等厚干涉

当一束平行光入射到厚度不均匀的透明介质薄膜上

$$\Delta L = 2h\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

当 i 保持不变时，光程差仅与膜的厚度有关，凡厚度相同的地方光程差相同，从而对应同一条干涉条纹--- 等厚干涉条纹。

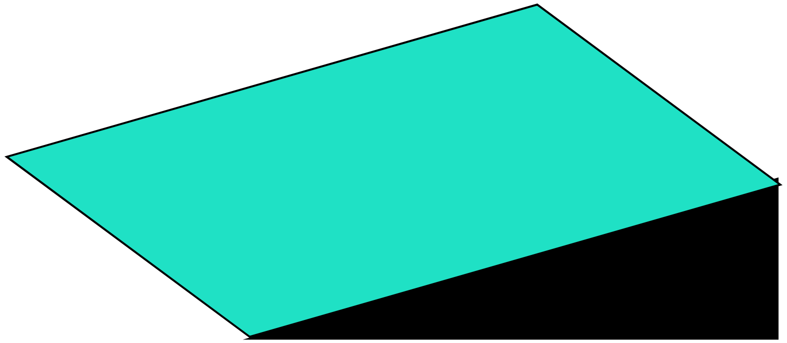
如果让平行光垂直入射膜面，光程差公式简化为：

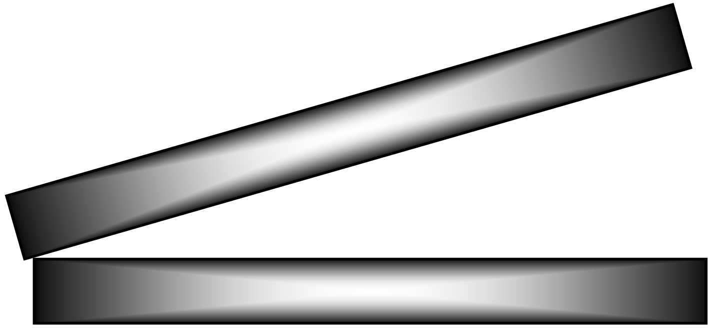
$$\Delta L = 2nh + \lambda / 2$$

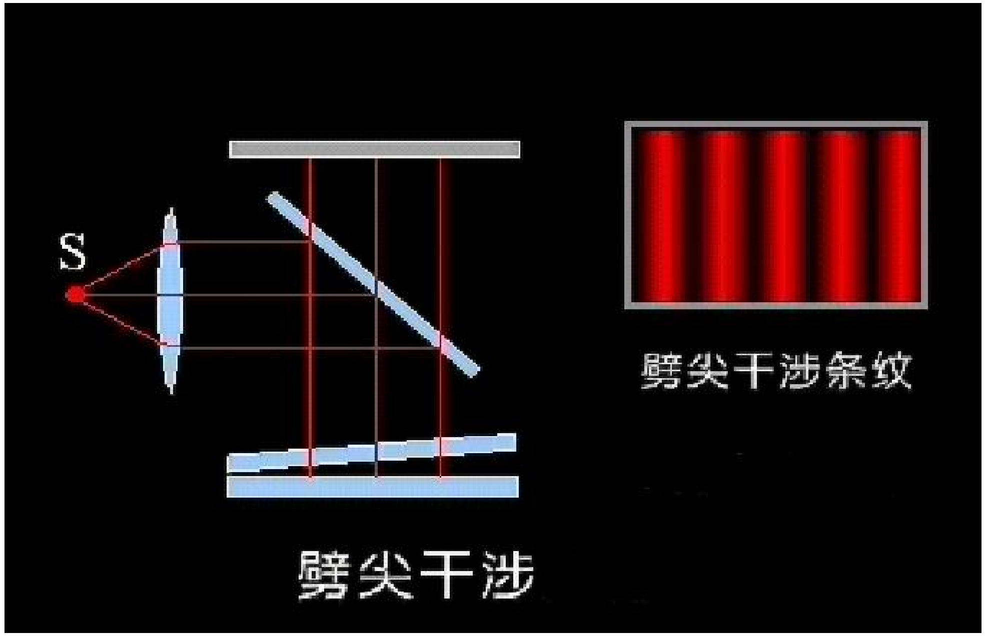
明纹和暗纹出现的条件为：

$$\Delta L = 2nh + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & m = 1, 2, 3 \quad \text{明纹} \\ (2m+1)\dfrac{\lambda}{2} & m = 0, 1, 2 \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

楔形薄膜(劈尖)：薄膜的两个表面是平面,其间有很小夹角。







楔形薄膜干涉条纹的特征

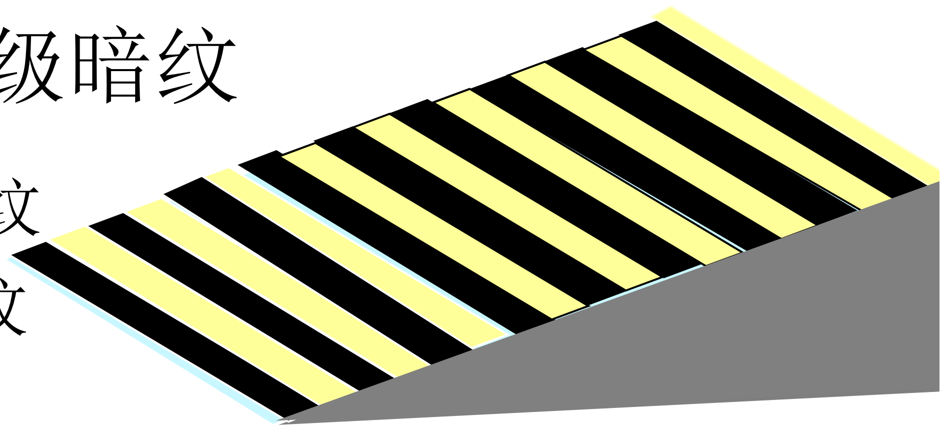
（1）明、暗条纹处的膜厚：

$$h=\begin{cases}(2m-1)\lambda/4n \quad (m=1,2,3\ldots) & \text{明纹}\\ m\lambda/2n(\mathrm{m}=0,1,2\ldots) & \text{暗纹}\end{cases}$$

$h = 0 \Rightarrow m = 0$ 棱 边 呈 现 暗 纹

$$m=1 \quad h=\begin{cases}\lambda/4n & \text{第一级明纹}\\ \lambda/2n & \text{第一级暗纹}\end{cases}$$

$$m=2 \quad h=\begin{cases}3\lambda/4n & \text{第二级明纹}\\ \lambda/n & \text{第二级暗纹}\end{cases}$$



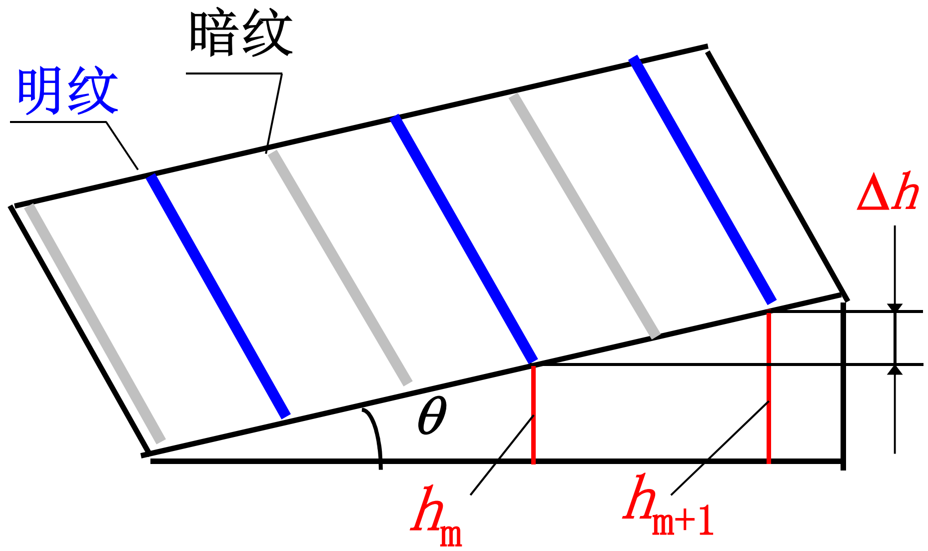
……

一系列明暗相间的、平行于棱边的平直条纹。

（2）相邻明纹（或暗纹）所对应的薄膜厚度之差

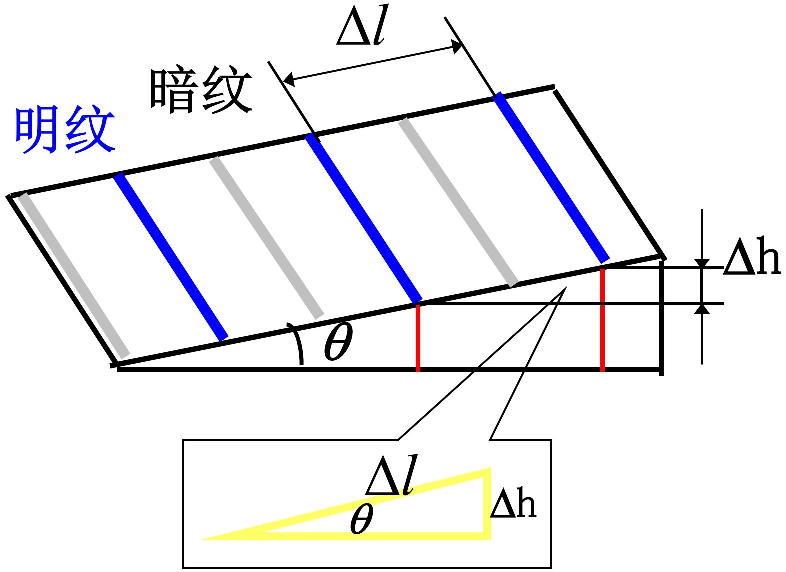
$$\Delta h = \lambda / 2n$$

相邻明纹（或暗纹）所对应的薄膜厚度之差相同。



（3）两相邻明纹（或暗纹）的间距

$$\Delta h = \lambda / 2n$$



$$\Delta l = \Delta h / \sin\theta = \lambda / 2n\theta$$

结论：

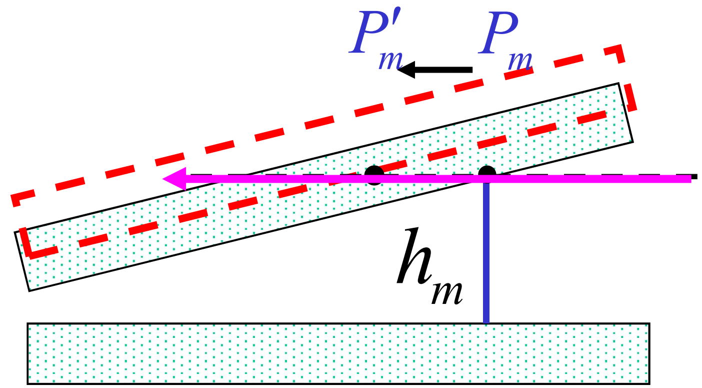
a. 条纹等间距分布

b. 夹角θ越小，条纹越疏；反之则密。

（4）动态变化

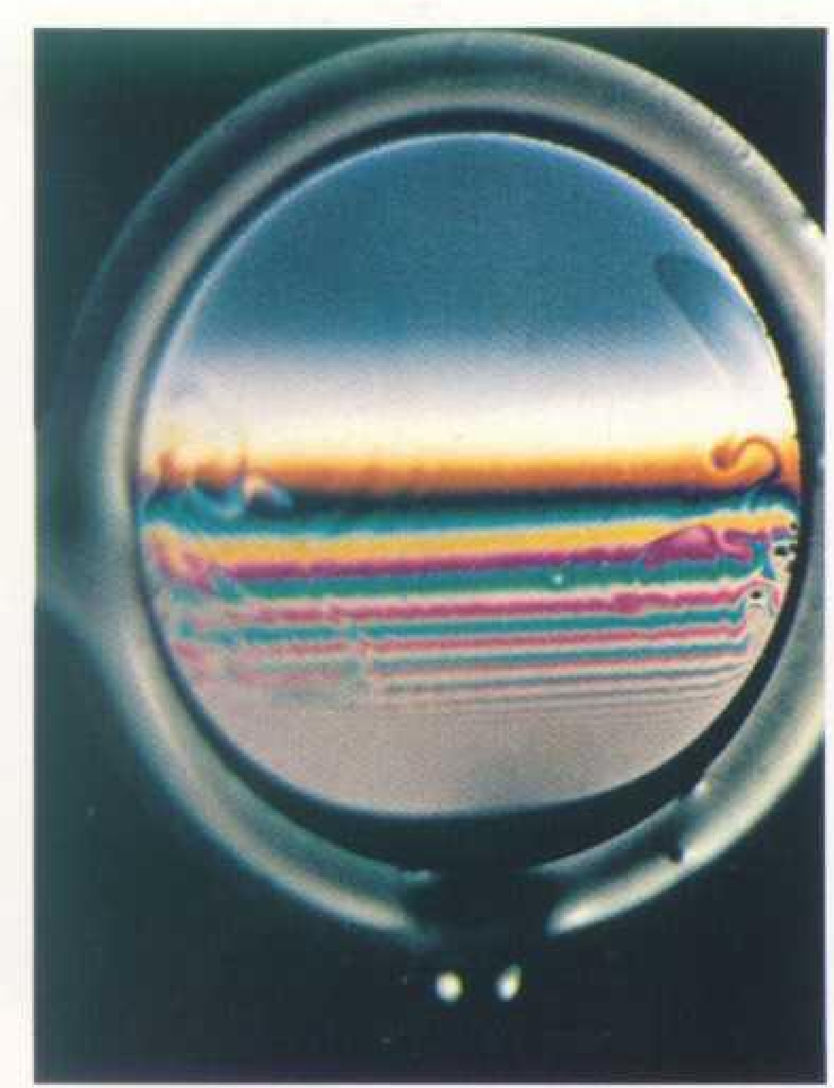
整体平行提升，条纹移向棱边（厚度小的方向）

$$2nh + \lambda / 2 = m\lambda$$

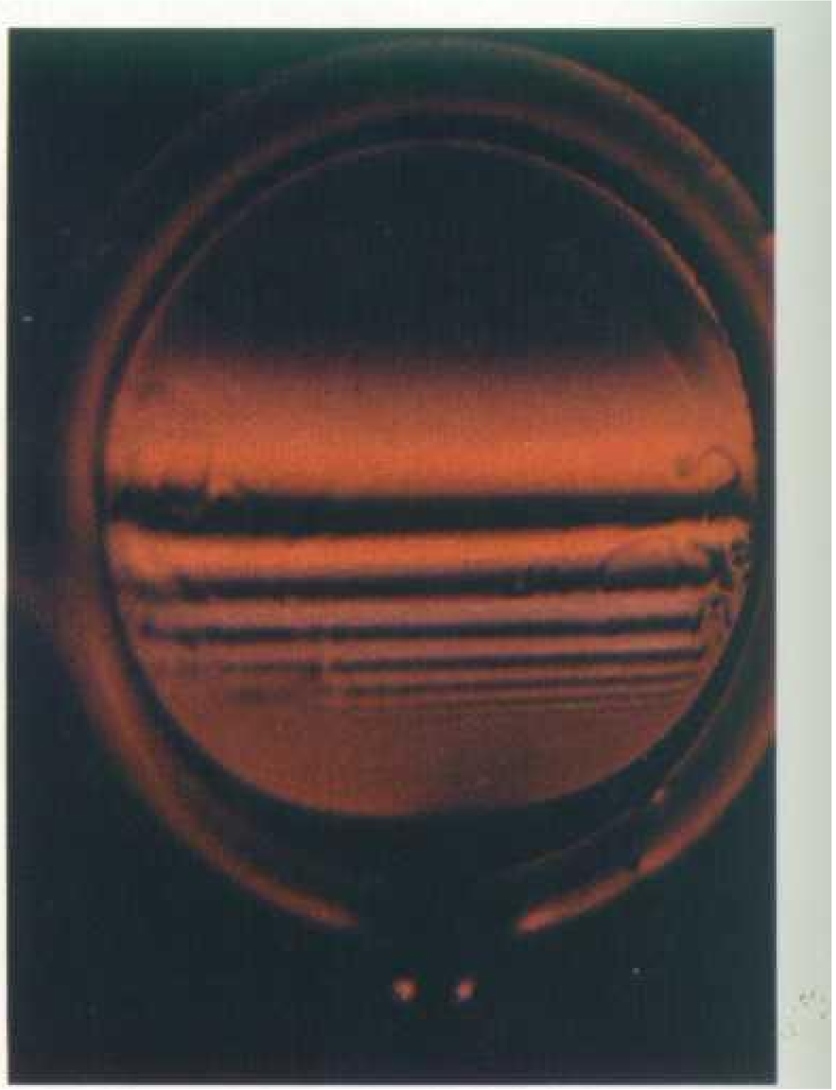


（5）复色光入射得彩色条纹

楔形薄膜干涉条纹



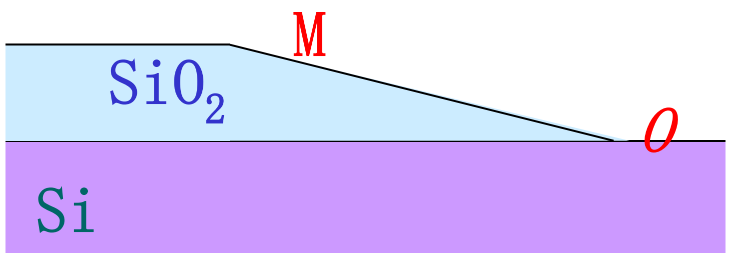
白光入射



单色光入射

肥皂膜的等厚干涉条纹

例1　在半导体元件生产中，为了测定硅片上SiO_2薄膜的厚度，将该膜的一端腐蚀成劈尖状，已知SiO_2 的折射率n =1.46，用波长λ =5893埃的钠光照射后，观察到劈尖上出现9条暗纹，且第9条在劈尖斜坡上端点M处，Si的折射率为3.42。试求SiO_2薄膜的厚度。



解：由暗纹条件　半波损失？？

$$\Delta L = 2nh$$

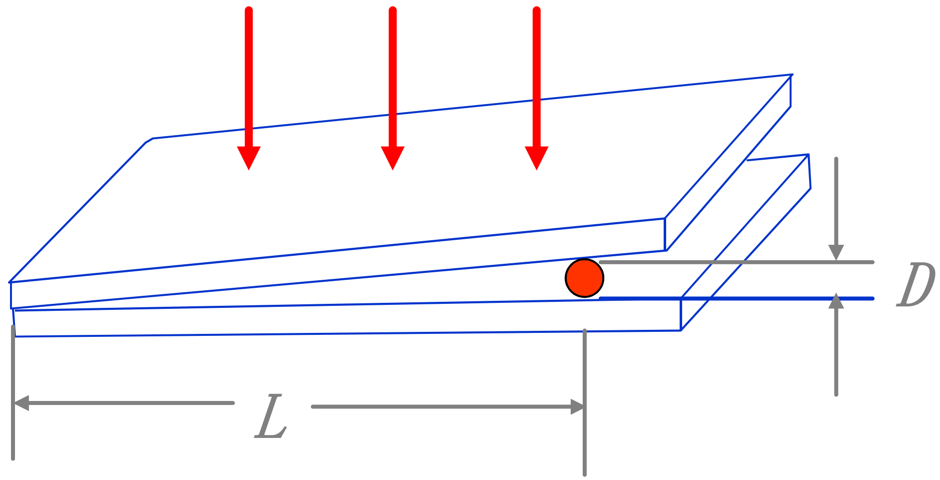
$$= (2m+1)\lambda/2 \quad (m=0,1,2\cdots)$$

可知,第9条暗纹对应于m=8,代入上式得

$$h = (2m+1)\lambda/4n \qquad = 1.72(\mu m)$$

所以SiO_2薄膜的厚度为1.72 μm。

例2　为了测量金属细丝的直径，把金属丝夹在两块平玻璃之间，形成劈尖，如图所示，如用单色光垂直照射 ，就得到等厚干涉条纹。测出干涉条纹的间距，就可以算出金属丝的直径。某次的测量结果为：单色光的波长λ =589.3nm，金属丝与劈间顶点间的距离L=28.880mm，30条明纹间的距离为4.295mm,求金属丝的直径D？



解 相邻两条明纹间的间距 $\Delta l = \frac{4.295}{29} mm$

其间空气层的厚度相差为λ/2 $\Delta h = \lambda / 2n$

$$\Delta l \sin\theta = \frac{\lambda}{2}$$

其中θ为劈尖的角度，因为θ 很小，所以

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{D}{L}$$

$$D = \frac{L}{\Delta l}\frac{\lambda}{2}$$

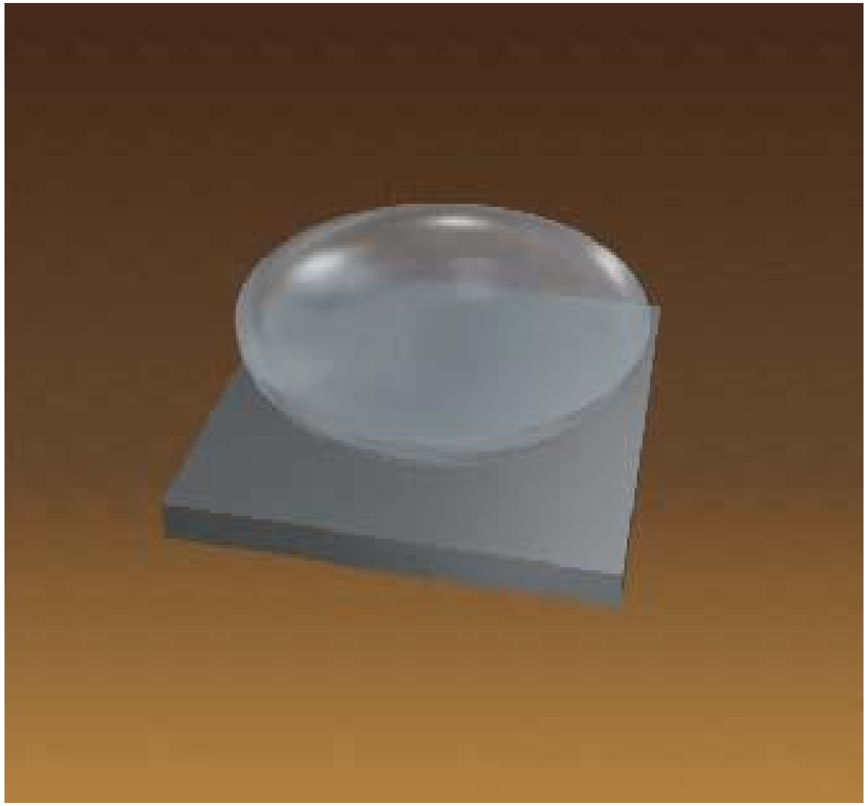
代入数据得

$$D = 0.05746mm$$

牛顿环

1　牛顿环实验装置及光路

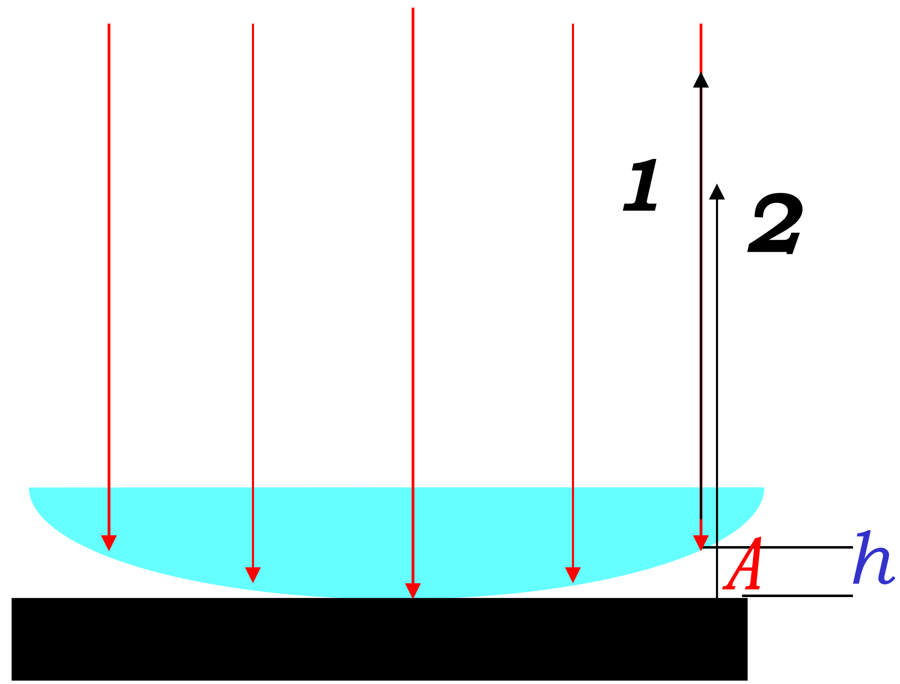
牛顿环：一束单色平行光垂直照射到此装置上时，所呈现的等厚条纹是一组以接触点0为中心的同心圆环。



2 光程差的计算

$$\Delta L = 2h + \lambda/2$$

h是半径的函数



3 牛顿环干涉条纹的特征

（1） 明暗条纹的判据

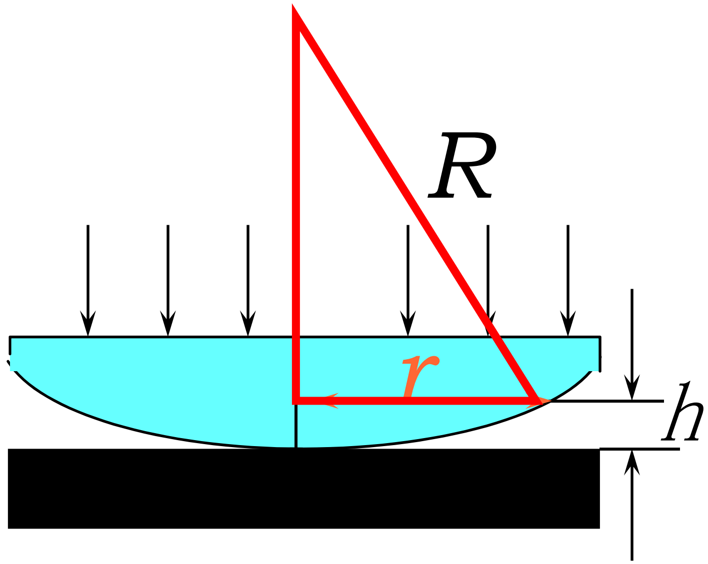
$$\Delta L = 2h + \lambda/2 = \begin{cases} m\lambda & (m = 1, 2, 3 \ldots) \quad \text{明纹} \\ (2m+1)\lambda/2 & (m = 0, 1, 2 \ldots) \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

由几何关系可知

$$(R - h)^2 + r^2 = R^2$$

$$\cancel{R^2} - 2Rh + \underbrace{\boxed{h^2}}_{0} + r^2 = \cancel{R^2}$$

$$h = r^2/2R$$



3 牛顿环干涉条纹的特征

$$r=\begin{cases}\sqrt{(m-1/2)R\lambda} & m=1,2,3\dots \quad \text{明环}\\ \sqrt{mR\lambda} & m=0,1,2\dots \quad \text{暗环}\end{cases}$$

r=0， m =0　　　　中心是暗斑

$$m=1,r=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1}{2}R\lambda} & \text{明环}\\ \sqrt{R\lambda} & \text{暗环}\end{cases}$$

● ● ● ● ● ●

3 牛顿环干涉条纹的特征

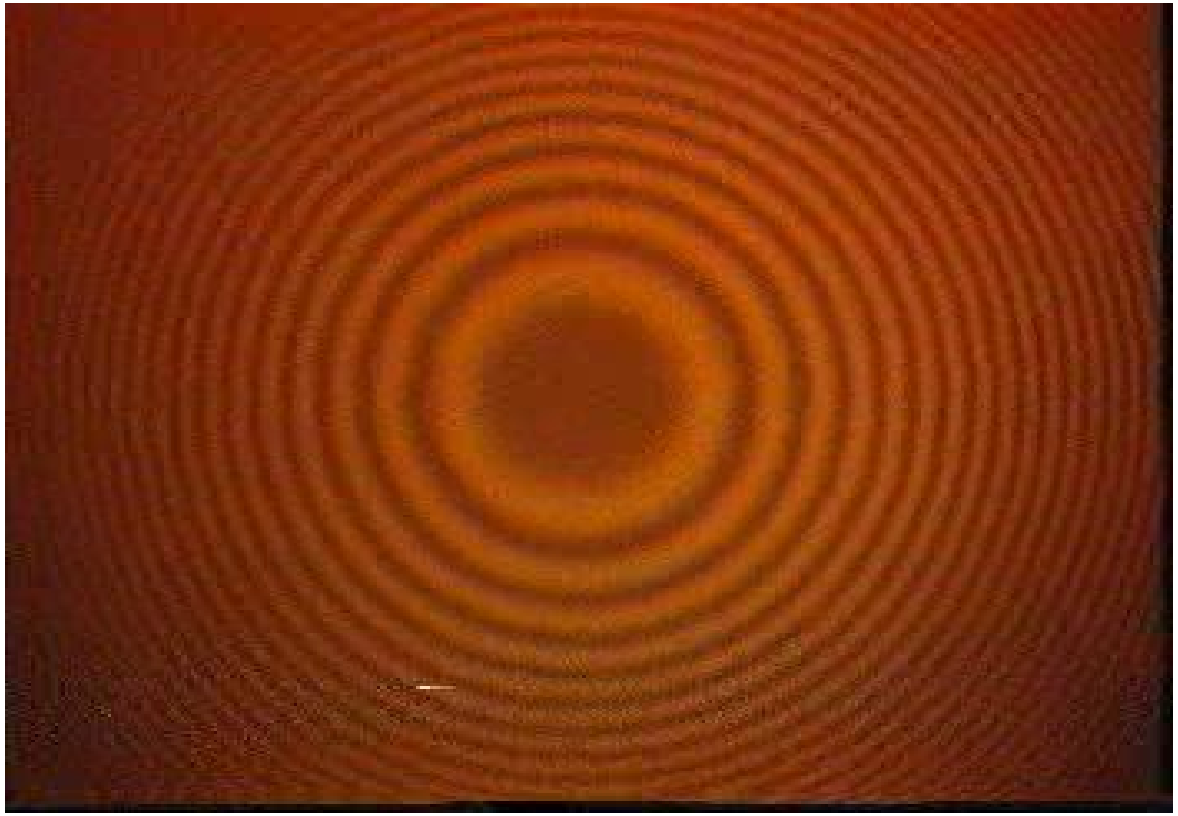
（2） 相邻暗环的间距

$$r=\begin{cases}\sqrt{(m-1/2)R\lambda} & m=1,2,3\ldots \quad \text{明环}\\ \sqrt{mR\lambda} & m=0,1,2\ldots \quad \text{暗环}\end{cases}$$

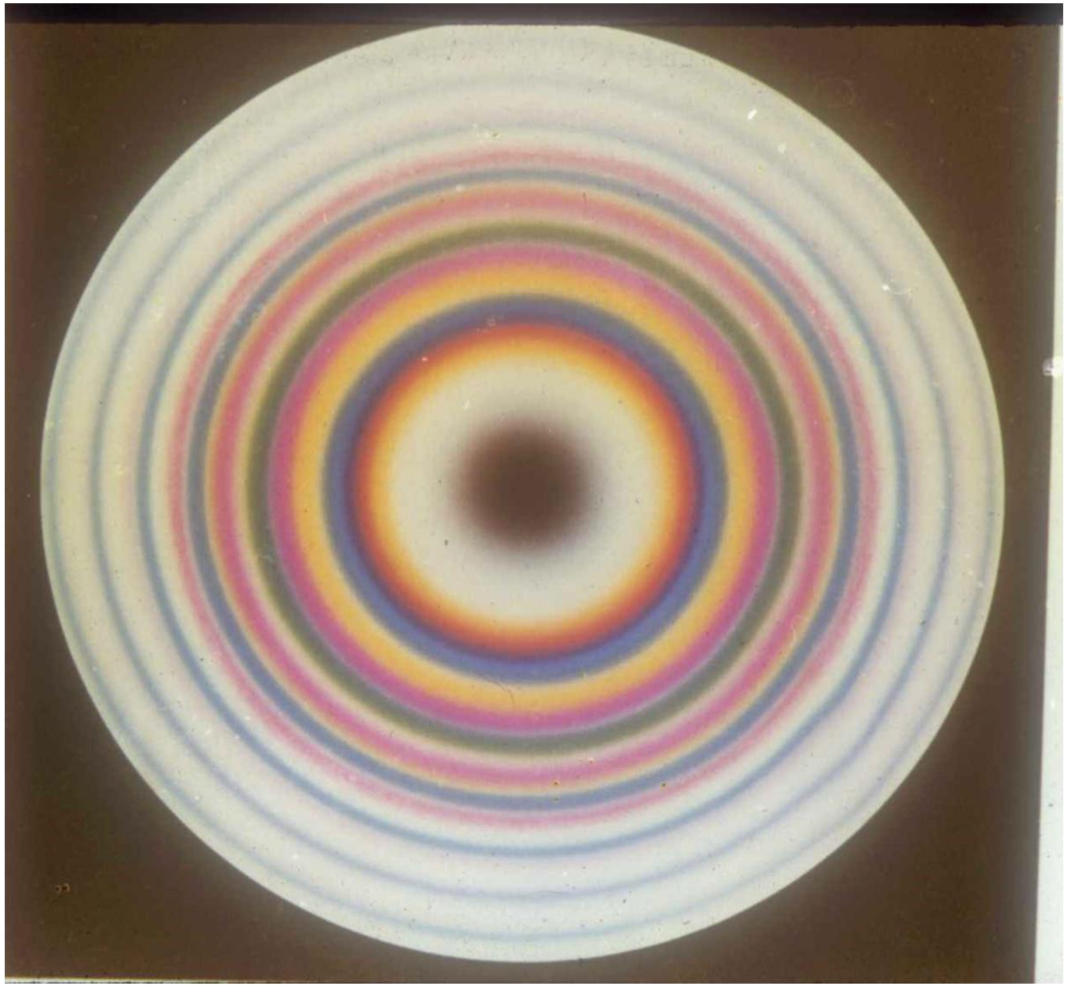
$$\Delta r=r_{m+1}-r_m=\frac{\sqrt{R\lambda}}{\sqrt{m}+\sqrt{m+1}}$$

内疏外密

3 牛顿环干涉条纹的特征



牛顿环干涉是一系列明暗相间的、内疏外密的同心圆环



白光入射的牛顿环照片

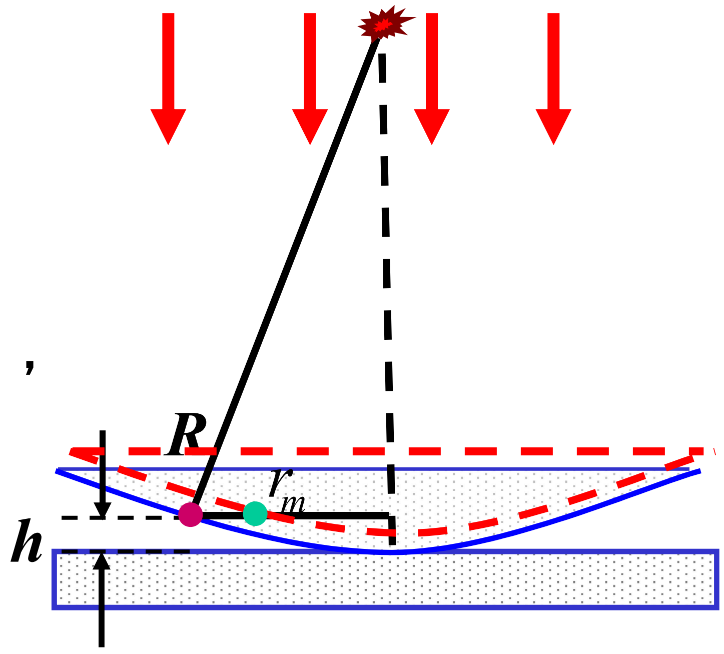
3 牛顿环干涉条纹的特征

（3）动态反应

连续增加薄膜的厚度（定点提升），视场中条纹

h↑缩入；h↓冒出

$$2h + \lambda / 2 = m\lambda$$



◆（提升）各圆环均向中心点收缩而渐次“吞没”；（降低）各圆环渐次从中心 “吐出”

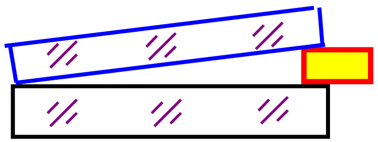
◆（提升或降低）各点引起的光程差变化均是相同的，故任意点（r固定）处条纹的间距并不改变，即条纹疏密保持不变

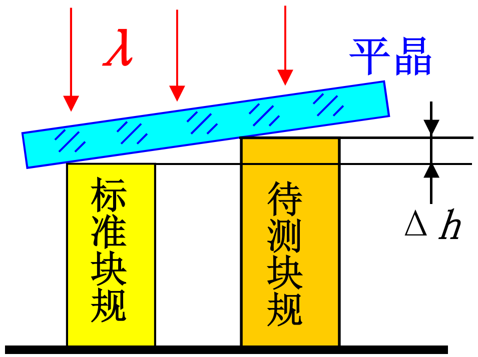
劈尖干涉的应用

依据： $\Delta l = \dfrac{\lambda}{2n\theta}$ $\Delta h = \lambda/2n$

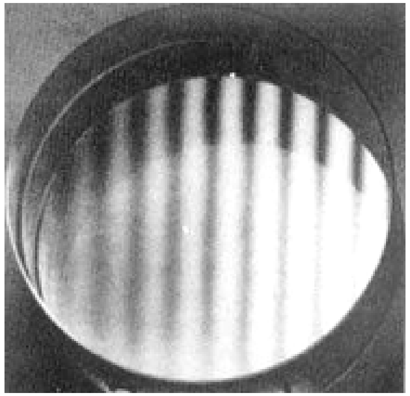
应用：

- 测波长：已知 θ、n，测 Δl 可得 λ
- 测折射率：已知 θ、λ，测 Δl 可得 n
- 测细小直径、厚度

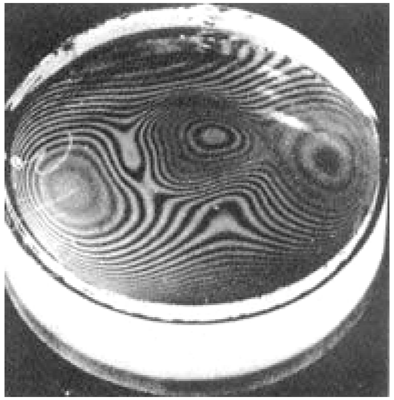




测表面不平度



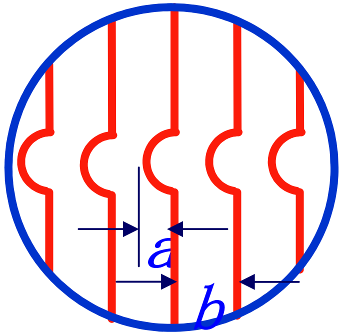
规则表面



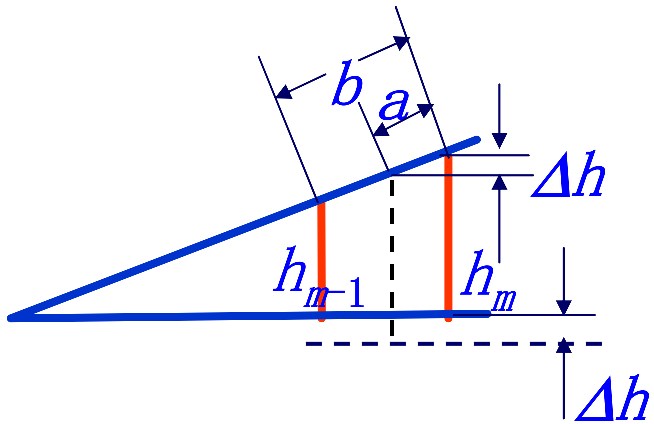
不规则表面

例 利用空气劈尖的等厚干涉条纹可以检测工 件表面存在的极小的加工纹路， 在经过精密加工的工件表面上放一光学平面玻璃，使其间形成空气劈形膜，用单色光照射玻璃表面，并在显微镜下观察到干涉条纹，

如图所示，试根据干涉条纹的弯曲方向，判断工件表面是凹的还是凸的；并证明凹凸‘深度可用下式求得 ：



$$\Delta h = \frac{a}{b}\frac{\lambda}{2}$$



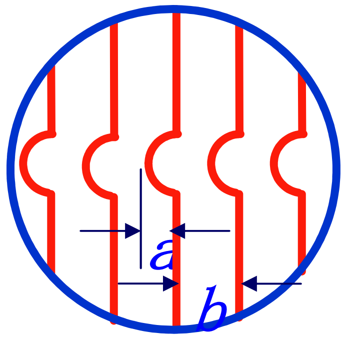
解:如果工件表面是精确的平面,等厚干涉条纹应该是等距离的平行直条纹，现在观察到的干涉条纹弯向空气膜的左端。因此，可判断工件表面是下凹的，如图所示。

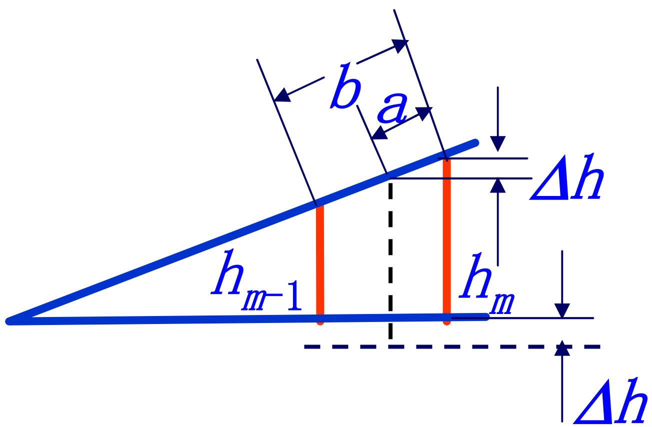
由图中相似直角三角形可:

$$a/b = \Delta h/(h_m - h_{m-1}) = \Delta h/\tfrac{\lambda}{2}$$

所以:

$$\Delta h = \frac{a}{b}\frac{\lambda}{2}$$





牛顿环干涉的应用

$$\boxed{r_m^2 = mR\lambda}$$

$$\boxed{R = \frac{r_{m+N}^2 - r_m^2}{N\lambda}}$$

$$\boxed{r_{m+N}^2 = (m+N)R\lambda}$$

▲ **测透镜球面的半径*R***

已知λ， 测 N、r_{N+m}、r_m， 可得R

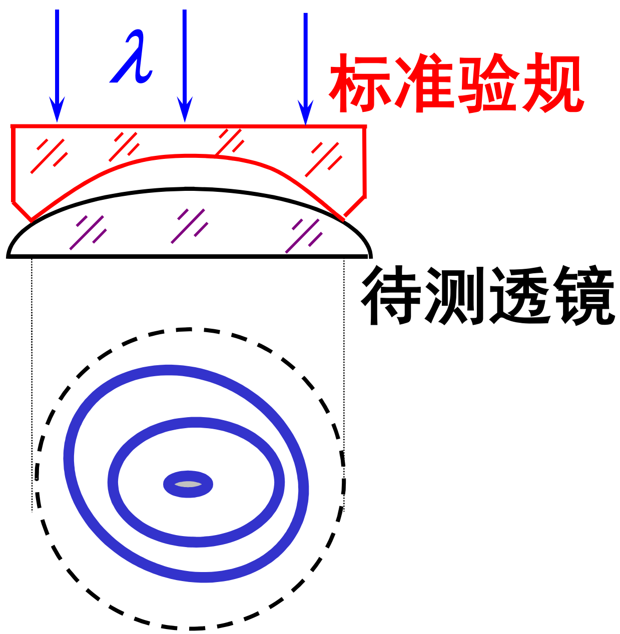
▲ **测波长λ**

已知R，测出N、 r_{N+m}、r_m， 可得λ

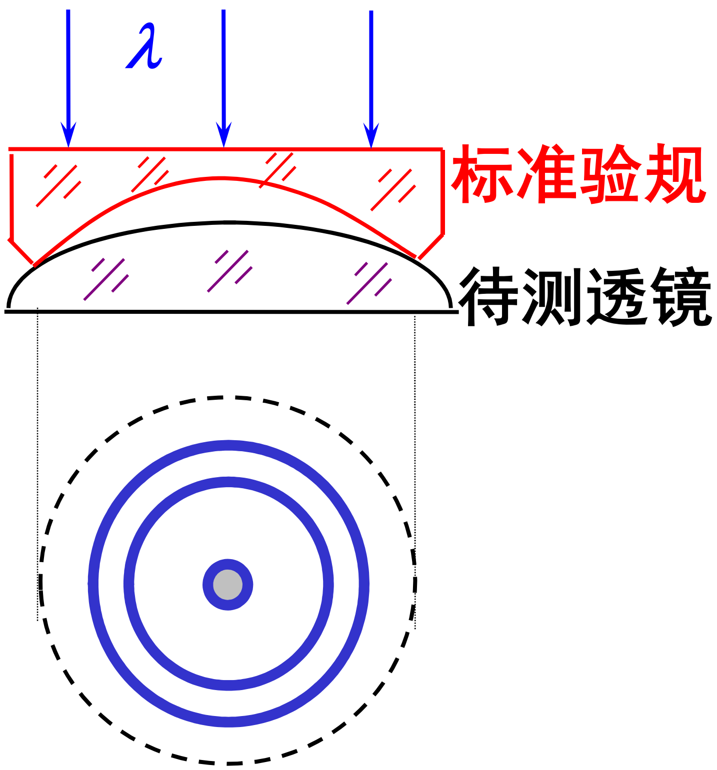
▲ 检验透镜球表面质量

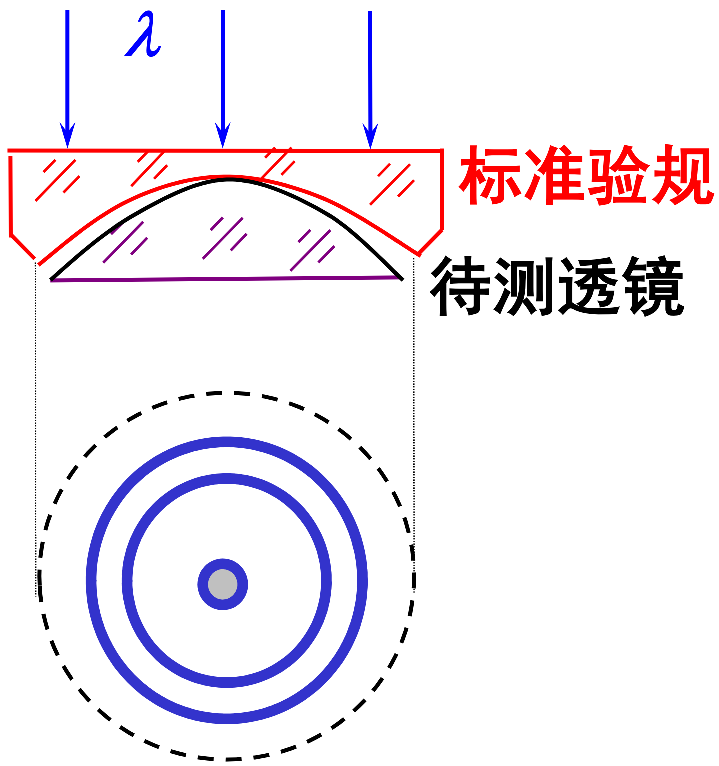
一圈条纹对应 $\lambda/2$ 的球面误差。

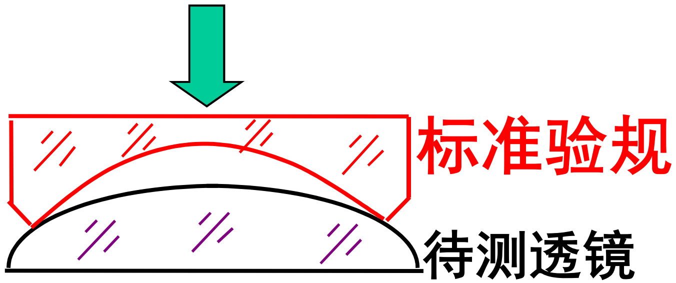
若条纹如图：

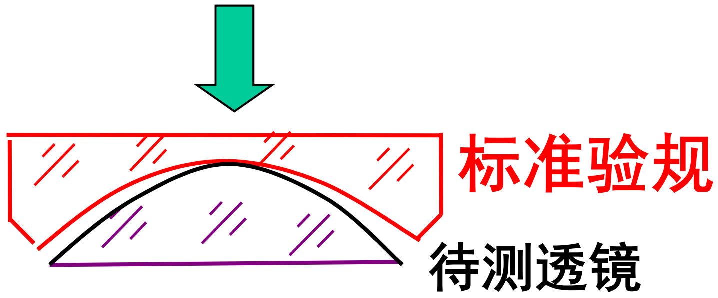


如何区分如下两种情况?

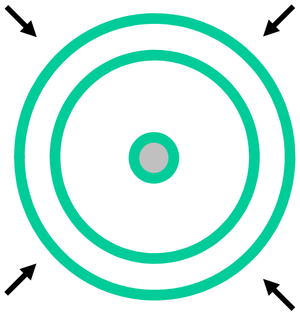


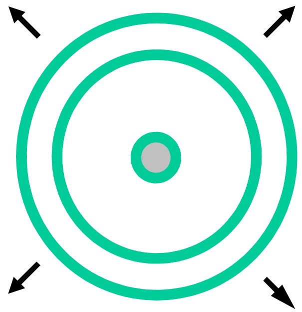






压$h\downarrow$, 收缩$\Leftrightarrow$向中间看齐, 中间厚	压$h\downarrow$, 扩张$\Leftrightarrow$向两边看齐，两边厚





透镜曲率小，曲率半径大

透镜曲率大，曲率半径小