

# 作业一

2253206 韩明洋

## 问题 1. 渐进复杂度练习

### (a) 组 1:

排列顺序 (按渐进复杂度递增):

1.  $f_1(n) = n^{0.999999} \log n$  (多项式对数)
2.  $f_2(n) = 10000000n$  (线性)
3.  $f_4(n) = n^2$  (平方)
4.  $f_3(n) = 1.000001n$  (指数)

### (b) 组 2:

排列顺序 (按渐进复杂度递增):

1.  $f_1(n) = 2$  的  $1000000$  (常数)
2.  $f_4(n) = n$  根号  $n = n$  的 1.5 次方 (多项式)
3.  $f_3(n) = (n^2) = n(n-1)/2$  (平方)
4.  $f_2(n) = 2^{1000000n}$  (指数)

### (c) 组 3:

排列顺序 (按渐进复杂度递增):

1.  $f_4(n) = \sum (i+1) = n(n+3)/2$  (平方)
2.  $f_1(n) = n$  的根号  $n$  (多项式与指数的混合)
3.  $f_3(n) = n$  的 10 次方  $\cdot 2$  的  $n/2$  次方 (多项式乘以指数)
4.  $f_2(n) = 2$  的  $n$  此份 (纯指数)

## 问题 2. 递推关系解析

1. (a)  $T(n) = \Theta(n)$

由主定理  $T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n)$

$a=2, b=3, f(n)=5n$

$n^{\log_b a} = n^{\log_3 2}$   $5n > n^{\log_3 2}$

$\therefore T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n)$

(b) 由题意,  $a=3, b=5, f(n)=n \log n$   $n^{\log_5 3} = n^{\log_5 3} < n \log n$

$\therefore T(n) = \Theta(n \log n)$

(c) 令  $n = e^m$   $\therefore \sqrt{n} = e^{\frac{m}{2}}$

$\therefore T(e^m) = T(e^{\frac{m}{2}}) + 1$

$m^{\log_5 a} = m^0 = 1$

令  $g(m) = g(\frac{m}{2}) + 1$

$\therefore g(m) = \Theta(\log m)$

$\therefore a=1, b=2, f(m)=1$

$T(n) = \Theta(\log \log n)$

$$2. \quad T(x, y) = \Theta(x+y) + T\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$\therefore T\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) = \Theta\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right) + T\left(\frac{x}{4}, \frac{y}{4}\right)$$

$$\text{令 } x=y=n$$

$$\therefore T(n, n) = \Theta(n) + T\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2}\right)$$

$$T\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2}\right) = \Theta\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{4}, \frac{n}{4}\right) \text{ 代入}$$

$$\text{累加 } T(n, n) = \Theta\left(n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots + 1\right) = \Theta(2n) = \Theta(n)$$

$$\therefore T(n, n) = \Theta(n)$$