কত?

● 180° (খ) 90° (গ) 120° (ঘ) 360°

৮৫. ত্রিভুজের তিনটি কোণ দেওয়া থাকলে বিভিন্ন ক্ষেত্রফলে কতগুলো ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব?

● অসংখ্য (খ) পাঁচটি (গ) চারটি (ঘ) তিনটি

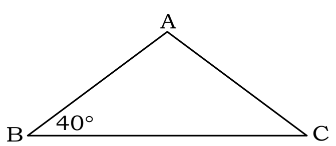
৮৬.



চিত্রে $\angle A + \angle B$ = কত?

(ক) 60° (খ) 90° (গ) 80° ● 100°

৮৭.



চিত্রে $AB = AC$ হলে $\angle A$ = ?

(ক) 40° (খ) 60° (গ) 80° ● 100°

৮৮. ত্রিভুজের দুইটি কোণ 65° ও 70° হলে, অপর কোণের মান কত?

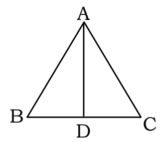
(ক) 90° ● 45° (গ) 60° (ঘ) 30°

৮৯. সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 60° হলে অপর কোণ কত?

(ক) 60° ● 30° (গ) 180° (ঘ) 690°

৯০. ΔABC এ $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD এবং $AB = AC$ হলে

i. $BD = DC$
ii. $AD \perp BC$
iii. $\angle ABD = \angle BAD$



নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

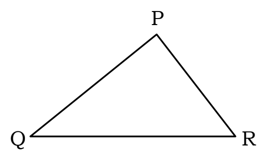
৯১. ত্রিভুজের ক্ষেত্রে–

i. বিষমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুই অসমান
ii. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুইটি বাহু সমান
iii. সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৯২.



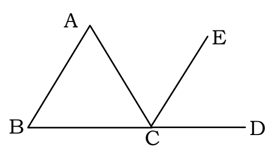
PQR বিষমবাহু ত্রিভুজ–

i. $PQ + PR > QR$ ii. $PQ - PR < QR$
iii. $\angle QPR < \angle PQR$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ● i ও ii (গ) iii (ঘ) i, ii ও iii

৯৩. নিচের চিত্রে, $BA \parallel CE$ হলে–



i. $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$
ii. $\angle ACE = \angle BAC$
iii. $\angle DCE = \angle ABC$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৯৪. i. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সমান
ii. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ 60°
iii. কোনো n ভুজের কোণগুলোর সমষ্টি $(n - 2)$ সরলকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

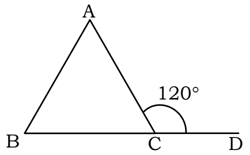
৯৫. PQR সমকোণী ত্রিভুজে PR অতিভুজ, $\angle P = 45°$ এবং O, PR এর মধ্যবিন্দু হলে–

i. $PQ = QR$ ii. $OP = OQ = OR$
iii. O, ΔPQR এর পরিকেন্দ্র

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

৯৬.



চিত্রে ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজে–

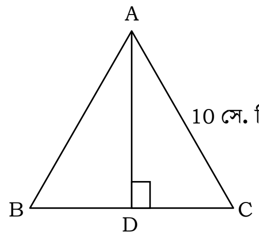
i. $AB + AC > BC$ ii. $AB - AC < BC$

iii. $\angle A + \angle B = 60°$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৯৭ ও ৯৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



∆ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

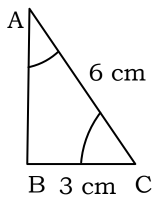
৯৭. ∠BAD এর মান কত?

● 30° ⓛ 45° ⓜ 60° ⓝ 90°

৯৮. ∆ABC সমবাহু ত্রিভুজ হলে, ∠ABC + ∠CAB = কত?

ⓚ 60° ⓛ 90° ● 120° ⓝ 180°

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৯৯ ও ১০০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১০৬. নিচের বাক্যগুলো লক্ষ কর :

i. সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহু দুইটি সমান

ii. আয়তক্ষেত্রে কর্ণ দুইটি পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে ওপর লম্ব

iii. বর্গক্ষেত্রের কর্ণ দুইটি পরস্পর সমান এবং এরা পরস্পরকে সমকোণ সমদ্বিখণ্ডিত করে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০৭. নিচের গাণিতিক বাক্যগুলো লক্ষ কর :

i. সমকোণী ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ

ii. 100° কোণের সম্পূরক কোণ 80°

iii. প্রবৃদ্ধ কোণের পরিমাপ 180° অপেক্ষা বেশি এবং 360° অপেক্ষা কম

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ● ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০৮. নিচের বাক্যগুলো লক্ষ কর :

i. একটি সরলরেখা দুইটি সরলরেখাকে ছেদ করলে আটটি কোণ উৎপন্ন হয়

ii. এক সরলকোণ = 180°

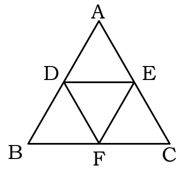
৯৯. ∠BAC এর মান কত?

● 30° ⓛ 45° ⓜ 60° ⓝ 65°

১০০. ∠ACB এর মান কত?

ⓚ 30° ⓛ 45° ● 60° ⓝ 90°

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ১০১ – ১০৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



AB = BC = AC এবং D, E, F যথাক্রমে AB, AC ও BC এর মধ্যবিন্দু।

১০১. ∠DEF = কত?

ⓚ 90° ⓛ 45° ● 60° ⓝ 30°

১০২. BC = 10 cm হলে, DE = কত?

ⓚ 10 cm ⓛ 2 cm ● 5 cm ⓝ 6 cm

১০৩. ∠ABC + ∠ACB = কত?

ⓚ 60° ⓛ 180° ● 120° ⓝ 90°

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ১০৪ ও ১০৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

একটি ত্রিভুজের ভূমি 3 মি., ভূমি সংলগ্ন ১টি কোণ 30° ও ভূমির অন্য কিছুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য 4 মি.।

১০৪. ভূমির বিপরীত কোণের মান কত ডিগ্রি?

ⓚ 30° ⓛ 45° ● 60° ⓝ 20°

১০৫. ত্রিভুজটির অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার?

● 5 ⓛ 4 ⓜ 7 ⓝ 6

iii. রেখার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১০৯. নিচের বাক্যগুলো লক্ষ কর :

i. কোনো চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক হবে

ii. কোনো চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ অসমান হলে এবং তারা পরস্পরকে লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত হলে চতুর্ভুজটি একটি রম্বস হবে

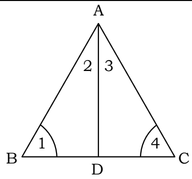
iii. কোনো চতুর্ভুজের তিনটি কোণ সমকোণ হলে অপর কোনটি সূক্ষ্মকোণ হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ১১০ ও ১১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



ΔABC এ $\angle BAC = 90°$ এবং AD, BC এর উপর মধ্যমা

১১০. $\angle 1 = 32°$ হলে $\angle 3$ = কত? (মধ্যম)

● 32° ⓖ 44° ⓖ 48° ⓘ 64°

১১১. $\angle 3 = 6(x + 1°)$ এবং $\angle 4 = 7x - 3°$ = x এর মান কত? (মধ্যম)

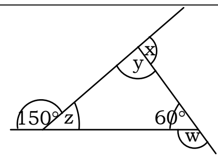
ⓚ 15° ⓖ 12° ⓖ 10° ● 7°

১১২. AD = (2y + 3) সে.মি. এবং BC = (12 – 8y) সে.মি. হলে BC = কত? (কঠিন)

ⓚ 4 সে.মি. ● 8 সে.মি. ⓖ 10 সে.মি. ⓘ 14 সে.মি.

[**Note** : সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের ওপর মধ্যমা অতিভুজের অর্ধেকের সমান। অর্থাৎ AD = BD = CD]

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ১১৩ ও ১১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



১১৩. $\angle z$ = কত? (মধ্যম)

● 30° ⓖ 20°

ⓖ 40° ⓘ 60°

১১৪. $\angle w$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ 110° ⓖ 105°

● 120° ⓘ 115°

১১৫. $\angle y$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ 80° ⓖ 75°

ⓖ 85° ● 90°

১১৬. $\angle x$ = কত? (মধ্যম)

ⓚ 100° ● 90°

ⓖ 95° ⓘ 85°

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ ΔDEF-এ $\angle E$ ও $\angle F$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

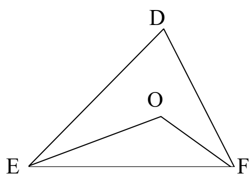
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. দেখাও যে, DE + DF > OE + OF. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle EOF = 90° + \frac{1}{2}\angle D$. ৪

▸◂ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

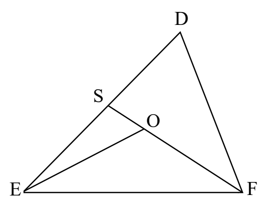
ক.



খ. **বিশেষ নির্বচন :** প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী DEF ত্রিভুজ। $\angle E$ ও $\angle F$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে EO ও FO। পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

দেখাতে হবে যে,

DE + DF > OE + OF



অঙ্কন : FO কে বর্ধিত করি যেন তা DE কে S বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔDFS-এ DF + DS > SF	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই

বা, $DF + DS > OF + OS$ ......(i) [বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

(২) আবার, ΔEOS-এ

$OS + ES > OE$ ....(ii)

(৩) (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$DF + DS + OS + ES > OF + OS + OE$

বা, $DF + DE + OS > OF + OS + OE$ [$\because DS + ES = DE$]

$\therefore DF + ED > OE + OF$ **(প্রমাণিত)** [উভয় পক্ষ হতে OS বাদ দিয়ে]

গ. অনুশীলনী ৬.৩ এর ১২ নং প্রশ্নের সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–২ ▸ ΔABC এ $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক দুইটি O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিহ্নিত চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$. ৪

গ. AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুতে যে বহিঃকোণ দুইটি উৎপন্ন হয়, তাদের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি P বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, $\angle BPC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

অনুশীলনী ৬.৩ এর ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–৩ ▸ ΔPQR এর $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডক O বিন্দুতে পরস্পর মিলিত হয়েছে।

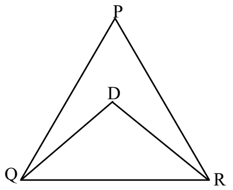
ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $2\angle QOR = 180° - \angle QPR$. ৪

গ. PQR ত্রিভুজটি সমবাহু হলে প্রমাণ কর যে, $PO = QO = RO$. ৪

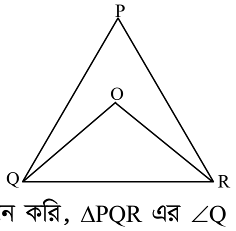
৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁকা হলো :



চিত্রে, ΔPQR এর $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে OQ ও OR পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

খ.



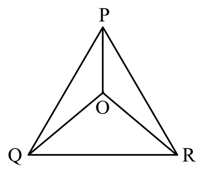
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔPQR এর $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় QO ও RO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $2\angle QOR = 180° - \angle QPR$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
১। ΔOQR – এ $\angle QOR + \angle OQR + \angle ORQ = 180°$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}\angle PQR + \frac{1}{2}\angle PRQ = 180°$	[QO ও RO যথাক্রমে $\angle PQR$ ও $\angle PRQ$ এর সমদ্বিখণ্ডক]
বা, $\angle QOR + \frac{1}{2}(\angle PQR + \angle PRQ) = 180°$ ....(1)	
২। ΔOQR – এ $\angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180°$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি তিন সমকোণ]
বা, $\angle PQR + \angle PRQ = 180° - \angle QPR$ ....(2)	
৩। (1) ও (2) থেকে পাই, $\angle QOR + \frac{1}{2}(180° - \angle QPR) = 180°$ বা, $\angle QOR + 90° - \frac{1}{2}\angle QPR = 180°$ বা, $\angle QOR = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle QPR$ বা, $\angle QOR = 90° + \frac{1}{2}\angle QPR$ বা, $2\angle QOR = 180° + \angle QPR$ **(প্রমাণিত)**	

[বোর্ড প্রশ্নে কিছু ভুল আছে]

গ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে QO ও RO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। P, O যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PO = QO = RO$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
১। ΔPOQ এবং ΔQOR – এ $\angle OQP = \angle OQR$	[OQ, $\angle PQR$ এর সমদ্বিখণ্ডক]
OQ সাধারণ বাহু	
বা, $PQ = QR$	[PQR সমবাহু ত্রিভুজ]
$\therefore \Delta POQ \cong \Delta QOR$ $\therefore PO = QO$ ....(i)	
২। ΔPOR ও ΔOQR- এ $\angle ORP = \angle ORQ$	[OR, $\angle PRQ$ এর সমদ্বিখণ্ডক]
OR সাধারণ বাহু $PR = QR$ $\therefore \Delta POR \cong \Delta OQR$ $\therefore PO = RO$ ....(ii)	
৩। (i) ও (ii) থেকে পাই, $PO = QO = RO$ **(প্রমাণিত).**	

প্রশ্ন–৪ ▸ সবুজ সাহেবের শস্য ক্ষেত্র Δ আকৃতির। তিনি পাখি তাড়ানোর জন্য শীর্ষবিন্দু P, Q, R এবং তিনটি বাহুর মধ্যবিন্দু A, B, C খুঁটি দিয়ে P – Q; Q – R; R – P; A – C এবং P – B রেখা বরাবর দড়ি বেঁধে দিলেন।

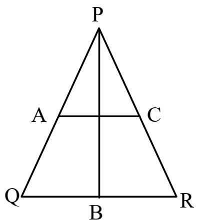
ক. তথ্যানুসারে জ্যামিতিক চিত্র আঁক। ২

খ. দেখাও যে, $AC \parallel QR$ এবং $QR = 2AC$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ + PR > 2PB$. ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

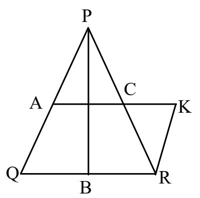
ক.



দেওয়া আছে, সবুজ সাহেবের শস্যক্ষেত্র Δ আকৃতির। তিনি পাখি তাড়ানোর জন্য শীর্ষবিন্দু P, Q, R এবং তিনটি বাহুর মধ্যবিন্দু, A, B ও C খুঁটি দিয়ে P – Q; Q – R; R – P; A – C এবং P – B রেখা বরাবর দড়ি বেঁধে দিলেন। তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন করা হলো।

খ. এখানে ΔPQR-এর PQ, QR ও PR এর মধ্যবিন্দুগুলো যথাক্রমে A, Bও C.

দেখাতে হবে যে, $AC \parallel QR$ এবং $QR = 2AC$.



অঙ্কন : 'ক' হতে প্রাপ্ত চিত্রে AC কে K পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $CK = AC$ হয়।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
১। ΔPAC ও ΔCRK-এর মধ্যে	
$PC = CR$	[$\because$ C, PR-এর মধ্যবিন্দু]
$AC = CK$	[অঙ্কনানুসারে]
$\angle ACP = \angle RCK$	[বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore \Delta APC \cong \Delta CRK$	
$\therefore AP = RK.$	
(২) এবং $\angle PAC = \angle CKR$ এবং $\angle APC = \angle CRK$ কিন্তু এরা একান্তর কোণ বলে,	
$AP \parallel RK$ এবং	
$AK \parallel QR$	
$\therefore AC \parallel QR$ **(দেখানো হলো)**	
(৩) $\because$ $PA = QA$, QA ও RK পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।	
(৪) আবার, AK ও QR পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।	

(৫) $\therefore AK = QR$

বা, $AC + CK = QR$

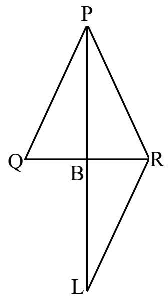
বা, $AC + AC = QR$ [$\because CK = AC$]

বা, $2AC = QR$

$\therefore QR = 2AC$ **(দেখানো হলো)**

গ. 'ক' হতে প্রাপ্ত চিত্রে, B, QR এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ + PR > 2PB$.

অঙ্কন : PB কে L পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $PB = BL$ হয়। L, R যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১। ΔPBQ ও ΔBLR– এ	[অঙ্কনানুসারে]
$PB = BL$	[B, QR-এর মধ্যবিন্দু]
$QB = BR$	[বিপ্রতীপ কোণ বলে]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PBQ =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle LBR$	
$\therefore \Delta PBQ \cong \Delta BLR$	
$\therefore PQ = LR$	[ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
২। এখন, ΔPLR- এ	
$PR + LR > PL$	[$\because PL = PB + BL$]
$\therefore PR + LR > PB + BL$	[$\because LR = PQ$ এবং $PB = BL$]
বা, $PR + PQ > PB + PB$	
$\therefore PQ + PR > 2PB$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–৫ ▸ ΔPQR এর $PR = QR$, QR কে M পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $QR = MR$

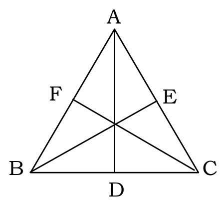
ক. একটি ত্রিভুজ এঁকে এর মধ্যমাগুলো চিহ্নিত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ + PM > 2PR$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPM = 1$ সমকোণ। ৪

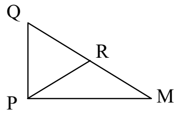
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ΔABC-এর AD, BE ও CF ৩টি মধ্যমা।

খ.

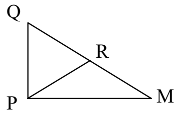


দেওয়া আছে, ΔPQR এ $PR = QR$। QR কে M পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $QR = MR$ হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ + PM > 2PR$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
১। ΔPQM – এ $PQ + PM > QM$ বা, $PQ + PM > QR + RM$	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $PQ + PM > QR + QR$ বা, $PQ + PM > 2QR$	[$\because QR = MR$]
$\therefore PQ + PM > 2PR$ [$\because QR = PR$]	**(প্রমাণিত)**

গ.



দেওয়া আছে, ΔPQR এ $PR = QR$। QR কে M পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন $RM = QR$ হয়।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle QPM = 1$ সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
১। ΔPQM – এ $PR = QR$	[দেওয়া আছে]
$\therefore \angle QPR = \angle PQR$ আবার, ΔPRM এ	[সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]
$PR = MR$ $\therefore \angle RPM = \angle PMR$	[$\because PR = QR, QR = MR$]
বা, $\angle QPR = \angle RPM = \angle PQR + \angle PMR$ $\therefore \angle QPM = \angle PQM + \angle PMQ$	
২। এখন, ΔPQM এ	
$\angle QPM + \angle PQM + \angle PMQ = 180°$ বা, $\angle QPM + \angle QPM = 180°$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
বা, $2\angle QPM = 180°$	
$\therefore \angle QPM = 90°$ বা 1 সমকোণ।	**(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৬ ▸ আরমান সাহেবের ত্রিভুজাকৃতি একখণ্ড জমি আছে। জমিটি তিনটি শীর্ষস্থান P, Q, R এ তিনটি খুঁটি আছে। জমিটির PQ পাশের ঠিক মাঝখানে D স্থানে একটি খুঁটি আছে এবং PR পাশের ঠিক মাঝখানে E স্থানে একটি খুঁটি আছে। [চ. বো. ন. প্র.'১৫]

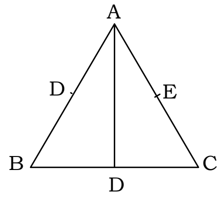
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ জমিটির একটি চিহ্নিত চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $DE = \frac{1}{2} QR$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PQ + QR > 2QE$ ৪

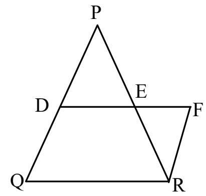
▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



মনে করি, আরমান সাহেবের জমিটি ΔPQR। জমিটির P, Q, R স্থানে তিনটি খুঁটি আছে। PQ পাশের ঠিক মাঝখানে D স্থানে একটি খুঁটি আছে এবং PR পাশের ঠিক মাঝখানে E স্থানে একটি খুঁটি আছে।

খ.



মনে করি, ΔPQR এ PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E। প্রমাণ করতে হবে $DE = \frac{1}{2} QR$

অঙ্কন : DE কে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $DE = EF$ হয়। R, F যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
১. ΔPDE ও ΔEFR এ	
$PE = ER$	[E, PR এর মধ্যবিন্দু]
$DE = EF$	[অঙ্কন]
অন্তর্ভুক্ত $\angle PED =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle REF$ $\therefore \Delta PDE = \Delta EFR$ $\therefore PD = ER$ অর্থাৎ $DQ = FR$	
এবং $\angle EPD = \angle ERF$	[একান্তর কোণ]
$\therefore PQ \parallel RF$ অর্থাৎ $DQ \parallel RF$	

২. QDRF চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত বাহু DQ ও RF সমান ও সমান্তরাল হওয়ায় অপর বিপরীত বাহু DF ও QR সমান ও সমান্তরাল।

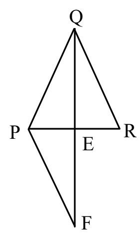
$\therefore DF = QR$

৩. আবার, $DE = EF$

$\therefore DE = \frac{1}{2} DF$

$\therefore DE = \frac{1}{2} QR$ **(প্রমাণিত)**

গ.



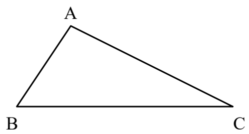
মনে করি, ΔPQR এ E, PR এর মধ্যবিন্দু প্রমাণ করতে হবে, $PQ + QR > 2QE$।

অঙ্কন : QE কে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $QE = EF$ হয়। P, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
১। ΔQER ও ΔPEF এ $QE = EF$ $ER = PE$	[অঙ্কন] [E, PR এর মধ্যবিন্দু]
অন্তর্ভুক্ত $\angle QER$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle PEF$ $\therefore \Delta QER = \Delta PEF$ $\therefore QR = PF$	
২। ΔPQF এ $PQ + PF > QF$ বা, $PQ + QR > QE + EF$ বা, $PQ + QR > QE + QE$ $\therefore PQ + QR > 2QE$ **(প্রমাণিত)**	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

প্রশ্ন–৭ ▸



উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

ক. জ্যামিতিক উপপাদ্যের প্রমাণে ধাপগুলি কী কী? ২

খ. যদি ΔABC এর $\angle ABC > \angle ACB$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $AC > AB$ ৪

গ. ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু Q হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2\,AQ$ ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

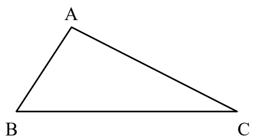
ক. জ্যামিতিক উপপাদ্যের প্রমাণে ধাপগুলো হচ্ছে–

১. সাধারণ নির্বচন

২. চিত্র ও বিশেষ নির্বচন

৩. প্রয়োজনীয় অঙ্কনের বর্ণনা এবং

৪. প্রমাণের যৌক্তিক ধাপগুলোর বর্ণনা।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর $\angle ABC > \angle ACB$. প্রমাণ করতে হবে যে, $AC > AB$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
১। যদি AC বাহু AB অপেক্ষা বৃহত্তর না হয়, তবে (i) $AC = AB$ অথবা (ii) $AC < AB$ হবে।	
(i) যদি $AC = AB$ হয়, $\angle ABC = \angle ACB$ কিন্তু শর্তানুযায়ী $\angle ABC > \angle ACB$ তা প্রদত্ত শর্তবিরোধী।	
(ii) আবার, যদি $AC < AB$ হয়, তবে $\angle ABC < \angle ACB$ হবে। কিন্তু তাও প্রদত্ত শর্তবিরোধী।	

সুতরাং, AC বাহু AB এর সমান বা AB থেকে ক্ষুদ্রতর হতে পারে না।

অতএব, $AC > AB$ **(প্রমাণিত)**

ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু Q হলে, প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AQ$.

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে,

ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু Q। A, Q যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB + AC > 2AQ$

অঙ্কন : AQ কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $AQ = QE$ হয়। E, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
১। ΔABQ এবং ΔECQ এ $BQ = CQ$ $AG = EQ$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AQB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle EQC$ $\Delta ABC \cong \Delta BQC$ সুতরাং $AB = BC$ .... (i)	[Q, AC এর মধ্যবিন্দু] অঙ্কন অনুসারে]
(২) এখন, ΔAEC এ $AC + CE > AE$ বা, $AC + AB > AQ + QE$ বা, $AB + AC > AQ + AQ$ $\therefore AB + AC > 2AQ$ **(প্রমাণিত)**	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

প্রশ্ন–৮ ▸ ΔABC এর BC বাহুকে বর্ধিত করায় এর বহিঃস্থ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়।

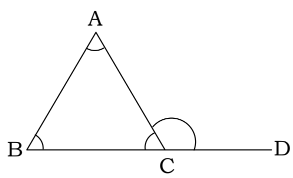
ক. তথ্যের আলোকে চিত্র এঁকে বহিঃস্থ ও অন্তঃস্থ কোণ চিহ্নিত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, বহিঃস্থ কোণটি তার বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান। ৪

গ. দেখাও যে, বহিঃস্থ কোণটি অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর। ৪

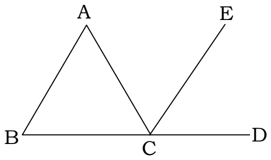
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ΔABC এর বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ এবং অন্তঃস্থ কোণ $\angle ABC$, $\angle ACB$ এবং $\angle BAC$·

খ.



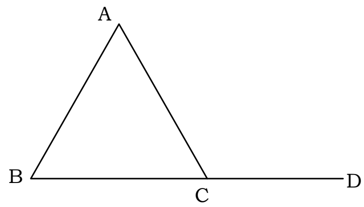
মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$.

অঙ্কন : C বিন্দু দিয়ে BA বাহুর সমান্তরাল করে CE রশ্মি টানি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $BA \parallel CE$ এবং AC ছেদক।	[অঙ্কন অনুসারে]
$\therefore \angle BAC = \angle ACE$ ············(i)	[একান্তর কোণ বলে]
(২) আবার, $BA \parallel CE$ এবং BD ছেদক। $\therefore \angle ABC = \angle ECD$ ············(ii)	[অনুরূপ কোণ বলে]
(৩) (i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD$ বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$ $\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$.	[$\because \angle ACE + \angle ECD = \angle ACD$] **(প্রমাণিত)**

গ.



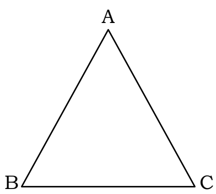
মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, বহিঃস্থ $\angle ACD >$ অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle BAC$ এবং বহিঃস্থ $\angle ACD >$ অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle ABC$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC এর $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 2$ সমকোণ ····(i)	[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(২) আবার, AC রশ্মি প্রান্তবিন্দু C তে অপর একটি সরলরেখা BD মিলিত হয়েছে। ফলে $\angle ACB$ এবং $\angle ACD$ সন্নিহিত কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়েছে। $\angle ACB + \angle ACD = 2$ সমকোণ ·········· (ii)	
(৩) (i) নং ও (ii) নং তুলনা করে পাই, $\angle ACB + \angle ACD = \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC$ বা, $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$ $\therefore \angle ACD > \angle ABC$ এবং $\angle ACD > \angle BAC$ **(প্রমাণিত)**	[উভয়পক্ষ থেকে সমান কোণ বাদ দিয়ে]

প্রশ্ন–৯ ▸ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ দেওয়া হলো



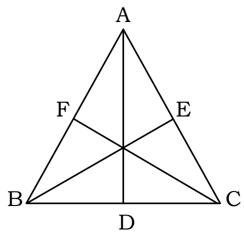
ক. ΔABC-এ AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB + AC > 2AD$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। ৪

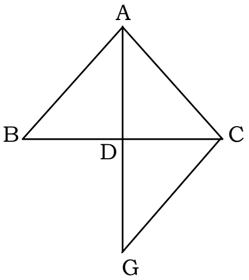
▸◂ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



ΔABC-এর তিনটি মধ্যমা AD, BE ও CF আঁকা হলো।

খ.



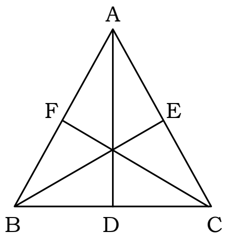
মনে করি, ΔABC এর AD মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে,
$AB + AC > 2AD$.

অঙ্কন : AD বাহুকে G পর্যন্ত এরূপভাবে বর্ধিত করি যেন, $AD = DG$ হয়। C, G যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABD ও ΔCDG এ	
$AD = DG$	[অঙ্কনানুসারে]
$BD = CD$	[$\because$ D, BC এর মধ্যবিন্দু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CDG$.	[বিপ্রতীপ কোণ বলে]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDG$	
$\therefore AB = CG$	
(২) এখন, ΔACG এ $AC + CG > AG$.	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $AC + CG > AD + DG$	[$\because AG = AD + DG$]
বা, $AC + CG > AD + AD$	[$\because AD = DG$]
বা, $AC + AB > 2AD$	[$\because AB = CG$]
$\therefore AB + AC > 2AD$ **(প্রমাণিত)**	

গ.



মনে করি, ΔABC এ AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর অর্থাৎ, $AD + BE + CF < AB + BC + AC$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) 'খ' হতে আমরা পাই,

$AB + AC > 2AD$ .... (i)

(২) অনুরূপে, $AB + BC > 2BE$ .... (ii)

এবং $BC + CA > 2CF$ .... (iii)

(৩) সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$AB + AC + AB + BC + BC + AC > 2AD + 2BE + 2CF$

বা, $2(AB + BC + AC) > 2(AD + BE + CF)$

বা, $AB + BC + AC > AD + BE + CF$

$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC$

অতএব, মধ্যমাত্রয়ের সমষ্টি তার পরিসীমা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর।

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১০ ▸ ABC ত্রিভুজের $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু।

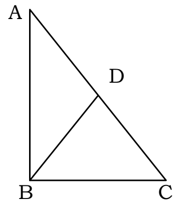
ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BD = \frac{1}{2} AC$. ৪

গ. যদি $AB = BC$ হয় তবে প্রমাণ কর যে, $\Delta ABD \cong \Delta BCD$ এবং $AB^2 = BD^2 + AD^2$. ৪

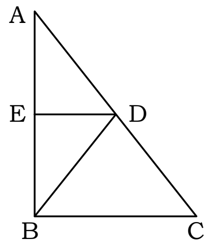
১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ABC ত্রিভুজে $\angle B$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু D.

খ.



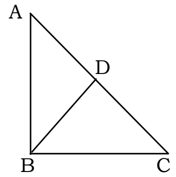
ΔABC এর $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু।
প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2} AC$.

অঙ্কন : AB এর মধ্যবিন্দু E নিই এবং D, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC এর E ও D যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।	[$\because$ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল]
$\therefore ED \parallel BC$	
$\therefore \angle AED = \angle BED =$ এক সমকোণ।	[অনুরূপ কোণ]
(২) এখন, ΔAED ও ΔBED এর মধ্যে	
$AE = BE$	[$\because$ E, AB এর মধ্যবিন্দু]
DE সাধারণ বাহু	
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AED =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BED$	[সমকোণ]
$\therefore \Delta AED \cong \Delta BED$	
$\therefore AD = BD$	
(৩) কিন্তু, $AD = \frac{1}{2} AC$	
$\therefore BD = \frac{1}{2} AC$ **(প্রমাণিত)**	

গ.



ΔABC এ $\angle B$ = এক সমকোণ এবং D, AC এর মধ্যবিন্দু এবং $AB = BC$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABD \cong \Delta BCD$ এবং $AB^2 = BD^2 + AD^2$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABD ও ΔBCD-এ	
$AB = BC$	[দেওয়া আছে]
$AD = CD$	[$\because$ D, AC এর মধ্যবিন্দু]
এবং BD সাধারণ বাহু	
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta BCD$	
(২) যেহেতু $AB = BC$	
সুতরাং ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।	
আবার, D, AC এর মধ্যবিন্দু বলে $BD \perp AC$.	
সুতরাং, ΔABD একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle ADB$ = এক সমকোণ।	
(৩) $AB^2 = AD^2 + BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta BCD$	
এবং $AB^2 = BD^2 + AD^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–১১ ▸ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E, F.

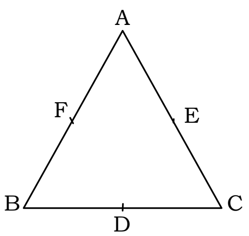
ক. উপরিউক্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্রটি আঁক এবং সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $FE \parallel BC$ এবং $FE = \frac{1}{2} BC$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ΔDEF একটি সমবাহু ত্রিভুজ। ৪

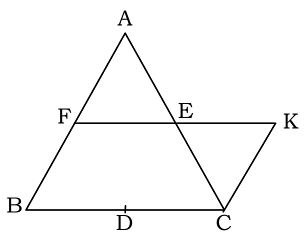
১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার $AB = BC = CA$. BC, CA ও AB এর মধ্যবিন্দুগুলো যথাক্রমে D, E ও F.

খ.



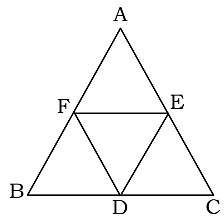
ΔABC এর BC, CA ও AB এর মধ্যবিন্দুগুলো যথাক্রমে D, E ও F. প্রমাণ করতে হবে যে, $FE \parallel BC$ এবং $FE = \frac{1}{2} BC$

অঙ্কন : F, E যোগ করি এবং FE কে এমনভাবে K পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $EK = FE$ হয়। C, K যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔAFE ও ΔCEK-এর মধ্যে	
$AE = EC$	[$\because$ E, AC এর মধ্যবিন্দু]
$FE = EK.$	[অঙ্কনানুসারে]
$\angle AEF = \angle CEK$	[বিপ্রতীপ কোণ]
$\therefore \Delta AFE \cong \Delta CEK$	
$\therefore AF = CK$	
(২) এখন $\angle AFE = \angle EKC$ এবং	
$\angle FAE = \angle ECK$	
কিন্তু এরা একান্তর কোণ বলে,	
$AF \parallel CK$	
$\therefore FK \parallel BC$	
$\therefore FE \parallel BC.$ **(প্রমাণিত)**	
(৩) আবার, $FK = BC$	
বা, $FE + EK = BC$	
বা, $FE + FE = BC$	
বা, $2FE = BC$	
$\therefore FE = \frac{1}{2} BC$ **(প্রমাণিত)**	

গ.



ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ অর্থাৎ $AB = BC = AC$. প্রমাণ করতে হবে যে, ΔDEF একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ : 'খ' হতে আমরা পাই,

$FE = \frac{1}{2}BC$

অনুরূপে, $DE = \frac{1}{2}AB$

এবং $FD = \frac{1}{2}AC$

যেহেতু $AB = BC = AC$

বা, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AC$

বা, $DE = FE = FD$

$\therefore \Delta DEF$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১২ ▸ ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়।

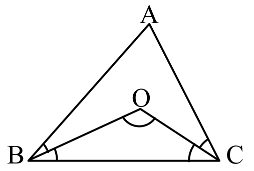
ক. বর্ণনানুযায়ী চিত্রটি আঁক এবং সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2} \angle A$ ৪

গ. ΔABC সমবাহু ত্রিভুজ হলে প্রমাণ কর যে, $AO = BO = CO$ ৪

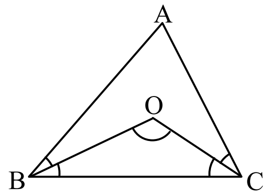
▸◂ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

খ.



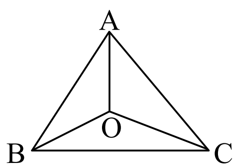
ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC-এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$	[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90°$	[উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $\frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90° - \frac{1}{2}\angle A$ .... (i)	
(২) এখন, ΔBOC-এ $\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান]
বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$	
বা, $\angle BOC + 90° - \frac{1}{2}\angle A = 180°$	[(i) হতে]
বা, $\angle BOC = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle A$	
$\therefore \angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$	

(প্রমাণিত)

গ.



ΔABC-এ $AB = AC = BC$. প্রমাণ করতে হবে যে, $AO = BO = CO$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$	['খ' হতে পাই]
যেহেতু ΔABC সমবাহু ত্রিভুজ, সুতরাং, $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$	
$\therefore \angle BOC = 90° + \frac{1}{2} \times 60°$ $= 90° + 30° = 120°$	
(২) অনুরূপভাবে, $\angle AOB = 90° + \frac{1}{2}\angle C$ $= 90° + \frac{1}{2} \times 60°$ $= 120°$ এবং $\angle AOC = 120°$	
(৩) এখন ΔAOB, ΔAOC ও ΔBOC-এ $\angle AOB = \angle AOC = \angle BOC = 120°$ এবং $\angle OBC = \angle OCB = \angle OCA = \angle OAC = \angle OAB = \angle OBA = 30°$	
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC \cong \Delta BOC$	
$\therefore AO = BO = CO$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–১৩ ▸ ABC একটি ত্রিভুজ দেওয়া হলো যার $\angle ACD$ ও $\angle ABE$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ।

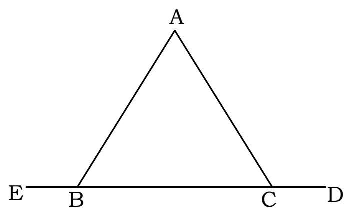
ক. বর্ণনানুসারে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। ৪

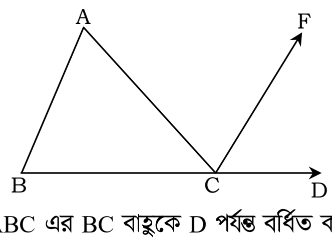
▸◂ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



ABC একটি ত্রিভুজ যার $\angle ACD$ ও $\angle ABE$ দুইটি বহিঃস্থ কোণ।

খ.



মনে করি, ΔABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় $\angle ACD$ বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়েছে যার বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ $\angle BAC$ ও $\angle ABC$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$।

অঙ্কন : C বিন্দুতে BA বাহুর সমান্তরাল CF রশ্মি টানি।

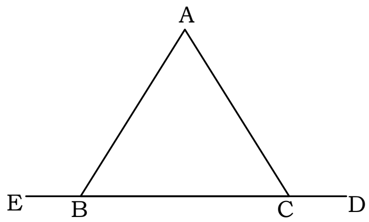
প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $BA \parallel CF$ এবং AC এদের ছেদক। $\therefore \angle BAC = \angle ACF$ .... (i)	[একান্তর কোণ]
(২) আবার, $BA \parallel CF$ এবং BD এদের ছেদক। $\therefore \angle ABC = \angle FCD$ .... (ii)	[অনুরূপ কোণ]
(৩) (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACF + \angle FCD$	

বা, $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACD$

$\therefore \angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ **(প্রমাণিত)**

গ.



ΔABC এর দুইটি বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ ও $\angle ABE$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) 'খ' নং হতে আমরা পাই,

বহিঃস্থ $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$ ………. (i)

(২) আবার, বহিঃস্থ $\angle ABE = \angle BAC + \angle ACB$ ……. (ii)

(৩) (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$\angle ACD + \angle ABE = \angle BAC + \angle ABC + \angle BAC + \angle ACB$

বা, $\angle ACD + \angle ABE = \angle A + \angle B + \angle C + \angle A$

বা, $\angle ACD + \angle ABE = 180° + \angle A$

[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

$\therefore \angle ACD + \angle ABE > 2$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

বিভিন্ন স্কুলের নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১৪ ▸ ΔABC এর $AB > AC$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। আবার $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD রেখা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

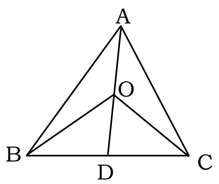
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABC ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ ৪

গ. দেখাও যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ। ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

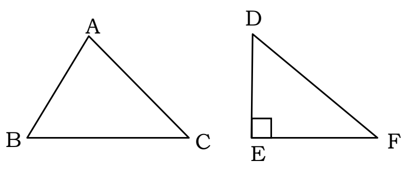
ক. উপরের তথ্য থেকে একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করা হলো :



খ. অনুশীলনী ৬.৩ এর ১২ নং প্রশ্নের সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ. অনুশীলনী ৬.৩ এর ১৮ নং প্রশ্নের সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন–১৫ ▸ নিচের চিত্র দুটি লক্ষ কর:



ক. ২য় চিত্রে $\angle DEF = 90°$ হলে পিথাগোরাসের সম্পর্কটি লেখ। ২

খ. ১ম চিত্রে $\angle ABC > \angle ACB$ হলে প্রমাণ কর যে, $AC > AB$. ৪

গ. ABC ত্রিভুজের $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$। ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ২য় চিত্রে $\angle E = 90$ হলে DE লম্ব, EF ভূমি, এবং DF অতিভুজ।

পিথাগোরাসের সম্পর্কে থেকে আমরা জানি,

অতিভুজ² = ভূমি² + লম্ব²

$\therefore DF^2 = EF^2 + DE^2$

খ. উপপাদ্য ১৩ নং দ্রষ্টব্য।

গ. অনুশীলনী ৬.৩ এর ১২ প্রশ্নের সমাধান দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন–১৬ ▸ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। $\angle B$ = এক সমকোণ। D অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। [ময়মনসিংহ জিলা স্কুল]

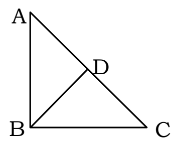
ক. উপরের তথ্যানুযায়ী চিত্রটি আঁক ও চিহ্নিত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BD = \frac{1}{2}AC$. ৪

গ. যদি ΔABC এ $AB = BC$ হয় এবং D অতিভুজ AC এর উপরের যেকোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $DA^2 + DC^2 = 2BD^2$. ৪

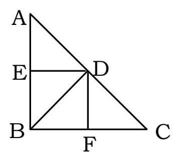
১৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. উদ্দীপকের তথ্যানুযায়ী ত্রিভুজটি অঙ্কন করা হলো।



খ. অনুশীলনী ৬.৩ এর ২০ নং প্রশ্নের গ নং সমাধান দ্রষ্টব্য।

গ.



যেহেতু $AB = BC$ তাই ΔABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। AC অতিভুজ এবং D, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে $DA^2 + DC^2 = 2BD^2$ ΔABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ হওয়ায় $\angle B = 90°$, $\angle A = \angle C = 45°$।

DF, BC এর উপর লম্ব

সুতরাং ΔDFC সমকোণী ত্রিভুজ।

DC অতিভুজ এবং $\angle DCF = \angle FDC = 45°$

$[\because \angle C = 45°]$

$\therefore DF = FC$,

একই কারণে $DE = AE$

DFC সমকোণী ত্রিভুজে

$DC^2 = DF^2 + FC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্যানুসারে]

$= DF^2 + DF^2$ .... $[\because DF = FC]$

$DC^2 = 2DF^2$ ....(i)

AED সমকোণী ত্রিভুজে

$AD^2 = ED^2 + AE^2$

$= ED^2 + ED^2$ .... $[\because ED = AE]$

$AD^2 = 2ED^2$ ....(ii)

DF, BC এর উপর এবং ED, AB এর উপর লম্ব হওয়ায় EDBF একটি আয়তক্ষেত্র হবে। সুতরাং DE = BF সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই

$DC^2 + AD^2 = 2DF^2 + 2ED^2$

$= 2(DF^2 + ED^2)$

$= 2(DF^2 + BF^2)$ $[\because DE = BF]$

কিন্তু BDF সমকোণী ত্রিভুজের $DF^2 + BF^2 = BD^2$

$AD^2 + DC^2 = 2BD^2$

$\therefore AD^2 + DC^2 = 2BD^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন-১৭ ▸ ΔABC একটি ত্রিভুজাকৃতি মাঠ। উহার বৃহত্তম বাহু BC = 18 মিটার অপর দুই বাহুর দৈর্ঘ্য AB = 12 মিটার এবং AC = 9 মিটার।

ক. বাহুগুলোর অনুপাত নির্ণয় করে ত্রিভুজাকৃতি মাঠের একটি অনুপাতিক চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু দ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের দৈর্ঘ্য 9 মিটার। ৪

গ. $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ একটি স্থূলকোণ। ৪

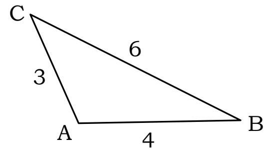
১৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ABC ত্রিভুজাকৃতি মাঠের প্রতিটি পার্শ্বের দৈর্ঘ্যের অনুপাত

BC : AB : AC = 18 : 12 : 9

অর্থাৎ BC : AB : AC = 6 : 4 : 3

তাহলে মাঠের আনুপাতিক চিত্রটি হবে নিম্নরূপ–



খ. ত্রিভুজটির AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হলে প্রমাণ করা যায় $DE = \frac{1}{2}BC$।

প্রমাণ : BC = 18 মিটার

সুতরাং, $DE = \frac{1}{2} \times 18$ মিটার = 9 মিটার = 9 মিটার **(প্রমাণিত)**

গ. অনুশীলনী ৬.৩ এর ১৮ নং দ্রষ্টব্য।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১৮ ▸ ΔABC এর $\angle ABC > \angle ACB$।

ক. উপরিউক্ত তথ্যের ভিত্তিতে ΔABC এর চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ΔABC এর $AC > AB$ ৪

গ. ত্রিভুজটির $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AE, BC কে E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle AEB$ সূক্ষ্মকোণ। ৪

প্রশ্ন-১৯ ▸ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। $\angle B$ = এক সমকোণ। D অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু।

ক. উপরের তথ্যানুযায়ী চিত্রটি আঁক ও চিহ্নিত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BD = \frac{1}{2}AC$ ৪

গ. যদি ΔABC এ AB = BC হয় এবং D অতিভুজ AC এর উপরের যেকোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $DA^2 + DC^2 = 2BD^2$. ৪

প্রশ্ন-২০ ▸ ΔPQR এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $MN \parallel QR$ এবং $MN = \frac{1}{2}QR$. ৪

গ. PQ = PR এবং $\angle QPR = 70°$ হলে, $\angle QMN$ নির্ণয় কর। ৪

প্রশ্ন-২১ ▸ ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C$ = এক সমকোণ। $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ADB$ স্থূলকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD.CD$. ৪

প্রশ্ন-২২ ▸ ΔPQR এর $\angle Q$ ও $\angle R$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় M বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

ক. প্রদত্ত শর্তানুসারে ΔPQR এর চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QMR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$. ৪

গ. ΔPQR এর অভ্যন্তরে যেকোনো বিন্দু D হলে প্রমাণ কর যে, $PQ + PR > QD + DR$. ৪

প্রশ্ন-২৩ ▸ ABC একই সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A$ = এক সমকোণ। BC বাহুর মধ্যবিন্দু D.

ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AD = \frac{1}{2}BC$. ৪

প্রশ্ন-২৪ ▸ ΔABC এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E; D, E যোগ করা হলো।

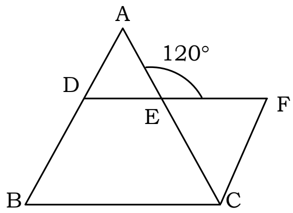
ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে একটি ত্রিভুজ আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$. ৪

গ. ΔABC এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে, $\angle BOC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ ৪

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-২৫ ▸ নিচের চিত্রে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু D ও E এবং DE ∥ BC ও BD ∥ CF



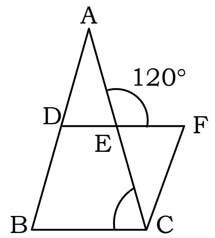
ক. 120° কোণের সম্পূরক কোণ এবং $\angle ECB$ কোণের মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\Delta ADE \cong \Delta CEF$. ৪

গ. D বিন্দু AB বাহুর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $DE = \frac{1}{2}BC$. ৪

২৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. 120° কোণের সম্পূরক কোণ = 180° – 120° = 60°



চিত্রানুযায়ী, $\angle AEF = 120°$

তাহলে, $\angle AED = 180° - 120° = 60°$

সুতরাং $\angle AED = \angle BCE = 60°$ [অনুরূপ কোণ]

খ. দেওয়া আছে, AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু D ও E। DF ∥ BC ও BD ∥ CF.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ADE \cong \Delta CEF$

প্রমাণ : ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) AD = BD [∵ AB এর মধ্যবিন্দু D]

এবং AE = CE [∵ AC এর মধ্যবিন্দু E]

(২) DBCF চতুর্ভুজে BD = CF

ও BD ∥ CF

∴ AD = BD = CF

(৩) ΔADE ও ΔECF–দ্বয়ে

AD = CF, AE = CE

এবং $\angle AED = \angle CEF$ [∵ বিপ্রতীপ কোণ]

∴ $\Delta ADE \cong \Delta CEF$ **(প্রমাণিত)**

গ. দেওয়া আছে, D বিন্দু AB এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $DE = \frac{1}{2}BC$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) AB এর মধ্যবিন্দু D এবং DF ∥ BC
বলে AC এর মধ্যবিন্দু E হবে।
'খ' হতে পাই, $\Delta ADE \cong \Delta CEF$
অর্থাৎ DE = EF
∴ $DE = \frac{1}{2}DF$ [∴ DF এর মধ্যবিন্দু E]

(২) BCFD চতুর্ভুজের BD = CF ['খ' হতে পাই]
এবং BD ∥ CF ও DF ∥ BC
অর্থাৎ BCFD একটি সামান্তরিক।
সুতরাং DF = BC ....

(৩) (১) ও (২) হতে, $DE = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2}BC$ [∵ DF = BC]

∴ $DE = \frac{1}{2}BC$ **(প্রমাণিত)**