

数值代数实验报告

学号：PB21000340 姓名：苏茂江

一、问题描述

将QR 分解算法编写成通用的子程序，并编写求解线性方程组和线性最小二乘问题的子程序，然后用你编写的程序完成以下计算任务：

(1) 求解第一章上级习题的三个方程组，并比较计算结果，并评述各方法的优劣。

要求输出计算结果和准确解的误差以及运行时间。

(2) 求二次多项式 $y = at^2 + bt + c$ ，使得残向量在二范数最小的意义下拟合第二题数据。

要求输出计算结果，残向量的二范数以及运行时间。

(3) 采用线性模型 $y = x_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{11}x_{11}$ 拟合第三题数据。求出模型中参数的最小二乘结果。

要求输出计算结果，残向量的二范数以及运行时间。

二、程序介绍

涉及的算法有列主元Gauss消去法，回代法，矩阵无穷范数，Household变换，矩阵QR分解。封装函数列主元消去解线性方程组，矩阵QR分解，QR分解求解最小二乘法。矩阵运算，向量运算，向量范数均引用Eigen库实现。平台是VScode，语言为C++。

主要代码写在了homework.cpp里并由主函数输出相应结果。引用的函数均在function.h， exercise.h， C++库文件eigen-3.4.0里。函数名字均相当程度上反映了函数作用。

三、实验结果

[illegible]

```
-----  
A =      1      -1      1  
0.5625 -0.75      1  
0.25   -0.5      1  
0        0      1  
0.0625  0.25      1  
0.25    0.5      1  
0.5625  0.75      1  
2 QR: Solution of Ax = b is: 1 1 1  
2 squared-norm of error is: 6.80127  
time_QR = 0.002s  
-----
```

```
-----  
3 QR: Solution of Ax = b is:  2.07752  0.718888  9.6802  0.153506  13.6796  1.98683  -0.958225  -0.484023  -0.0736469  1.0187  1.44352  2.90279  
3 squared-norm of error is: 520.435  
time_QR = 0.009s
```

第一题：用 QR 分解求解线性方程组，不仅耗时高于列主元消去，而且在面高阶矩阵时，直接可能因为溢出而无法输出结果 (1.1)。从 (1.2)，(1.3) 也看出耗时远高于列主元消去。从与精确解的误差上看，在求解 (1.3) Hilbert 阵时，QR 分解和列主元消去误差在一个量级。

第二题：计算结果如图。

第三题：计算结果如图。