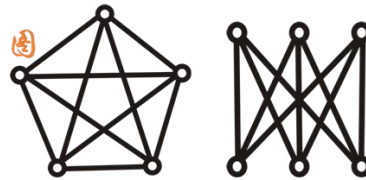


# 离散数学复习题

1. 下列句子中哪些不是命题？
- A. 北京是中华人民共和国的首都。
  - B.  $2 + 5 = 8$ .
  - C.  $x + 5 > 3$ .
  - D. 你会开车吗？
  - E. 2050 年元旦北京是晴天。
  - F. 这只兔子跑得真快呀！
  - G. 请关上门！
  - H. 我正在说谎话。

2. 判断右下方的图是否为平面图。



3. 下列公式中哪些是永真式？（ ）

- A.  $(\neg P \wedge Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg R)$     B.  $P \rightarrow (Q \rightarrow Q)$     C.  $(P \wedge Q) \rightarrow P$     D.  $P \rightarrow (P \wedge Q)$

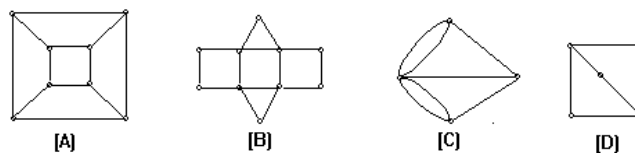
4. 谓词公式  $\forall x(P(x) \vee \exists yR(y)) \rightarrow Q(x)$  中的  $x$  是（ ）

- A. 自由变元
- B. 约束变元
- C. 既是自由变元又是约束变元
- D. 既不是自由变元又不是约束变元

5. 设  $H, K$  是群  $(G, \circ)$  的子群，下面是  $(G, \circ)$  的子群的是（ ）

- A.  $(H \cap K, \circ)$
- B.  $(H \cup K, \circ)$
- C.  $(K - H, \circ)$
- D.  $(H - K, \circ)$

6. 在如下各图中（ ）是欧拉图



7. 设集合  $A=\{1, 2, 3\}$ ，下列关系  $R$  中不是等价关系的是 ( )

A.  $R=\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$

B.  $R=\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$

C.  $R=\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle 1, 2\rangle\}$

D.  $R=\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 2\rangle\}$

8. 证明题:

(1) 证明四阶群只可能是循环群或 Klein 四阶群;

(2) 设  $G$  为一个简单的连通图，且  $G$  是平面图。若  $G$  有  $m$  条边， $n$  个顶点，且  $G$  的平面表示将平面划分为  $r$  个区域。证明 Euler 公式： $n-m+r=2$ 。

(3) 证明：对于一个连通的多图，存在 Euler 回路的充要条件是每个顶点的度均为偶数。

(4) 矩阵  $A_n$  表示  $n$  阶图中顶点  $i$  到顶点  $j$  直接连接的路径条数，证明：  $A_n^r$  中第  $i$  行  $j$  列表示顶点  $i$  到顶点  $j$  长度为  $r$  的路径条数。

(5) 证明:  $v$  阶二分图中有  $e$  条边, 满足下列关系:  $e \leq \frac{v^2}{4}$ 。

(6) 简单图  $G$  中顶点数为  $n$ , 边数  $e$ , 满足  $e > \frac{(n-2)(n-1)}{2}$ 。证明:  $G$  是连通图。

(7)  $H$  是  $G$  的子群,  $C(H) = \{g \in G : gh = hg, \forall h \in H\}$ 。求证:  $C(H)$  是  $G$  的子群。

9. 计算题:

(1) 求 101 在  $Z_{42620}$  中的乘法逆元;

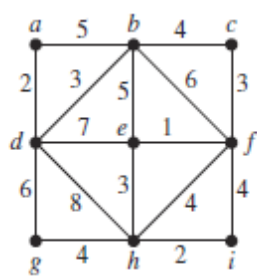
(2) 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A$  上的关系  $R = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in A \text{ 且 } x \geq y\}$ , 求:

- a) 画出  $R$  的关系图;
- b) 写出  $R$  的关系矩阵;
- c) 判断  $R$  是不是偏序关系, 为什么?

(3) 设  $R$  是集合  $A = \{a, b, c, d\}$ .  $R$  是  $A$  上的二元关系,  $R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle\}$ ,

- a) 求出  $r(R)$ ,  $s(R)$ ,  $t(R)$ ;
- b) 画出  $r(R)$ ,  $s(R)$ ,  $t(R)$  的关系图.
- c) 画出  $r(R)$ ,  $s(R)$ ,  $t(R)$  的关系矩阵。

(4) 画出下图的最小生成树：



(5) 设一阶逻辑公式： $G = (\forall xP(x) \vee \exists yQ(y)) \rightarrow \forall xR(x)$ ，把  $G$  化成前束范式.

(6) 写出下列数学结构的定义，并谈谈你对它们的意义或作用的理解

- 半群
- 含么半群
- 群
- 交换群
- 循环群

10.二元连接词有多少种？

11.判断下列哪些是 $\langle R^+, * \rangle$ 的子群。如果是，请证明；如果不是，请举出反例：

(1)  $\langle \{1,2,3\}, * \rangle$  ；

(2)  $\langle Z^+, * \rangle$  ；

(3)  $\langle \text{无理数}, * \rangle$  ；

(4)  $\langle \text{有理数}, * \rangle$  。

12.判断  $\langle \{T,F\}, \wedge \rangle$  是否为群。若是，证明之；否则指出原因。