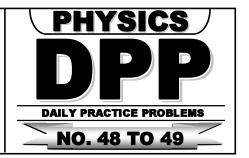
IIT-PULSE

TARGET: JEE (Main + Advanced) 2021

Course: ITY+MTY



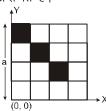
DPP No.: 48 (JEE-ADVANCED)

Total Marks: 60 Max. Time: 60 min. Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1 to Q.20 (3 marks 3 min.) [60, 60]

ANSWER KEY OF DPP NO. : 48													
1.	(B)	2.	(C)	3.	(B)	4.	(A)	5.	(B)	6.	(A)	7.	(A)
8.	(B)	9.	(A)	10.	(A)	11.	(C)	12.	(D)	13.	(C)	14.	(C)
15.	(B)	16.	(A)	17.	(D)	18.	(C)	19.	(B)	20.	(D)		

From a uniform square plate the shaded portions are removed as shown in figure. The coordinates of 1. centre of mass of the remaining plate are x, y. Axes and origin are shown in figure.

एक एकसमान वर्गाकार प्लेट से छांयांकित भागों को चित्रानुसार हटा देते है। ोष बची हुई प्लेट के द्रव्यमान केन्द्र के निर्दे गंक X, Y हैं। अक्ष तथा मुलबिन्द चित्र में प्रदर्शित है।



(A)
$$x < \frac{a}{2}$$
, $y < \frac{a}{2}$

(B) x >
$$\frac{a}{2}$$
, y < $\frac{a}{2}$

(C)
$$x < \frac{a}{2}$$
, $y > \frac{a}{2}$

(A)
$$x < \frac{a}{2}$$
, $y < \frac{a}{2}$ (B) $x > \frac{a}{2}$, $y < \frac{a}{2}$ (C) $x < \frac{a}{2}$, $y > \frac{a}{2}$ (D) $x > \frac{a}{2}$, $y > \frac{a}{2}$

2. The breaking tension of a string is 10 N. A particle of mass 0.1 kg tied to it is rotated along a horizontal circle of radius 0.5 metre. The maximum speed with which the particle can be rotated without breaking the string is-

एक डोरी की तनाव क्षमता 10 न्यूटन है इससे 0.1 kg द्रव्यमान के एक कण को बांधकर 0.5 मीटर त्रिज्या के क्षैतिज वत्त में घुमाया जाता है। तो कण को किस अधिकतम चाल से घुमाये कि डोरी टूटे नहीं-

- (A) $\sqrt{5}$ m/sec
- (B) $\sqrt{(50)}$ m/sec
- (C) $\sqrt{(500)}$ m/sec (D) $\sqrt{(1000)}$ m/sec

- Sol.
- $V = \sqrt{(50)}$ m/sec

3. Consider a system of two particles having masses m, and m,. If the particle of mass m, is pushed towards the centre of mass particles through a distance d, by what distance would the particle of mass m₂ move so as to keep the mass centre of particles at the original position?

माना एक निकाय m, तथा m, द्रव्यमान के दो कणों से बना है। यदि m, द्रव्यमान के कण को दोनों कणों के द्रव्यमान केन्द्र की ओर d दूरी धकेला जाता है, तो m, द्रव्यमान के कण को कितनी दूरी चलना चाहिये ताकि कणों का द्रव्यमान केन्द्र प्रारम्भिक स्थिति पर रहे?

- (A) $\frac{m_1}{m_1 + m_2} d$

- (D) $\frac{m_2}{m_1}d$
- Sol. The system of two given particles of masses m₁ and m₂ are shown in figure. Initially the centre of mass

$$r_{\text{CM}} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \qquad(i)$$

$$\underset{\leftarrow}{m_1} \qquad \underset{\leftarrow}{m_2} \qquad \underset{\leftarrow}{m_2}$$

When mass m, moves towards centre of mass by a distance d, then let mass m, moves a distance d' away from CM to keep the CM in its initial position.

So,
$$r_{cm} = \frac{m_1(r_1 - d) + m_2(r_2 + d')}{m_1 + m_2}$$
(ii)

Equation Eqs. (i) and (ii), we get

$$\frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 (r_1 - d) + m_2 (r_2 + d')}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow -m_1 d + m_2 d' = 0 \Rightarrow d' = \frac{m_1}{m_2} d$$

Note: If both the masses are equal i.e., m₁ = m₂, then second mass will move a distance equal to the distance at which first mass is being displaced.ssss

प्रारम्भ में, द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति Sol.

$$r_{CM} = r_{CM} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$
(i)

जब द्रव्यमान m_1 द्रव्यमान केन्द्र (C.M.) की ओर d दूरी विस्थापित होता है , तब माना द्रव्यमान m_2 द्रव्यमान केन्द्र से दूर की ओर d' दूरी तक विस्थापित हो जाता है ताकि द्रव्यमान केन्द्र अपनी प्रारम्भिक अवस्था में रहे।

अतः ,
$$r_{cm} = \frac{m_1(r_1 - d) + m_2(r_2 + d')}{m_1 + m_2}$$
(ii)

समीकरणों (i) व (ii) को हल करने पर

$$\frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 (r_1 - d) + m_2 (r_2 + d')}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow -m_1 d + m_2 d' = 0 \qquad \Rightarrow \qquad d' = \frac{m_1}{m_2} d$$

4. A particle of mass m₁ is moving with a velocity v₁ and another particle of mass m₂ is moving with a velocity v₂. Both of them have the same momentum but their different kinetic energies are E₁ and E₂ respectively. If $m_1 > m_2$ then :

m, द्रव्यमान का एक कण v, वेग से गति करता है तथा m, द्रव्यमान का दूसरा कण v, वेग से गति करता है। दोनों के संवेग समान है परन्तु उनकी भिन्न— भिन्न गतिज ऊर्जायें क्रम ाः $\mathsf{E_1}$ तथा $\mathsf{E_2}$ है। यदि $\mathsf{m_1} > \mathsf{m_2}$ तब :

- (A) E₁ < E₂
- (B) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_1}{m_2}$ (C) $E_1 > E_2$ (D) $E_1 = E_2$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2m} (mv)^2$$

but mv = momentum of the particle = p

लेकिन mv = कण का संवेग = p

$$\therefore E = \frac{p^2}{2m} \qquad \text{or} \qquad p = \sqrt{2mE}$$

Therefore इसलिये,
$$\frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{m_1 E_1}{m_2 E_2}}$$

but it is given that लेकिन दिया गया है, $p_1 = p_2$

∴
$$m_1E_1 = m_2E_2$$

or या $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$ (i)

Now अब m₁ > m₂

or या
$$\frac{m_1}{m_2} > 1$$
(ii)

Thus, Eqs. (i) and (ii) give समीकरण (i) व (ii) देती है

$$\frac{E_1}{E_2} < 1$$

or $E_1 < E_2$.

5. A bomb of mass 30 kg at rest explodes into two pieces of masses 18 kg and 12 kg. The velocity of 18 kg mass is 6 ms⁻¹. The kinetic energy of the other mass is :

30 kg द्रव्यमान का एक बम विरामावस्था में रखा है यह 18 kg और 12 kg के द्रव्यमान के टुकड़ों में विस्फोटित होता है। 18 kg द्रव्यमान का वेग 6 ms-1 है। दूसरे द्रव्यमान की गतिज ऊर्जा है :

(D) 324 J

Sol. The linear momentum of exploding part will remain conserved. Applying conservation of linear momentum, we write

$$m_1 u_1 = m_2 u_2$$

Here,
$$m_1 = 18 \text{ kg}, m_2 = 12 \text{ kg}$$

$$\mu_1 = 6 \text{ ms}^{-1}, u_2 = ?$$

$$18 \times 6 = 12u_2$$

$$\Rightarrow \qquad u_2 = \frac{18 \times 6}{12} = 9 \text{ ms}^{-1}$$

Thus, kinetic energy of 12 kg mass

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times (9)^2$$

$$= 6 \times 81$$

$$= 486 \text{ J}$$

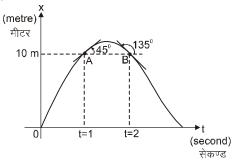
$$m_1 u_1 = m_2 u_2$$
 ...(i)
 $m_1 = 18 \text{ kg}, m_2 = 12 \text{ kg}$
 $\mu_1 = 6 \text{ ms}^{-1}, u_2 = ?$
∴ $18 \times 6 = 12u_2$

$$u_2 = \frac{18 \times 6}{12} = 9 \text{ fl} \text{ th}^{-1}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

= $\frac{1}{2} \times 12 \times (9)^2$
= $6 \times 81 = 486 \text{ ggm}$

सरल रेखा में गति करते हुए कण का विस्थापन-समय वक्र दिखाया गया है। स्प रिखा A तथा B पर धनात्मक x-अक्ष से क्रम ाः 45° तथा 135° कोण बनाती है। t = 1 से t = 2 सैकण्ड तक कण औसत त्वरण होगा:



(A)
$$-2 \text{ m/s}^2$$
 (B) 1 m/s^2

Sol.
$$a = \frac{V_f - V_i}{\Delta t} = \frac{(Slope at B) - (Slope at A)}{1s}$$

$$=\frac{-1-1}{1}=-2 \text{ m/s}^2$$

7.
$$\int \frac{(x^2 + 1)x}{x^4 - 1} dx =$$

(A*)
$$\ell n \left(\sqrt{x^2 - 1} \right) + C$$

(B)
$$\frac{1}{2} \ln \left(\sqrt{x^2 - 1} \right) + C$$

(C)
$$\frac{1}{2} \ln \left(\sqrt{x^2 - 1} \right) + C$$

(D)
$$\frac{\ln(x^2+1)}{2} + C$$

Sol.
$$\int \frac{x dx}{(x^2 - 1)} = \ell n \left(\sqrt{x^2 - 1} \right) + C$$

Two bodies of mass 1 kg and 3 kg have position vector $\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ and $-3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ respectively. The 8. centre of mass of this system has a position vector.

1 किग्रा तथा 3 किग्रा द्रव्यमान की दो वस्तुओं के स्थिति सिंदि । क्रम ाः $\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ तथा $-3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ है। इस निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का स्थिति सदि । है

$$(A) - 2\hat{i} + 2\hat{k}$$

(B)
$$-2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$$

(C)
$$2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$$
 (D) $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

(D)
$$-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$$

Sol. The position vector of centre of mass द्रव्यमान केन्द्र का स्थिति सिंद ।

$$\vec{r} = \frac{m_1 \vec{t}_1 + m_1 \vec{t}_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{1(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + 3(-3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})}{1 + 3}$$

$$= \frac{1}{4}(-8\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}) = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$$

The centre of mass changes its position only under the translatory motion. There is no effect of rotatory motion on centre of mass of the body.

द्रव्यमान केन्द्र अपनी स्थिति केवल स्थानान्तरित गति में ही बदलता है ।घूर्णन गति का कोई प्रभाव वस्तु के द्रव्यमान केन्द्र पर नहीं होगा।

9. A ball moving with velocity 2 m/s collides head on with another stationary ball of double the mass. If the coefficient of restitution is 0.5, then their velocities (in m/s) after collision will be

2 मी/से की चाल से गति करती हुई गेंद अपने से दोगुने द्रव्यमान वाली एक अन्य स्थिर गेंद से सम्मुख टकराती है। यदि प्रत्यावस्थान गुणांक 0.5 है तब टकराने के बाद उनके वेग (मी/से में) होंगे

...(ii)

(D) 0, 2

Sol. Here, $m_1 = m$, $m_2 = 2m$

$$u_1 = 2 \text{ m/s}, u_2 = 0$$

coefficient of restitution, e = 0.5

Let v₁ and v₂ be their respective velocities after collision.

Applying the law of conservation of linear momentum, we get

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m \times 2 + 2m \times 0 = m \times v_1 + 2m \times v_2$$

٠.

:.

$$2m = mv_1 + 2mv_2$$

 $2 = (v_1 + 2v_2)$

By definition of coefficient of restitution,

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

$$e(u_1 - u_2) = v_2 - v_1$$

0.5(2-0) = $v_2 - v_1$
1 = $v_2 - v_1$

Solving equations (i) and (ii), we get

$$v_1 = 0 \text{ m/s}, v_2 = 1 \text{ m/s}$$

$$u_1 = 2 \text{ m/s}, u_2 = 0$$

प्रत्यावस्थान गुणांक e = 0.5

माना v, तथा v, उनकी टक्कर के बाद क्रम ाः वेग हैं

रेखीय संवेग संरक्षण का नियम लगाने पर हम प्राप्त करते हैं

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

$$m \times 2 + 2m \times 0 = m \times v_1 + 2m \times v_2$$

$$11 2 = (v_1 + 2v_2)$$

प्रत्यावस्थान गुणांक की परिभाषा द्वारा

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

$$e(u_1 - u_2) = v_2 - v_1$$

 $0.5(2 - 0) = v_2 - v_1$...(ii)
 $1 = v_2 - v_1$

...(i)

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर हम प्राप्त करते है

$$v_1 = 0 \text{ m/s}, v_2 = 1 \text{ m/s}$$

10. A mass m moving horizontally (along the x-axis) with velocity v collides and sticks to mass of 3m moving vertically upward (along the y-axis) with velocity 2v. The final velocity of the combination is :

द्रव्यमान m का एक पिंड क्षैतिज दि ।। में (x-अक्ष के अनुदि ा) v वेग से चलता हुआ , 3m द्रव्यमान के एक ऐसे पिंड से टकराकर उससे चिपक जाता है, जो y-अक्ष के अनुदि । ऊर्ध्वाधर दि ॥ में ऊपर की ओर 2v वेग से गति कर रहा है। तो इस संयोजन का अन्तिम वेग होगा:

(A)
$$\frac{1}{4}v\hat{i} + \frac{3}{2}v\hat{j}$$
 (B) $\frac{1}{3}v\hat{i} + \frac{2}{3}v\hat{j}$ (C) $\frac{2}{3}v\hat{i} + \frac{1}{3}v\hat{j}$ (D) $\frac{3}{2}v\hat{i} + \frac{1}{4}v\hat{j}$

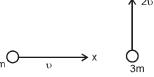
(B)
$$\frac{1}{3}v\hat{i} + \frac{2}{3}v$$

(C)
$$\frac{2}{3}v\hat{i} + \frac{1}{3}v\hat{j}$$

(D)
$$\frac{3}{2}$$
vî + $\frac{1}{4}$ vĵ

(D) 0.75 m

Sol.



From momentum conservation संवेग संरक्षण से

$$mv\hat{i} + 3m(2v)\hat{j} = (4m)\vec{v}$$

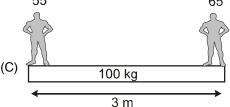
$$\vec{v} = \frac{v}{4}\hat{i} + \frac{6}{4}v\hat{j} = \frac{v}{4}\hat{i} + \frac{3}{2}v\hat{j}$$

11. Two persons of masses 55 kg and 65 kg respectively, are at the opposite ends of a boat. The length of the boat is 3.0 m and weighs 100 kg. The 55 kg man walks up to the 65 kg man and sits with him. If the boat is in still water the centre of mass of the system shifts by :

क्रम ाः 55 kg तथा 65 kg द्रव्यमान के दो व्यक्ति एक नाव के विपरीत सिरों पर हैं। नाव की लम्बाई 3.0 m तथा द्रव्यमान 100 kg है। 55 kg द्रव्यमान का व्यक्ति 65 kg द्रव्यमान वाले व्यक्ति की ओर चलकर उसके साथ बैठ जाता है। यदि नाव रूके हुए पानी में है तो इस पूरे निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का विस्थापन होगा :

(C) zero

(A) 3.0 m



Sol.

There is no external force so com will not shift

यहां कोई बाहय बल नही है अतः द्रव्यमान केन्द्र विस्थापित नही होगा।

(B) 2.3 m

12. Two spheres A and B of masses m, and m, respectively collide. A is at rest initially and B is moving with velocity v along x-axis. After collision B has a velocity $\frac{v}{2}$ in a direction perpendicular to the original direction. The mass A moves after collision in the direction.

(A) same as that of B

(B) Opposite to that of B

(C) $\theta = \tan^{-1}(2)$ to the x-axis

 $(D^*) \theta = \tan^{-1}(1/2)$ to the x-axis

ान्य

क्रम ाः m, तथा m, द्रव्यमान के दो गोले A तथा B आपस में टकराते हैं, प्रारंभ में A विराम अवस्था में है और B वेग v से x-अक्ष के अनुदि । गतिमान है। टक्कर के प चात् B का वेग उसके प्रारंभिक वेग की लम्बवत् दि ॥, में $\frac{V}{2}$ हो जाता हैं। तो, टक्कर के प चात् गोले A की गति की दि ॥ होगी :

(A) वही जो B की है।

- (B) B की दि ॥ के विपरीत
- (C) x-अक्ष से कोण θ = tan-1(2) पर
- (D) x -अक्ष से कोण θ = tan-1(1/2) पर

Sol.

conservation of linear momentum along x direction x <u>दि ॥ के अनुदि । संवेग संरक्षण नियम से</u>

$$m_2 v = m_1 v_x$$

$$\frac{m_2 v}{m_1} = v_x$$

along y direction

y दि ॥ के अनुदि ।

$$m_2 \times \frac{v}{2} = m_1 v_y$$

$$\tan\theta = \frac{1}{2}$$

13. A block of mass 1kg is pushed on a movable wedge of mass 2kg and height h = 30 cm with a velocity u = 6m/sec. Before striking the wedge it travels 2 m on a rough horizontal portion. Velocity is just sufficient for the block to reach the top of the wedge. Assuming all surfaces are smooth except the given horizontal part and collision of block and wedge is jerkless, the friction coefficient of the rough horizontal part is:

1kg द्रव्यमान का एक ब्लॉक, 2kg द्रव्यमान तथा h = 30 cm ऊँचाई के गित के लिए स्वतन्त्र वेज पर u= 6m /sec. के वेग से धकेला जाता है। वेज से टकराने से पूर्व ब्लॉक एक खुरदरे क्षैतिज तल पर 2 m दूरी तय करता है। ब्लॉक का वेग वेज के उच्चतम बिन्दु पर पहुँचने के लिए पर्याप्त है । दिये गये क्षैतिज भाग के अलावा सभी सतहें चिकनी है तथा वेज तथा ब्लॉक की टक्कर धक्का रहित है तो खुरदरे क्षैतिज भाग का घर्षण गुणांक होगा —



(A) 0.125

(B) 0.377

(C) 0.675

(D) 0.45

Sol. Apply work energy theorem

$$\mu$$
mg (B) + mgh = KE_i – KE_i(A)

at the highest point

$$V_{\text{block}} = V_{\text{wedge}}$$

velocity of the block after passing through the rough surface is v = $\sqrt{36-2\mu g(2)}$

so applying momentum conservation

1 (v) = (1 + 2)
$$v_f$$

 $v_c = v/3 \Rightarrow \mu = 0.675$

14. An object is moving in a circle at constant speed v. The magnitude of rate of change of momentum of the object

एक कण नियत चाल v से वत्त में गित कर रहा है। कण के संवेग में परिवर्तन की दर का परिमाण -

(A) is zero

(B) is proportional to v

(C) is proportional to v²

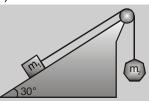
(D) is proportional to v³

(A) <u>र</u>न्य है

- (B) v के समानुपाती है
- (C) v 2 के समानुपाती है
- (D) v^3 के समानुपाती है
- **Sol.** As the speed is constant, so there is only $a_n \propto v^2$. Hence the net force is equal to $\frac{mv^2}{R}$. Hence the magnitude of rate of change of momentum (i.e. force) is proportional to v^2 .

15. A block of mass $m_1 = 2$ kg on a smooth inclined plane at angle 30° is connected to a second block of mass $m_2 = 3$ kg by a cord passing over a frictionless pulley as shown in fig. The acceleration of each block is- (assume g = 10 m/sec²)

एक नत तल जिसका क्षेतिज से झुकाव 30° है, पर स्थित एक $m_1 = 2$ किग्रा द्रव्यमान का ब्लॉक, $m_2 = 3$ किग्रा द्रव्यमान के दूसरे ब्लॉक से डोरी की सहायता से जुड़ा हुआ है तथा डोरी चित्रानुसार एक घर्षण रहित घिरनी से गुजरती है, प्रत्येक द्रव्यमान का त्वरण है— $(g = 10 \text{ H}/\text{से}^2)$



- (A) 2 m/sec²
- (B) 4 m/sec ²
- (C) 6 m/sec²
- (D) 8 m/sec²

Sol. $a = \frac{m_2 g - m_1 g \sin 30^{\circ}}{m_1 + m_2}$

$$a = \frac{2}{5}g = 4 \text{ m/s}^2$$

- 16. If kinetic energy is doubled, then its momentum becomes n times, here n is : यदि गतिज ऊर्जा दुगनी कर दी जाये तो, संवेग n गुना हो जाता है n तो का मान ज्ञात करो।
 - (A) $\sqrt{2}$
- (B) 2√2
- (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (D) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

Sol. KE = $\frac{p^2}{2m}$ \Rightarrow KE $\propto p^2$

$$\Rightarrow \qquad \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{KE_2}{KE_1}} = \sqrt{2}$$

17. A particle of mass m is executing a uniform motion along a circular path of radius r. If the magnitude of its linear momentum is p, the radial force acting on the particle will be.

m द्रव्यमान का एक कण r त्रिज्या के पथ पर एक समान वत्तीय गति कर रहा है। यदि इसके रेखीय संवेग का परिमाण P हो तो कण पर कार्यकारी त्रिज्य बल होगा —

- (A) pmi
- (B) rm/p
- (C) mp²/r
- (D) p ²/mr

- **Sol.** $F = \frac{mv^2}{r} = p^2/mr$
- **18.** A 1.0kg ball drops vertically into a floor from a height of 25 cm. It rebounds to a height of 4cm. The coefficient of restitution for the collision is -

1.0kg द्रव्यमान वाली गेंद किसी फ पर 25 cm की ऊंचाई से उर्ध्वाधर गिरती है। वह 4cm की ऊंचाई तक वापस उछलती है। टक्कर का प्रत्यावस्थान गुणांक है—

- (A) 0 16
- (B) 0.32
- (C) 0.40
- (D) 0.56

Sol. Velocity just before collision = $u = \sqrt{2gh} = \sqrt{5}$ m/s

टक्कर के ठीक पहले वेग = $u = \sqrt{2gh} = \sqrt{5}$ m/s

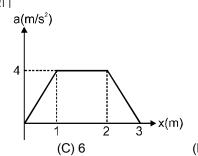
velocity just after collision = $v = \sqrt{2gh'} = \sqrt{0.8} \text{ m/s}$

टक्कर के ठीक प चात् वेग = $v = \sqrt{2gh'} = \sqrt{0.8}$ m/s

$$e = \frac{v}{u} = 0.4$$

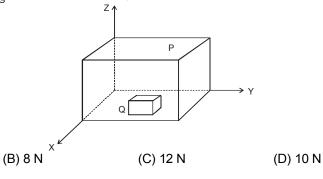
19. A body initially at rest starts moving in x–direction. Its acceleration a is plotted against x as shown in figure. Find the maximum velocity (in m/s) of the body?

एक वस्तु प्रारम्भ में विराम पर है, x–िद्दे ॥ में चलना प्रारम्भ करती है। इसके त्वरण a का x के साथ ग्राफ चित्र में प्रदर्शित है। वस्तु का अधिकतम वेग (m/s में) ज्ञात करो।



- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 Sol. Area = $\int a \, dx = \int \left(\frac{v \, dx}{dx}\right) dx = \int_{v_{\text{max}}}^{v_{\text{max}}} v \, dv = \frac{v_{\text{max}}^2}{2} = \frac{1}{2} \times (1+3) \times 4 \implies v_{\text{max}} = 4 \, \text{m/s}$
- 20. A hollow cubical box P is moving on a smooth horizontal surface in the x–y plane with constant acceleration of $\vec{a}=3\hat{i}+4\hat{j}$ m/s². A block Q of mass 2kg is at rest inside the cubical box as shown in figure. If the coefficient of fricition between the surface of the cube P and the block Q is 0.6. Then the force of fricition between P and Q is :

एक खोखला घनाकार बॉक्स P, नियत त्वरण $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ m/s² से x-y तल में घर्षणरिहत क्षैतिज सतह पर गित कर रहा है। 2kg द्रव्यमान का एक ब्लॉक Q घनाकार बॉक्स के अन्दर चित्रानुसार विराम पर रखा हुआ है। यदि घन P तथा ब्लॉक Q की सतह के मध्य घर्षण गुणांक 0.6 है तो P तथा Q के मध्य घर्षण बल होगा :



Sol.

(D)
$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m/s}$$

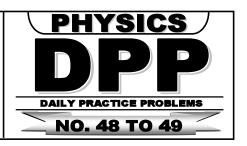
(A) 5 N

fricition force घर्षण बल $f = m a = 2 \times 5 = 10 N$

IIT-PULSE

TARGET : JEE (Main + Advanced) 2021

Course: ITY+MTY



This DPP is to be discussed in the week

DPP No.: 49 (JEE-ADVANCED)

Total Marks: 46	Max. Time :	50 min.
Single choice Objective ('-1' negative marking) Q.1	(3 marks 3 min.)	[03, 03]
Multiple choice objective ('-1' negative marking) Q.2 to Q.4	(4 marks 4 min.)	[12, 12]
Subjective Questions ('-1' negative marking) Q.5 to Q.6	(4 marks 5 min.)	[08, 10]
Comprehension ('-1' negative marking) Q.7 to Q.11	(3 marks 3 min.)	[15, 15]
Match the Following (no negative marking) (2 × 4) Q.12	(8 marks 10 min.)	[08, 10]

ANSWER KEY OF DPP NO.: 49

- (C) **2.** (B)(C)
- **3.** (B)(C)
- **4.** (A) (D)
- $u = \sqrt{\frac{48}{5}g\ell}$ 6.
- (A)

- **9**. (B) (D) 8. (D)
- **10**. (A)(B)(C) **11**. (C)(D)
- **12.** (A) p (B) p,q (C) r (D) q,s
- A chain is held on a frictionless table with L/4 hanging over. Knowing total mass of the chain is M and 1. total length is L, the work required to pull hanging part back to the table is:

एक चेन घर्षणहीन मेज पर रखी हुई है जिसकी L/4 लम्बाई नीचे लटकी हुई है। ज्ञात है कि चेन का कुल द्रव्यमान M तथा कुल लम्बाई L है। लटके ह्ये भाग को वापस मेज पर लाने के लिए आव यक कार्य कितना होगा।

- (C) $\frac{\text{MgL}}{32}$
- 2. A man of mass 40 kg is standing on a block A of mass 140 kg. He pushes another block B of mass 60 kg on the ground, so that they are set in motion. [Assume no friction between the block and the ground. The man does not slide on A]

40kg का एक आदमी 140 kg द्रव्यमान के एक ब्लॉक A पर खड़ा है। वह धरातल पर रखे 60kg द्रव्यमान के एक अन्य ब्लॉक B को धक्का देता है जिससे वे गति करने लगते है। (ब्लॉक व धरातल के बीच धर्षण न माने । आदमी A पर नहीं फिसलता है)

- (A) Speed of block A is three times that of block B immediately after the interaction
- (B) Speed of block B is three times that of block A immediately after the interaction
- (C) Distance travelled by block B is three times that of block A in the same time
- (D) Distance travelled by block B is nine times that of block A in the same time.
- (A) धक्के के तुरन्त बाद ब्लॉक A की चाल, ब्लॉक B की तीन गुना है।
- (B) धक्के के तुरन्त बाद ब्लॉक B की चाल, ब्लॉक A की तीन गुना है।
- (C) समान समय में ब्लॉक B द्वारा तय की गयी दुरी ब्लॉक A की तीन गुना है।
- (D) समान समय में ब्लॉक B द्वारा तय की गयी दरी ब्लॉक A की नो गुना है।
- 3. If the resultant force on a system of particles is non-zero, then:

यदि कणों के एक निकाय पर परिणामी बल आ न्य है तो

- (A) The linear momentum of the system must increase.
- (B) The velocity of the centre of mass of the system must change.
- (C) The distance of the centre of mass may remain constant from a fixed point.
- (D) kinetic energy of all particles must either increase simultaneuosly or decrease simultaneously.
- (A) निकाय का रेखिक संवेग बढ़ना चाहिये
- (B) निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग परिवर्तित होना चाहिये।
- (C) एक नि चित (स्थिर) बिन्द् से द्रव्यमान केन्द्र की दूरी नियत रह सकती है।
- (D) सभी कणों की गतिज ऊर्जा या तो एक साथ बढनी चाहिये या एक साथ घटनी चाहिये।

Sol. The resultant force can be accelerating or decelerating, hence the momentum can increase or decrease. Hence (A) is wrong.

Since
$$F_{net} = M a_{cm}$$

$$\therefore a_{cm} \neq 0;$$

hence v_{cm} must change

Hence (B)

In case of a circular motion of centre of mass about a point the distance of centre of mass will remain constant. Hence (C)

Kinetic energy of some particles may increase and of some particles may decrease at the same time.

परिणामी कण त्वरित या मंदित हो सकता है अतः संवेग बढेगा या घट सकता है। अतः (A) गलत है।

चूंकि
$$F_{net} = M a_{cm}$$

$$\therefore$$
 $a_{cm} \neq 0$;

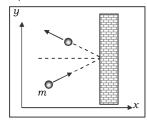
अतः v नि चत बदलेगा

अतः (B)

एक चिन्ह के परितः द्रव्यमान केन्द्र की वत्तीय गति की स्थिति में द्रव्यमान केन्द्र की दूरी नियत रहेगी। अतः (C) कुछ कणों की गतिज ऊर्जा बढ़ सकती है तथा कुछ कणों की समान समय पर घट सकती है।

4. A ball of mass m moving with velocity $\vec{u} = u_x \hat{i} + u_y \hat{j}$ hits a vertical wall of infinite mass as shown in the figure. The ball slips up along the wall for the duration of collision and there is friction between the ball and the wall. Neglect the effect of gravity. Pick up the correct alternative.

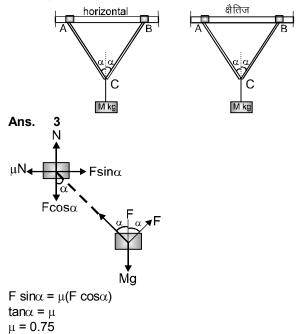
चित्र में दिखाये अनुसार एक गेंद जो कि $\vec{u} = u_x \hat{i} + u_y \hat{j}$ वेग से गित कर रही है एक अनन्त द्रव्यमान की ऊर्ध्वाधर दीवार से टकराती है। टक्कर के दौरान गेंद दीवार पर फिसलती है। तथा दीवार तथा गेंद के मध्य धर्षण विद्यमान है गुरूत्व का प्रभाव नगण्य माने, सही विकल्प चृनिये।



- (A) The net impulse of the wall on the ball must not be along the negative x-axis for the duration of collision.
- (B) The collision changes only the x- component of velocity of the ball
- (C) The collision changes only the y- component of velocity of the ball
- (D) The impulse provided by frictional force to the ball for the duration of collision cannot be neglected in comparison to impulse provided by normal reaction.
- (A) टक्कर के दौरान दीवार का गेंद को कूल आवेग ऋणात्मक x-अक्ष की तरफ नहीं हो सकता।
- (B) टककर के कारण गेंद का केवल x- घटक परिवर्तित होता है।
- (C) टक्कर के कारण गेंद का केवल y- घटक परिवर्तित होता है।
- (D) टक्कर के दौरान अभिलम्ब प्रतिक्रिया द्वारा प्रदान आवेग की तुलना में घर्षण बल द्वारा प्रदान आवेग को नगण्य नही माना जा सकता है।
- **Sol.** The wall exerts an impulsive normal reaction N on the ball along negative x-direction. Hence wall also exerts a friction force μN on the ball in negative y-direction. Hence both x and y components of velocities are changed.

दीवार ऋणात्मक x-दि ॥ के अनुदि । गेंद पर एक आवेग प्रतिक्रिया बल N लगाती है। अतः दीवार भी ऋणात्मक y-दि ॥ में गेंद पर एक घर्षण बल µN लगाती है। अतः वेगों के दोनों x तथा y घटक बदल जाते हैं। 5. The system shown is in equilibrium in vertical plane. All the rods and a small supports A & B are light and friction coefficient between supports and horizontal rod is μ . If maximum value of angle α is 37° then find the value of 4μ . Assume light rod (AC and BC) exerts force only along the rod.

निकाय ऊर्ध्वाधर तल में साम्यावस्था में है। सभी छड़ें व छोटे आधार A व B हल्के है। आधार व क्षैतिज छड़ के मध्य धर्षण गुणांक μ है। यदि कोण α का अधिकतम मान 37° है तो 4μ का मान ज्ञात करो। यह मानिए कि हल्की छड़ें (AC तथा BC) केवल छड़ की दि Π में ही बल आरोपित करती है।.

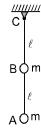


Sol.

 $4\mu = 3$.

6. A weightless rod of length 2ℓ carries two equal masses 'm', one secured at lower end A and the other at the middle of the rod at B. The rod can rotate in vertical plane about a fixed horizontal axis passing through C. What horizontal velocity must be imparted to the mass at A so that it just completes the vertical circle.

 2ℓ लम्बाई की द्रव्यमानरिहत छड़ से दो 'm' द्रव्यमान के कण छड़ के निम्नतम A तथा मध्य बिन्दु B पर जुड़े हुए है। छड़ ऊर्ध्वाधर तल में बिन्दु C से गुजरने वाली क्षैतिज जड़वत् अक्ष के सापेक्ष घुर्णन कर सकती है। A बिन्दु पर स्थित द्रव्यमान को कितना क्षैतिज वेग दिया जाए जिससे यह ठीक ऊर्ध्वाधर वत्तीय पथ पूरा कर सके।



A
$$\bigcap$$
 m
$$\ell$$
B \bigcap m Final position
$$\ell$$
C ℓ
B \bigcap m \downarrow u/2
$$\ell$$
 initial position

Sol.

Let the initial velocity given to the mass at A be u. Then the velocity of mass at B is u/2 As the system moves from initial the final position

Increase in potential energy is = $4 \text{ mg}\ell + 2 \text{mg}\ell$

Decrease in kinetic energy =
$$\frac{1}{2}$$
mu² + $\frac{1}{2}$ m $\left(\frac{u}{2}\right)^2$ = $\frac{5}{8}$ mu²

From conservation of energy

$$\frac{5}{8} \text{ mu}^2 = 6 \text{ mgl} \quad \text{or} \quad u = \sqrt{\frac{48}{5}g\ell}$$

माना दिये गये द्रव्यमान का प्रारंभिक वेग A पर u है। तब B पर द्रव्यमानका वेग u/2 है।

प्रति निकाय प्रारंभ से अंतिम स्थिति में गति करता है

स्थितिज ऊर्जा में विद्ध है = 4 mg ℓ + 2mg ℓ

गतिज ऊर्जा में कमी =
$$\frac{1}{2}$$
mu² + $\frac{1}{2}$ m $\left(\frac{u}{2}\right)^2$ = $\frac{5}{8}$ mu²

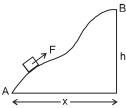
ऊर्जा संरक्षण से

$$\frac{5}{8} \ mu^2 = 6 \ mgl \quad \ or \quad \quad u = \sqrt{\frac{48}{5} g \ell}$$

COMPREHENSION

A body of mass m is moved up the plane of varying slope by a tangential force upto height h. The coefficient of friction between the surface and the block is μ .

एक वस्तु (द्रव्यमान m) को एक स्प रिखीय बल द्वारा एक तल (जिसकी ढाल परिवर्तित होती है) पर h ऊँचाई तक ऊपर ले जाया जाता है। सतह तथा ब्लॉक के मध्य घर्षण गुणांक µ है।



- 7. The work done by gravity force mg on the block. गुरूत्वाकर्षण बल mg द्वारा ब्लॉक पर किया गया कार्य
 - (A) depends upon the height h
 - (C) depends on the applied force F.
 - (A) ऊँचाई h पर निर्भर करता है।
 - (C) आरोपित बल F पर निर्भर करता है।
- (B) depends upon the distance x
- (D) depends upon the speed.
- (B) दूरी x पर निर्भर करता है।
- (D) चाल पर निर्भर करता है।
- **Sol.** Work done due to mg depends on height only.

mg के कारण किया गया कार्य केवल ऊँचाई पर निर्भर करता है।

8. The friction force on the block is

ब्लॉक पर घर्षण बल है -

- (A) Static and constant in magnitude
- (C) Static and variable in magnitude
- (A) रथैतिक (static) तथा परिमाण में नियत
- (C) स्थैतिक तथा परिमाण में परिवर्ती
- (B) Kinetic and constant in magnitude
- (D) Kinetic and variable in magnitude
- (B) गतिक तथा परिमाण में नियत
- (D) गतिक तथा परिमाण में परिवर्ती

Sol. Since there is relative motion the friction force is kinetic. The shape is changing hence force is also changing.

चूंकि यहाँ पर सापेक्षिक गति है अतः घर्षण बल गतिक होगा। चूंकि तल की आकति परिवर्तीत हो रही है अतः घर्षण बल भी परिवर्तित हो रहा है।

9. If the block is moved up with constant speed,

यदि ब्लॉक को ऊपर की तरफ नियत चाल से ले जाया जाता है -

- (A) the acceleration of the block is zero.
- (B) the acceleration component tangent to the plane is zero.
- (C) the acceleration component tangent to the plane is non zero.
- (D) normal component to the surface is non zero.
- (A) ब्लॉक का त्वरण र्न्य होगा।
- (B) त्वरण का तल के स्पर्शिय घटक का मान ान्य होगा।
- (C) त्वरण का तल के स्पर्1 रेखीय घटक का मान अ रूच होगा
- (D) अभिलम्बवत् घटको का मान अ रूच्य होगा।

Sol. Since speed is constant, the tangential acceleration is zero. As the direction of velocity is changing, the acceleration is non zero.

चूंकि चाल नियत है, अतः स्पर्श रेखीय त्वरण ाून्य है। चूंकि वेग की दि ॥ परिवर्तित हो रही है अतः त्वरण का मान अ ाून्य होगा।

10. If \vec{F} is such that at any time, $v \approx 0$ (very small) and paths from A to B is non-decreasing in x and y, then work done by force of friction in going from A to B will be:

यदि किसी समय पर \vec{F} इस प्रकार है, $v \approx 0$ (बहुत छोटा) तथा पथ A से B तक x तथा y में नहीं घटता है तो A से B तक जाने में घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य होगा:

- (A) Less then work done by \vec{F}
- (B) Depends on x
- (C) Equal for all such paths
- (D) Depends on inclination θ from A to B.
- (A F द्वारा किये गये कार्य से कम
- (B) x पर निर्भर
- (C) इस प्रकार के सभी पथों के लिए बराबर
- (D) A से B तक के नत कोण θ पर निर्भर करता है।

Sol. $w_f = \mu mgx$ (for all such path)

clearly स्पष्टतः, $w_{\vec{f}} < w_{\vec{F}}$

11. If whole system is dipped into a liquid of density d kg/m³. Then work done by mg in going from A to B will:

सम्पूर्ण निकाय को d kg/m³ घनत्व के द्रव में डुबोया गया है तब A से B तक जाने में mg द्वारा किया गया कार्य होगा

- (A) decrease in comparision to air
- (B) increase in comparision to air
- (C) depend on 'h'
- (D) be negative of change in gravitational potential energy
- (A) हवा की तुलना में घटेगा
- (B) हवा की तुलना में बढ़ेगा
- (C) 'h' पर निर्भर
- (D) गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन का ऋणात्मक होगा

Sol. $w_{m\vec{a}} = -mgh = -(u_f - u_i)$

12. A fixed hollow cylinder of radius $R = 30\sqrt{3}$ m with its axis horizontal is as shown. AB is a horizontal diameter of shown cross-section and C is the lowest point. A small block of mass m = 1 kg is released at rest from point A inside the cylinder. There is no friction between block and cylinder. Match the statements in column-I with results in column-II.

त्रिज्या $R = 30\sqrt{3}$ m का एक स्थिर खोखला बेलन जिसकी अक्ष चित्रानुसार क्षैतिज है, दिखाया गया है। AB दिखाये गये अनुप्रस्थ काट का एक क्षैतिज व्यास है तथा C निम्नतम बिन्दु है। द्रव्यमान m = 1 kg का एक छोटा ब्लॉक बेलन के अन्दर बिन्दु A से विराम पर छोड़ा जाता है। ब्लॉक तथा बेलन के बीच कोई घर्षण नहीं है। कॉलम -I में दिये गये वक्तव्यों को कॉलम-I में दिये गये परिणामों से सुमेलित कीजिए।



Column-I	Column-II
(A) Magnitude of maximum vertical component	(p) 20
of velocity of block in m/s is (B) The magnitude of centripetal acceleration (in m/s²) of block at the instant acceleration of block is vertical, will be	(q) 0
(C) The magnitude of normal reaction (in N) by cylinder on block at the instant acceleration of block is horizontal, will be	(r) 10√3
(D) The magnitude of normal reaction (in N) by cylinder on block at the instant acceleration of block is vertical, will be	(s) 30
कॉलम-I	 11
कालम-1	कॉलम-II
कालम-1 (A) ब्लॉक के वेग के अधिकतम ऊर्ध्वाधर घटक का परिमाण (m/s में) है	कालम -11 (p) 20
(A) ब्लॉक के वेग के अधिकतम ऊर्ध्वाधर घटक का परिमाण (m/s में) है	(p) 20
(A) ब्लॉक के वेग के अधिकतम ऊर्ध्वाधर घटक का परिमाण (m/s में) है (B) उस क्षण पर जब ब्लॉक का त्वरण ऊर्ध्वाधर है, ब्लॉक के	(p) 20
(A) ब्लॉक के वेग के अधिकतम ऊर्ध्वाधर घटक का परिमाण (m/s में) है (B) उस क्षण पर जब ब्लॉक का त्वरण ऊर्ध्वाधर है, ब्लॉक के अभिकेन्द्रीय त्वरण का परिमाण (m/s² में) होगा	(p) 20 (q) 0
(A) ब्लॉक के वेग के अधिकतम ऊर्ध्वाधर घटक का परिमाण (m/s में) है (B) उस क्षण पर जब ब्लॉक का त्वरण ऊर्ध्वाधर है, ब्लॉक के अभिकेन्द्रीय त्वरण का परिमाण (m/s² में) होगा (C) उस क्षण पर जब ब्लॉक का त्वरण क्षैतिज है, बेलन द्वारा ब्लॉक पर	(p) 20 (q) 0

Ans. (A) p (B) p,q (C) r (D) q,s

Sol. When vertical componant of velocity is maximum $\frac{d}{d\theta} (v_y) = \frac{d}{d\theta} (\sqrt{2gR\cos\theta} \sin\theta) = 0$

जब वेग का ऊर्घ्वाधर घटक अधिकतम है $\frac{d}{d\theta}$ $(v_y) = \frac{d}{d\theta}$ $(\sqrt{2gR\cos\theta} \sin\theta) = 0$

or
$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore v_{y \text{ max}} = \sqrt{2 \times 10 \times 30\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = 20 \text{ m/s}$$

(B) Acceleration of block is vertical at A and C.

At A and C the centripetal acceleration is:

बिन्द् A तथा C पर ब्लॉक का त्वरण ऊर्ध्वाधर है

बिन्दु A तथा C पर अभिकेन्द्रीय त्वरण

:.
$$a_A = 10$$
 and $a_C = \frac{v^2}{R} = 2g = 20 \text{ m/s}$

- (C) When acceleration is horizontal (ਯੂ ਕਰ੍ਧਾ ਖ਼ੈਰਿਯੂ ਫੈ), $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- ∴ N cos θ = mg or N = $10\sqrt{3}$ newton.
- (D) Acceleration is vertical at A and C

बिन्दु A तथा C पर त्वरण ऊर्ध्वाधर है।

:.
$$N_A = 0$$
 and $N_C = mg + m \frac{v^2}{R} = 3 mg = 30 N.$