

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Физический факультет

Кафедра квантовой статистики и теории поля

Синхротронное излучение космических электронов и позитронов в  
некоторых моделях тёмной материи

Курсовая работа

студента 2 курса

Вомпе Ф.А.

Научный руководитель

кандидат физико-математических наук

Троицкий С.В.

Москва 2009

# Введение

Ряд астрофизических и космологических наблюдений показывает очевидность существования так называемой темной материи, однако никаких бесспорных методов её обнаружения не предложено, и её свойства до сих пор остаются достаточно непонятными.

Под темной материей принято понимать гипотетическое вещество, которое нельзя обнаружить по его излучению, однако наличие которого может объяснить гравитационные эффекты на видимом веществе. Темная материя способна объяснить экспериментальную кривую для скорости вращения объектов в галактиках а также причину „недостатка“ массы в некоторых других моделях.

На следующем графике показаны две кривые зависимости скорости вращения вещества, находящегося на некотором расстоянии от центра этой галактики, от данного расстояния - предсказанная (А) и наблюдаемая (В) кривая. Введение темной материи позволяет объяснить профиль для экспериментальной кривой (В).

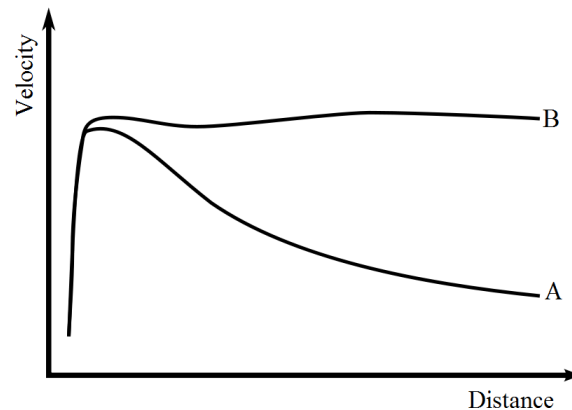


Рис. Кривая зависимости скорости вращения от расстояния  
для типичной спиральной галактики.

В ноябре прошлого года эксперимент ATIC [1] опубликовал свои результаты, согласно которым наблюдается избыток электрон-позитронных пар  $e^{\pm}$  в спектре космических лучей на энергиях порядка от 45 до 600 ГэВ, которые можно интерпретировать как результат аннигиляции или распада темной материи в галактическом гало Млечного пути.

В этой работе исследуется синхротронное излучение таких избыточных электронов и позитронов от галактики Messier 31 и от некоторых карликовых спутников Млечного Пути, ожидаемое при такой интерпретации.

# Глава 1

## Синхротронное излучение

Хорошо известно, что ускоренные заряженные частицы в магнитном поле  $H$  излучают. Наиболее интересным случаем является излучение частиц, движущихся с релятивистскими скоростями. Излучение релятивистской частицы, движущейся по окружности называется *синхротронным*.

Сила Лоренца искривляет траекторию движения электрона, и это является причиной возникновения электро-магнитного излучения.

### 1.1 Формула Лармора

Выведем формулу Лармора, которая описывает излучение ускоренного в магнитном поле случае заряда. Для плоской волны поток энергии дается вектором Пойтинга, вводя единичный вектор направления потока энергии  $\mathbf{n}$  получаем

$$\mathbf{S} = c \frac{H^2}{4\pi} \mathbf{n}$$

Интенсивность  $dI$  излучения в элементе телесного угла  $do$  определяется как количество энергии, протекающей в единицу времени через элемент  $df = R_0^2 do$  шаровой поверхности с центром в начале координат и радиусом  $R_0$ . Тогда интенсивность принимает вид

$$dI = S df = c \frac{H^2}{4\pi} R_0^2 do \quad (1.1)$$

Рассмотрим поле системы зарядов на большом расстоянии.

$\mathbf{R}_0$  - вектор от начала координат внутри системы зарядов до точки наблюдения

$\mathbf{n}$  - единичный вектор в направлении  $R_0$

$\mathbf{r}$  - вектор от начала координат до элемента заряда  $de$

На больших расстояниях от системы, т.е. при  $R_0 \geq r$ , можно приближенно считать :

$$R = |\mathbf{R}_0 - \mathbf{r}| = R_0 - \mathbf{n}\mathbf{r}$$

Тогда запаздывающий векторный потенциал для этой системы согласно [2] имеет вид

$$\mathbf{A} = \frac{1}{cR_0} \int \mathbf{j}_{t-\frac{R_0}{c}+\frac{\mathbf{r}\mathbf{n}}{c}} dV \quad (1.2)$$

Далее преобразовываем и выражаем интеграл в этой формуле через дипольный момент системы  $\mathbf{d}$  :

$$\int \mathbf{j}_{t-\frac{R_0}{c}+\frac{\mathbf{r}\mathbf{n}}{c}} dV = \int \rho \mathbf{v} dV = \Sigma e \mathbf{v} = \frac{d}{dt} \Sigma e \mathbf{r} = \dot{\mathbf{d}} \quad (1.3)$$

И в этом случае можно выразить поле  $\mathbf{H}$  через дипольный момент системы :

$$\mathbf{H} = \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{A}}\mathbf{n}] = \frac{1}{c^2 R_0} [\ddot{\mathbf{d}}\mathbf{n}] \quad (1.4)$$

Подставляя выражение (1.4) в (1.1) получим интенсивность дипольного излучения :

$$dI = \frac{1}{4\pi c^3} [\ddot{\mathbf{d}}\mathbf{n}]^2 do = \frac{\ddot{\mathbf{d}}^2}{4\pi c^3} \sin^2 \theta do \quad (1.5)$$

где  $\theta$  - угол между векторами  $\ddot{\mathbf{d}}$  и  $\mathbf{n}$ .

Сделав замену  $do$  на  $2\pi \sin \theta d\theta$  запишем интеграл для полного излучения

$$I = \int_0^\pi \frac{\ddot{\mathbf{d}}^2}{4\pi c^3} \sin^2 \theta 2\pi \sin \theta d\theta \quad (1.6)$$

Вычисляя интеграл, получаем простую формулу для полного излучения

$$I = \frac{2}{3c^3} \ddot{\mathbf{d}}^2 \quad (1.7)$$

Для одного движущегося заряда во внешнем поле имеет место формула Лармора

$$I = \frac{2e^2 w^2}{3c^3} \quad (1.8)$$

где в формуле (1.7) было подставлено выражение  $\ddot{\mathbf{d}}^2 = e\mathbf{w}$ , где  $\mathbf{w}$  - ускорение заряда.

## 1.2 Интенсивности СИ на конкретной частоте

Для изучаемой галактики наблюдаемая на Земле интенсивность синхротронного излучения на конкретной частоте выражается формулой:

$$I(\gamma) = \frac{1}{4\pi d^2} \int N_E \frac{dI}{d\nu} dV dE = \frac{1}{4\pi d^2} \int N_E \frac{e^2 \nu}{3c^3} dV dE \quad (1.9)$$

где  $d$  - расстояние до галактики,

$N_E$  - плотность числа электронов энергии  $E$  в данной точке пространства

Мощность  $dW_s/dE$  синхротронного излучения единичного электрона с энергией  $E$  в диапазоне частот  $(\nu, \nu + d\nu)$  в постоянном магнитном поле  $B$  может быть определена следующим образом :

$$\frac{dW}{dE} = \frac{2e^3 B}{9m_e} \int \frac{d\mathcal{N}}{dE} \delta(f(E)) \quad (1.10)$$

где аргумент дельта-функции

$$f(E) = \frac{\nu}{\nu_s(E)} - \frac{1}{3} \quad (1.11)$$

и

$$\nu_s(E) = \frac{3eB}{4\pi m_e^3} E^2 \quad (1.12)$$

- частота синхротронного излучения.

# Глава 2

## Модель темной материи

На сегодняшний день для объяснения результатов АТЭС с помощью темной материи предложено несколько сценариев. В работе рассматриваются аннигиляционный и распадный сценарии. Для каждого из сценариев плотность числа образующихся электрон-позитронных пар в конкретной области пространства галактики различна.

Поскольку речь идет о „холодной“ темной материи, которая не движется с релятивистскими скоростями, то её можно характеризовать некоторой плотностью энергии, соответствующей плотности числа частиц, т.к. каждая частица приносит энергию, равную своей массе.

Будем предполагать, что распределение электронов от темной материи равновесное по всей Галактике, то есть отсутствуют потоки наблюдаемых электронов. Косвенно это подтверждается предварительной информацией об изотропии наблюдаемого потока. Также, предположим, что в районе Солнечной системы нет локального избытка темной материи.

Пусть плотность темной материи на расстоянии  $r$  от центра Галактики  $n_{DM}(r)$ .

### 2.1 Распад темной материи

Для распадного сценария число вторичных электронов пропорционально числу исходных частиц темной материи:

$$\left( \frac{dN(E)}{dE} \right)_d(r) = c_1(E) \cdot n_{DM}(r) \quad (2.1)$$

где  $c_1(E)$  - вероятность распада.

### 2.2 Аннигиляция темной материи

В случае аннигиляции темной материи число вторичных электронов пропорционально вероятности двум частицам ТМ встретиться, которая в свою очередь пропорциональна

квадрату плотности числа частиц темной материи :

$$\left(\frac{dN(E)}{dE}\right)_a(r) = c_2(E)n_{DM}(r)^2 \quad (2.2)$$

где  $c_2(E)$  - вероятность аннигиляции частиц, при условии, что они встретились.

## 2.3 Модель распределения темной материи

Существует много разнообразных профилей для распределения плотности энергии темной материи в галактике [6], в этой работе рассматривается NFW(Navarro, Frenk and White) профиль [5]

$$n_{NFW}(r) = \frac{\rho_s}{\frac{r}{r_s}(1 + \frac{r}{r_s})^2} \quad (2.3)$$

Он также может быть представлен в виде :

$$n_{NFW}(r) = \frac{1}{4\pi[\log(1+C) - C/(1+C)]} \frac{M_{vir}}{r(1 + \frac{r}{r_s})^2} \quad (2.4)$$

## 2.4 Определение плотности электронов вблизи Земли

Чтобы определить вероятность темной материи проаннигилировать или распасться, нужно найти плотность наблюдаемых электронов  $(\frac{dN(E)}{dE})_0(r)$  вблизи Земли. В дополнении к

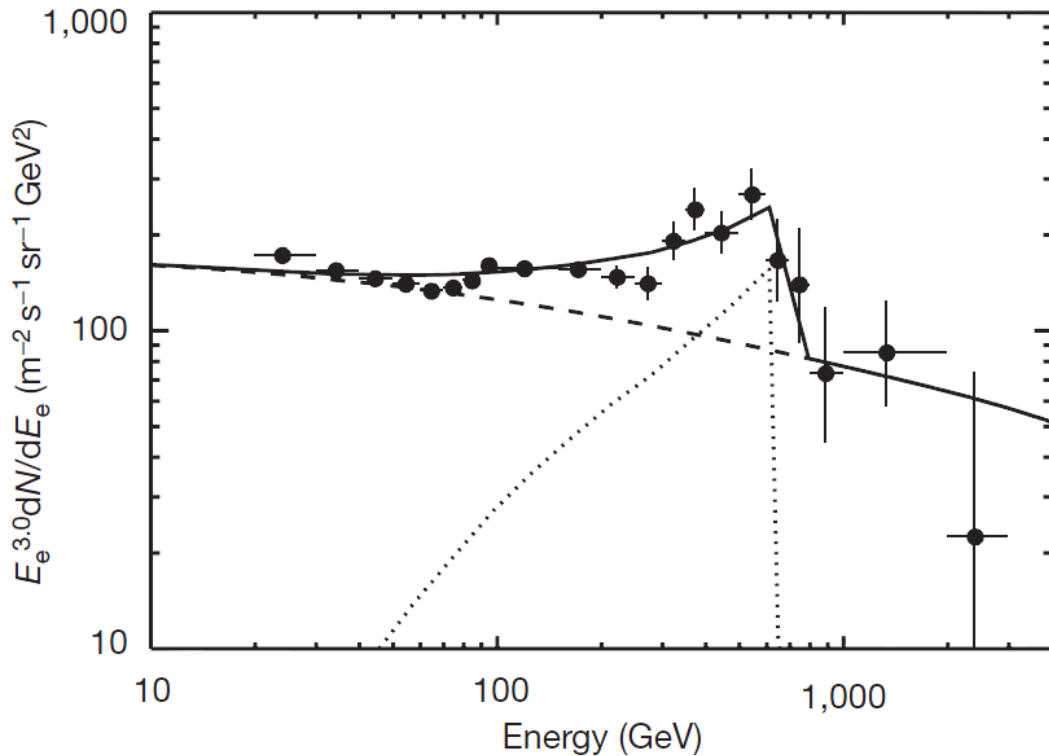


Рис. 2.4 График зависимости потока электронов от энергии

журналу Nature [7] был опубликован график зависимости потока электронов от их энергии.

На графике ( 2.4) штриховой кривой соответствует ожидаемый фон, а сплошной кривой наблюдаемый поток электронов. Но больший интерес представляет разность этих двух кривых - пунктирная линия, из которой можно извлечь информацию для наблюдаемого избытка электрон-позитронных пар.

Зная полный поток электронов  $F(E)$ , который можно извлечь из графика, можно получить формулу для плотности электронов  $(\frac{dN(E)}{dE})_0(r)$  вблизи Земли :

$$\frac{dF(E)}{dE} = \frac{c}{4\pi} \frac{dN}{dE} \quad (2.5)$$

Предположение об отсутствии локального избытка темной материи позволяет считать универсальным коэффициент вероятностей распада и аннигиляции темной материи.

Полное число электронов в Галактике для распадов будет равно

$$\frac{dN(E)}{dE} = c_1(E) \int n_{DM}(r) dV \quad (2.6)$$

и для аннигиляции :

$$\frac{dN(E)}{dE} = c_2(E) \int n_{DM}^2(r) dV \quad (2.7)$$

## Глава 3

### Экспериментальные данные

В работе исследуются излучения для двух моделей галактик. Первая - галактика Андромеды, или Messier 31. Вторая исследуемая галактика - карликовая эллиптическая галактика Стрельца - Sagittarius Dwarf (SagDEG).

Используя экспериментальные данные проекта ATIC ( 2.4) можно получить полный наблюдаемый поток излучения для некоторых энергий и, следовательно, узнать плотность электронов  $dN/dE$  вблизи Земли :

Таблица 3.1: Результаты эксперимента ATIC

$E$ [GeV]	$E^3 dF/dE$ [GeV <sup>3</sup> /(m <sup>2</sup> ·s·sr)]	$dF/dE$ [1/(GeV·m <sup>2</sup> ·s·sr)]	$dN/dE _{\odot}$ [1/(GeV·m <sup>3</sup> )]
45	10	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$4.6 \cdot 10^{-12}$
100	29	$2.9 \cdot 10^{-5}$	$1.2 \cdot 10^{-12}$
320	83	$2.5 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-13}$
600	156	$7.2 \cdot 10^{-7}$	$3.0 \cdot 10^{-14}$

По формуле (1.12) можно найти частоту синхротронного излучения для каждой из моделей (3.2) (3.1) галактик , а из (2.1) и (2.2) вероятности темной материи проаннигилировать или распасться для конкретной энергии. Результаты вычислений приведены в таблице (3.2).



Таблица 3.2: Результаты эксперимента ATIC

$E$ [GeV]	$C_1(E)$ [1/GeV <sup>2</sup> ]	$C_2(E)$ [m <sup>3</sup> /GeV <sup>3</sup> ]	$\frac{\nu_s(E)}{3}, M31$ [Hz]	$\frac{\nu_s(E)}{3}, SagDEG$ [Hz]
45	$1.5 \cdot 10^{-17}$	$5.1 \cdot 10^{-23}$	$4.4 \cdot 10^{10}$	$1.1 \cdot 10^{10}$
100	$4.0 \cdot 10^{-18}$	$1.3 \cdot 10^{-23}$	$2.2 \cdot 10^{11}$	$5.4 \cdot 10^{10}$
320	$3.6 \cdot 10^{-19}$	$1.2 \cdot 10^{-24}$	$2.2 \cdot 10^{12}$	$5.5 \cdot 10^{11}$
600	$9.9 \cdot 10^{-20}$	$3.3 \cdot 10^{-25}$	$7.8 \cdot 10^{12}$	$1.9 \cdot 10^{12}$

### 3.1 Модель галактики M31

#### 3.1.1 Первоначальные данные

В таблице 3.3 приведены данные о галактике Messier 31.

Таблица 3.3: Данные о галактике Messier 31

Величина	Значение	
$D$	$770 kpc$	расстояние до галактики
$r_s$	$8 kpc$	характерный радиус
$\rho_s$	$1.9 GeV/cm^3$	плотность ТМ
$M_{vir}$	$7 \cdot 10^{11} M_\odot$	Масса ТМ
$C$	22	характеристический параметр
$B$	$4 \mu G$	Магнитное поле

#### 3.1.2 Сценарий распада

В таблице 3.4 приведены результаты вычислений интенсивности для сценария распада частиц темной материи.

Таблица 3.4: Результаты для сценария распада

$E$	$\nu$	$\frac{dN(E)}{dE}$	$\frac{1}{4\pi D^2} \cdot \frac{dW(E)}{d\nu}$
[GeV]	[Hz]	[1/GeV]	[Jy]
45	$4.4 \cdot 10^{10}$	$1.2 \cdot 10^{52}$	$7.1 \cdot 10^{-5}$
100	$2.2 \cdot 10^{11}$	$3.1 \cdot 10^{51}$	$1.8 \cdot 10^{-5}$
320	$2.2 \cdot 10^{12}$	$2.8 \cdot 10^{50}$	$1.7 \cdot 10^{-6}$
600	$7.8 \cdot 10^{12}$	$7.6 \cdot 10^{49}$	$4.5 \cdot 10^{-7}$

### 3.1.3 Сценарий аннигиляции

В таблице 3.5 приведены результаты вычислений интенсивности для сценария аннигиляции частиц темной материи.

Таблица 3.5: Результаты для сценария распада

$E$	$\nu$	$\frac{dN(E)}{dE}$	$\frac{1}{4\pi D^2} \cdot \frac{dW(E)}{d\nu}$
[GeV]	[Hz]	[1/GeV]	[Jy]
45	$4.4 \cdot 10^{10}$	$1.2 \cdot 10^{52}$	$7.1 \cdot 10^{-5}$
100	$2.2 \cdot 10^{11}$	$2.9 \cdot 10^{51}$	$1.7 \cdot 10^{-5}$
320	$2.2 \cdot 10^{12}$	$2.7 \cdot 10^{50}$	$1.6 \cdot 10^{-6}$
600	$7.8 \cdot 10^{12}$	$7.4 \cdot 10^{49}$	$4.4 \cdot 10^{-7}$

## 3.2 Модель галактики SagDeg

### 3.2.1 Первоначальные данные

Таблица 3.6: Данные о галактике Sagittarius Dwarf

Величина	Значение	
$D$	$24kpc$	расстояние до галактики
$r_s$	$0.62kpc$	характерный радиус
$\rho_s$	$5.2GeV/cm^3$	плотность ТМ
$M_{vir}$	$10^8 M_\odot$	Масса ТМ
$B$	$1\mu G$	Магнитное поле

### 3.2.2 Сценарий распада

В таблице 3.7 приведены результаты вычислений интенсивности для сценария распада частиц темной материи.

Таблица 3.7: Результаты для сценария распада

$E$	$\nu$	$\frac{d\mathcal{N}(E)}{dE}$	$\frac{1}{4\pi D^2} \cdot \frac{d\mathcal{W}(E)}{d\nu}$
[GeV]	[Hz]	[1/GeV]	[Jy]
45	$1.1 \cdot 10^{10}$	$1.7 \cdot 10^{48}$	$1.0 \cdot 10^{-5}$
100	$5.4 \cdot 10^{10}$	$4.4 \cdot 10^{47}$	$2.7 \cdot 10^{-6}$
320	$5.5 \cdot 10^{11}$	$4.0 \cdot 10^{46}$	$2.4 \cdot 10^{-7}$
600	$1.9 \cdot 10^{12}$	$1.1 \cdot 10^{46}$	$6.7 \cdot 10^{-8}$

### 3.2.3 Сценарий аннигиляции

В таблице 3.8 приведены результаты вычислений интенсивности для сценария аннигиляции частиц темной материи.

Таблица 3.8: Результаты для сценария распада

$E$	$\nu$	$\frac{d\mathcal{N}(E)}{dE}$	$\frac{1}{4\pi D^2} \cdot \frac{d\mathcal{W}(E)}{d\nu}$
[GeV]	[Hz]	[1/GeV]	[Jy]
45	$1.1 \cdot 10^{10}$	$4.0 \cdot 10^{49}$	$2.4 \cdot 10^{-4}$
100	$5.4 \cdot 10^{10}$	$1.0 \cdot 10^{49}$	$1.0 \cdot 10^{-5}$
320	$5.5 \cdot 10^{11}$	$9.4 \cdot 10^{47}$	$9.4 \cdot 10^{-6}$
600	$1.9 \cdot 10^{12}$	$2.6 \cdot 10^{47}$	$1.6 \cdot 10^{-6}$

# Заключение

В результате выполнения работы были измерены наблюдаемые на Земле интенсивности синхротронного излучения для галактик M31 и Sagittarius Dwarf, которые можно интерпретировать как результат аннигиляции или распада темной материи.

Опираясь на полученные результаты, можно сделать вывод о том, что чем ниже наблюдаемая избыточная энергия частиц темной материи, тем больше шанс обнаружить и наблюдать эти частицы на Земле. Для галактики M31 наблюдаемый поток электронов для обоих рассмотренных моделей темной материи слишком мал, чтобы его можно было различить на фоне других звезд. Даже для рассмотренных в работе низких энергий, крайне трудно обнаружить поток частиц темной материи.

Однако, согласно полученным результатам излучения для галактики Sagittarius Dwarf при низких энергиях больше шанс обнаружить поток частиц темной материи, особенно для случая модели аннигиляции темной материи.

# Литература

- [1] ATIC collaboration, Nature 456(2008) 362
- [2] Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц, «Теория Поля», Том II, стр. 224, 1967.
- [3] NASA/IPAC Extragalactic Database (NED), <http://nedwww.ipac.caltech.edu/>
- [4] SIMBAD Astronomical Database, <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>
- [5] J.F. Navarro, C.S. Frenk and S.D. White, Astrophys. J. 462 (1996) 563 [astro-ph/9508025]
- [6] A. Boyarsky, D. Iakubovskiy, O. Ruchayskiy, V. Savchenko, arXiv:0709.2301
- [7] ATIC collaboration, Nature 456(2008) | doi:10.1038/nature07477, pg. 4

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>1</b>
<b>1 Синхротронное излучение</b>	<b>2</b>
1.1 Формула Лармора . . . . .	2
1.2 Интенсивности СИ на конкретной частоте . . . . .	3
<b>2 Модель темной материи</b>	<b>4</b>
2.1 Распад темной материи . . . . .	4
2.2 Аннигиляция темной материи . . . . .	4
2.3 Модель распределения темной материи . . . . .	5
2.4 Определение плотности электронов вблизи Земли . . . . .	5
<b>3 Экспериментальные данные</b>	<b>7</b>
3.1 Модель галактики M31 . . . . .	8
3.1.1 Первоначальные данные . . . . .	8
3.1.2 Сценарий распада . . . . .	8
3.1.3 Сценарий аннигиляции . . . . .	9
3.2 Модель галактики SagDeg . . . . .	9
3.2.1 Первоначальные данные . . . . .	9
3.2.2 Сценарий распада . . . . .	10
3.2.3 Сценарий аннигиляции . . . . .	10
<b>Заключение</b>	<b>11</b>