

光的偏振特性

光的波动性

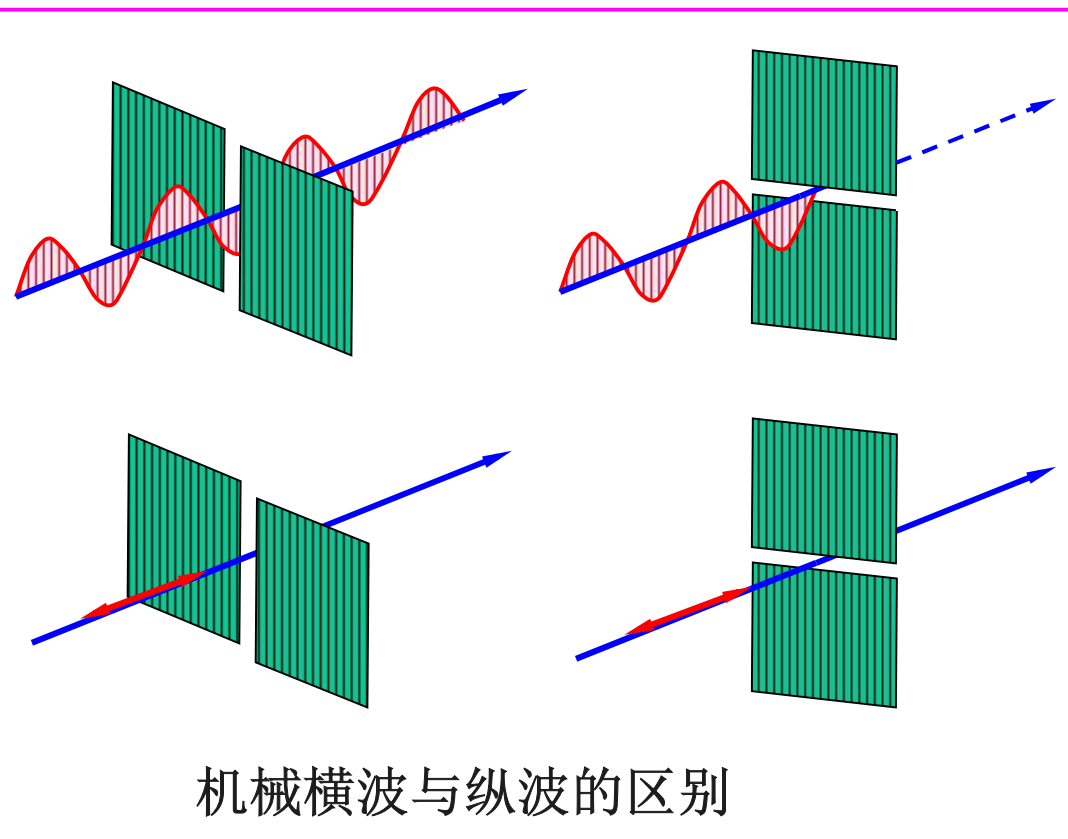


光的干涉、衍射

横波

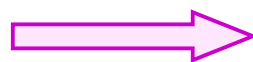
纵波

机械波穿过狭缝



如何判断？

马吕斯



光波是横波

偏振态：光矢量在垂直于传播方向的平面内的振动状态

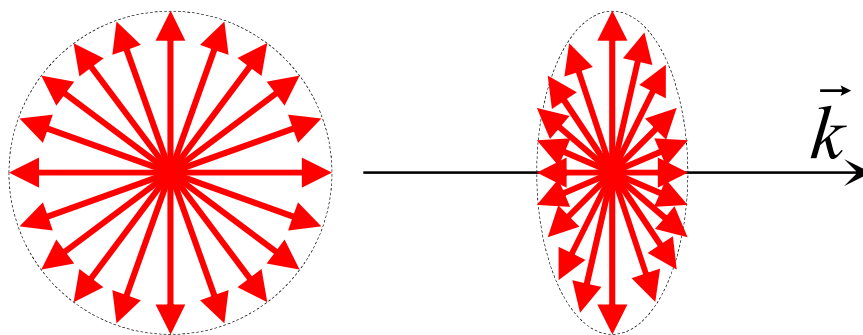
光的偏振态分类：

完全偏振——线偏振、圆偏振、椭圆偏振

非偏振光即自然光

部分偏振光

1. 自然光（非偏振光）



辐射单元（原子）：相互独立、彼此无关、方向各不相同、各次随机、但机会均等

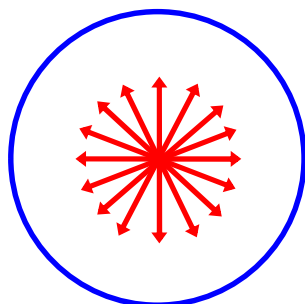
$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0(t) \cos(\omega t - kz - \varphi(t))$$

极短时间内 $\vec{E}_0(t), \varphi(t)$ 固定 较长时间内 $\vec{E}_0(t), \varphi(t)$ 随机

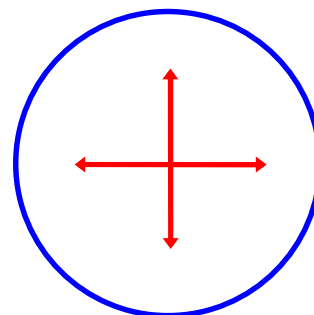
自然光

$$\vec{E}_x(z, t) = \vec{E}_{x0}(t) \cos(\omega t - kz - \varphi_x(t))$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \vec{E}_{y0}(t) \cos(\omega t - kz - \varphi_y(t))$$



没有优势方向



自然光的分解

自然光可分解为两束振动方向相互垂直的、**等幅的**、**位相无关（不相干）**的线偏振光。

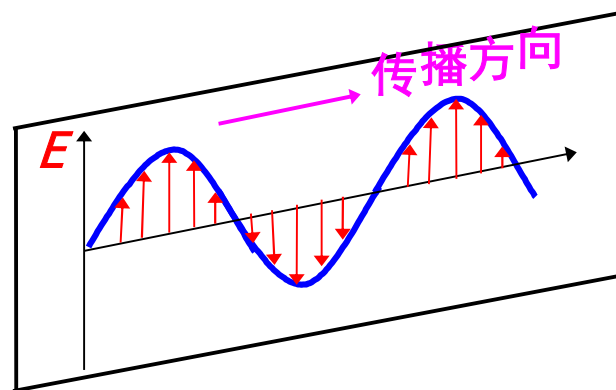
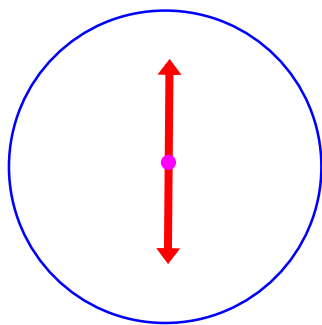
自然光的表示法：

等幅是一种平均效果



2. 线偏振光（光矢量 E 的振动方位保持不变的光）

若固定某一位置 z 考察光矢量的时间变化，则其末端在 xy 平面上扫描出一个确定的线段；若固定某一时刻 t 考察光矢量的空间变化，则各处的光矢量位于一个确定的平面（振动面）



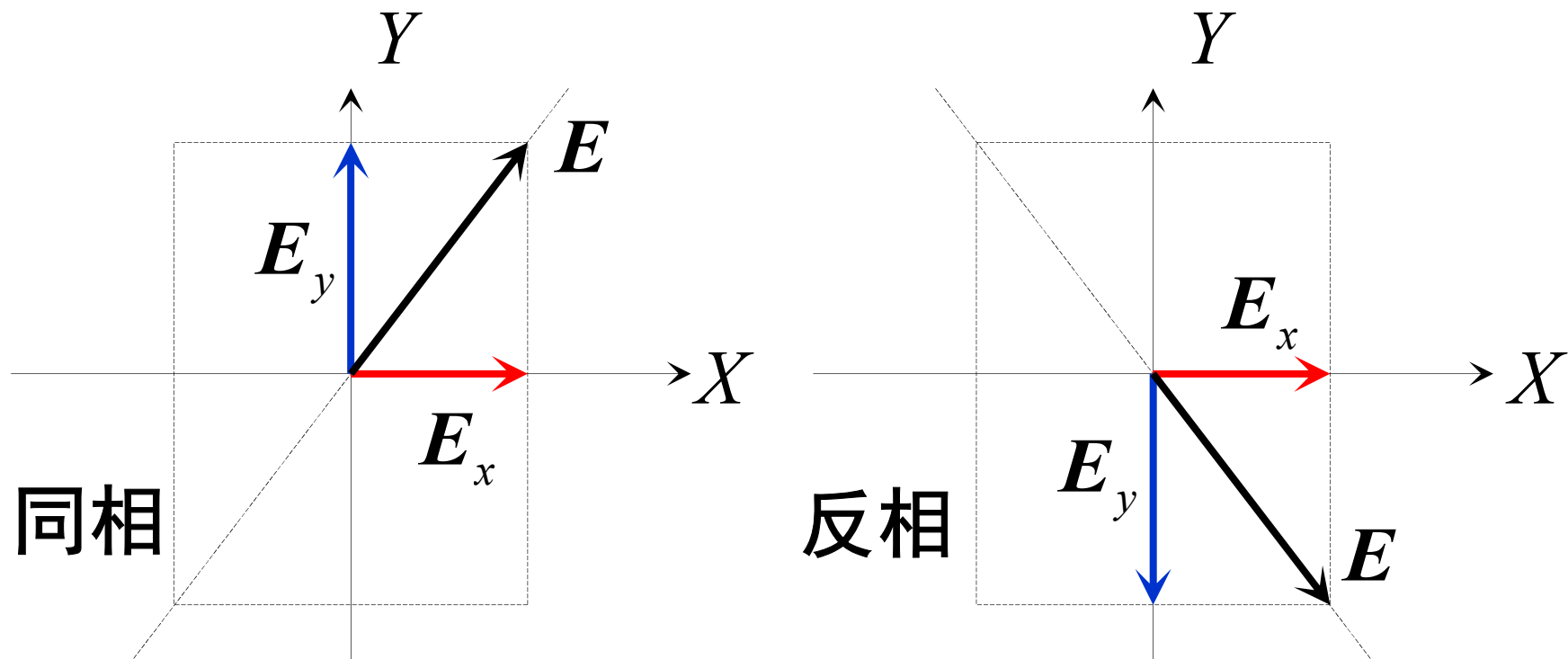
线偏振光的表示法：



光振动垂直纸面



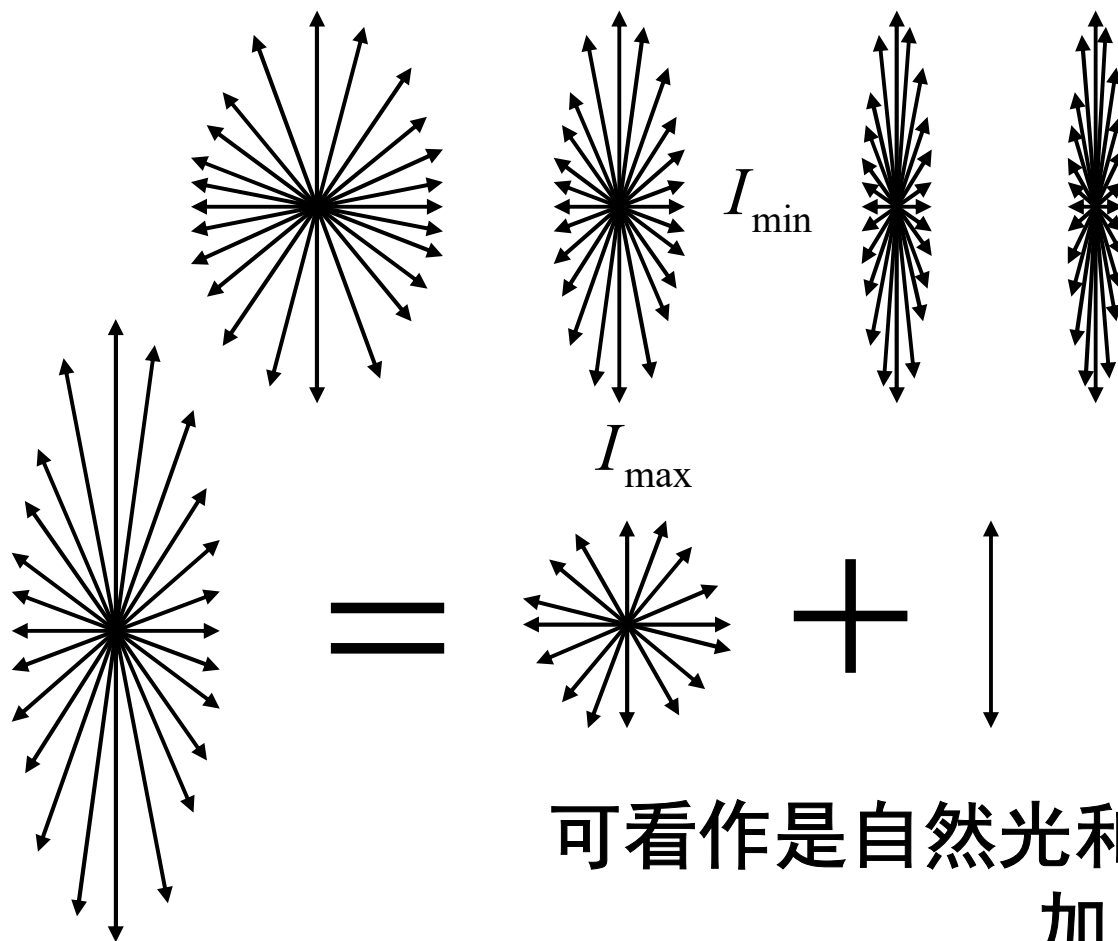
光振动平行纸面

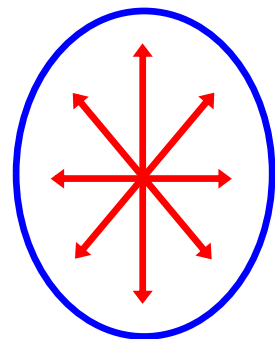


$$\begin{cases} E_x(z, t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz) \\ E_y(z, t) = E_{y0} \cos(\omega t - kz) \end{cases} \quad \begin{cases} E_x(z, t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz) \\ E_y(z, t) = E_{y0} \cos(\omega t - kz + \pi) \end{cases}$$

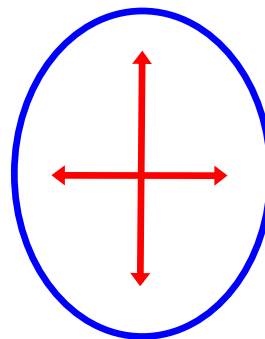
3. 部分偏振光 -----介于自然光和线偏振光之间

◆**部分偏振光**：振动方向随机地迅速变化，某一方向的光振动比与之垂直方向上的光振动占优势。





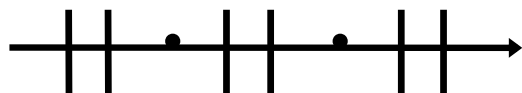
部分偏振光



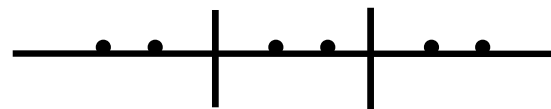
部分偏振光的分解

部分偏振光可分解为两束振动方向相互垂直的、不等幅的、**位相无关（不相干）**的线偏振光。

部分偏振光的表示法：



平行纸面的光振动较强



垂直纸面的光振动较强

偏振度

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$P = 1 \rightarrow$ 线偏振光

$0 < P < 1 \rightarrow$ 部分偏振光

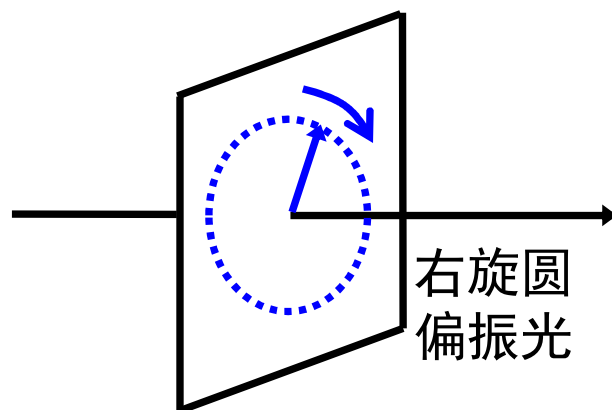
$P = 0 \rightarrow$ 自然光

4. 圆偏振光

在任一位置 z ，光矢量 E 的末端随时间变化在 xy 平面上扫描出一个圆

光矢量 E 在 xy 平面内以角速度 ω （波的圆频率）匀速旋转

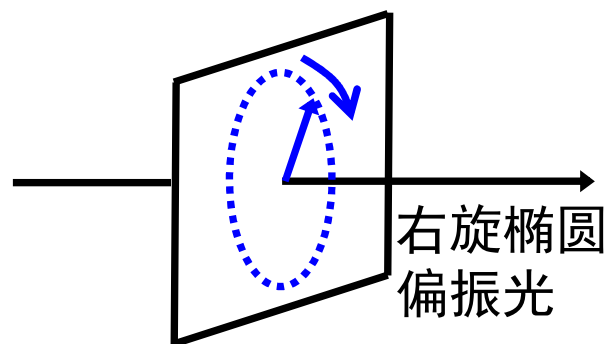
迎着光束的传播方向观察，根据 E 的旋向分为：左旋圆偏振光（光矢量 E 按逆时针方向旋转）和右旋圆偏振光（光矢量 E 按顺时针方向旋转）



5. 椭圆偏振光

在任一位置光矢量 E 的末端随时间变化在 xy 平面上扫描出一个椭圆

左旋椭圆偏振光和右旋椭圆偏振光



根据振动的合成原则：

偏振态都可以看作是两个垂直的同频率振动 E_x 和 E_y 的合成，合成波的振动方式取决于两个分振动的振幅比 E_{x0}/E_{y0} 和相位差 $\Delta\varphi=\varphi_y-\varphi_x$

偏振光的形成及特征

两列同频率、振动方向相互垂直、位相差固定
同向传播的平面光波的叠加

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$$

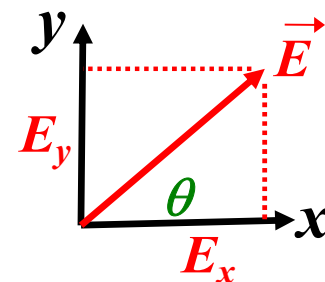


则X，Y方向的光矢量波函数

$$\begin{aligned}\vec{E}_x(z, t) &= \vec{E}_{x0} \cos(\omega t - kz) \\ \vec{E}_y(z, t) &= \vec{E}_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi)\end{aligned}$$

波场中任意位置和时刻的波函数（合振动）

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t)$$



合成光矢量E仍在XY平面内，仍保持其横波性。

以 θ 表示E与X轴正向所成的角

$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(\omega t - kz)}$$

θ 的大小，即E在XY平面内的指向，将随位置Z和时间t而变化（旋转性）

一、光矢量E的时间变化（Z为定值，可取Z=0，**振动的合成**）

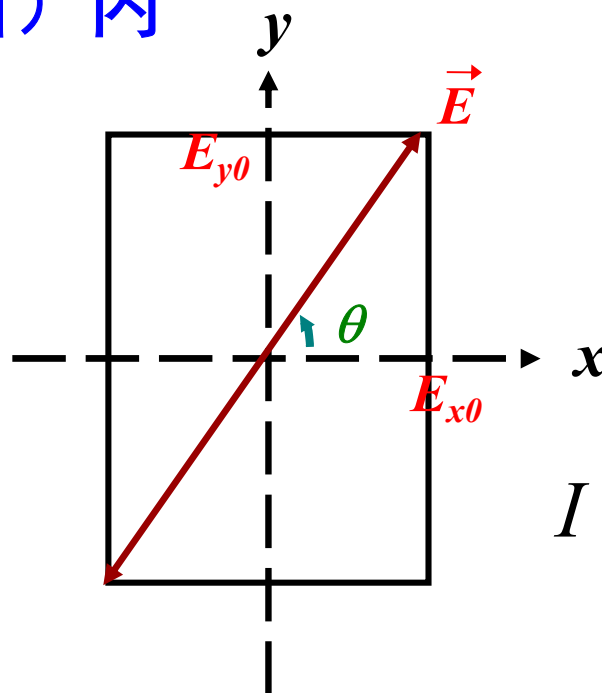
$$\Delta\varphi \Leftrightarrow \Delta\varphi + 2m\pi \quad (m = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\Delta\varphi \subset 2\pi, \quad [-\pi, \pi]$$

1、 $\Delta\varphi=0$

$$\tan \theta = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(\omega t - kz)} = \frac{E_{y0}}{E_{x0}}$$

$\tan\theta$ 为一正常数，E位于一、三象限中一个确定的平面（振动面）内



$$E = \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2}$$

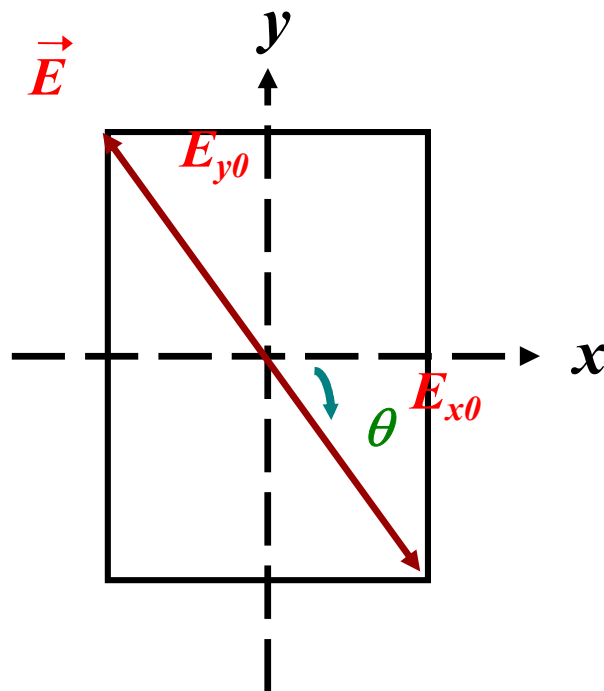
$$I = E_{x0}^2 + E_{y0}^2 = I_x + I_y$$

图示：振动面与XY平面的交线。线偏振光

2、 $\Delta\varphi = \pm\pi$

$$\tan \theta = -\frac{E_{y0}}{E_{x0}}$$

E位于二、四象限中一个确定的平面（振动面）内



$$E = \sqrt{E_{x0}^2 + E_{y0}^2}$$

$$I = E_{x0}^2 + E_{y0}^2 = I_x + I_y$$

3、 $\Delta\phi=-\pi/2$

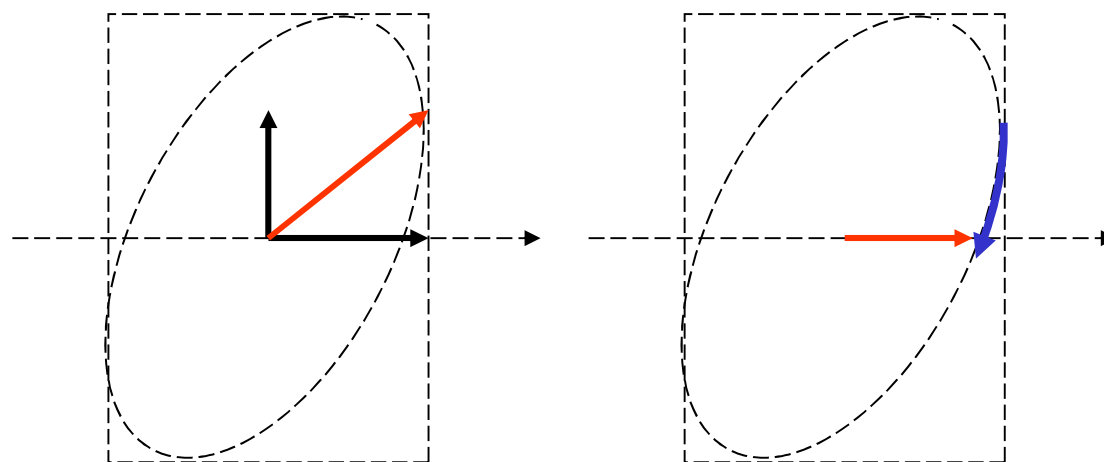
$$\tan \theta = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - \Delta\phi)}{E_{x0} \cos(\omega t)} = -\frac{E_{y0}}{E_{x0}} \tan(\omega t)$$

θ 是 t 的函数，合矢量 E 的空间指向将随时间变化发生旋转， 分析其旋转方向

$$\tan \theta = \ominus \frac{E_{y0}}{E_{x0}} \tan(\odot \omega t)$$

t 增 \uparrow θ 减 \downarrow

当迎着光的传播方向观察时，将会“看到”光矢量E沿顺时针方向转动（右旋）



$\Delta\phi = -\pi/2$ ，代入：

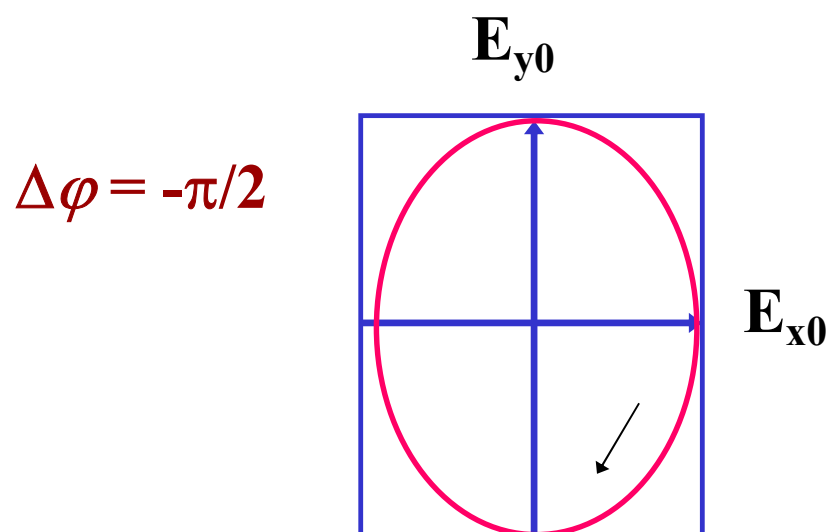
$$\vec{E}_x(z, t) = \vec{E}_{x0} \cos(\omega t - kz)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \vec{E}_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\phi)$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 = 1 \quad \boxed{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1}$$

E的末端随时间变化在XY平面上扫描的轨迹，是一个正椭圆。

两半轴分别位于X轴和Y轴，两半轴长分别为 E_{x0} ， E_{y0}



右旋椭圆偏振光

4、 $\Delta\phi = \pi/2$

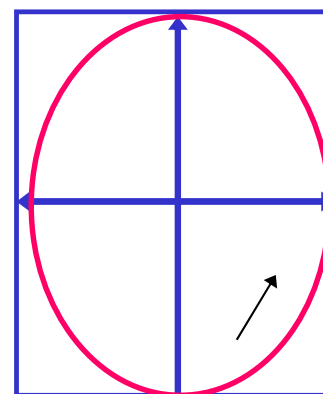
$$\tan \theta = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - \Delta\phi)}{E_{x0} \cos(\omega t)} = \frac{E_{y0}}{E_{x0}} \tan(\omega t)$$

$$\tan \theta = \frac{E_{y0}}{E_{x0}} \tan(\omega t) \quad t \uparrow \quad \theta \uparrow$$

当迎着光的传播方向观察时，将会“看到”光矢量E沿逆时针方向转动（左旋）

$$\Delta\phi = \pi/2$$

E的末端随时间变化在XY平面上扫描的轨迹，亦是一个正椭圆。
（左旋椭圆偏振光）



5、 $\Delta\varphi$ 为任意值（一般情况）

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{x0}} \frac{E_y}{E_{y0}} \cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi)$$

1、在 $2E_{x0}$ （ x 向）、 $2E_{y0}$ （ y 向）范围内的一个“斜椭圆”（两半轴的方位不与 x ， y 轴重合）

2、椭圆的性质（方位、左右旋）在 E_{x0} 、 E_{y0}

确定之后，主要决定于 $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$

E的旋向和方位:

$$E_x(z, t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz) = E_{x0} \cos(\omega t)$$

$$E_y(z, t) = E_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi) = E_{y0} \cos(\omega t - \Delta\varphi)$$

例: $\Delta\varphi \in IV$ (第四象限)

取两时间点: $t=0$, $t=T/4$; ($\omega=2\pi/T$)

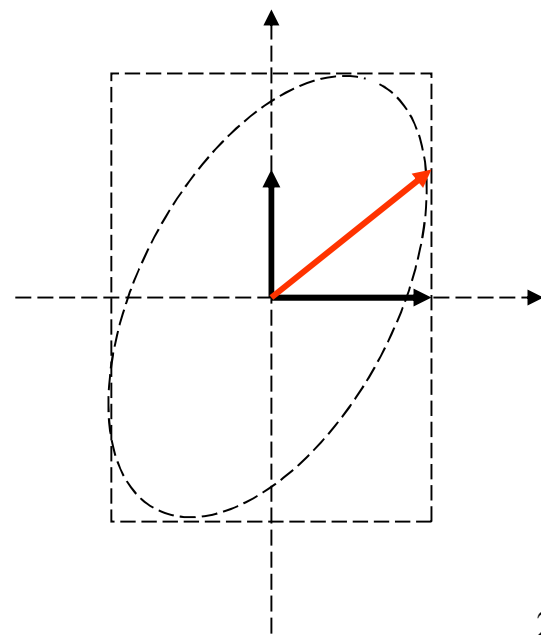
* $t=0$: $E_x = E_{x0} \cos \omega t = E_{x0}$

表明E的末端处在椭圆轨迹与 $E_x=E_{x0}$ 的直线相切的切点

$$E_y = E_{y0} \cos(\omega t - \Delta\varphi) = E_{y0} \cos \Delta\varphi > 0$$

表明切点在X轴的上方

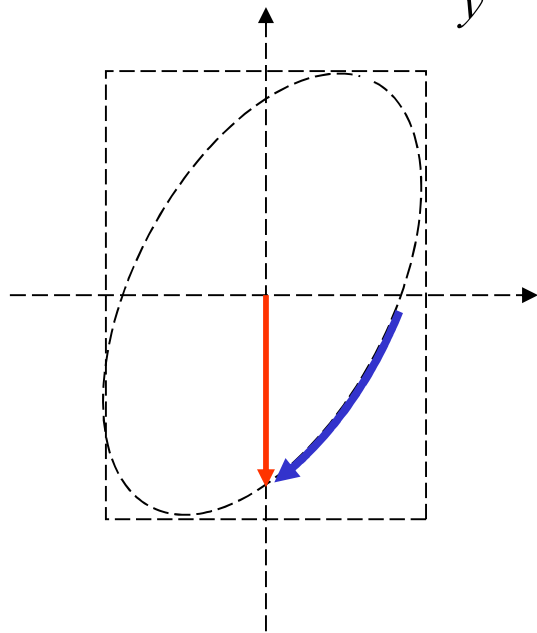
长轴朝第一、三象限倾斜



***t=T/4 $\omega t = \pi/2$**

$$E_x = E_{x0} \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$E_y = E_{y0} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \Delta\varphi\right) < 0$$



右旋

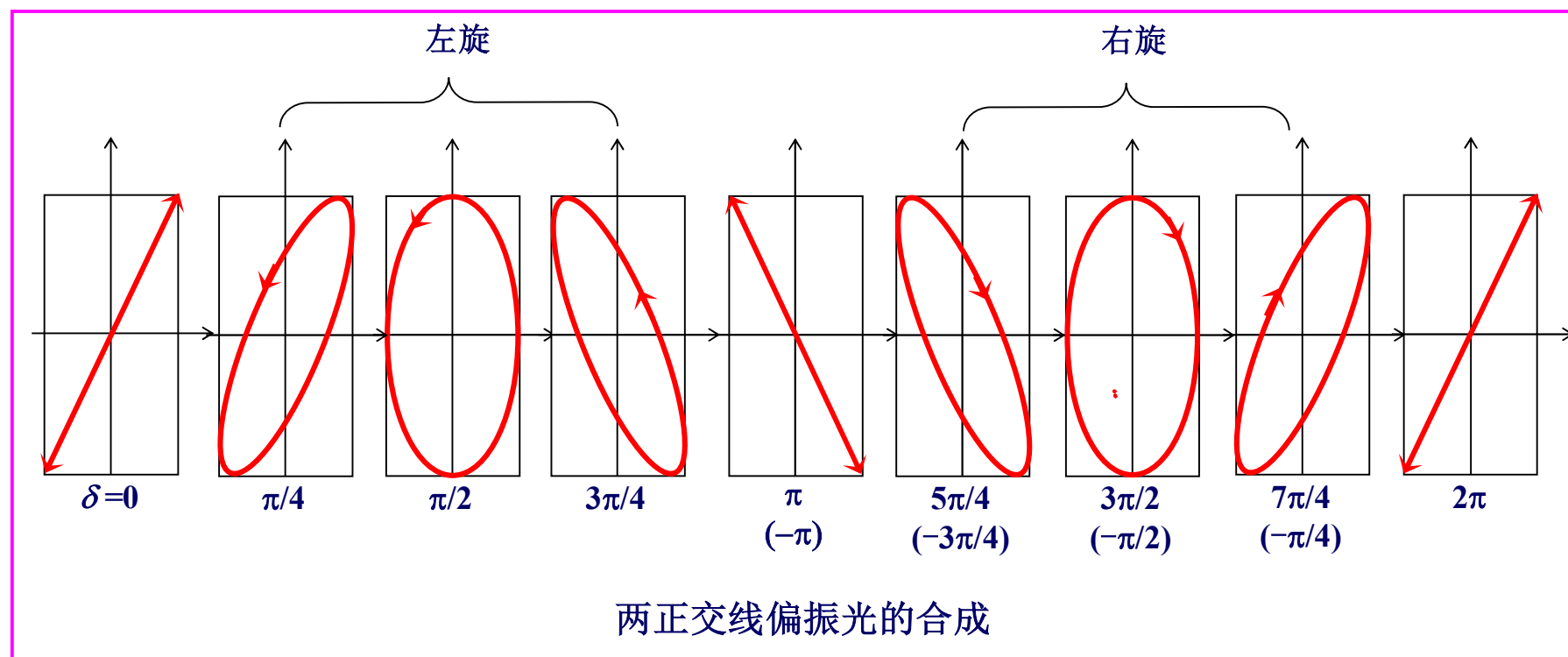
φ 的不同取值决定了光的偏振状态

$0 < \varphi < \pi/2$, 左旋椭圆, 且向1~3象限倾斜;

$\pi/2 < \varphi < \pi$, 左旋椭圆, 且向2~4象限倾斜;

$-\pi < \varphi < -\pi/2$ ($\pi < \varphi < 3\pi/2$), 右旋椭圆, 且向2~4象限倾斜;

$-\pi/2 < \varphi < 0$ (或 $3\pi/2 < \varphi < 2\pi$), 右旋椭圆, 且向1~3象限倾斜。



$$\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}; E_{x0} = E_{y0} = A \quad \text{椭圆偏振光} \Rightarrow \text{圆偏振光}$$

说明:

1. 圆偏振光可以看作是振幅相等、振动方向正交、相位相差 $\pm\pi/2$ 的两个同频率线偏振光的合成。
2. 椭圆偏振光可以看作是振动方向正交、相位差恒定的两个同频率线偏振光的合成。
3. 线偏振光和圆偏振光只是椭圆偏振光的两种特殊形式。若两个正交振动的振幅相等，相位差等于 $\pi/2$ 的奇数倍，则椭圆偏振光变为圆偏振光；若两个正交振动的相位差等于 π 的整数倍，则椭圆偏振光变为线偏振光。
4. 对于两个垂直振动的合成，不论相位差 $\Delta\varphi$ 为何值， $E_x \perp E_y$ ，总有 $I = I_x + I_y$ ，即合振动的强度简单地等于两个垂直分振动的强度之和。这对线偏振光、圆偏振光、椭圆偏振光都是适用的

二、光矢量E的空间变化

在给定时刻t（可取t=0）光矢量E在不同位置Z的取向变化

$$\tan \theta = \frac{E_{y0} \cos(\omega t - kz - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(\omega t - kz)} = \frac{E_{y0} \cos(-kz - \Delta\varphi)}{E_{x0} \cos(-kz)}$$

$\Delta\varphi=0, \pm\pi$ （线偏光），振动平面的空间取向不变，其他情况 θ 将随位置Z的变化而变化

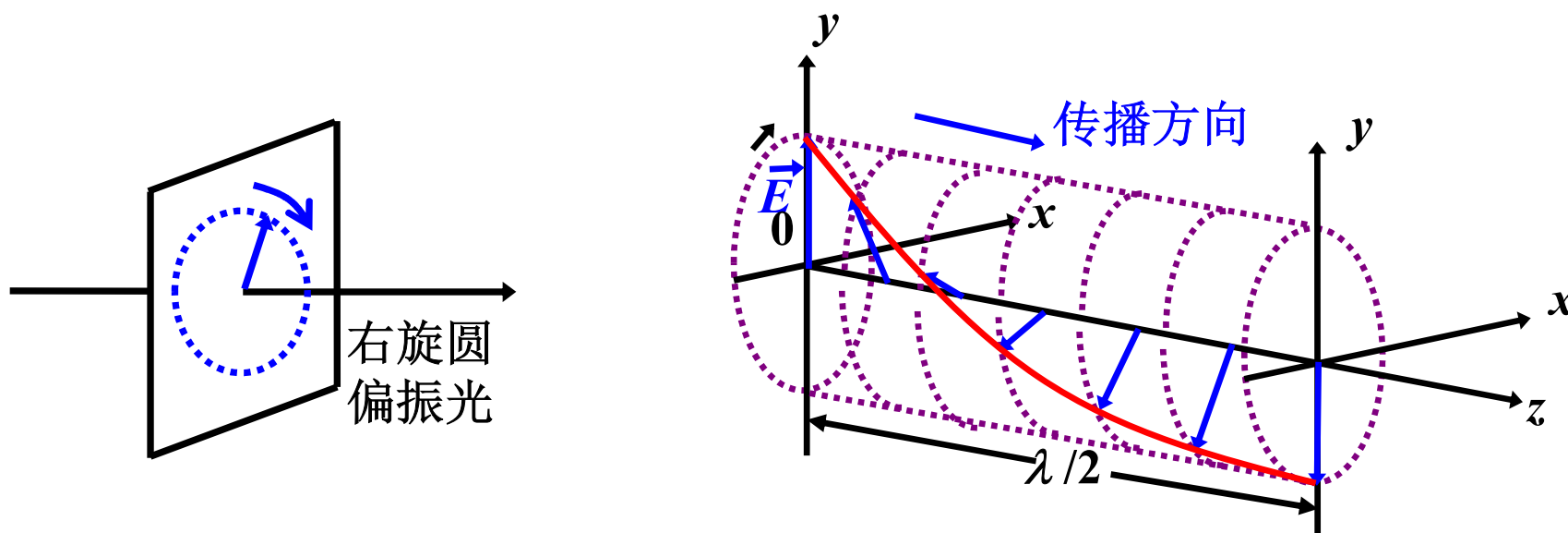
右旋圆偏振光

$$E_{xo} = E_{yo}, \Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$$
$$\tan \theta = \tan kz \quad \theta = kz$$

当Z值从零增大时， θ 值将线性增大；
故E矢量将沿着光的传播方向作逆时针行进

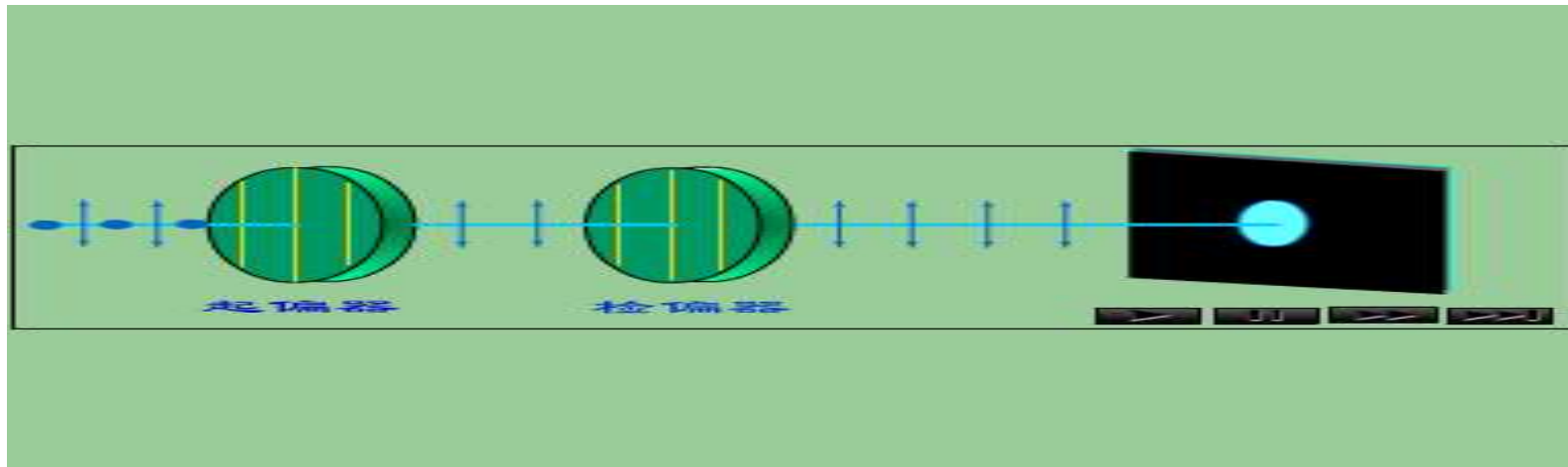
由于 E 的长度不变，其在以 XY 平面上半径为 E 的圆为底，以 Z 轴为轴线的正圆柱的侧面上绘出一条螺旋线

该螺旋是右手螺旋，即用右手握圆柱，四指沿螺线的转动方向，拇指即指向螺旋的进动方向



某时刻右旋圆偏振光 E 随 z 的变化

偏振片的起偏和检偏，马吕斯定律

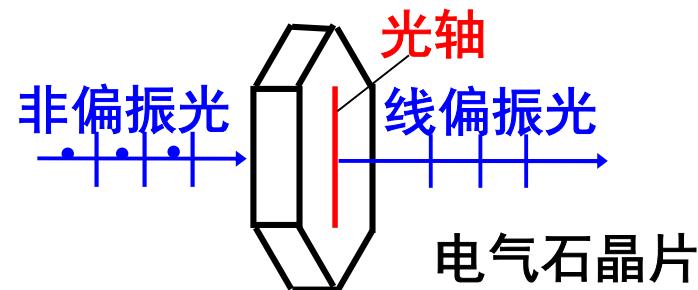


- 偏振片

二向色性产生线偏振光

基于某些晶体的二向色性，即对不同方向的电磁振动具有不同吸收的性质

电气石，硫酸碘奎宁晶体（塞璐璐基片）



1毫米厚的电气石晶片

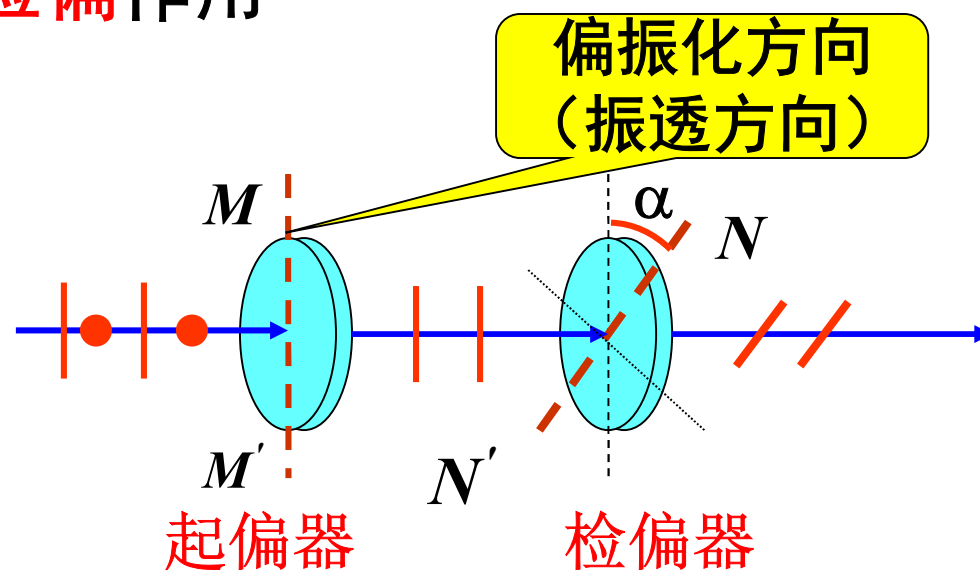
人造偏振片

聚乙烯醇膜在碘溶液中浸泡，在较高温度下拉伸3-4倍，再烘干制成，聚合物分子长链， $\perp \rightarrow P$

质量好的，可通过入射光中一个偏振光的80%，而通过另一个偏振光小于1%。

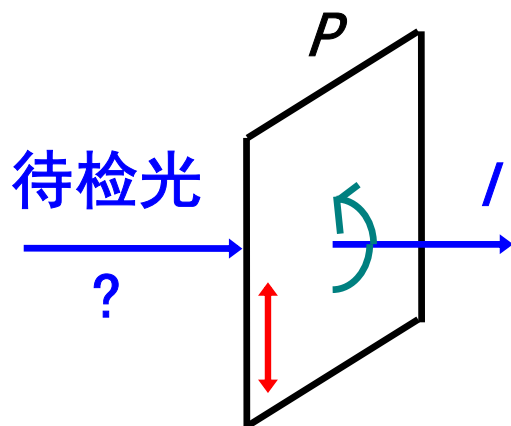
不像自然晶体受大小的限制，直径可以做到大至数十厘米的尺寸。而且产品成本低廉，可大量生产。所以在很多实际应用中，如观看立体电影的偏光眼镜，较简单的偏光显微镜的上下偏光镜，摄影用的消反光的附加镜头，都用这种薄膜偏振片。

偏振片的起偏与检偏作用



检偏

用偏振器件分析、检验光的偏振态

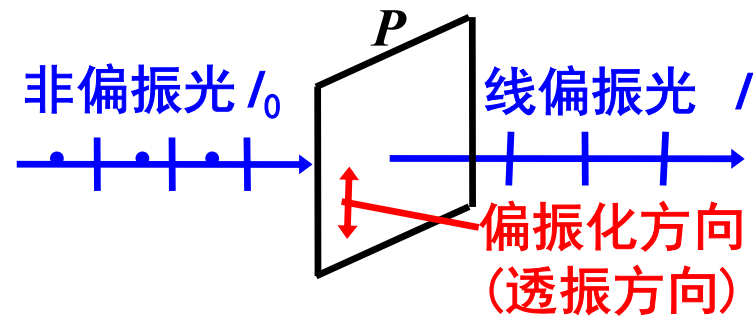


- I 不变 \rightarrow ? 是什么光
- I 变, 有消光 \rightarrow ? 是什么光
- I 变, 无消光 \rightarrow ? 是什么光

偏振片对不同偏振态的光强响应

各种偏振结构的光通过理想偏振片时的光强变化

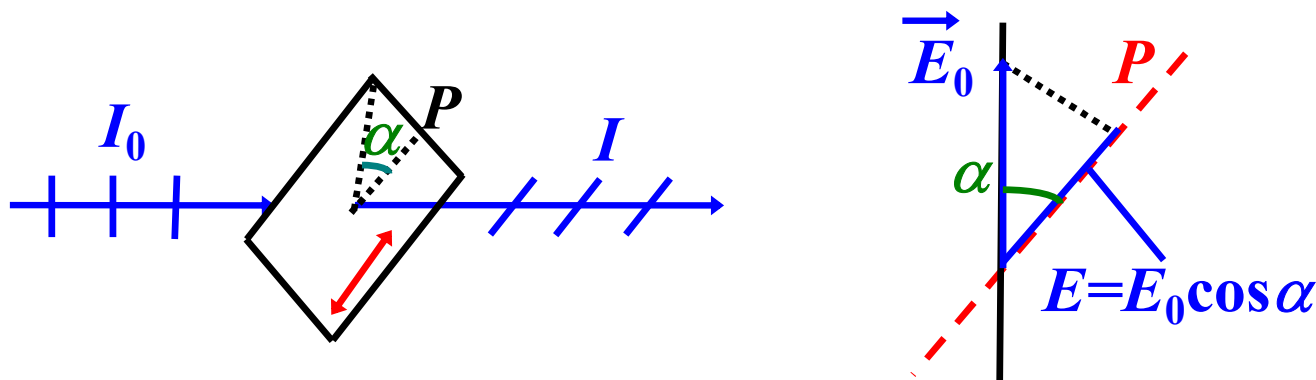
1、自然光



$$I_0 = E_p^2 + E_{p\perp}^2 = 2E_p^2 = 2I$$

当偏振片旋转时，透过光强是不变的 $I = \frac{1}{2} I_0$

2、线偏振光



马吕斯定律：透过检偏器的线偏振光的强度正比于光的偏振方向与检偏器的起偏方向间夹角的余弦平方

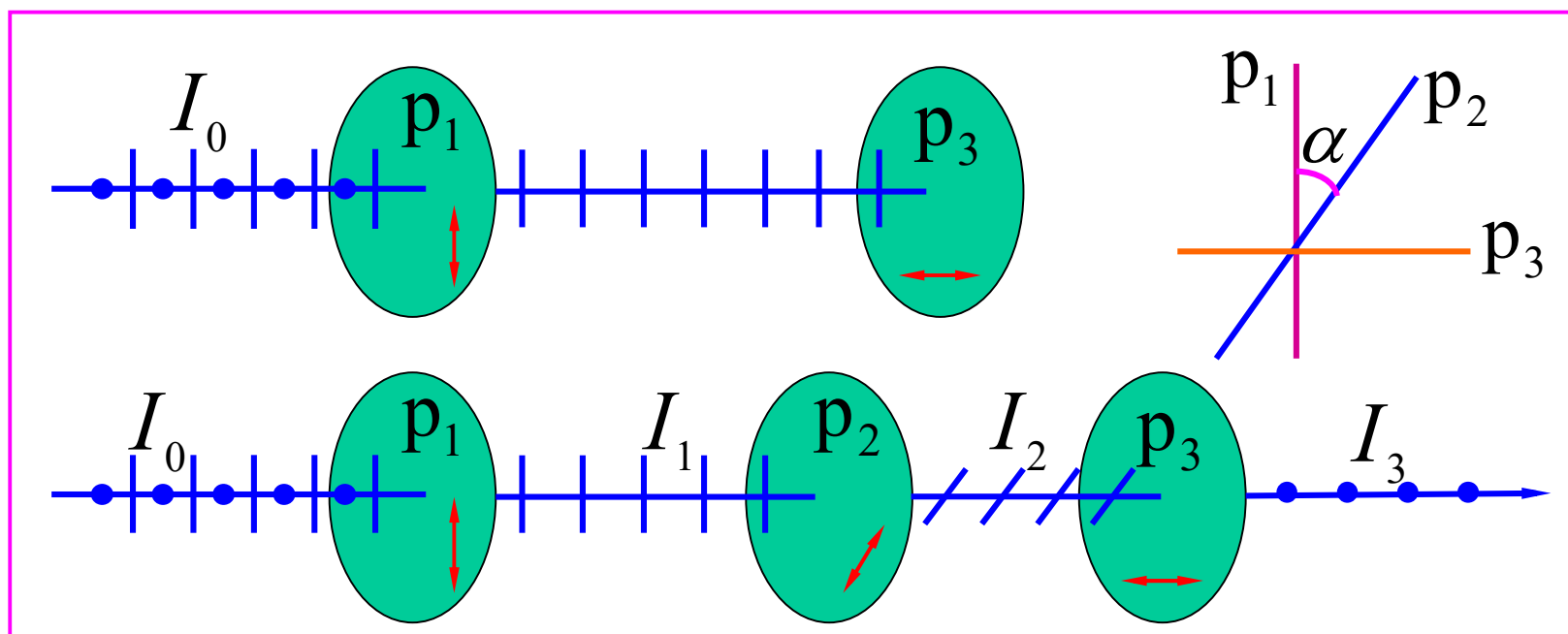
$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

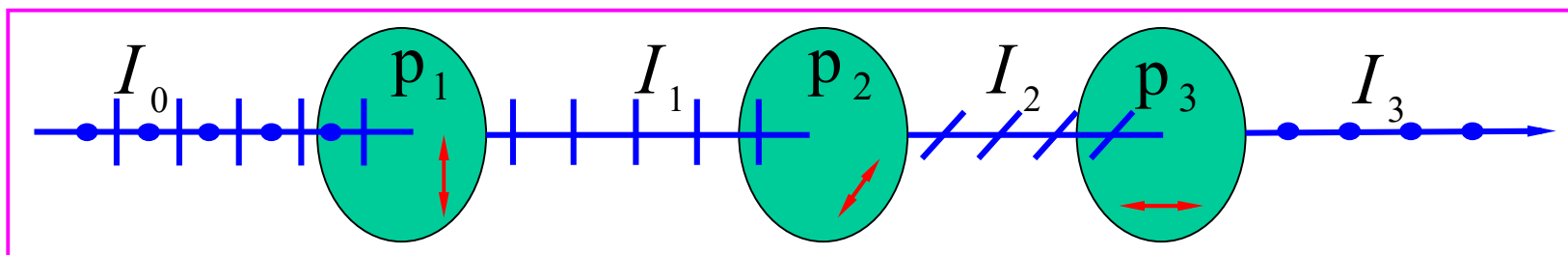
$$\alpha = 0, \pi, I = I_{\max} = I_0 \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, I_{\min} = 0$$

讨论

在两块正交偏振片 P_1, P_3 之间插入另一块偏振片 P_2 , 光强为 I_0 的自然光垂直入射于偏振片 P_1 , 讨论转动 P_2 时透过 P_3 的光强 I 与转角 α 的关系。

若 α 在 $0 \sim 2\pi$ 间变化, I 如何变化 (消光位置) ?





The diagram shows the relationship between the transmission axes of the three polarizers. p_1 is vertical, p_2 is at an angle α to p_1 , and p_3 is horizontal. The angle between p_2 and p_3 is $\frac{\pi}{2} - \alpha$.

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha \quad I_3 = I_2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

$$I_3 = I_2 \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

$$I_3 = \frac{1}{8} I_0 \sin^2 2\alpha$$

若 α 在 $0 \sim 2\pi$ 间变化, I_3 如何变化?

$$\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \quad I_3 = 0 \quad \alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \quad I_3 = \frac{I_0}{8}$$

3、圆偏振光

两个相互垂直、振幅相等、相位差 $\pm\pi/2$ 的线偏振光的合成

$$I_0 = E_p^2 + E_{p\perp}^2 = 2E_p^2$$

通过P后的光强为 $I = \frac{1}{2}I_0$

与自然光的光强透过率相同；圆偏振光是完全偏振光，两分量相干；自然光两分量非相干

单一P，无法判别自然光和圆偏振光

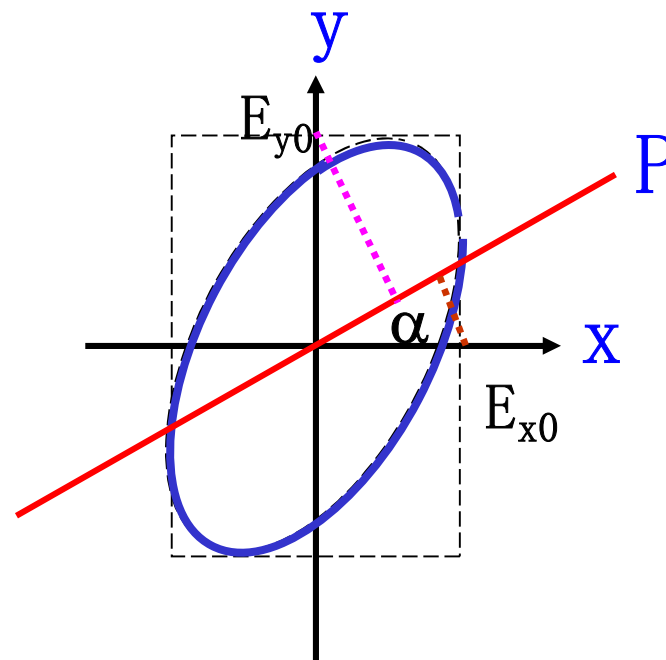
4、椭圆偏振光

透过P的光强I, E_{y0} , E_{x0} 在P
的振透方向投影的合成

$$E_{xop} = E_{x0} e^{i\varphi_x} \cos \alpha$$

$$E_{yop} = E_{y0} e^{i\varphi_y} \sin \alpha$$

二投影振动方向相同，有确定的相位差， \rightarrow （干涉）



$$\begin{aligned} I &= EE^* = (E_{xop} + E_{yop})(E_{xop} + E_{yop})^* \\ &= I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha + 2\sqrt{I_x I_y} \cos \alpha \sin \alpha \cos(\Delta\varphi) \end{aligned}$$

$$I_x = E_{x0}^2; I_y = E_{y0}^2$$

分别表示椭圆偏振光中两个正交分量的强度

$$I_x = I_y; \Delta\varphi = \pm\pi/2 \Rightarrow \text{圆偏光}$$

$$I = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha + 2\sqrt{I_x I_y} \cos \alpha \sin \alpha \cos(\Delta\varphi)$$

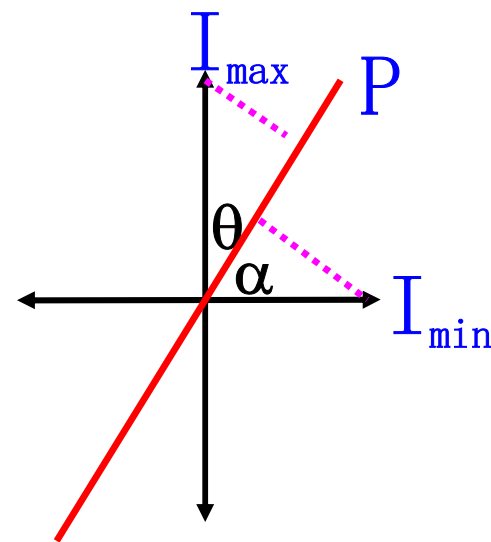
$$\Rightarrow I = I_x = I_y = I_0/2$$

5、部分偏振光

对于椭圆偏振光，两不等振幅在P方向的投影有确定的相差，故干涉；对于部分偏振光，此二投影无确定相差，不发生干涉，总光强是二分量光强的直接叠加。

所以通过P后的光强为

$$\begin{aligned} I &= I_{\min} \cos^2 \alpha + I_{\max} \sin^2 \alpha \\ &= I_{\min} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + (I_{\max} - I_{\min}) \sin^2 \alpha \\ I &= \underbrace{I_{\min}}_{\text{circled}} + \underbrace{(I_{\max} - I_{\min}) \cos^2 \theta}_{\text{underlined}} \\ &= \frac{1}{2} I_n + I_l \cos^2 \theta \end{aligned}$$



部分偏振光是一自然光与一线偏光的混合

单一P，无法判别自然和圆偏振光；部分偏振和椭圆偏振光