

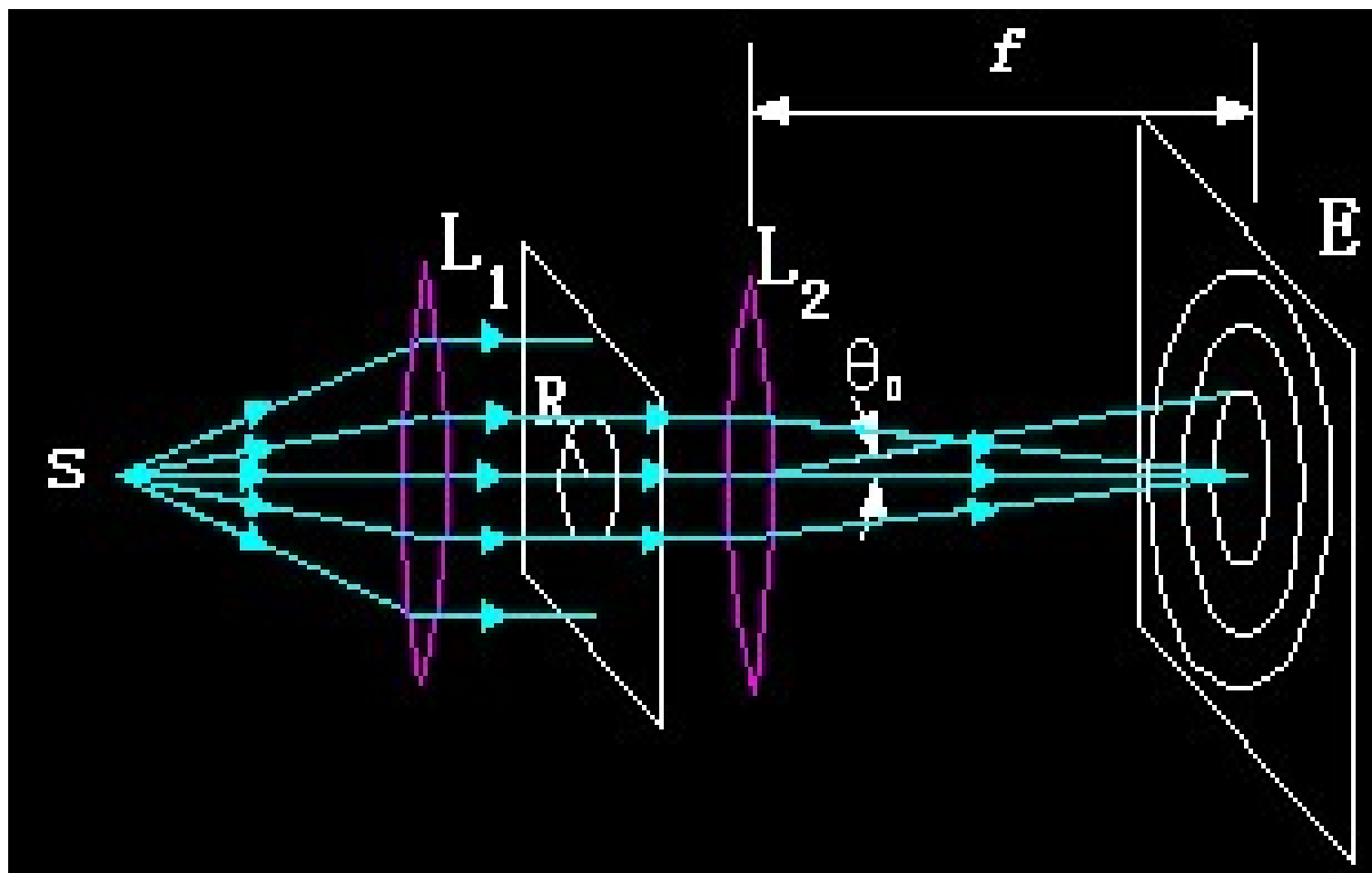
圆孔衍射

—光学仪器的分辨率

手机相机、数码相机、单反相机镜头依次增大？

Google Earth的地面分辨率？

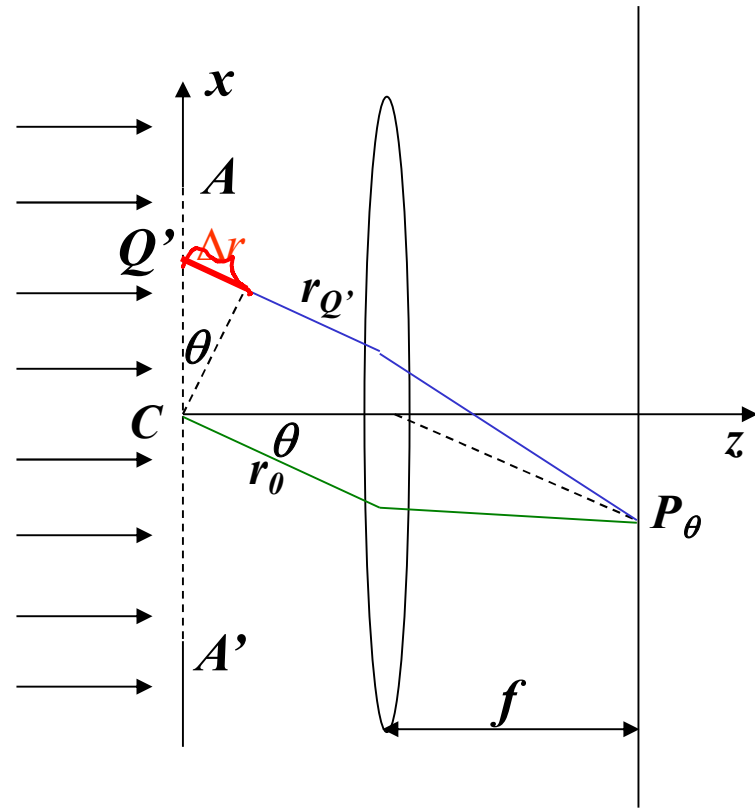
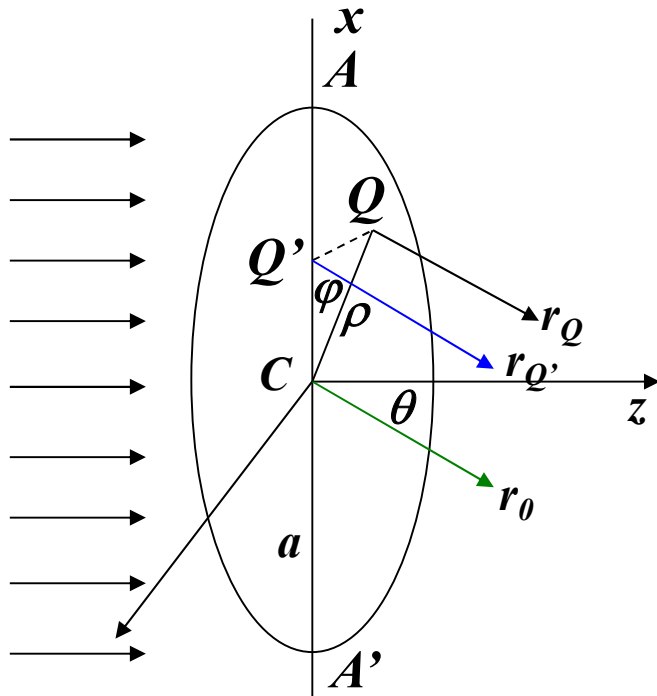
一、圆孔夫琅和费衍射



多数光学元件都有圆形通光孔
圆孔的衍射是常见的光学现象

$$E(p_\theta) = \frac{-i}{\lambda f} \iint E(Q) e^{ikr} dx dy \quad E(p_\theta) = C \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} e^{ik\Delta r} dx dy$$

$$\Delta r = r - r_0 = \rho \cos \varphi \sin \theta$$



$$E(\theta) = C \iint_{x^2+y^2 \leq a^2} e^{ik\Delta r} dx dy = C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \rho d\rho e^{ik\rho \cos\varphi \sin\theta}$$

$$\text{关系式: } \exp(ix \cos \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(x) e^{in\varphi}, \quad \frac{d}{dx}(xJ_1(x)) = xJ_0(x)$$

$$E(\theta) \propto \frac{2J_1(u)}{u} \quad I(\theta) = I_0 \left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2 \quad u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

圆孔衍射因子

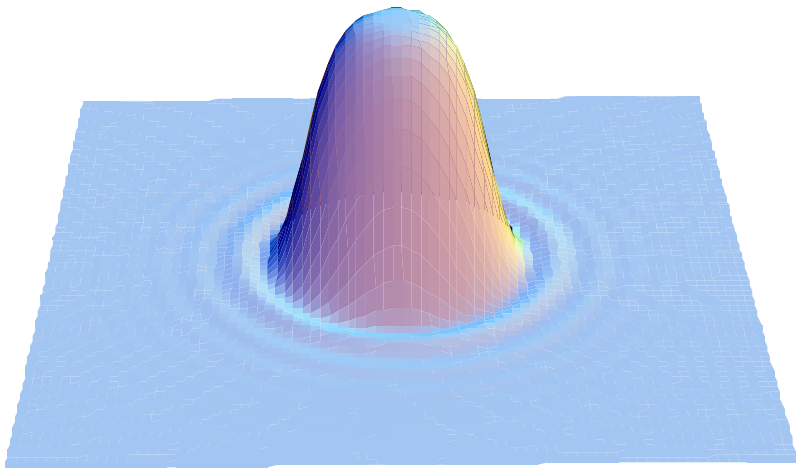
θ 为衍射角， a 为圆孔的半径， I_0 为衍射图样中心点 P_0 的光强

$J_1(u)$ 为一阶Bessel函数

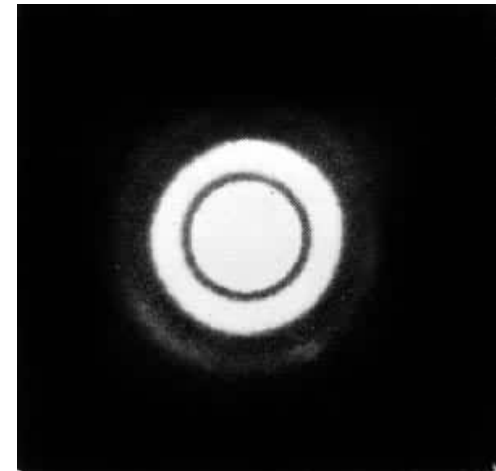
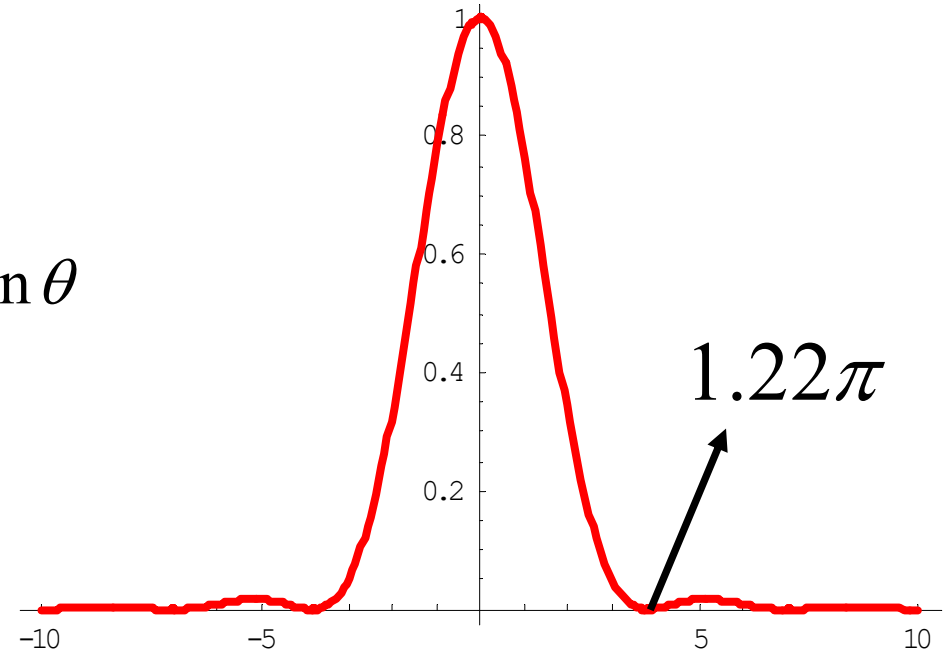
u 仍表示孔径边缘相应的最大相位差之半 ($2a$)

圆孔夫琅和费衍射特点：

$$\left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2 \quad u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$



$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2$$



- 1、光强分布具有圆对称性
- 2、零级主极大是圆斑, 称为爱里斑
- 3、从爱里斑向外, 衍射图样形成一组明暗交替的同心圆环
随半径的增大各明环的亮度急剧下降

爱里斑中集中了衍射光能的很大一部分(84%)

- 4、爱里斑的角半径(即第一暗环对应的角半径)

$$\Delta\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \Delta\theta = 1.22\pi$$

$$\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$$

爱里斑线半径

$$r = 0.61 \frac{\lambda f}{a} = 1.22 \frac{\lambda f}{D}$$

单缝?

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{a}$$

手机相机、数码相机、单反相机镜头依次增大？

$$\Delta\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Google Earth所用卫星高空相机物镜直径 $D=1\text{m}$
光波长 550nm ，卫星离地面 200km ，最小可分辨
的线宽度为 13.4cm

光学成像系统的分辨本领

一、问题提出

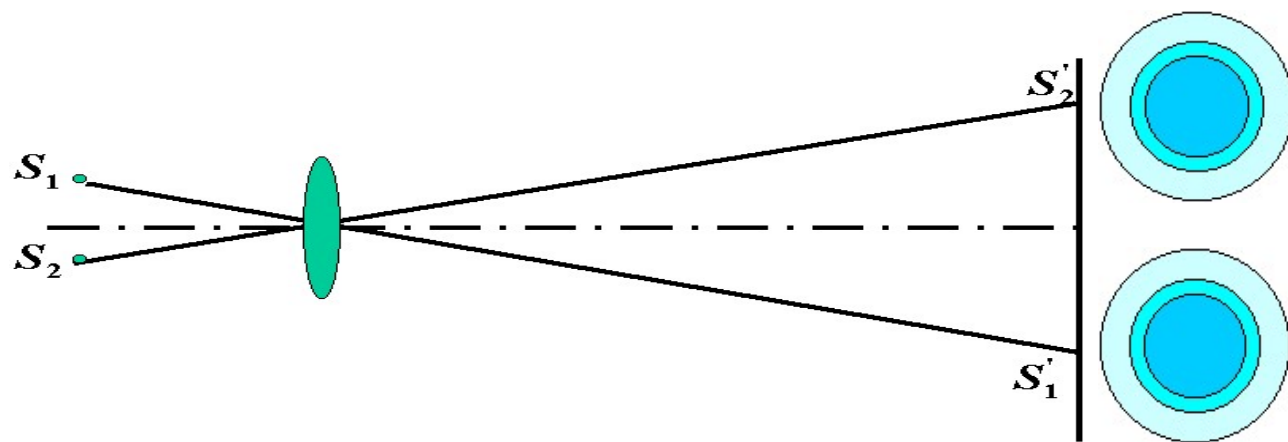
(经透镜)

几何光学： 物点 \Rightarrow 象点

物 (物点集合) \Rightarrow 象 (象点集合)

波动光学： 物点 \Rightarrow 象斑

物 (物点集合) \Rightarrow 象 (象斑集合)

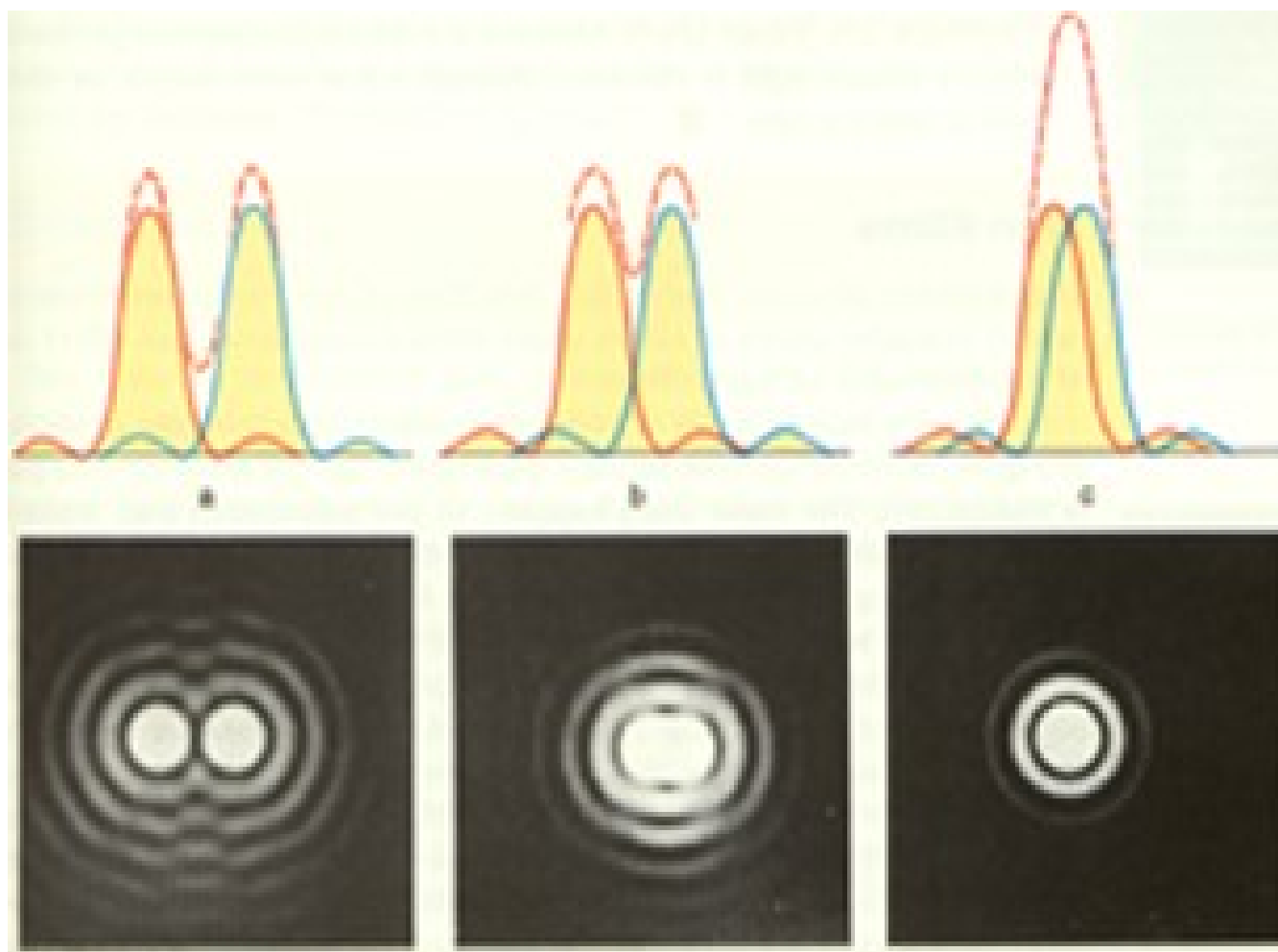


问题提出

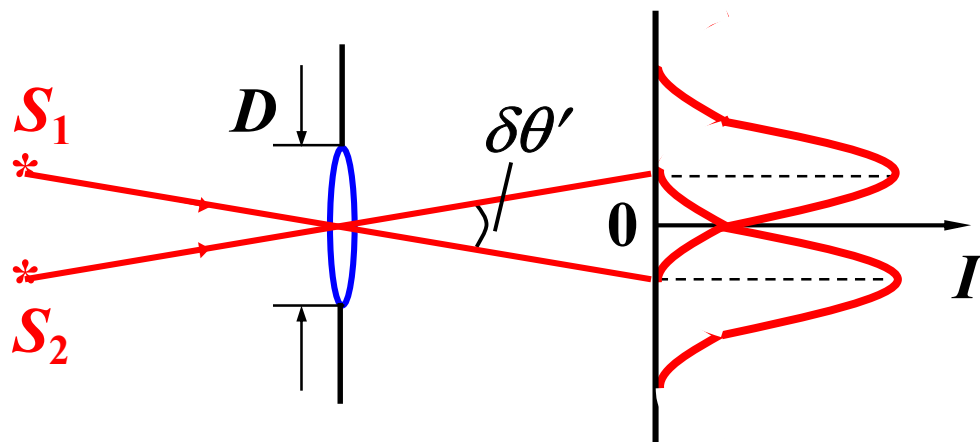
？ 究竟两物点靠得多近时其像斑尚可分辨

二、瑞利判据

如果一个物点所产生的衍射图样的主极大中心恰与另一物点的衍射图样的第一零点位置重合，则这两个像斑或物点是刚好可以分辨的



三、透镜的分辨率



根据瑞利判据

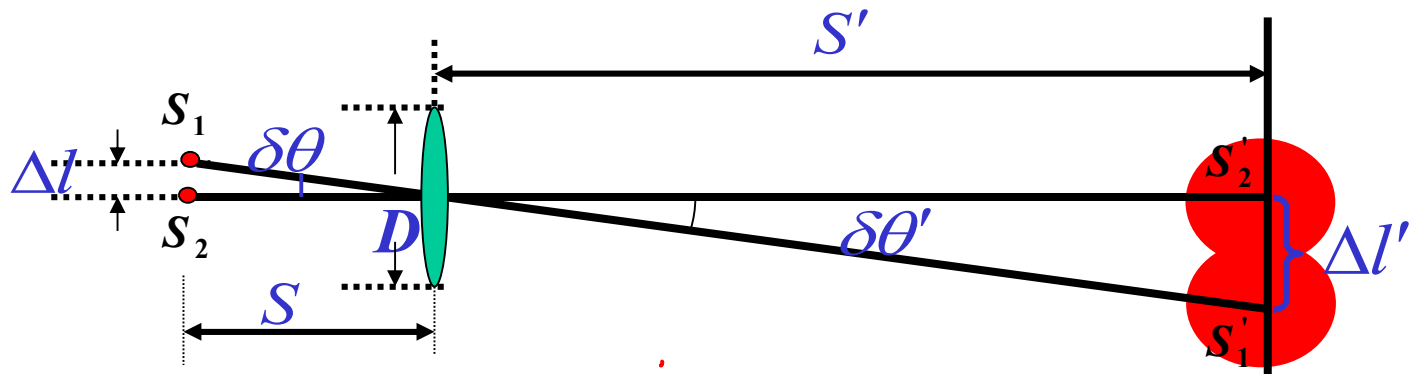
两个像斑中心的角距离恰好等于每一爱里斑的半角宽度

最小分辨角

像方

$$\delta\theta' = \Delta\theta \approx 1.22 \frac{\lambda'}{D} = 1.22 \frac{\lambda}{n'D}$$

λ' 为像方波长 λ 为真空波长



傍轴折射定律

$$n \delta \theta = n' \delta \theta'$$



最小分辨角

物方

最小分辨距离

$$\delta \theta = \frac{n'}{n} \delta \theta' = 1.22 \frac{\lambda}{n D}$$

$$\delta l = S \delta \theta = 1.22 \frac{\lambda S}{n D}$$

如果都处于空气中

最小分辨角

$$\delta\theta = \delta\theta' \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

望远镜

$$n = n' = 1$$

$$\delta\theta = \delta\theta' = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

望远镜： λ 不可选择

望远镜分辨本领的提高本质是依赖于物镜的口径

▲ 世界上最大的**光学**望远镜：

$D = 8.2 \text{ m (USA)}$

$D = 8 \text{ m (R)}$

▲ 最大**红外**望远镜：

$D = 3.357 \text{ m (USA)}$

▲ 世界上最大的**射电**望远镜：
 $D = 500 \text{ m (China)}$



贵州平塘县一个叫大窝凼(dang),
FAST

500m 口径球面射电望远镜

(国家重大科技基础设施建设项目)



<http://news.sciencenet.cn/htmlnews/2015/2/313829.shtm>

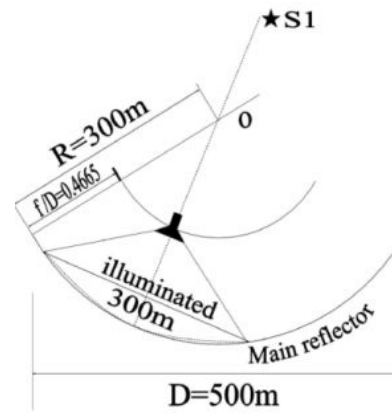


Figure 1: Left: FAST optical geometry, right: FAST 3-D model

首席科学家：南仁东



据科技日报2月28日报道（记者李建荣）记者从2月26日召开的2016云上贵州·大数据招商引智（北京）推介会上了解到，位于贵州平塘县的世界最大口径球面射电望远镜（FAST）将于今年9月完工并开始早期科学观测，整体调试将于2016年5月开始。目前，FAST已开始临时观测和产生测试数据。



The biggest ear

SEP. 30, 2016

<http://science.sciencemag.org/content/353/6307/1488.full>

