数值代数实验报告

学号PB21000340 姓名苏茂江

一、问题描述

将不选主元的guass 消去法、全主元guass 消去法和列主元guass 消去法,平方根法和改进平方根法编写成通用的子程序,然后用编写的程序求解相关若干方程组。对比计算结果并评判优劣。

二、程序介绍

涉及的算法有,主元的guass 消去法、全主元guass 消去法和列主元guass 消去法,平方根法和改进平方根法,前代法,回代法,对角元为1的前代法,对角元为1的回代法,向量打印,求向量Q*x,U*x。

首先在Fnction. h和Exercise. h文件里面分别声明要用到的函数并注释,在Function. cpp和Exercise. cpp内定义函数实现算法,在Homework1. cpp文件里面引用上述四个文件,运行Homework1. cpp文件便可以依次得到作业1,2,3的相关运算结果,运行时间,计算机解与精确解的误差。

三、实验结果

展示实验产生的结果

作业1结果:

作业二结果:

```
time_cholesty = 0.001s
x*1-1.4105 1.60885 -0.117933 0.518853 1.00041 1.39509 1.00908 1.20811 1.87919 -3.21975-05 0.12113 0.788773 0.091552 1.29575 1.05007 0.104558 1.00045 0.770933 1.28723 1.15681 0.144654 0.19655 1.88884 0.9969
90 0.0091742 1.00316 -0.0007000 0.00405 0.000578 1.12297 1.00408 1.0077 1.10828 1.20041 -0.0124122 0.633708 1.07533 0.413019 0.104065 1.00123 1.30421 0.0537614 0.4337 0.000605 1.32000 0.000605 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070 0.00070
```

作业三结果:

四、结果分析

作业一: 从结果可以看到,不选主元直接 Gauss 消去,前 40 位仍然很精准,但 40 位后误差开始变大,最后一位误差达到 10 的 8 次方。这是因为当主元很小时,计算机的浮点数运算的不准确性对结果的影响就会变大。

而全主元和列主元的 Gauss 消去在作业一计算出来的解完全相同,前 83 位 均较为精准,但最后一位只有 0.666665,相差比较大。时间方面,全主元消耗 0.003s,列主元与不选主元的 Gauss 消去均为 0.001s,可见列主元 Gauss 消去,与全主元 Gauss 消去相比,牺牲的精确性可以忽略不计,而时间上却有极大地优势。

作业二:平方根法与改进的平方根法在计算时间上没有显著差异。但在面对 Hilbert 这种病态矩阵时,平方根法无法计算出结果。而改进的平方根法则可以计算出结果,尽管有几十的偏差。我认为平方根法无法计算出结果是因为函数 pow 在计算时,比基本运算更加不精确,从而造成了更多的误差。

作业三: 计算随机矩阵时三种 Gauss 消去的时间消耗不大,可能是因为数量级 n 不够大。在计算 Hilbert 矩阵时,三种 Gauss 消去均非常快,精准度方面相差不大,但都比改进的平方根法精准,不过仍然属于一个数量级。而改进的平方根法在时间上比三种 Gauss 消去都有优势。

总结:列主元 Gauss 在综合时间和精确性上要优于 Gauss 消去和全主元 Gauss 消去。对于正定对称系数矩阵,还可以选用改进的平方根法,其在时间上与平方根法无显著区别,但在计算病态矩阵时表现更好,比平方根法要更精准。在计算正定对称系数矩阵的方程组时,改进的平方根法的计算速度要显著优于三种 Gauss 消去,而在精确性上属于一个数量级。