

思考题讨论

- 思考题2.1 静电场中试探电荷能否稳定平衡？
- 思考题2.2 互相绝缘的中性导体 A, B, C, \dots , 电势都是零，让 A 带上正电，证明：
 - 1) 所有这些导体的电势都高于零；
 - 2) 其它导体的电势都低于 A 的电势。

思考题2.2 参考答案

- 1) 设 B 导体电势最低，且 $U_B \leq 0$ ，则 B 周围的电场线都由外指向 B ，由高斯定理 $\rightarrow B$ 的净电荷为负，与不带电矛盾！ $\Rightarrow U_B > 0$
- 2) 设 B 导体电势最高，且 $U_B \geq U_A$ ，则 B 周围的电场线都由 B 指向外，由高斯定理 $\rightarrow B$ 的净电荷为正，与不带电矛盾！ $\Rightarrow U_B < U_A$

第七讲 2022-03-15

第2章 静电场中的导体和电介质

§ 2.1 物质的电性质

§ 2.2 静电场中的导体

§ 2.3 电容与电容器

§ 2.4 电介质

§ 2.5 极化强度矢量 \mathbf{P}

§ 2.6 电介质中静电场的基本定理

§ 2.7 边值关系和唯一性定理

§ 2.8 电像法

§ 2.3 电容和电容器

1. 孤立导体的电容

- **孤立导体**：导体，附近没有其它导体和带电体。
- **电容**：一个电量为 Q 的孤立导体，电势为 U (无穷远处为电势零点)，则 $C=Q/U$ 。
- **物理意义**：电容表征使导体每升高单位电势所需的电量，反映**导体或导体系统容纳电荷**的能力。
- **电容值**由导体的形状、大小及周围环境决定 (**介质**)，与导体所带电量多少和电势大小无关 (**?**)。

- 电容单位

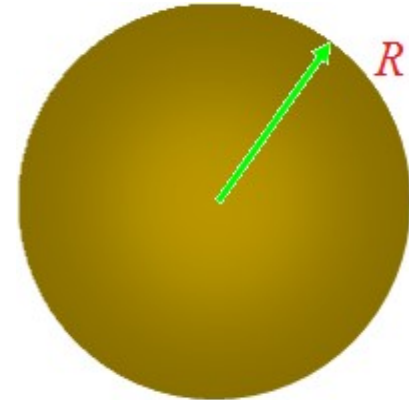
- 主单位：库仑/伏特，简称法拉，记作F

- 辅单位： $1\mu\text{F}=10^{-6}\text{F}$ ， $1\text{pF}=10^{-12}\text{F}$

[例] 求孤立导体球的电容，设半径为 R 。

$$U = \int_R^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_R^{\infty} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 R$$



- 性质

- 孤立导体的尺度越大，电容越大

- 电容越大， U 固定时储存的 Q 越多

➤ 趣例：用孤立导体球要得到1F 电容，半径

$$R=1/(4\pi\epsilon_0)=9\times 10^9(\text{m})\approx 1.4\times 10^3 R_E \text{ (} R_E=6.4\times 10^6\text{m)}$$

• 缺点

➤ 孤立导体的电容一般很小，不能满足实际需求

➤ 实际电容附近经常存在其他导体或介质，孤立导体近似难以满足

2. 电容器

- 构成

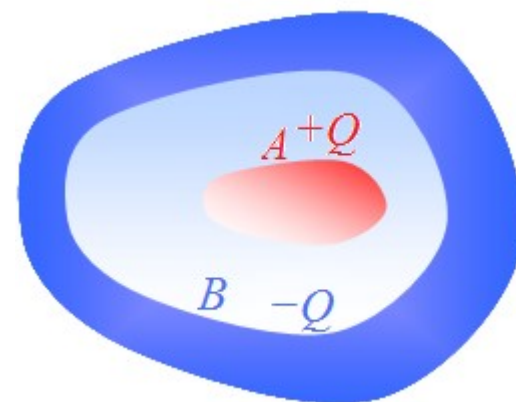
- 带有等量异号电荷、很靠近的两个导体

- 两导体夹层为绝缘物，如空气、云母片、塑料

- 电容值

$$C = \frac{Q}{|U_A - U_B|} = \frac{Q}{U_{AB}}$$

- 优点：电容值大、静电屏蔽



70
厘米



高压电容器(20kV 5~21 μ F)
(提高功率因数)

12
厘米



聚丙烯电容器
(单相电机启动和连续运转)

2.5
厘米



涤纶电容
(250V 0.47 μ F)



陶瓷电容器
(20000V 1000pF)

2.5
厘米



电解电容器
(160V 470 μ F)

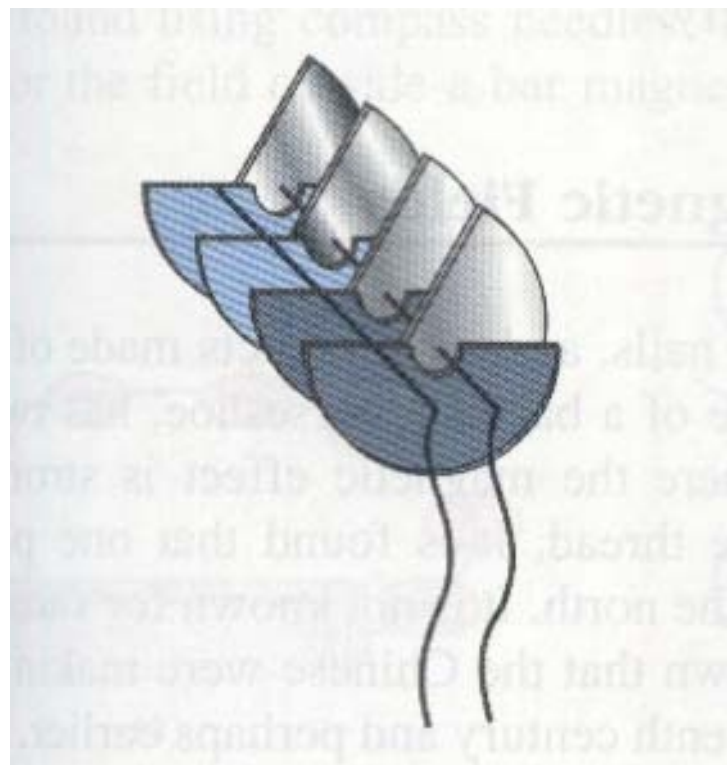
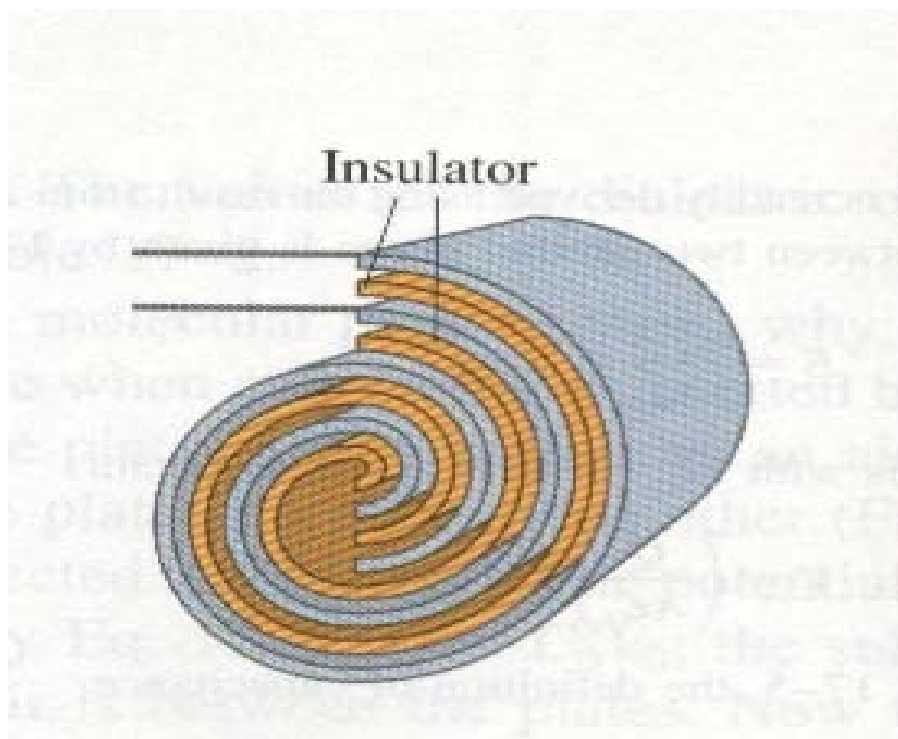


陶瓷电容器



薄膜电容器





- 分类

- 结构：固定电容器、可变电容器和半可调电容
- 介质：无机、有机、电解电容器、液体
- 用途：高/低频旁路、滤波、整流、调谐、高/低频耦合、小型电容器、储能

- 几种典型的电容器

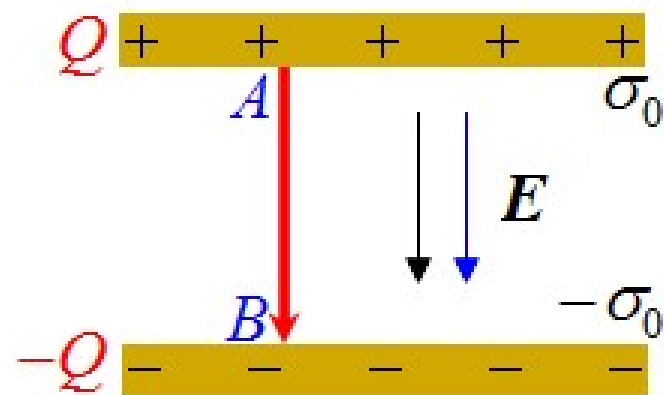
1) 平板电容器：两极板面积 S ，两极间距 d ($S \gg d^2$)

令两极板电量分别为 $\pm Q$ ，则

极间电场强度 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$

两极板电势差 $\Delta U = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$

电容器的电容 $C = \frac{Q}{\Delta U} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$



$C \propto S$ 和 $C \propto 1/d$ 对其它形状电容器也近似适用。

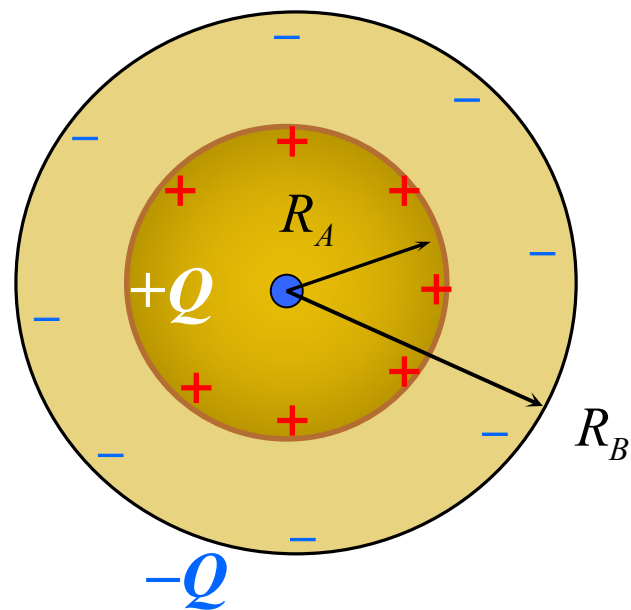
2) 同心导体球壳

设内球面半径 R_A ，外球面半径 R_B ，带电量为 Q

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$U_{AB} = \int_{R_A}^{R_B} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right)$$

$$C = \frac{Q}{U_{AB}} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_A R_B}{R_B - R_A}$$



讨论 当 $R_A, R_B \gg R_B - R_A$ 时，可令 $R_B - R_A = d$ 和 $R_A R_B = R^2$ ，
则 $C = 4\pi\epsilon_0 R^2 / d = \epsilon_0 S / d$ ，同平板电容器的电容

当 $R_B \gg R_A$ 时， $C = 4\pi\epsilon_0 R_A$ ，同孤立导体球的电容

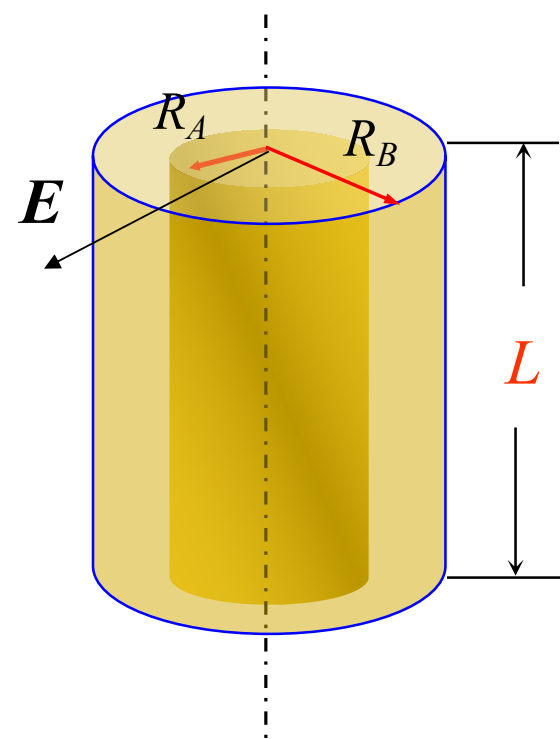
3) 同轴柱形导体壳

设长为 L ，内外半径分别为 R_A 、 R_B ，电量为 Q ，则

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad \lambda = \frac{Q}{L}$$

$$\begin{aligned} \therefore U_{AB} &= \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_{R_A}^{R_B} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} dr \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_B}{R_A} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_B}{R_A} \end{aligned}$$

$$\therefore C = Q/U_{AB} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln R_B / R_A}$$



讨论 当 $R_A \approx R_B \gg R_B - R_A = d$ 时， $C = \epsilon_0 S/d$ ，同平板电容器

- 计算电容的一般方法

- 先假设电容器的两极板带等量异号电荷 $\pm Q$
- 求出极板之间的电场强度 E
- 求出极板之间的电势差 U
- 代入定义式 $C=Q/U$ 求出电容

- 孤立导体电容与电容器的启示：模型→应用

- 孤立导体电容：结构和原理简单，实用价值小，是后者的引路者
- 电容器：结构和原理复杂，有实用价值，是前者的升级版

3. 电容器的连接

电容器的基本联接方式：串联和并联

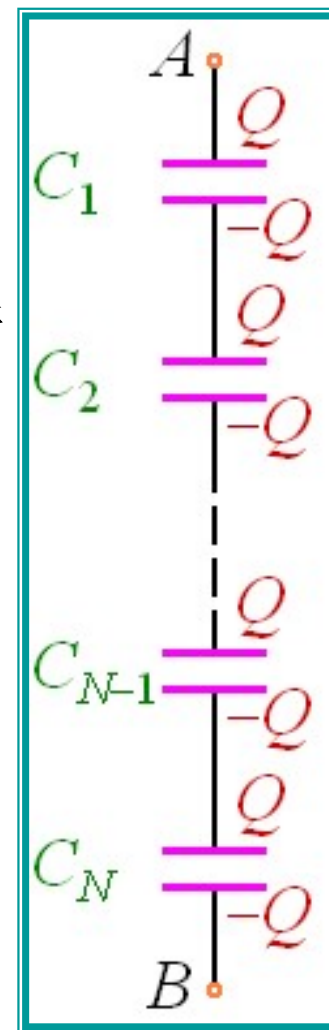
1) 电容器串联

由静电感应原理知，每一个电容器上带电量大小都是 Q

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = \cdots = C_{N-1} U_{N-1} = C_N U_N,$$

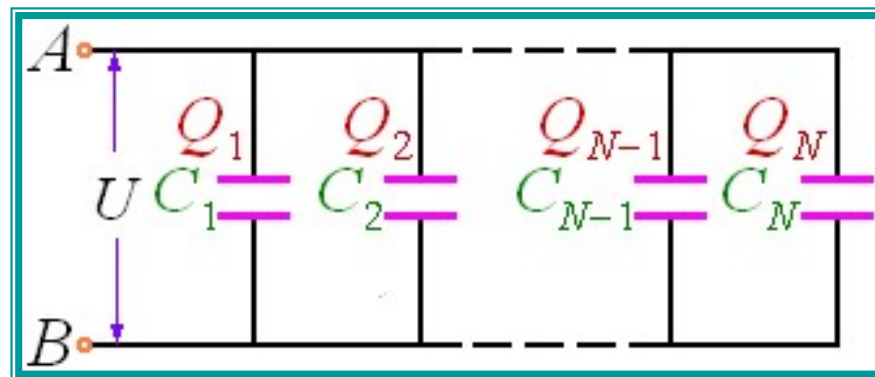
$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_N = \sum_{i=1}^N U_i = Q \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i},$$

$$\text{得} \frac{U}{Q} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}, \quad \text{故有} \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}.$$



2) 电容器并联

右图给出 N 个电容器并联的情况。 A 、 B 两端电势差为 U ，总电量大小为 Q ，则



$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_{N-1} + Q_N = C_1 U + C_2 U + \cdots + C_{N-1} U + C_N U.$$

总电容

$$C = Q / U = C_1 + C_2 + \cdots + C_{N-1} + C_N = \sum_{i=1}^N C_i.$$

并联可增加系统的电容值。相反，串联会减小电容值，但可提高整个电容器的耐压性能。

§ 2.4 电介质

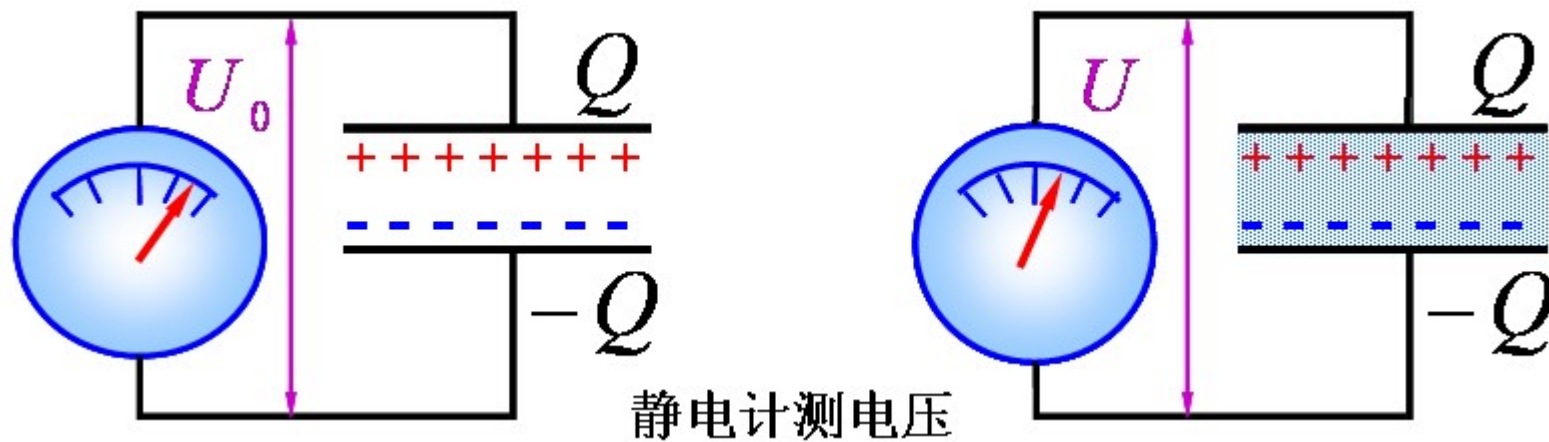
电介质由大量电中性的分子组成，电子被原子核紧紧束缚，**几无**自由电荷，**不能**导电。

被束缚的电荷在外电场中就真的**不**作为了吗？

退而求其次：宏观移动不可能，局部**微变化**呢？
束缚并不意味着毫无自由，电荷可以在原子的**可控范围内**对外电场响应。

局部**微变化**有没有**宏观效应**？

若有，**电场与电介质**如何相互影响？

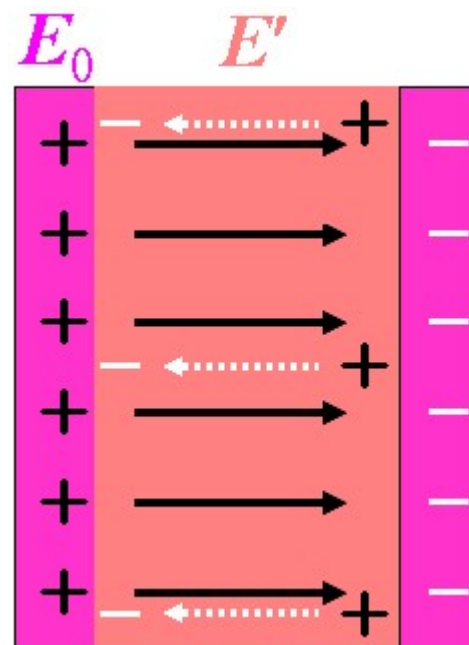


1. 法拉第实验：电介质对电场的影响

- 充电的电容器两板连接到静电计，静电计指针显示两板间的电势差；
- 保持一切条件不变，插入电介质，静电计指示两极板间电势差减小。
- 分析： $U_0 > U \rightarrow |E_0| > |E|$ ，而 $E = E_0 + E'$ \rightarrow 附加场 E' 与外场 E_0 反方向。 E' 为介质与外电场相互作用所产生！

2. 介质极化

E' 与外场 E_0 反方向，说明电介质的表面出现了与极板电荷异号的电荷，这种电荷只能在分子范围内移动，与电介质是不可分离的，称为**极化电荷**或**束缚电荷**。



电介质在外电场作用下，其表面甚至内部出现极化电荷的现象，叫做**电介质的极化**。

电介质中的总电场为两个电场之和：

$$E = E_0 + E' \neq 0$$

3. 介质微观结构

- 中心模型

- 在分子中，所有正电荷和所有负电荷分别集中于两点上，称为正、负电荷的**中心**。

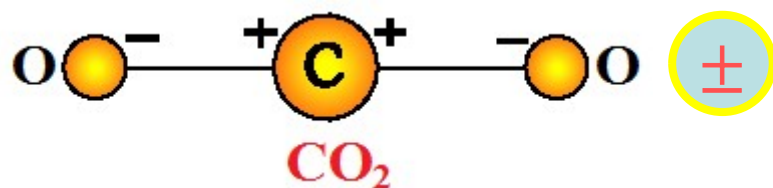
- **合理性**：电荷分布是对**时间**的积累，其中心则是在此基础上对**空间**的平均。

- 介质分类

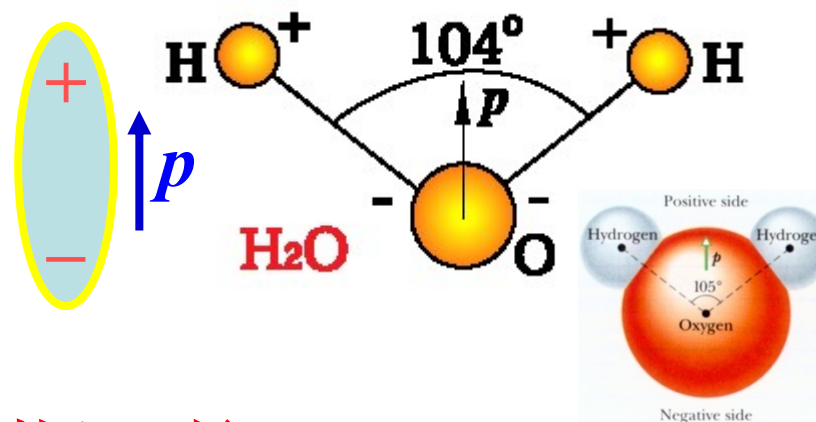
- **无极分子**：无外场时分子电荷的正负中心重合，无固有电偶极矩。如：**He, Ne, O₂, CO₂, CH₄**

- **有极分子**：无外场时分子电荷的正负中心分开，有固有电偶极矩，如：水, **HCl, NH₃, CH₃OH**

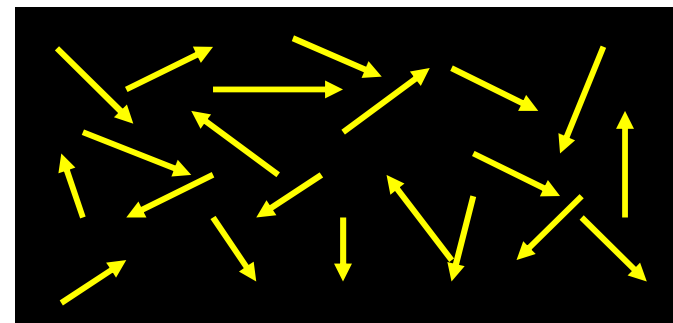
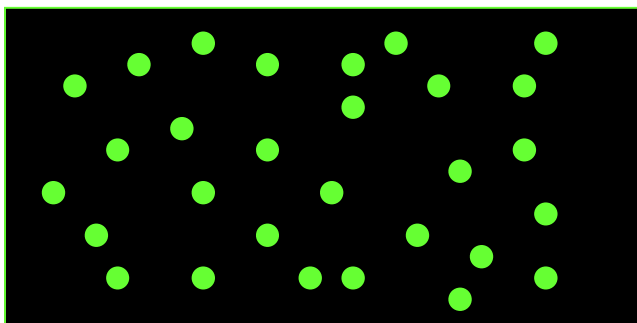
无极分子



有极分子

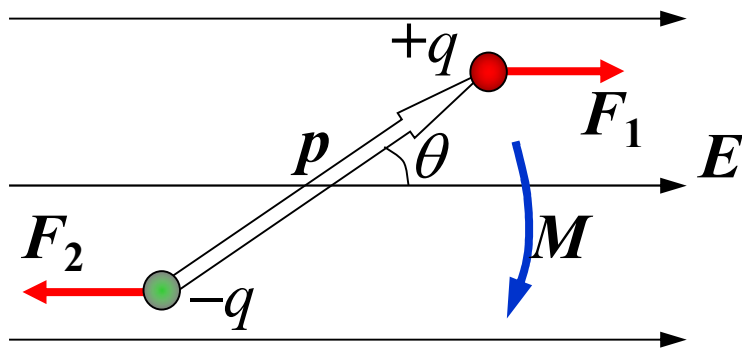


无外场时(热运动)

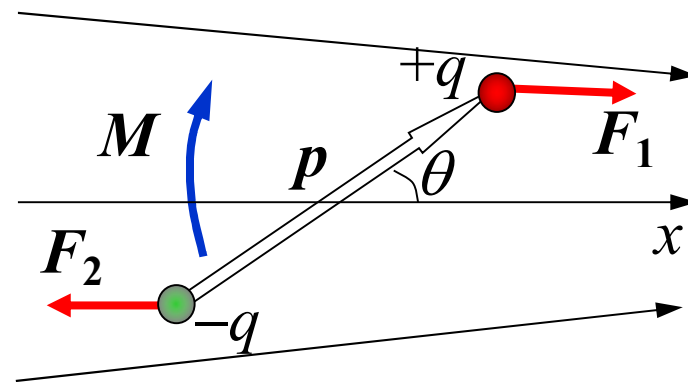


无序排列整体对外不呈现电性

- 电偶极子在 E 中的受力 $F=(p \cdot \nabla)E(r)$
- 电偶极子在 E 中的力矩 $L=p \times E$



$\Sigma F=0$ (均匀电场)



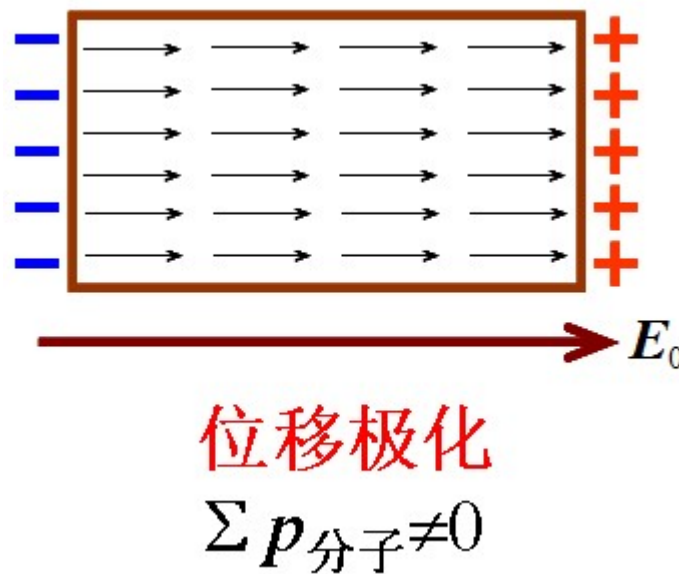
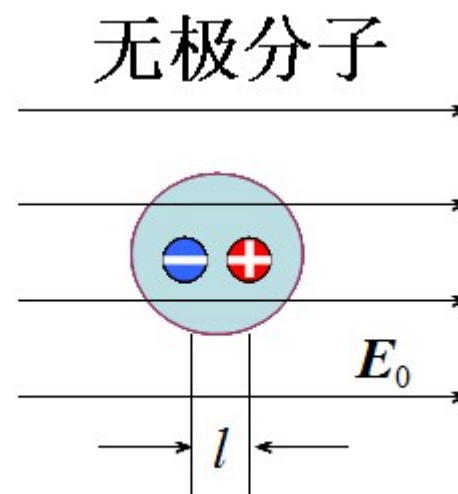
$\Sigma F \neq 0$ (非均匀电场)

- 均匀外场中电偶极子不受力 (这里电场是否均匀?)
- 在外电场力矩作用下, p 总是向与 E 一致的方向偏转

4. 极化的微观机制

1) 无极分子的极化

- 无外电场时，无极分子的正、负电荷重心重合， $\mathbf{p}_{\text{分子}}=0$ ，
 $\rightarrow \sum \mathbf{p}_{\text{分子}}=0$ ，
- 外电场使得正、负电荷中心发生位移，不再重合，形成电偶极子，表面出现束缚电荷。
- 极化是电荷中心相对位移的结果，故称为位移极化。

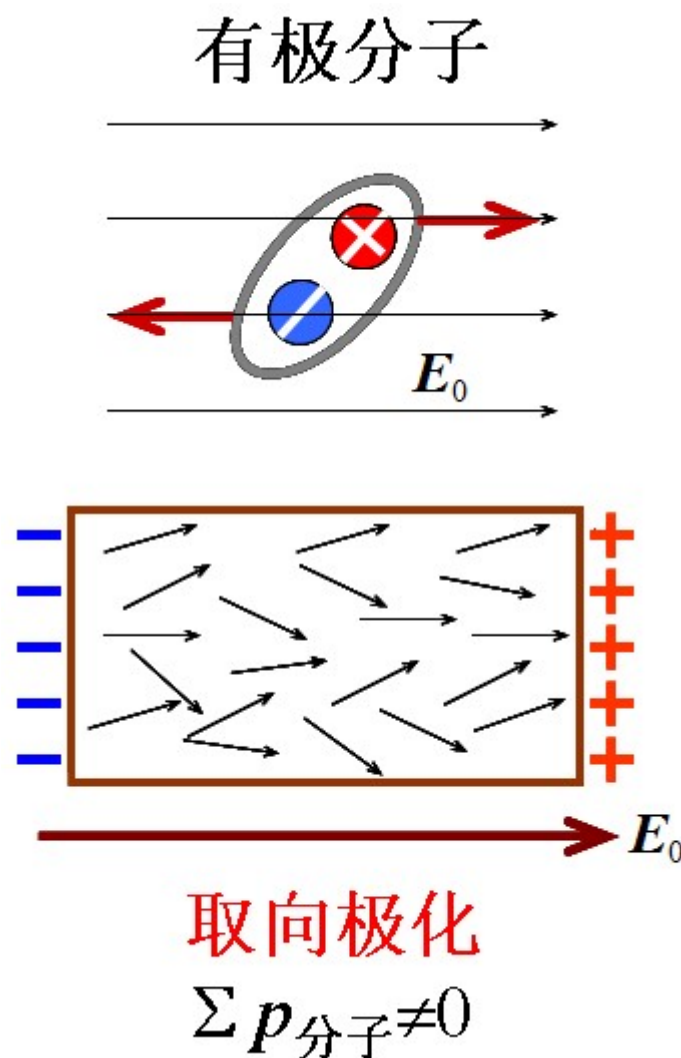


2) 有极分子的极化

- 无外电场时，有极分子可近似为电偶极子，由于热运动而排列无序。

$$p_{\text{分子}} \neq 0, \quad \sum p_{\text{分子}} = 0,$$

- 外电场使得分子电偶极矩受力矩作用而转向外场方向 (热运动干扰使转向不彻底)，表面出现束缚电荷。
- 极化是分子电偶极矩转向的结果，故称为取向极化。



几点说明

- 外电场中均匀介质内电中性，表面出现极化电荷
- 介质极化过程中束缚电荷无宏观移动，更不能转移到其它带电体，只有微观变化 (对比：静电感应时导体中的自由电荷有宏观移动)
- 无外场时分子的电偶极矩称固有电偶极矩；外电场引起的电偶极矩称感应电偶极矩 (远小于前者)
- 无极分子只有位移极化；有极分子有两种极化，取向极化 >> 位移极化；取向极化有温度效应
- 极化电荷的电场使介质中实际电场减弱

电介质与导体的区别

	电介质	导体
导电性	不导电	导电
在静电场中	电子和原子核在电场作用下在原子范围内作微观的相对位移	自由电子在电场作用下脱离所属原子作宏观移动
静电平衡时	内部场强 $E \neq 0$	内部场强 $E = 0$

作业、预习及思考题

- 作业：2.6, 2.8~2.11
- 补充作业：两个电容器的标称值分别为300pF/50V和200pF/100V，求串联的总电容和总耐压值。
- 预习：2.5 极化强度矢量 \mathbf{P} 、2.6 电介质中静电场的基本定理

下次课讨论

- 思考题2.3 比较感应电荷与极化电荷、极化电荷与束缚电荷的区别。
- 思考题2.4 如何理解温度对两种极化的影响？