第 2 学期《高等数学》（A 类）

一、（10 分）求曲面 $x^2+y^2+z^2=14$ 上点 $(1,2,3)$ 处的切平面及法线方程.

二、（12 分）设 $x^3+y^2+z-xyz=0$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial y}{\partial z},\frac{\partial x}{\partial y}$.

三、（10 分）已知三个正数 x,y,z 的倒数之和为 1 ，问：x,y,z 取何值时，可以使得这三个正数之和最小？

四、（12 分）计算 $I=\iint\limits_D \max\{x,y\}dxdy$，其中 $D:0\le x\le 1,0\le y\le 1$.

五、（15 分）计算 $I=\int_L\left(\frac{y^7}{7}-1\right)dx+\left(x+xy^6\right)dy$ ，其中曲线 $L:\cos x\left(0\le x\le\frac{\pi}{2}\right)$ ，

起点为 $A(0,1)$ ，终点为 $B\left(\frac{\pi}{2},0\right)$.

六、（10 分）计算曲面积分 $I=\oiint\limits_\Sigma \frac{xdydz+ydzdx+zdxdy}{\left(x^2+y^2+2z^2\right)^{3/2}}$ ，其中

$$\Sigma:(x-3)^2+4(y-2)^2+z^2=a^2\quad(a>5)，方向取外侧.$$

七、（10 分）设 $f(x)$ 是周期为 2π 的函数，且 $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0\\ 1, & 0\le x<\pi\end{cases}$，将 $f(x)$ 展开为傅里叶级数.

八、（16 分）判断下列各式的敛散性.

1. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin 2n}{n^2}-\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ 2. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}\left(1-\cos\frac{1}{n}\right)$

2. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}2^n\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^2}$ 4. $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

九、（5 分）已知 $f(x)=\int_0^\pi e^{x\cos t}\sin(x\sin t)dt$ ，求 $f'(x)$ 以及 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的麦克劳林级数，并讨论该级数的收敛域.