doi:10.3969/j. issn. 1001 - 358X. 2010. 04. 009

# 基于归一化的二次曲面法转换 GPS 高程

闫志港

(中铁大桥局集团第一工程有限公司,河南 郑州 450053)

摘要:利用二次曲面转换 GPS 高程进而得到正常高,求取转换参数所列的方程;方程系数矩阵由已知点的坐标组成,提出利用归一化的方法优化坐标系数矩阵,求取坐标参数。计算结果和精度优于利用坐标中心化、平均法进行处理的结果。

关键词: 归一化; GPS; 高程异常; 大地高

中图分类号:P228.4

文献标识码:B

文章编号:1001-358X(2010)04-0029-02

GPS 高程转换的方法可分为两类:

- (1)物理大地测量方法:利用地球或局部地球重力模型,加上地面重力测量数据和地形数据,按物理大地测量方法计算区域似大地水准面模型,进而确定正常高。区域似大地水准面模型已经在我国部分省市建立<sup>[1][2]</sup>,利用该模型结合 GPS 大地高,就能得到精度相当于三四等水准测量的高程<sup>[1]</sup>。区域似大地水准面模型有良好的应用前景,然而当前这些区域重力场模型并未覆盖到多数大型工程建设所在地,同时还涉及到安全保密和成本等问题。这些原因都是限制该项技术应用的瓶颈<sup>[3]</sup>。
- (2)模型拟合法:在工作区域有若干个既进行了GPS 测量又联测了水准高程的 GPS 点,即可以利用大地高和高程异常之间的关系,利用各种数学模型计算出高程异常,进而求得正常高;或者直接计算出正常高。文献[4-6]等用到的二次曲面函数,文献[7]用到的多面函数,都属于模型拟合方法。

对于二次曲面函数拟合的方法,很多文献例如 文献[4-6]都是利用中心化坐标的方法,求取参数。 中心化的方法不能消除由于坐标值自身大小和取值 范围差异、量纲属性不同引起的模型误差<sup>[8]</sup>。所以 本文利用归一化处理坐标值,使得坐标值 x 和 y 组 成向量的归一差为1,大小在 0 和 1 之间。经检验如 此处理后,减小了由于上述原因产生的模型误差。

## 1 二次多项式拟合法的数学模型和坐标值处理

## 1.1 二次多项式拟合法的数学模型

二次曲面函数拟合的基本思想是:在区域 GPS 网内,存在这样一些起算点(既进行了 GPS 测量又进行了几何水准联测的点),这些点的平面坐标或者地

理坐标已知,也知道这些点的大地高和几何水准正常高。这样我可以假设将似大地水准面看成一个二次曲面,将高程异常  $\zeta$  表示为平面坐标(x,y)或(B,L)的函数。这里只介绍平面坐标的情况,大地坐标则类似。已知高程异常确定测区的似大地水准面形状,求出其余各点的高程异常,然后根据高程异常和大地高的关系,求出其他点的正常高,其数学模型为:

$$\zeta = f(x, y) + \varepsilon \tag{1}$$

式中,f(x,y) 是拟合的似大地水准面 $;\varepsilon$  是模型误差。

将 f(x,y) 按照次数升序排列展开的具体形式 是:

$$f(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2$$
(2)

式中, $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$ 、 $a_5$  为拟合待定参数;x,y 是点的坐标值。高程拟合的模型为:

$$\zeta = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 x y + a_5 y^2 + \varepsilon$$
(3)

方程中有 6 个待定参数,为了求得六个参数,至少需要有六个已知点。当测区的点多于六个的时候,利用最小二乘原理求得最佳拟合参数,即满足  $\varepsilon^2$  = min。利用计算出的拟合参数和未知点的坐标值,计算未知点的高程异常  $\zeta$ ,再利用观测的大地高减去高程异常得到正常高。

# 1.2 二次多项式拟合法起算点坐标值归一化处理

从模型公式(3)中知道, $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$ 、 $a_5$  为 拟合待定参数,在求取这些拟合参数的时候,需要至少六个起算点的坐标,通常的是直接利用起算点坐标进行拟合参数的计算,例如文献[6],文献[5][7]

则是对坐标进行中心化处理。首先计算起算点的平均的坐标值  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$ , 再将起算点的坐标先减去平均值, 然后进行拟合待定参数的计算。在计算未知点高程异常的时候, 也是利用已知点的坐标减去坐标平均值, 再代入公式(3)计算高程异常。

由于高斯平面坐标是分带投影,y 坐标值的取值 范围在正负 500 km 范围内(6 度带投影为例),而 x 坐标的坐标值取值范围较大。所以不仅存在取值范 围不同,也存在 x 和 y 坐标值的大小相差很大,容易 产生较大的模型误差,影响二次曲面拟合的精度。

为此,本文借鉴多元统计分析中常用的归一化处理方法,对起算点和待求高程异常点的 x 和 y 坐标分别组成的向量,进行归一化处理。即对  $I = (I_1, I_2), I_1 = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  和  $I_2 = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$  进行归一化处理。归一化处理的公式如下:

$$z_{ij}^* = \frac{z_{ij} - z_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}}, i = 1,2; j = 1,2\dots,n$$
 (4)

式中, $z_{ij}$ , $z_{max}$ , $z_{min}$ 分别是I的i行j列元素、i列最大值和最小值。归一化转换得到的样本为I', $z_{ij}$ ,是其i行j列元素,其大小介于0和1之间,有利于迭代计算的加快。

归一化处理之后代入公式(3)求得高程异常参数,然后利用得到的参数,计算出未知点的高程异常,再计算正常高。

# 2 实例计算和分析

计算的数据来自于文献[9],文献提供的数据是地形平缓的沿江地区的 GPS 控制网,无粗差且同精度的水准高程点共 17 个,跨度范围有 8 平方公里,其已知点的坐标、高程异常,大地高和正常高,如表 1 所示。

表格中的前 10 个点作为起算点,把后面的 7 个点作为待定点,然后按照本文方法介绍的方法进行计算,得到计算高程异常,然后和 7 个待定点的高程异常真值进行比较,将计算的较差放在表格 2 中。表 2 中同时还列出了常用坐标中心化的二次曲面方法计算结果,还有平均法计算的结果较差。精度是指较差的标准差。

从表 2 中,可以看出不同的方法计算出来的结果是符合的,大小是大致对应的,即:如果用这些值画出走势图,他们的趋势是相同的。这可以说明本文的方法是可行的,解算结果是可靠的。其次,从总

体数值上看,本文的方法的结果优于其它的方法。 通过和平均法、坐标中心化二次曲面法比较,归一化 转换输入的结果更好。最后,从差值的标准差上看, 本文的方法结果也是优于其它方法。

表 1 点的坐标和高程异常

点号	x(m)	y( m)	ζ(m)
1	356.549.0660	498813.5580	21.0285
2	3568016.2600	499235.3690	21.0138
3	3567524.9090	500219.0170	21.0516
4	3566324.2510	498659.4740	21.0172
5	3563826.3180	499348.9170	21.0560
6	3566375.3460	499179.7400	21.0344
7	3566854.8490	498567.5060	21.0076
8	3564001.7620	500035.2700	21.0789
9	3567961.3960	498691.0180	20.9978
10	3564312. 2030	500321.4980	21.0856
11	3564827.1610	500392.7730	21.0826
12	3566814.6690	499080. 1990	21.0273
13	3564029.5920	499613.3780	21.0654
14	3566091.4010	499632.4340	21.0554
15	3564231.7860	499937.7230	21.0744
16	3567660. 2470	499189. 3340	21.0170
17	3565858.0800	499248.0000	21.0432

表 2 不同方法的结果统计与比较 (mm)

点号	<u>本文方法</u>	中心化	平均法
11	-0.4	~7.0	2.8
12	3.1	-7.3	2.5
13	-0.9	5.5	2.6
14	7.5	2.4	15.4
15	-0.1	0.2	2.5
16	-2.8	-2.4	0.0
17	5.0	2.1	14. 1
标准差	±3.3	±5.2	±7.0

#### 3 结论

本文在二次曲面方法上进行了一些改进,利用数理统计分析中常用的归一化算法,对坐标进行处理,然后再利用二次曲面模型,计算高程异常。经过实例计算和分析,结果表明精度可靠,也优于平均法和未改进的二次曲面方法。用曲面拟合模型进行计算,求解的正常高可以满足普通水准的限差要求及大比例尺测图对高程精度的要求,满足部分精度要求一般的工程建设的需要。

(下转第53页)

# 3 铁路维护安全措施

该综放回采工作面地表移动盆地内运输铁路路 基沉陷修复土石方回填和高压输电线路线杆抬高土 石方用量计算如下:

将 2008 年 5 月和 2008 年 11 月 19 日的实测数据分别生成数据模型,进行两期计算:

回填土石方使用总量: 108436.4 m³(实方)。

- (1) 修复运输铁路回填铁路路基砟石用量: 9612.4 m³(实方)。
- (2)抬高高压输电线路线杆土石方用量:740.6 m³(实方)。
- (3) 修复运输铁路回填铁路路基矸石用量: 98824 m³(实方)。

在回采工作面回采之前,根据预计数据准备了 充足的维修材料,尤其是维护铁路路基所用的主体 材料及道砟和轨枕。此次"铁路下采煤"维护路基所 用材料以矿井生产废弃的矸石做为主体填充材料。

## 4 总 结

此次铁路下采煤在采深 278 m,采厚 5.2 m,线路最大下沉 4 m 的不利条件下取得了成功。既采出铁路下压覆的煤炭量 80 余万吨,取得了明显经济效益,又保证了铁路运输的安全。

(1)新的技术高度

此次"铁路下采煤"是大雁矿业集团公司进行的 首例"全程铁路下开采的回采工作面"尝试并获得成功,标志着大雁矿井生产技术水平和管理能力已迈 人一个新的技术高度。

## (2)成本低效益高

此次"铁路下采煤"受地表移动影响段铁路路基的维护,主要采用矿井生产废弃的矸石做为主体材料,从而降低了生产成本。

- (3)为今后同等采矿条件下的铁路下采煤奠定 了坚实基础。
- (4)此次三矿铁路移动观测站的建立和观测,使 集团公司获得了在综放回采工作面条件下,同时又 全程在铁路下采煤的地表移动参数和规律的有关数 据和资料。

作者简介:温吉洋(1960-),男,汉族,辽宁省大连市人,毕业于阜新矿业学院矿山测量专业,正高级工程师,现任大雁勘测设计公司总经理。参加工作以来,在矿山测量领域造诣深厚,主持完成的多项科研成果荣获省部级奖励,并在国家核心杂志上发表了大量论文。先后被聘任为第四届矿山测量专业委员会委员、中国煤炭学会第五届科普工作委员会委员、中国煤炭加工利用协会第四届理事等职务。

(收稿日期:2010-04-19)

#### (上接第30页)

#### 参考文献:

- [1] 宁津生,罗志才,杨占吉等.深圳市1km 高分辨率厘米 级高精度大地水准面的确定[J]. 测绘学报,2003,32 (2):102-107.
- [2] 陈俊勇. GPS 水准网格间距的设计[J]. 大地测量与地球动力学,2004,24(1):1-3.
- [3] 张小红,程世来,许晓东. 基于 Kriging 统计的 GPS 高程 拟合方法研究[J]. 大地测量学与地球动力学,2007,27 (2):47-51.
- [4] 刘立龙,林文介. GPS 测定正常高的方法研究[J]. 桂林工学院学报,2001,21(3):234-238.
- [5] 卢辉,刘长星. MATLAB 在 GPS 高程拟合中的应用[J]. 测绘科学,2009,34(2):191-193.

- [6] 邬昱昆,岳东杰,杨柏宁. GPS 水准在苏通大桥工程建设中的应用研究[J]. 测绘通报,2007(2):58-60.
- [7] 金时华. 多面函数拟合法转换 GPS 高程[J]. 测绘与空间地理信息,2005,28(6):43-47.
- [8] 李静萍,谢邦昌. 多元统计分析方法与应用[M]. 北京: 中国人民大学出版社,2008.
- [9] 胡伍生,高成发. GPS 测量原理及其应用[M]. 北京:人民交通出版社,2004.

作者简介:闫志港(1977-),男,河南省平顶山人,工程师, 2001年毕业于吉林大学地探学院测量系测绘工程专业,主要 从事 GPS 在施工控制测量中的应用及市场项目开发。

(收稿日期:2010-04-19)