

作业一

提交截止日期：3.28 23: 59

提交内容：PDF文件（书面题）+ 可运行程序及文档（编程题）打包为一个.zip文件

提交方式：作业命名格式为“姓名-学号-hw1.zip”，邮件标题命名为“学号-姓名-hw1”，在截止日期前发到助教邮箱2433282@tongji.edu.cn

提交要求：

1. 提交文档应为PDF格式（如果采用纸笔作答请扫描为足够清晰的PDF文档，请不要发送图片）
 2. 问题2要求写明推导过程
 3. 编程题目文档需要包括算法实现核心代码及其解释，测试用例通过的截图（截图中需要包含输入和输出）。缺少通过截图不得分
-

问题 1. 渐进复杂度练习

1. 对于每组函数，按渐进（大O）复杂度的递增顺序排列函数：

(a) [5分] 组1:

$$f_1(n) = n^{0.999999} \log n$$

$$f_2(n) = 10000000n$$

$$f_3(n) = 1.000001^n$$

$$f_4(n) = n^2$$

(b) [5分] 组2:

$$f_1(n) = 2^{2^{1000000}}$$

$$f_2(n) = 2^{100000n}$$

$$f_3(n) = \binom{n}{2}$$

$$f_4(n) = n\sqrt{n}$$

(c) [5分] 组3:

$$f_1(n) = n^{\sqrt{n}}$$

$$f_2(n) = 2^n$$

$$f_3(n) = n^{10} \cdot 2^{n/2}$$

$$f_4(n) = \sum_{i=1}^n (i+1)$$

问题 2. 递推关系解析

1. 求解以下关于 $T(n)$ 的递推关系:

(a) [10分] $T(n) = 2T(n/3) + 5n$

(b) [10分] 算法 \mathcal{A} 需要 $\Theta(n \log n)$ 时间将输入划分为 5 个大小为 $n/5$ 的子问题，然后递归地在其中 3 个子问题上运行自己。描述算法 \mathcal{A} 的运行时间 $T(n)$ 的递归关系，并找到其渐进增长阶。

(c) [10分] $T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$ (你可以假设 $T(2) = T(1) = 1$)

提示: 进行变量替换。

2. [15分] 根据以下性质，计算输入规模为 $T(n, n)$ 的算法的渐进复杂度，其中

$$T(x, c) = \Theta(x) \quad \text{对于 } c \leq 2$$

$$T(c, y) = \Theta(y) \quad \text{对于 } c \leq 2, \text{ 且}$$

$$T(x, y) = \Theta(x + y) + T(x/2, y/2).$$

问题3 编程实现

[40分]给定两个整数 n 和 k ，返回范围 $[1, n]$ 中所有可能的 k 个数的组合。

返回组合的顺序不影响答案的正确性。

测试用例 1:

输入: $n = 4, k = 2$

输出:

```
[  
  [2,4],  
  [3,4],  
  [2,3],  
  [1,2],  
  [1,3],  
  [1,4],  
]
```

测试用例 2:

输入: $n = 1, k = 1$

输出: `[[1]]`

测试用例 3:

输入: $n = 5, k = 3$

输出:

```
[  
  [1,2,3],  
  [1,2,4],  
  [1,2,5],  
  [1,3,4],  
  [1,3,5],  
]
```

```
[1,4,5],  
[2,3,4],  
[2,3,5],  
[2,4,5],  
[3,4,5]  
]
```