

文章编号: 1673-1522 (2010) 04-0361-04

# 一种改进的 GPS 动态定位滤波方法

林雪原<sup>1a</sup>, 骆卉子<sup>1b</sup>, 范文强<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院 a. 电子信息工程系; b. 研究生管理大队, 山东 烟台 264000;  
2. 烟台大学 光电信息学院, 山东 烟台 264005)

**摘要:** 针对 GPS 接收机能够测量卫星信号的多普勒频率的特性, 亦即能够测量三维速度的特性, 引入了一种改进的 GPS 定位系统滤波算法。首先, 根据机动载体的“当前”统计模型建立了系统状态方程; 然后, 根据 GPS 接收机实际能够输出位置与速度信息的特点建立了系统的量测方程; 最后, 给出了标准的卡尔曼滤波算法模型并详细描述了算法的推导过程。仿真结果表明, 改进算法相对于以前的算法无论是在精度和跟踪速度方面都有较大的提高。

**关键词:** GPS 动态定位; 卡尔曼滤波; 动态滤波方法; 定位算法

**中图分类号:** U666.1

**文献标志码:** A

GPS 是美国建立的高精度全球卫星定位导航系统, 在陆地、海洋、航空和航天等领域都有着非常广泛的应用<sup>[1]</sup>。GPS 的误差来源包括星历误差、卫星时钟误差、相位不确定性、电离层和对流层的折射、多路径效应以及接收机噪声等。为了消除这些误差, 人们应用了多种测量方法以使定位误差最小化。这方面最典型的技术是差分定位 (DGPS) 和卡尔曼滤波。DGPS 可以有效地消除常值误差, 包括大部分电离层折射和部分对流层折射, 从而使定位精度得到提高<sup>[2]</sup>。

卡尔曼滤波是一个不断地预测、修正的递推过程, 与 DGPS 相比, 其特点在于可以有效地减少随机误差, 而且几乎不增加硬件的成本<sup>[3-5]</sup>。迄今, 多种卡尔曼滤波器的实例已被用来提高定位精度<sup>[6-7]</sup>。

除了对 3 维位置进行测量以外, 许多现代 GPS 接收机需要对载波相位测量值进行处理以估计接收到的卫星信号的多普勒频率, 从而对载体速度进行测量。为此, 本文引入位置与速度两种类型的观测值, 并在实际中将 GPS 的误差等效为马尔科夫过程, 采用描述更符合实际载体动态运动情况的机动载体运动的“当前”统计模型<sup>[3]</sup>及一种有效的自适应滤波算法, 以提高 GPS 动态定位的准确性和实时性。仿真表明, 应用本文的模型和算法以后, 与改

进前相比系统的精度和跟踪性均得到了明显提高。

## 1 系统方程的建立

常用的 C/A 码导航型 GPS 接收机一般以两种坐标系 (即地球坐标系及地理坐标系) 给出所处位置的坐标。以一个 3 维空间运动载体为例 (用 GPS 导航), 为了确定其位置、速度, 其状态变量选取为:

$$X = [x \ v_x \ a_x \ \varepsilon_x \ y \ v_y \ a_y \ \varepsilon_y \ z \ v_z \ a_z \ \varepsilon_z]^T \quad (1)$$

这里研究载体运动的坐标系取为地球坐标系,  $x$ 、 $v_x$ 、 $a_x$ 、 $\varepsilon_x$  和  $y$ 、 $v_y$ 、 $a_y$ 、 $\varepsilon_y$  及  $z$ 、 $v_z$ 、 $a_z$ 、 $\varepsilon_z$  分别为载体在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  坐标轴上的位置、速度、加速度分量及位置误差, 3 个坐标轴上的位置误差被视为各种误差源造成的总的位置误差。

实践表明, 把 GPS 定位中卫星测量的各种误差分别等效为伪距误差, 视为一阶马尔科夫过程, 行之有效。其实, 由于卫星的几何位置造成的空间定位误差 (PDOP 的影响) 也可近似看成慢变的随机误差。这样, 由各种误差因素造成的 3 个坐标轴上总的定位误差  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$ 、 $\varepsilon_z$ , 分别用一个一阶马尔科夫过程等效, 并将 GPS 定位结果中总的位置误差视为有色噪声 (一阶马尔科夫过程), 扩充为状态变量, 有:

收稿日期: 2010-01-10; 修回日期: 2010-04-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60874112); “泰山学者”建设工程专项经费资助

作者简介: 林雪原 (1970-), 男, 副教授, 博士。

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_x = -\frac{1}{\tau_x} \varepsilon_x + w_x \\ \dot{\varepsilon}_y = -\frac{1}{\tau_y} \varepsilon_y + w_y \\ \dot{\varepsilon}_z = -\frac{1}{\tau_z} \varepsilon_z + w_z \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\tau_x$ 、 $\tau_y$ 、 $\tau_z$  分别为对应马尔科夫过程的相关时间常数;  $w_x$ 、 $w_y$ 、 $w_z$  分别为  $(0, \sigma_x^2)$ 、 $(0, \sigma_y^2)$ 、 $(0, \sigma_z^2)$  的高斯白噪声。

载体运动取为机动载体的“当前”统计模型, 经过推导, 可以得到机动载体的随机加速度模型  $a(t)$  为:

$$\dot{a}_i(t) = -\frac{1}{\tau_{ai}} a_i(t) + \frac{1}{\tau_{ai}} \bar{a}_i(t) + w_{ai}, \quad i = x, y, z, \quad (3)$$

式中:  $\bar{a}_x$ 、 $\bar{a}_y$ 、 $\bar{a}_z$  分别为 3 个坐标轴上的“当前”加速度分量的均值; 随机机动加速度在时间坐标轴上符合一阶时间相关过程,  $\tau_{ax}$ 、 $\tau_{ay}$ 、 $\tau_{az}$  分别为其相关时间常数;  $w_{ax}$ 、 $w_{ay}$ 、 $w_{az}$  分别为  $(0, \sigma_{ax}^2)$ 、 $(0, \sigma_{ay}^2)$ 、 $(0, \sigma_{az}^2)$  的高斯白噪声。

则系统的状态方程可写为:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + U(t) + W(t), \quad (4)$$

式中, 系统的状态转移矩阵  $A$  为:

$$A = \begin{bmatrix} A_x & 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 4} & A_y & 0_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} & A_z \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式(4)、(5)中:

$$U(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\bar{a}_x}{\tau_{ax}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{a}_y}{\tau_{ay}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{a}_z}{\tau_{az}} & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$W(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & w_{ax} & w_x & 0 & 0 & w_{ay} & w_y & 0 & 0 & w_{az} & w_z \end{bmatrix}^T$$

$$\text{为系统噪声矢量; } A_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\tau_{ax} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\tau_x \end{bmatrix};$$

$$A_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\tau_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\tau_y \end{bmatrix}; \quad A_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\tau_{az} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\tau_z \end{bmatrix}.$$

## 2 观测方程的建立及系统的可观测性分析

将 GPS 接收机输出的定位位置结果  $x'$ 、 $y'$ 、 $z'$  以速度结果及  $v'_x$ 、 $v'_y$ 、 $v'_z$  取为外观测量,  $x'$ 、 $y'$ 、 $z'$  分别包括真实的状态变量  $x$ 、 $y$ 、 $z$  和一阶马尔科夫过程误差  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$ 、 $\varepsilon_z$  及量测误差  $w_{L_x}$ 、 $w_{L_y}$ 、 $w_{L_z}$ , 量测误差分别为  $(0, R_x^2)$ 、 $(0, R_y^2)$  和  $(0, R_z^2)$  的高斯白噪

声; 而  $v'_x$ 、 $v'_y$ 、 $v'_z$  取为真实的变量  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$  与量测误差  $w_{L_x}$ 、 $w_{L_y}$ 、 $w_{L_z}$ , 该误差分别为  $(0, R_{v_x}^2)$ 、 $(0, R_{v_y}^2)$  和  $(0, R_{v_z}^2)$  的高斯白噪声, 即<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} L_x = x' = x + \varepsilon_x + w_{L_x} \\ L_{v_x} = v'_x = v_x + w_{L_{v_x}} \\ L_y = y' = y + \varepsilon_y + w_{L_y} \\ L_{v_y} = v'_y = v_y + w_{L_{v_y}} \\ L_z = z' = z + \varepsilon_z + w_{L_z} \\ L_{v_z} = v'_z = v_z + w_{L_{v_z}} \end{cases}$$

写成矩阵形式:

$$Z = [L_x \ L_{v_x} \ L_y \ L_{v_y} \ L_z \ L_{v_z}]^T. \quad (6)$$

取状态向量

$$X = [x \ v_x \ a_x \ \varepsilon_x \ y \ v_y \ a_y \ \varepsilon_y \ z \ v_z \ a_z \ \varepsilon_z]^T \text{ 和}$$

观测矢量  $Z = [L_x \ L_{v_x} \ L_y \ L_{v_y} \ L_z \ L_{v_z}]^T$ , 则

$Z = HX + V$  中的观测矩阵  $H$  为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

观测噪声矢量为

$$V = [w_{L_x} \ w_{L_{v_x}} \ w_{L_y} \ w_{L_{v_y}} \ w_{L_z} \ w_{L_{v_z}}]^T.$$

由所建立的系统方程和观测方程可见, 这是一个典型的线性卡尔曼滤波模型, 系统中所有的状态变量是否可观测, 可根据可观测性判据判定。由于

$$\text{rank}[H^T \ (HA)^T \ (HA^2)^T \ \dots \ (HA^{11})^T]^T = 12 \quad (8)$$

为状态变量的个数, 故系统是完全可观测的。

## 3 扩展卡尔曼滤波方程的建立

根据上述的系统方程及量测方程, 建立离散的扩展卡尔曼滤波方程如下:

$$\hat{X}(k, k-1) = \Phi(k, k-1) \hat{X}(k-1) + U'(k), \quad (9)$$

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k, k-1) + K(k)[Z(k) - H(k)\hat{X}(k, k-1)], \quad (10)$$

$$P(k, k-1) = \Phi(k, k-1)P(k-1)\Phi^T(k, k-1) + Q(k-1), \quad (11)$$

$$K(k) =$$

$$P(k, k-1)H^T(k)[H(k)P(k, k-1)H^T(k) + R(k)]^{-1}, \quad (12)$$

$$P(k) = [I - K(k)H(k)]P(k, k-1). \quad (13)$$

根据先前的叙述, 如果我们把  $a_x(k) = \ddot{x}(k)$ 、 $a_y(k) = \ddot{y}(k)$ 、 $a_z(k) = \ddot{z}(k)$  的一步预测  $\hat{\ddot{x}}(k, k-1)$ 、 $\hat{\ddot{y}}(k, k-1)$ 、 $\hat{\ddot{z}}(k, k-1)$  分别看作在  $kT$  瞬时的“当前”加速度, 即随机机动加速度分别在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  坐标

轴上分量的均值,就可得到加速度的均值自适应算法。因此,设

$$\begin{cases} \bar{a}_x(k) = \hat{\hat{x}}(k, k-1) \\ \bar{a}_y(k) = \hat{\hat{y}}(k, k-1) \\ \bar{a}_z(k) = \hat{\hat{z}}(k, k-1) \end{cases} \quad (14)$$

先以  $x$  坐标轴为例,有

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(k, k-1) \\ \hat{v}(k, k-1) \\ \hat{a}(k, k-1) \\ \hat{\varepsilon}_x(k, k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & (T/\tau_{a_x} - 1 + e^{-T/\tau_{a_x}})\tau_{a_x}^2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - e^{-T/\tau_{a_x}})\tau_{a_x} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-T/\tau_{a_x}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-T/\tau_{a_x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(k-1, k-1) \\ \hat{v}(k-1, k-1) \\ \hat{a}(k-1, k-1) \\ \hat{\varepsilon}_x(k-1, k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{a_x}[-T + \frac{T^2}{2\tau_{a_x}} + \tau_{a_x}(1 - e^{-T/\tau_{a_x}})] \\ T - (1 - e^{-T/\tau_{a_x}})\tau_{a_x} \\ 1 - e^{-T/\tau_{a_x}} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{a}(k, k-1). \quad (15)$$

因此,扩展卡尔曼滤波方程中的第一式(状态预测方程)为

$$\hat{X}(k, k-1) = \Phi(k, k-1)\hat{X}(k-1) + U'(k). \quad (16)$$

式(16)可写成

$$\hat{X}(k, k-1) = \Phi_1(k, k-1)\hat{X}(k-1), \quad (17)$$

$$\Phi_1(k, k-1) = \begin{bmatrix} \Phi_{1x}(k, k-1) & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{1y}(k, k-1) & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{1z}(k, k-1) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

式(16)~(18)中:

$$\begin{aligned} \Phi_{1x}(k, k-1) &= \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-T/\tau_x} \end{bmatrix}, \\ \Phi_{1y}(k, k-1) &= \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-T/\tau_y} \end{bmatrix}, \\ \Phi_{1z}(k, k-1) &= \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-T/\tau_z} \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$\Phi(k, k-1)$  为系统转移矩阵  $A$  的离散化矩阵:

$$\Phi(k, k-1) = \begin{bmatrix} \Phi_x(k, k-1) & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_y(k, k-1) & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_z(k, k-1) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\Phi_x(k, k-1) = \begin{bmatrix} 1 & T & (T/\tau_{a_x} - 1 + e^{-T/\tau_{a_x}})\tau_{a_x}^2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - e^{-T/\tau_{a_x}})\tau_{a_x} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-T/\tau_{a_x}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-T/\tau_x} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

将上式中的  $\tau_{a_x}$ 、 $\tau_x$  分别换成  $\tau_{a_y}$ 、 $\tau_y$  及  $\tau_{a_z}$ 、 $\tau_z$ , 便可以得到  $\Phi_y(k, k-1)$ 、 $\Phi_z(k, k-1)$ 。

$Q(k)$  阵为系统噪声协方差阵  $W(t)$  的离散化矩阵:

$$Q(k) = \text{diag}[0 \ 0 \ \sigma_{a_x}^2 \ \sigma_x^2 \ 0 \ 0 \ \sigma_{a_y}^2 \ \sigma_y^2 \ 0 \ 0 \ \sigma_{a_z}^2 \ \sigma_z^2]. \quad (21)$$

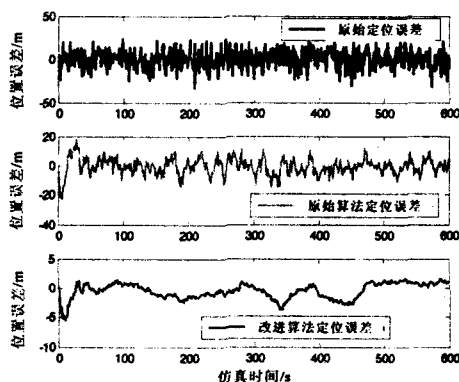
$R(k)$  阵为系统的观测噪声协方差阵  $V$  的离散化矩阵:  $R(k) = \text{diag}[R_x \ R_y \ R_z]$ 。

#### 4 仿真实验结果

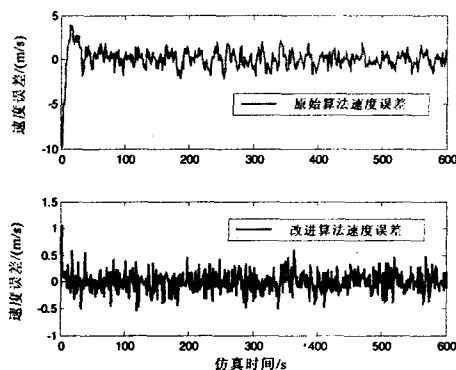
根据式(1)、(4)、(7)可以看出,若将12个状态变量按坐标轴分为3组,它们分别对应3组外观测量。且3组之间无耦合,其对应的外观测量也分别独立,故只以  $x$  轴为例说明。

对GPS输出的  $x$  轴定位结果进行实时滤波处理,初始条件的选取为  $x(0) = L_x(0)$ ,  $v_x(0) = L_{vx}(0)$ ,  $a_x(0) = 0 \text{ m/s}^2$ ,  $\varepsilon_x(0) = 0 \text{ m}$ ,  $P(0) = 0$ , 有关参数的选取为  $\sigma_{a_x}^2 = 3^2$ ,  $\sigma_x^2 = 40^2$ ,  $R_x = \text{diag}(12^2, 0.2^2)$ ,  $\tau_{a_x} = 1$ ,  $\tau_x = 0.5$ 。

图1为  $v_x = 10 \text{ m/s}$ 、 $a_x = 0$  时,滤波前后位置误差与速度误差对比,很明显原算法相对于原始数据而言,位置误差降低了,而本文算法又使得位置误差进一步降低,同时本文算法相对于原算法而言可大幅度提高速度估计的精度。

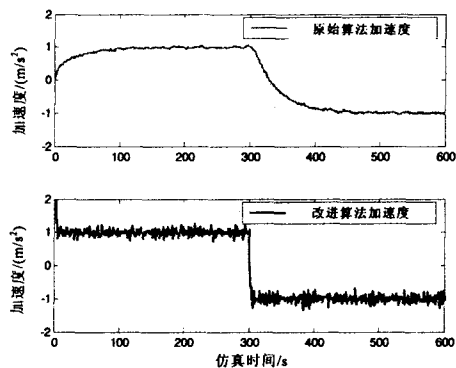


a) 滤波前后  $x$  轴向位置误差对比



b) x 轴向速度误差对比

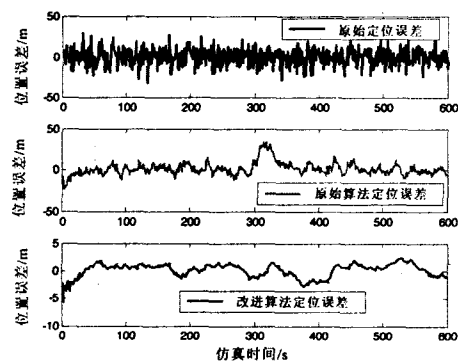
图1 不考虑加速度时的滤波结果



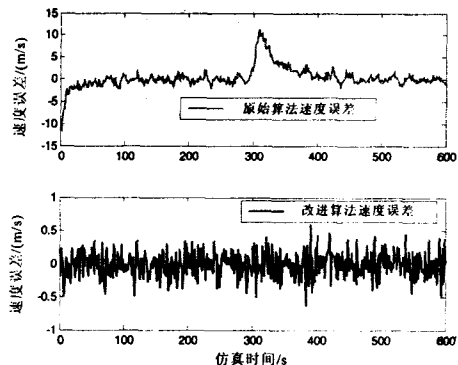
c) x 轴向加速度估计对比

图2 考虑加速度时的滤波结果

为了进一步考虑更为一般的情况,当初始速度为  $v_x = 10 \text{ m/s}$ 、前 300 s 内加速度为  $a_x = 1 \text{ m/s}^2$ 、后 300 s 内加速度为  $a_x = -1 \text{ m/s}^2$  时,图 2 为滤波前后位置误差、速度误差以及加速度估计的对比。由图 2 可以看出,本文算法对位置的估计,除了保留图 1 的优点,从图 2 b) 可以看出本文算法在加速度发生突变时其速度误差比较稳定,而原算法在加速度发生突变时速度的估计误差也发生突变;从图 2 c) 可以看出本算法对加速度的估计精度也高,表现了其实时性与高精度性。



a) 滤波前后 x 轴向位置误差对比



b) x 轴向速度误差对比

本文采用描述机动载体运动的“当前”统计模型,直接从 GPS 接收机输出的定位结果(即 3 维位置与 3 维速度)入手,建立了一种 GPS 动态定位自适应卡尔曼滤波模型,进而大大提高了状态向量的可观测性。实验结果表明,该滤波算法可提高 GPS 动态定位卡尔曼滤波器的跟踪能力,改善了滤波效果,提高了定位精度。

### 参考文献:

- [1] 林雪原,田淑荣,闫立东. GPS 小波去噪的误差方差建模技术与试验[J]. 海军航空工程学院学报, 2009, 24(4):361-364.
- [2] THRAPP R, WESTBROOK C, SUBRAMANIAN D. Robust localization algorithms for an autonomous campus tour guide[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2001:2065-2071.
- [3] 万德均,房建成,王庆. GPS 动态滤波的理论、方法及其应用[M]. 南京:江苏科学技术出版社, 2000:64-119.
- [4] 周洪仁,敬忠良,王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京:国防工业出版社, 1991:28-131.
- [5] 何友,王国宏,彭应宁. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京:电子工业出版社, 2000:12-24.
- [6] RAO KD, NARAYANA J L. An approach for a faster GPS tracking extended Kalman filter[J]. Journal of the Institute of Navigation, 1995,42(4):619-630.

(下转第 368 页)

## Research on the EMD-EKF Algorithm

ZHANG Kun, RUI Guo-sheng, ZHANG Yang

(Department of Electronic and Information Engineering, NAAU, Yantai Shandong 264001, China)

**Abstract:** It is well known that the successful application of EKF depends on whether the prior knowledge of the statistics of the measurement noise is known. In this paper, the EKF algorithm was first analyzed briefly. The feature of EMD of separating a noise signal into signal part and noise part was combined into EKF. A new method was then proposed that made the EKF under unknown measurement noise covariance condition valid. This presented method could track the changes of the measurement noise covariance in real time. Finally, the application of the proposed method for passive location was discussed. The simulation results verified the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** Extended Kalman Filter; measurement noise; EMD

(上接第 364 页)

[7] GO SATO, TAKASHI ASAI, TADASHI SAKAMOTO.

Electronics, 2000,46(3):521-530.

Improvement of the positioning accuracy of a software2based GPS receiver using a 322bit embedded microprocessor[J]. IEEE Transactions on Consumer

[8] 王新龙, 申功勋, 丁杨斌. 利用 GPS 进行车辆动态定位的自适应模型研究[J]. 控制与决策, 2005,20(1): 103-106.

## One Improved Filtering Method for GPS Dynamic Positioning

LIN Xue-yuan<sup>1a</sup>, LUO Hui-zi<sup>1b</sup>, FAN Wen-qiang<sup>2</sup>

(1. Naval Aeronautical and Astronautical University a. Department of Electronic Information Engineering;  
b. Graduate Students' Brigade, Yantai Shandong 264001;

2. Photoelectricity Information Academy, Yantai University, Yantai Shandong 264006)

**Abstract:** Because GPS receiver can measure the Doppler frequency of satellite signal, namely it can measure the 3D velocity of the carrier, in this paper, one improved filtering method of GPS dynamic positioning was introduced. According to the "current" statistical model of automotive carrier, first the system's state equation was established, then the system's measurement equation was established according to the characteristic that the GPS receiver could output position and velocity information. At last the normal Kalman filtering algorithm model was given and the deducing process of this algorithm was described in detail. The simulated results showed that relative to the previous algorithm, this improved algorithm could improve the precision and tracking speed of system's state parameters.

**Key words:** GPS dynamic positioning; Kalman filter; dynamic filtering method; positioning method