

科学精神导论

袁岚峰



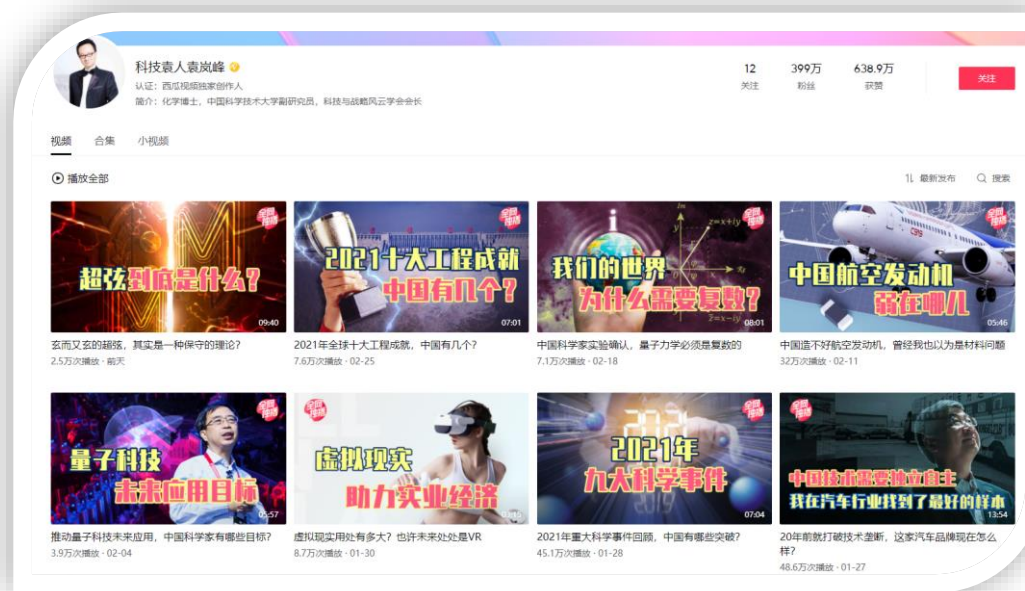
推荐几本参考文献

- 微积分教材、线性代数教材、量子力学教材、相对论教材、统计力学教材（我这学期的另一门课“理论与计算化学3”）
- 欧几里得《几何原本》
- 莫里斯·克莱因《古今数学思想》
- 伯特兰·罗素《西方哲学史》
- 《费曼物理学讲义》
- 乔治·伽莫夫《从一到无穷大》
- 我2021年出版的《量子信息简话》
- 我的微信公众号“风云之声”

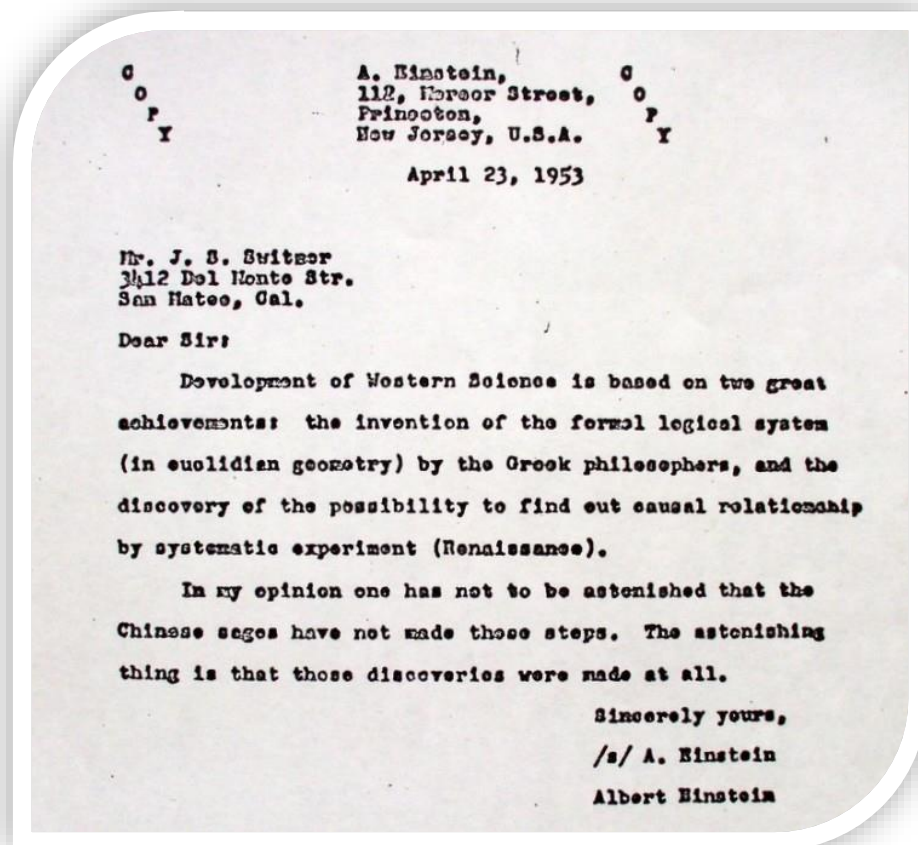


推荐一个参考节目

- 2018年元旦上线，最初主要在哔哩哔哩
- 2020年7月以来，在字节跳动（今日头条、西瓜视频、抖音）独家播出



爱因斯坦论科学方法论





中文翻译

- 西方科学的发展以两个伟大的成就为基础：
希腊哲学家发明形式逻辑体系（在欧几里得几何学中），以及发现通过系统的实验有可能找出因果关系（文艺复兴）。
- 在我看来，人们不必对中国的贤哲没有走出这两步感到惊奇。**真正令人惊奇的是，这些发现居然被做出了。**





对我们的重要启示

- 两种科学方法论：**逻辑体系**和**实验方法**
- 古代中国文明没有做出这些发现不足为奇，因为古代巴比伦文明、古代波斯文明、古代印度文明、古代埃及文明、古代美洲文明等等也都没有
- **不出现科学才是默认值！**
- 真正特别的不是中国，而是欧洲：**科学的两次发芽，九死一生的经历**
- 如果我们发现一个外星文明，很大可能发现它有繁荣的文化艺术、典章制度等等，唯一的问题就是没有科学
- 地球上出现科学是我们最大的幸运
- 文明并不是必然会进步的，事实上完全是可以退步的
- 我们应该把科学精神作为**人类最重要的火种**传承下去，发扬光大



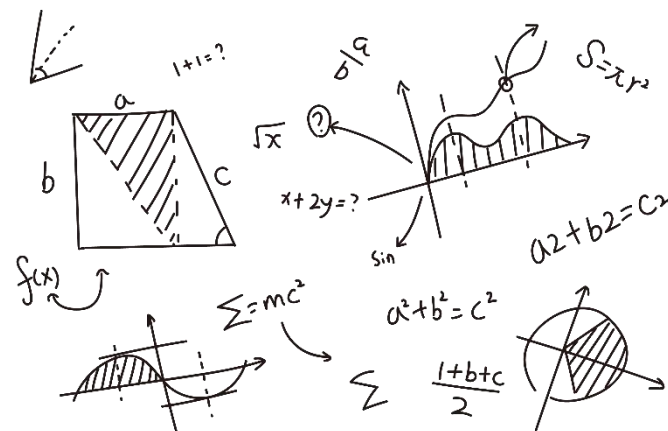
如果把数学算作科学的话.....

- 2022年偶遇科大几何与物理研究中心王兵教授
- 2020年与陈秀雄一起证明了“哈密尔顿-田”和“偏零阶估计”这两个国际数学界20多年悬而未决的核心猜想
- 中国数学真的有希望在十年内与美国并驾齐驱吗？
- 如果正常发展，应该不可能。在所有科学领域中，**如果把数学算作科学的话**，中国在数学方面的差距是最大的



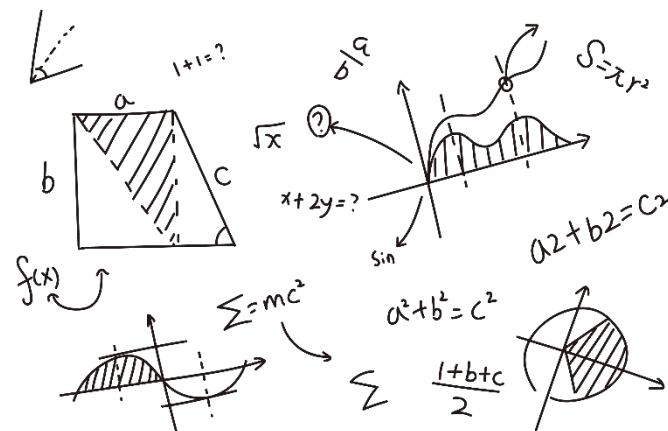
数学是否属于科学？

- 正面的理由：数学家和科学家的思维方式相同之处远大于不同之处，人们经常把数学家称为科学家
- 中国科学院有数学物理学部
- 反面的理由：**数学判断正误只能通过证明，不能通过实验**
- 1个苹果加1个苹果等于2个苹果，能证明 $1 + 1 = 2$ 吗？
- 这只是演示，不是证明
- 如果你看到1个苹果加1个苹果变成了3个苹果，你只会认为有人在变魔术或者苹果发生了特别的反应，不会认为 $1 + 1$ 变成了3



数学是否属于科学？

- 当你在分析实验结果的时候，你已经在用到数学了！
- 不可能用实验来推翻数学命题
- 哥德巴赫猜想已经验证到了 4×10^{18} ，但这不是证明
- 不可能用实验来证明数学命题
- 自然指数 (Nature index) 统计的只是自然科学 (化学、地球与环境科学、生命科学和物理科学)，不包括数学
- 公允的回答：**数学属于广义的科学，不属于狭义的科学** (自然科学、经验科学)



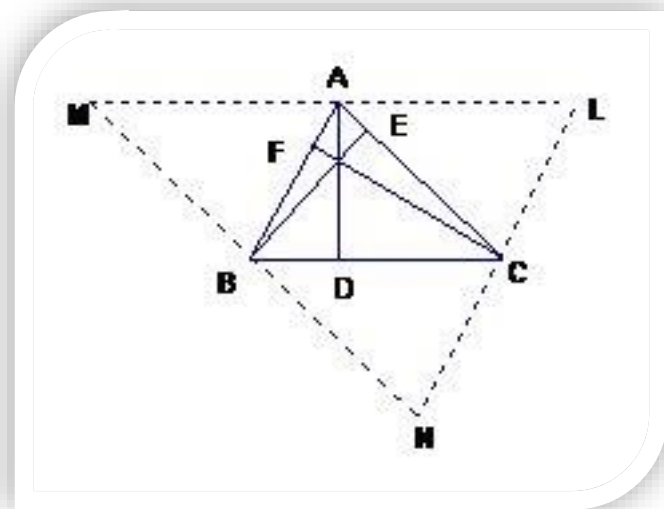
牛顿为何如此推崇欧几里得？

- 牛顿：几何学的伟大之处在于，它能**用如此少的原理推导出那么多的内容**
- 据说有人问牛顿：欧几里得的《几何原本》如此老朽，为什么现在还要学？牛顿放声大笑！



爱因斯坦为何如此推崇欧几里得？

- 爱因斯坦：在12岁时，我经历了另一种性质完全不同的惊奇：这是在一个学年开始时，当我得到一本关于欧几里得平面几何的小书时所经历的。这本书里有许多断言，比如三角形的三个高交于一点，它们本身虽然并不是显而易见的，但是可以很可靠地加以证明，以致任何怀疑似乎都不可能。这种**明晰性和可靠性**给我造成了一种难以形容的印象。……如果欧几里得未能激发起你少年时代的科学热情，那么你一定不会是一个天才的科学家

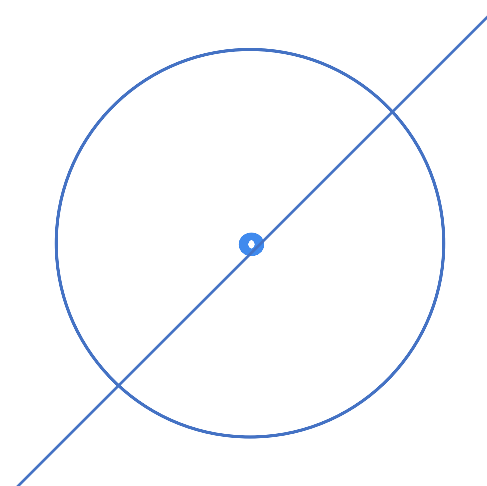


《几何原本》



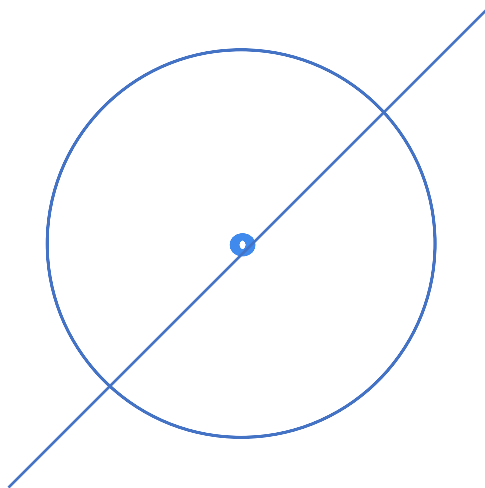
《几何原本》内容1 - 《几何原本》

- 总共有13篇
- 开头23个定义，定义了点、线、面、圆、平行线等概念
- 点是没有部分的东西
- 线是没有宽的长
- 线之端是点
- 直线（即现在说的线段）是其上均匀放置着点的线.....





《几何原本》内容1 - 《几何原本》

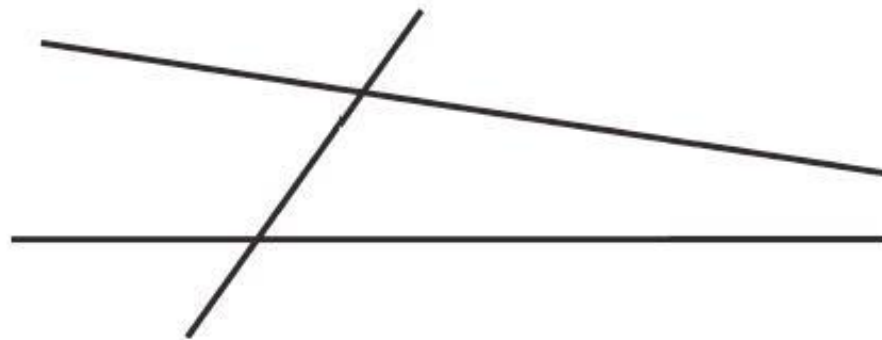


- 亚里士多德指出，定义必须用先存在于所定义事项的某种东西来表述，因此“点是没有部分的东西”其实并不是定义。他认识到**未经定义的名词是需要的，因为总得有个开头**。但其后的数学家漠视这一需要，直到十九世纪末
- 希尔伯特：我们可以用桌子、椅子、啤酒杯来代替点、线、面
- 亚里士多德还指出，**定义只能告诉我们一事物是什么，并不说明它一定存在**
- 莱布尼茨举例：正十面体



《几何原本》内容2- 《几何原本》

- 5条公设
- 从任一点到任一点可作一条直线
- 一条有限直线可沿直线继续延长
- 以任一点为心和任意距离可以作圆
- 所有直角都彼此相等
- 前面四条都很显然，但**第五公设**???
- 一直线与两条直线相交，若在同侧的两内角之和小于两直角，则这两条直线无定限延长后在该侧相交
- 欧几里得能认识到第五公设的需要，足以显出他的天才
- 证明或推翻第五公设的努力在十九世纪引出了**非欧几何**





《几何原本》内容3 - 《几何原本》

- 5条公理（公理适用于一切科学，公设只适用于一门科学）
- 等于同量的量也彼此相等
- 等量加等量，其和相等
- 等量减等量，其差相等
- 彼此重合的东西彼此相等
- 整体大于部分





《几何原本》内容3 - 《几何原本》



- 从这23个定义、5条公设、5条公理开始推理，总共推出465个命题
- 惊人的是，每个命题都跟公理**同等可靠**，可靠程度不随推理的长度递减，即使它远非显而易见
- 我的评论：《几何原本》使**精确的知识**成为可能
- 如果没有《几何原本》，人类可能到现在都没有意识到世界上存在精确的知识，仍然以为那些含糊的哲学性语言就是最高的智慧

《几何原本》第一个命题- 《几何原本》

- 在一给定的有限直线上作一个等边三角形
- 居然是个尺规作图问题!
- 有人认为中国古代数学的特长是算法，以此胜过西方古代数学，这些人肯定没看过《几何原本》的第一个命题

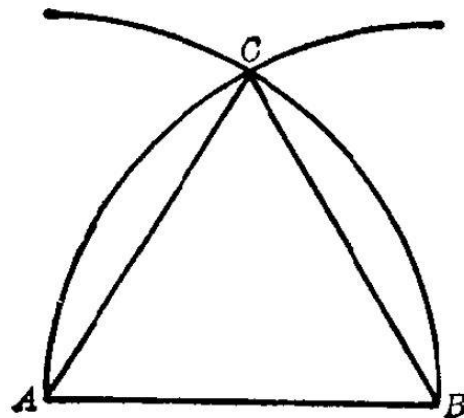
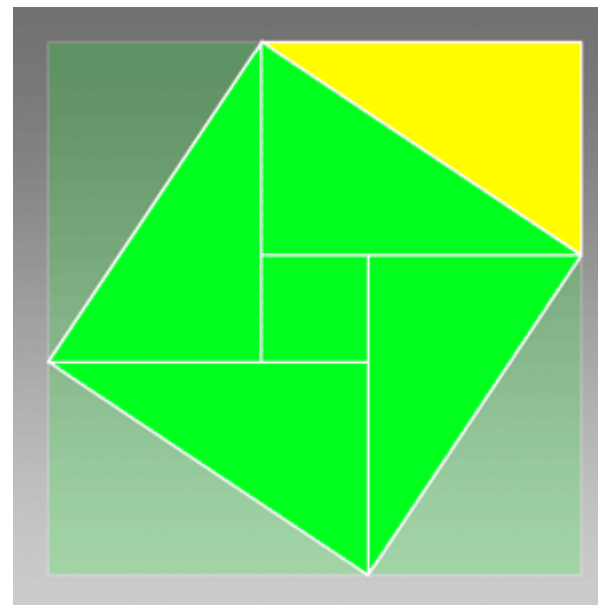
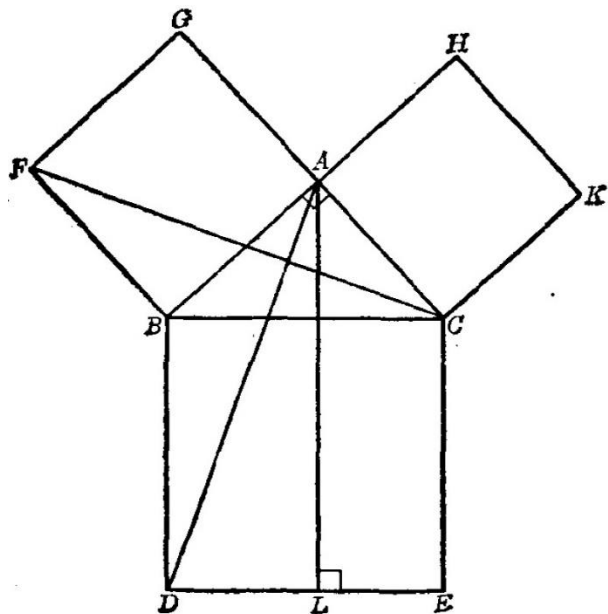


图 4.1



勾股定理：第一篇命题47 - 《几何原本》

- 欧几里得的证明 vs. 赵爽的证明（出入相补法）



《几何原本》内容4- 《几何原本》

- 许多人以为《几何原本》的内容只有平面几何，其实还包括**比例论、数论、不可公度量、立体几何**等
- 《几何原本》其实是《原本》（Elements）， “几何”是1607年利玛窦和徐光启翻译时加上去的
- 第7篇命题1、2：求最大公约数的“**辗转相除法**”
- 称为欧几里得算法
- 效率极高，比分解两个数然后寻找公因数快得多

$$1112 \bmod 695 = 417$$

$$695 \bmod 417 = 278$$

$$417 \bmod 278 = 139$$

$$278 \bmod 139 = 0$$

$$139 \dots \text{GCD}$$

当余数变为0时，最后一个操作的除数139是1112和695的最大公约数。



《几何原本》内容4- 《几何原本》

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827

- 第9篇命题20：质数的数目比任何指定数目都要多
- 假设质数只有有限个，记为 p_1 、 p_2 、 p_3 、... p_n
- 请问， $p_1p_2p_3...p_n + 1$ 是不是质数？
- 如果它是质数，那么它是新的质数
- 如果它是合数，那么它的质因子是新的质数
- 无论如何都矛盾，可见假设错误，质数有无穷多个
- 单凭辗转相除法和质数无限的证明，欧几里得就足以不朽

《几何原本》内容5 - 《几何原本》

- 第12篇计算面积和体积的“穷竭法”，是微积分的先祖
- 最惊人的是，它是精确的！（反证法，避免用极限）
- 命题1：圆内接相似多边形之比等于圆直径平方之比
- 命题2：圆与圆之比等于圆直径平方之比
- 为什么刘徽就有极限的思想（割圆术），但中国没有发明微积分？
- 牛顿和莱布尼茨不是无源之水，前面有罗贝瓦尔、费马、笛卡尔、巴罗、开普勒、卡瓦列里、帕斯卡、沃利斯、格雷戈里、萨拉萨、惠更斯等人的工作，上溯到穷竭法

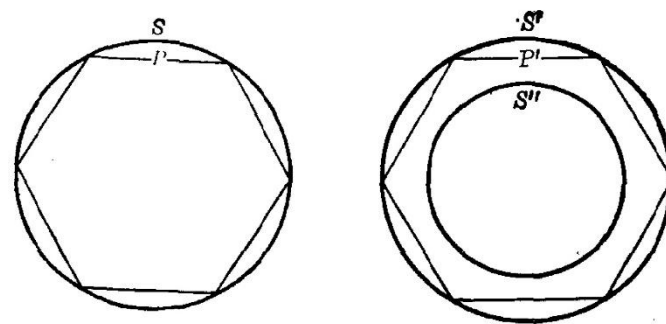
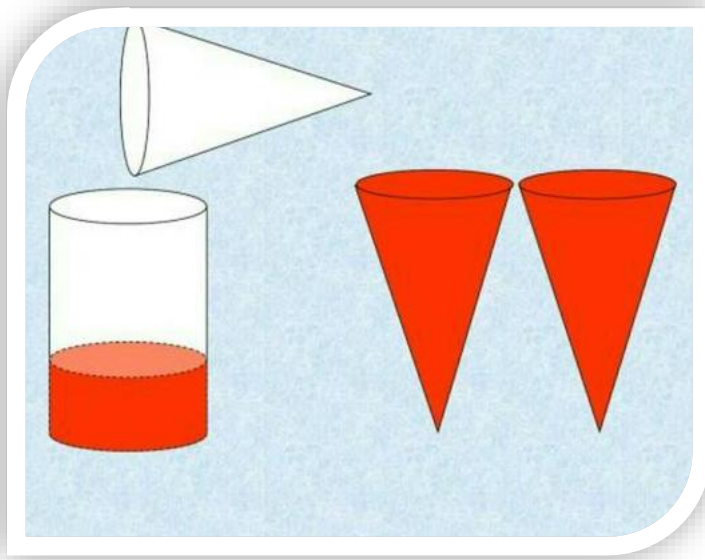


图 4.19

穷竭法用于证明 - 《几何原本》

- 命题5：底为三角形而高相等的棱锥之比等于其底之比
- 命题10：任一圆锥是与其同底等高圆柱的 $1/3$
- （为什么？ $\int_0^1 x^2 dx = 1/3$ ）
- 命题11：同高的圆锥或圆柱之比等于其底之比
- 命题12：相似的圆锥或圆柱之比，等于其底直径的三次比
- 命题18：球之比等于其直径的三次比
- **希尔伯特第三问题**：这些体积公式是否离不开无穷小分析？
- 1901年、1950年解决：确实离不开！



阿基米德用穷竭法证明 - 《几何原本》

- 抛物线弓形ABC的面积 = 三角形AFC面积的1/3
- (CE是切线, D是AC的中点, DE平行于抛物线轴, AF//DE)
- 螺线第一圈与初始线所围的面积 = 第一个圆 (半径为OA的圆) 面积的1/3

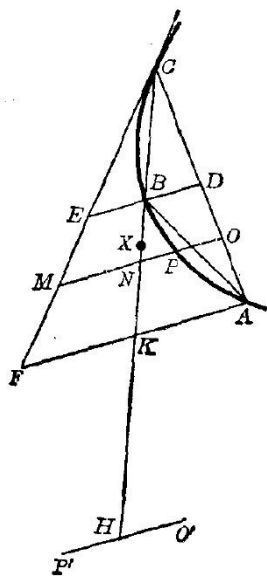


图 5.5

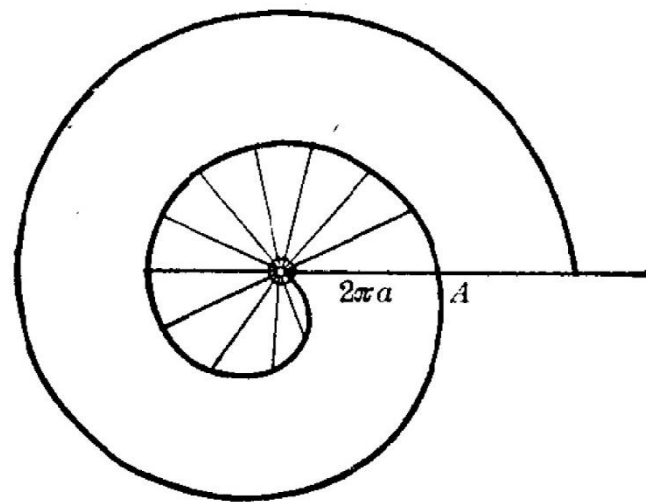


图 5.7

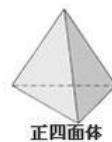
精确方法的特点- 《几何原本》





《几何原本》内容6- 《几何原本》

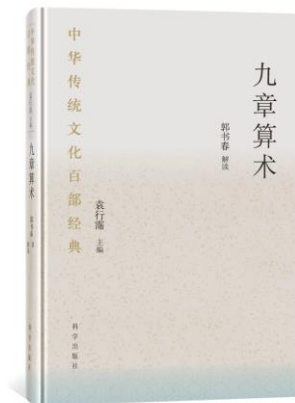
- 全书最后一个命题：有且仅有五种正多面体
- 立体角各面角之和必小于360度（第11篇命题21）
- 一个立体角至少包含3个面
- 等边三角形内角60度，可以拼成立体角：用3个，正四面体；用4个，正八面体；用5个，正二十面体
- 正方形内角90度，可以拼成立体角：只能用3个，立方体
- 正五边形内角108度，可以拼成立体角：只能用3个，正十二面体
- 正六边形内角120度，不能拼成立体角
- 中国古人在引进《几何原本》前，从未考虑过这种问题



《九章算术》

《九章算术》内容1 - 《九章算术》

- 数学习题集，分为九章，收集了246个问题
- 每道题都有“问”、“答”、“术”
- 第九章《勾股》的前三个问题是：
 - 1、勾股：今有勾三尺，股四尺，问为弦几何？
 - 答曰：五尺
 - 2、勾股：今有弦五尺，勾三尺，问为股几何？
 - 答曰：四尺
 - 3、勾股：今有股四尺，弦五尺，问为勾几何？
 - 答曰：三尺
- 勾股术曰：勾股各自乘，并，而开方除之，即弦
- 又股自乘，以减弦自乘，其馀开方除之，即勾
- 又勾自乘，以减弦自乘，其馀开方除之，即股
- 然后呢？然后是第四道题.....**没有证明！**





刘徽：中国古代最伟大的数学家 - 《九章算术》

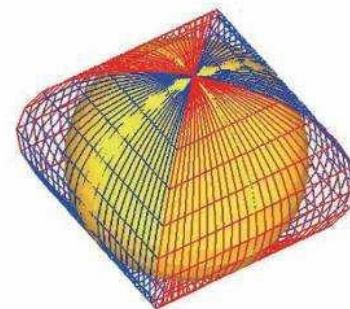
- 数学需要证明，这对古人来说并不是常识
- 刘徽在《九章算术注》中给出了一套证明体系
- 没有明确地写出公理
- 刘徽提出了无穷小分割、开方不尽等极限思想
- 但不像穷竭法那样精确
- 李淳风等人的《九章算术注》大部分地方直接用刘徽的注释，只是在有些地方提出不同意见
- 所有的李淳风等人认为刘徽犯错的地方，其实全都是刘徽正确，李淳风等人错误！
- 从三国到唐朝，我们居然是越活越回去了！

球体积公式：刘徽 - 《九章算术》

- 《九章算术》开立圆术：球体积 $V = (9/16) d^3 = (9/2) r^3$
- 与正确的比例 $4\pi/3 \approx 4.189$ 相比，大了7.43%
- 刘徽设计“牟合方盖”，但未能最终解决
- 观立方之内，合盖之外，虽衰杀有渐，而多少不掩。判合总结，方圆相缠，浓纤诡互，不可等正。欲陋形措意，惧失正理。敢不阙疑，以俟能言者



(a) 直交圆柱



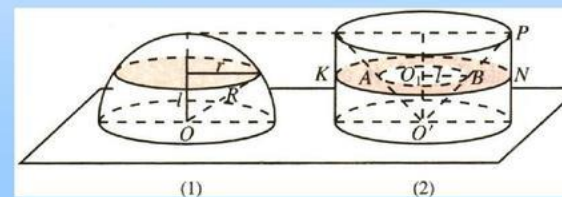
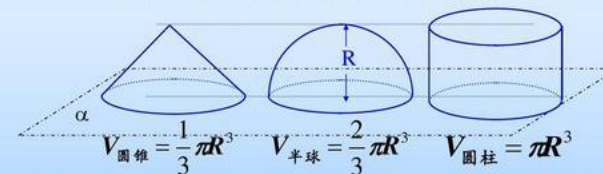
(b) 内切圆球牟合方盖

球体积公式：祖暅 - 《九章算术》

- 能言者在200多年后出现：祖冲之（429 - 500）、祖暅（456 - 536）父子
- **缘幂势既同，则积不容异**
- 等同于卡瓦列里原理
- 比卡瓦列里（1598 - 1647）早上千年

用“祖暅原理”得到球体积公式

高等于底面半径的旋转体体积对比





《九章算术》内容2- 《九章算术》

- 第一章“方田”：主要讲述了平面几何图形面积的计算方法
- 第二章“粟米”：谷物粮食的按比例折换；提出比例算法，称为今有术
- 第三章“衰分”：比例分配问题
- 第四章“少广”：已知面积、体积，反求其一边长和径长等；开平方、开立方的方法
- 第五章“商功”：土石工程、体积计算；工程分配方法
- 第六章“均输”：合理摊派赋税；比例理论
- 第七章“盈不足”：双设法
- 第八章“方程”：一次方程组问题
- 第九章“勾股”：勾股定理；勾股数的通解



《几何原本》 vs. 《九章算术》

公理体系 vs 实用体系

有证明 vs 无证明

算法与定理 vs 算法

现代所有数学著作的标准格式 vs 数学习题集

- 欧几里得、阿波罗尼斯、阿基米德研究了圆锥曲线 vs 中国人研究的唯一曲线是圆

(中国人即使想研究炮弹轨迹也不可能，因为不知道抛物线)

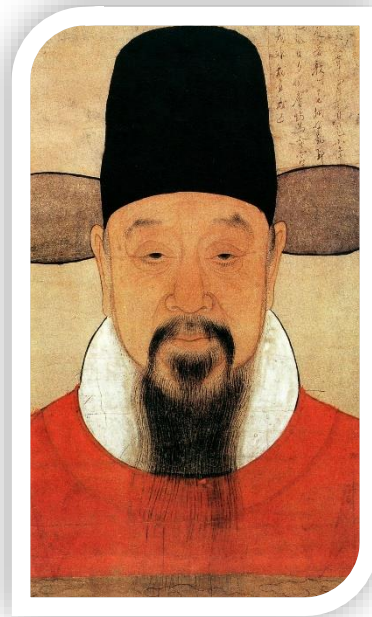


《几何原本》 vs. 《九章算术》

- 有人认为《几何原本》是伪造的，你怎么看？
- 为什么许多人的印象是中国古代数学长期领先？
- 只听到自己比别人强的地方，想不到别人比自己强的地方，造成“敝帚自珍效应”
- **我们应该了解人类的精神达到了这样的高度**

徐光启《几何原本杂议》

- 此书有**四不必：不必疑，不必揣，不必试，不必改**。有四不可得：**欲脱之不可得，欲驳之不可得，欲减之不可得，欲前后更置之不可得**。有三至、三能：似至晦实至明，故能以其明明他物之至晦；似至繁实至简，故能以其简简他物之至繁；似至难实至易，故能以易易他物之至难。易生于简，简生于明，**综其妙在明而已**
- 此书为用至广，在此时尤所急须，余译竟，随偕同好者梓传之。利先生（利马竇）作叙，亦最喜其传也。意皆欲公诸人人，令当世亟习焉。而习者盖寡，窃意百年之后必人人习之，即又以为习之晚也。而谬谓余先识，余何先识之有？





真正的自信是什么？

- 李约瑟问题
- 中国古代科技的领先，主要是技术
- 科学在大部分领域本来就不领先
- 中国科学在世界上地位最高的时代，**就是现在**
- 真正的自信不是说自己一直最先进，别人都不如自己，别人超过自己的地方是假的，是抄的.....
- 真正重要的是**面向未来，好好去学习科学，发展科学**
- 科学在地球上的出现，在很大程度上是一个偶然事件，是全人类最大的幸运
- 放下历史的包袱，实事求是，轻装上阵，面向未来，学习科学，发展科学，这才是真正的自信！



微博ID：@中科大胡不归



关注风云之声，提升思维层次
微信ID：fyvoice



今日头条：科技袁人

- 著《量子信息简话》、审核《编程宇宙》
- 微博@中科大胡不归
- 微信、知乎、头条、一点等 “风云之声”
- 今日头条、西瓜视频、抖音、哔哩哔哩等 “科技袁人”

感谢您的观看

袁岚峰