

我的思路: 最初想法参考 LCS. 提出假设 "LIS 的最后一个元素
正如已知序列中最大的元素".

但可举反例如 20, 10, 5, 6, 7. 假设不成立.

考虑最优子结构. 假设 "当 LIS 下一个元素未出现前,
LIS 的该局部正如已知序列局部的 LIS".

但同如上序列. 显然对前几个元素均不成立. 故最优子结构不真.

由上述可知. LIS 具备 "后来居上" 的可能.

即后续较小数值的 ~~连续~~ 严格递增序列长度可超过
原有局部的 LIS.

因此已知序列中任意的严格递增序列都应被保存.

以期其可能成为整个序列 LIS 的一部分.

由 LIS 的性质. LIS 的最后一个元素一定是大于
LIS 的倒数第二个元素.

因此考虑. 每个 LIS 的最后元素应记录该 LIS 的前长度
同时如结果输出 LIS. 应设置前后连接关系.

数据结构应非本题关注重点. 但实现上或可采用类似 "叉树"
的数据结构.

算法如下:

for $i=0$ to n :

$a[i].length = 1$ // LIS 长度均赋初值为 1.

for $i=1$ to n :

for $j=0$ to $i-1$:

if $a[j] \leq a[i]$

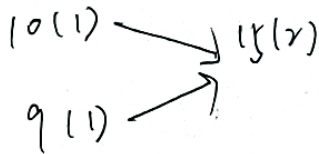
$a[j].child[i] = a[i]$ // $a[j]$ 下一下指向 $a[i]$

$a[i] = \max\{a[i], a[j] + 1\}$ // LIS 长度更新.

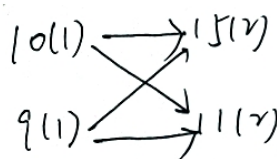
如果不考虑输出 LIS 结果. 只求长度. 则只须 $a[i] = \max\{a[i], a[j] + 1\}$.

例如: $[10, 9, 15, 11, 12, 16]$. 可类似散列或画树.
(括号内数字表示目前 length).

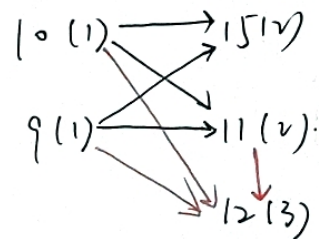
$i=0, 1$ $i=2$



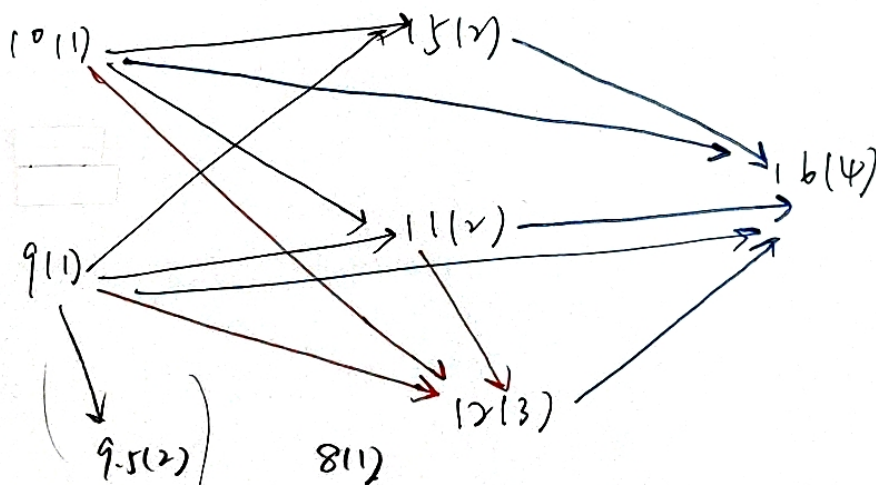
$i=3$



$i=4$



$i=5$

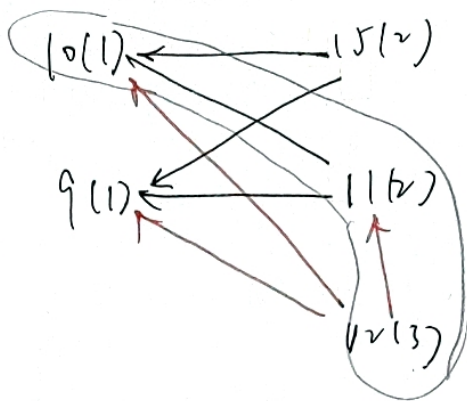


因此 LIS 长度
输出最大的 length 值
即可.

若不妨再加一个较小的如 9.5. 不影响 LIS.
加更小的如 8. 与其它无连接.

改变一下思路. 如? 方便输出 LIS.
 应改为 $a[i].parent[j] = a[j]$.

如 $i=4$ 时



接上一步: 找到并输出最大的 length 后.

从该节点找 parent 节点中 length 小 1 的节点.

由此一路回溯, 可找到整个 LIS.

复杂度分析: 两个嵌套循环.

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = 1 + 2 + \dots + (n-1) = n^2.$$

$\therefore T(n) = O(n^2)$. (后续遍历输出为 $O(n)$.
 为小量可忽略).