上机作业

对函数

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}, x \in [-1, 1]$$

构造Lagrange插值多项式 $p_L(x)$,插值节点取为:

1.
$$x_i = 1 - \frac{2}{N}i$$
, $i = 0, 1, \dots, N$
2. $x_i = -\cos(\frac{i+1}{N+2}\pi)$, $i = 0, 1, \dots, N$

利用 $\int_{-1}^{1} p_L(x) dx$ 计算积分 $\int_{-1}^{1} f(x) dx$ 的近似值,并计算如下误差

$$|\int_{-1}^{1} p_L(x) dx - \int_{-1}^{1} f(x) dx|,$$

对N = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40比较以上两组节点的结果。

输出形式如下:

| N | $\int_{-1}^{1} p_{L}(x) dx$ | $\int_{-1}^{1} f(x) dx$ | $\left \int_{-1}^{1} p_{L}(x) dx - \int_{-1}^{1} f(x) dx \right $ |
|----|-----------------------------|-------------------------|--|
| 5 | | | |
| 10 | | | |
| 15 | | | |
| 20 | | | |
| 25 | | | |
| 30 | | | |
| 35 | | | |
| 40 | | | |