

Войсковая часть 33965

Ю.А. НОВИКОВ, С.А. МАКАРЕНКОВ

ОСНОВЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

ПРАКТИКУМ

УК №

Москва 2021

Новиков Ю.А., Макаренков С.А.

Основы цифровой обработки сигналов: практикум. – М.:
в/ч 33965, 2021, 132 с.

В практикуме представлены цели, содержание, задачи и порядок выполнения лабораторных работ, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины «Основы цифровой обработки сигналов», позволяющие практически овладеть навыками реализации базовых алгоритмов цифровой обработки сигналов с использованием средств компьютерного моделирования MATLAB. Каждая глава практикума содержит краткие теоретические сведения, задание на лабораторную работу, план ее выполнения, рекомендации по подготовке отчета и контрольные вопросы, выносимые на защиту работы.

Практикум предназначен для обучающихся по специальности 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем» специализации «Высокопроизводительные вычислительные системы специального назначения».

© Новиков Ю.А., 2021

© Макаренков С.А., 2021

© Войсковая часть 33965, 2021

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ	7
ГЛАВА 1. ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ	10
1.1. Основные сведения о системе MATLAB	10
1.1.1. Командный режим	10
1.1.2. Режим программирования.....	11
1.1.3. Основные команды MATLAB	12
1.2. Содержание лабораторной работы.....	14
1.3. Задание на лабораторную работу	14
1.4. План выполнения лабораторной работы	20
1.4.1. Моделирование типовых дискретных сигналов ...	20
1.4.2. Моделирование задержанных типовых дискретных сигналов.....	21
1.4.3. Моделирование отдельных дискретных сигналов ..	21
1.4.4. Моделирование линейной комбинации дискретных гармонических сигналов	22
1.4.5. Написание script-файла для моделирования периодической последовательности дискретных импульсов.	23
1.5. Подготовка отчета	23
1.6. Контрольные вопросы	24
ГЛАВА 2. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ.....	26
2.1. Основные теоретические сведения	26
2.1.1. Теорема Котельникова	27
2.1.2. Частота Найквиста	28
2.2. Содержание лабораторной работы.....	29
2.3. Задание на лабораторную работу	29
2.4. План выполнения лабораторной работы	30
2.5. Подготовка отчета	33
2.6. Контрольные вопросы	33
ГЛАВА 3. ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ ...	36
3.1. Основные теоретические сведения	36

3.1.1. Функции ДПФ в MATLAB	37
3.1.2. Восстановление аналогового сигнала	38
3.1.3. Восстановление спектральной плотности	38
3.2. Содержание лабораторной работы.....	39
3.3. Задание на лабораторную работу	40
3.4. План выполнения лабораторной работы	45
3.4.1. Вычисление амплитудного и фазового спектров периодической последовательности.....	45
3.4.2. Вычисление ДПФ конечной последовательности...	47
3.4.3. Восстановление аналогового сигнала	47
3.4.4. Восстановление спектральной плотности конечной последовательности.....	48
3.4.5. Уменьшение периода дискретизации по частоте при вычислении ДПФ.....	49
3.4.6. Написание script-файла для вычисления ДПФ периодической последовательности прямоугольных импульсов	50
3.5. Подготовка отчета	51
3.6. Контрольные вопросы	51
ГЛАВА 4. ДПФ В УСЛОВИЯХ РАСТЕКАНИЯ	54
СПЕКТРА.....	54
4.1. Основные теоретические сведения	54
4.1.1. Растекание спектра	54
4.1.2. Улучшение различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами	56
4.2. Содержание лабораторной работы.....	56
4.3. Задание на лабораторную работу	57
4.4. План выполнения лабораторной работы	64
4.4.1. Проверка равенства Парсеваля.....	64
4.4.2. Исследование эффекта растекания спектра для одной дискретной гармоники	64
4.4.3. Исследование возможности уменьшения растекания спектра с помощью окна	65

4.4.4. Исследование эффекта растекания спектра для суммы двух дискретных гармоник	65
4.4.5. Улучшение различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами	66
4.5. Подготовка отчета	67
4.6. Контрольные вопросы	67
ГЛАВА 5. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С КОНЕЧНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ (КИХ) МЕТОДОМ ОКОН	70
5.1. Основные теоретические сведения	70
5.1.1. Структурные схемы КИХ-фильтров с линейной ФЧХ.....	71
5.1.2. Методика синтеза КИХ-фильтров методом окон	72
5.1.3. Синтез КИХ-фильтров методом окон в системе MATLAB	75
5.2. Содержание лабораторной работы.....	76
5.3. Задание на лабораторную работу	77
5.4. План выполнения лабораторной работы	88
5.4.1. Вычисление порядка фильтра, частот разрыва, параметра окна Кайзера	89
5.4.2. Синтез КИХ-фильтра с помощью окна Кайзера...	89
5.4.3. Анализ характеристик КИХ-фильтра	90
5.4.4. Написание script-файла для вычисления реакции КИХ-фильтра	90
5.4.5. Написание script-файла для вычисления амплитудных спектров.....	91
5.5. Подготовка отчета	91
5.6. Контрольные вопросы	92
ГЛАВА 6. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С БЕСКОНЕЧНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ (БИХ).....	97
6.1. Основные теоретические сведения	97

6.1.1. Методика синтеза БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования	97
6.1.2. Синтез аналоговых фильтров в MATLAB.....	100
6.1.3. Синтез БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования в MATLAB	101
6.2. Содержание лабораторной работы.....	102
6.3. Задание на лабораторную работу.	102
6.4. План выполнения лабораторной работы	121
6.4.1. Синтез БИХ-фильтров	121
6.4.2. Анализ характеристик синезированных БИХ-фильтров	122
6.4.3. Синтез аналоговых фильтров-прототипов	122
6.4.4. Сравнительный анализ АЧХ АФП и БИХ-фильтров	123
6.4.5. Написание script-файла для вычисления реакции БИХ-фильтра на входную последовательность.....	123
6.4.6. Написание script-файла для вычисления амплитудных спектров.....	124
6.5. Подготовка отчета	124
6.6. Контрольные вопросы	125
ЛИТЕРАТУРА	130

ПРЕДИСЛОВИЕ

Изучение базовых методов и алгоритмов цифровой обработки сигналов (ЦОС), невозможно без использования средств компьютерного моделирования, позволяющего понять многие важные аспекты их практического применения. В настоящее время, одним из наиболее распространенных программных средств в области компьютерного моделирования, является система MATLAB, используемая для моделирования в самых разных областях науки и техники, в том числе при цифровой обработке сигналов. В системе MATLAB используется алгоритмический язык «сверхвысокого» уровня, за счет матричной обработки данных, что требует меньших навыков программирования, чем, например, при использовании языка C/C++. Кроме этого, система MATLAB обладает хорошими графическими и демонстрационными возможностями, а также обеспечивает удобную среду для разработки и отладки различных алгоритмов ЦОС.

Практикум содержит 6 глав, каждая из которых посвящена теоретическому изучению и практическому освоению следующих тем: дискретные сигналы, дискретизация аналоговых сигналов, дискретное преобразование Фурье (ДПФ), явление растекание спектра при ДПФ, синтез цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой методом окон, синтез цифровых фильтров с бесконечной импульсной характеристикой методом билинейного Z-преобразования.

В первой главе представлены основные сведения о системе MATLAB, описаны команды, используемые в дальнейшем в программах при реализации базовых алгоритмов ЦОС. Практическая часть связана с моделированием дискретных сигналов (в том числе типовых последовательностей) в системе MATLAB, изучением их свойств и особенностей моделирования средствами MATLAB.

Во второй главе рассмотрены вопросы выбора частоты дискретизации при преобразовании сигналов в основной полосе частот и узкополосных сигналов. Практическая часть связана с моделированием операций дискретизации аналоговых сигналов при различных отношениях частоты дискретизации к частоте аналогового гармонического сигнала, что позволяет изучить явление размножения спектра.

В третьей главе приведены основные теоретические сведения о ДПФ. Практическая часть связана с вычислением ДПФ периодических последовательностей и последовательностей конечной длины, восстановлением аналогового сигнала и спектральной плотности конечной последовательности.

В четвертой главе описаны условия возникновения эффекта растекания спектра при вычислении ДПФ и методы его уменьшения путем применения оконных функций. В практической части исследуется эффект растекания спектра для одной и двух дискретных гармоник, и способы улучшения различения близко расположенных дискретных гармоник путем применения оконных функций.

В теоретической части пятой главы приведены структурные схемы КИХ-фильтров, представлена методика синтеза КИХ-фильтров методом окон, описаны порядок и особенности синтеза КИХ-фильтров методом окон в системе MATLAB. В практической части выполняется синтез КИХ-фильтра с помощью окна Кайзера и анализ его характеристик для каждого типа избирательности (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ).

В теоретической части шестой главы рассмотрена методика синтеза БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования, особенности синтеза аналоговых фильтров (фильтров-прототипов) и дискретных БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования в системе MATLAB. В практической части выполняется синтез аналоговых фильтров-прототипов Баттерворта, Чебышева I, II рода, Золота-

рева–Кауэра и соответствующих дискретных БИХ-фильтров для каждого типа избирательности (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ). Проводится анализ характеристик рассчитанных фильтров и сравнительный анализ БИХ-фильтров и фильтров-прототипов для каждого типа избирательности.

Каждая лабораторная работа содержит листинг программы (script-файла), используемой при выполнении заданий на лабораторную работу, что позволяет обучающимся изучить функции MATLAB и особенности их использования при решении поставленных задач.

ГЛАВА 1. ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ

Цель работы – приобрести первоначальные навыки работы с современными программными средствами моделирования ЦОС (MATLAB), изучить математическое описание дискретных сигналов и овладеть программными средствами их моделирования в системе MATLAB.

1.1. Основные сведения о системе MATLAB

MATLAB является интерактивной диалоговой системой, интерфейс, которой содержит четыре окна:

- Command Window (Командное окно) - основное окно системы MATLAB. В этом окне набираются команды пользователя, подлежащие немедленному исполнению. Здесь же выдаются результаты выполнения команд. Сессия работы в Командном окне называют *текущей сессией*.
- Current Folder (Текущая папка) - в этом окне выводится содержимое папки, имя которой отображается на панели инструментов MATLAB.
- Workspace (Рабочее пространство) – в этом окне выводится список текущих переменных, введенных пользователем в Командном окне.
- Command History (История команд) – в этом окне содержится список всех команд, набранных пользователем.

1.1.1. Командный режим

В системе MATLAB можно работать как в *командном режиме* (пошаговые вычисления в Командном окне), так и в режиме *программирования*. В командном режиме MATLAB может работать как большой и мощный калькулятор, вычисляя значения математических выражений. Результаты этих вычислений могут быть легко представлены в

виде двумерных и трехмерных графиков. В этом режиме, также как и в режиме программирования, объекты языка MATLAB (к которым относятся команды, операторы, константы, переменные, функции и выражения), вводятся в командной строке Командного окна с соблюдением следующих правил:

- символ ";" (*точка с запятой*) в конце строки блокирует автоматический вывод результата;
- символ "..." (*многоточие*) в конце строки является признаком продолжения предыдущей строки;
- символ "%" (*процент*) в начале строки соответствует комментарию.

1.1.2. Режим программирования

В режиме программирования все тестовые файлы, создаваемые в MATLAB, сохраняются с расширением .m, которые называют *М-файлами*. Существуют две разновидности М-файлов: *программы* (script-файлы или файл-сценарии) и *функции* (function-файл, или файл-функции). Между ними существуют следующие различия:

- функции имеют заголовок `function`, а программы – заголовок `script` или вообще не имеют заголовка;
- функции могут принимать входные параметры и возвращать результаты вычислений, а программы – нет;
- программы используют рабочую область памяти системы MATLAB, а каждая функция при вызове создает свою собственную рабочую область памяти и общается с внешним миром только через параметры и глобальные переменные;

- функции могут вызываться из программ и других функций, а программу можно запустить только вручную, набрав ее имя в командной строке MATLAB.

В М-файлах, независимо от их вида, должны соблюдаться следующие правила языка MATLAB:

- переменные не объявляются и не описываются;
- не используются метки;
- отсутствует оператор безусловного перехода типа «go to»;
- не фиксируется конец программы.

В лабораторных работах для моделирования используются script-файлы, в которых, в начале каждой программы, размещен оператор `script`, информирующий о том, что это script-файл, и далее две команды: `clc` и `clear`.

Команда `clc` используется для очистки Командного окна (экрана), а команда `clear` – для удаления переменных из Рабочего пространства.

Все переменные script-файла являются глобальными, т.е. они сохраняются в Рабочем пространстве и могут использоваться в дальнейшем, в частности, для работы script-файла, написанного в рамках выполнения пункта плана задание на лабораторную работу.

1.1.3. Основные команды MATLAB

Наиболее часто употребляемые команды, присутствующие практически в каждом script-файле лабораторных работ, следующие:

`disp` – вывод значения переменной (или текста) в Командное окно MATLAB;

`input` – запрос на ввод значения переменной пользователем;

`pause` – приостановка работы программы;

`figure` – вывод графика в отдельном окне. Функция ставится перед новой функцией построения графика;

`figure('Name','<Имя графика>','Number-Title','off')` – вывод графика в отдельном окне, имя которого присваивается пользователем;

`plot(x,y)` – вывод двумерного графика функции $y(x)$. x и y – векторы одинаковой длины. По умолчанию точки соединяются сплошными линиями синего цвета. Тип и цвет линий и символов точек можно изменить;

`stem(x,y,'fill')` – вывод двумерного графика функции $y(x)$ в виде «стебельков», `'fill'` – необязательный параметр, указывающий на закрашивание маркеров;

`plot(x,y,'LineStyle')` – Для управления цветом графика, типом линии и способом отображения точек данных используют дополнительный параметр команд `plot`, `stem` и т.д. Этот параметр представляет собой текстовую строку `'LineStyle'`, символы которой и указывают нужные режимы;

`hold on` – вывод в текущее графическое окно нескольких графиков на одних координатных осях. Функция ставится перед новой функцией построения графика;

`subplot(m,n,p)` – разбиение текущего графического окна на отдельные поля для вывода независимых графиков; $m \times n$ – размер матрицы графического окна: m строк и n столбцов; p – порядковый номер поля выводимого графика, считая по строкам слева направо. Функция построения графика ставится после функции `subplot`.

При моделировании дискретных сигналов в MATLAB используются следующие функции:

`zeros(M,N)` – матрица нулей размером $M \times N$, где M , N – число строк и столбцов соответственно;

`ones(M,N)` – матрица единиц размером $M \times N$, где M , N – число строк и столбцов соответственно;

`repmat(B,m,n)` – копирование матрицы, где B – исходная матрица, как элемент новой матрицы, m , n – число копий матрицы B по строкам и столбцам соответственно;

`conv(x1,x2)` – свертка функций x_1 и x_2 , где x_1 – вектор длины N_1 , x_2 – вектор длины N_2 . Длина свертки – $L=N_1+N_2-1$;

`mean(x)` – среднее значение отсчетов последовательности x ;

`sum(x.^2)` – энергия отсчетов последовательности x ;

`sum(x.^2)/length(x)` – средняя мощность отсчетов последовательности x , где `length(x)` – длина последовательности.

1.2. Содержание лабораторной работы

Содержание работы связано с моделированием дискретных сигналов (в том числе типовых последовательностей) в системе MATLAB, изучением их свойств и особенностей моделирования средствами MATLAB.

1.3. Задание на лабораторную работу

Задание включает в себя следующие пункты:

1. Моделирование типовых дискретных сигналов:
 - цифрового единичного импульса $u_0(n)$;
 - цифрового единичного скачка $u_1(n)$;
 - дискретной показательной функции $x_1(n)$;

- дискретного комплексного гармонического сигнала $x_2(n)$.

2. Моделирование задержанных типовых последовательностей:

- цифрового единичного импульса $u_0(n)$;
- цифрового единичного скачка $u_1(n)$;
- дискретной показательной функции $x_1(n)$.

3. Моделирование отдельных дискретных последовательностей:

- дискретного прямоугольного импульса $x_3(n)$;
- дискретного треугольного импульса $x_4(n)$;
- дискретного гармонического сигнала с экспоненциальной огибающей $x_6(n)$;
- периодической последовательности дискретных прямоугольных импульсов.

4. Моделирование линейной комбинации дискретных гармонических сигналов $x_5(n)$.

5. Написание script-файла для моделирования периодической последовательности дискретных импульсов.

Лабораторная работа выполняется на основе script-файла LR_01_d_signal. Листинг script-файла LR_01_d_signal имеет следующий вид:

```
script
clc
clear
disp('% ЛР №1 ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ')
disp('%')
disp('% 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТИПОВЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ')
disp('%')
disp('% ВВЕДИТЕ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ');
disp('%')
DATA=0;
while DATA==0
disp('ДЛИНА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ')
N = input('N = ');           % ДЛИНА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
disp('ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ')
```

```

F = input('F = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ
disp('ОСНОВАНИЕ ДИСКРЕТНОЙ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ')
a = input('a = '); % ОСНОВАНИЕ ДИСКРЕТНОЙ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ
ФУНКЦИИ
disp('АМПЛИТУДА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА')
C = input('C = '); % АМПЛИТУДА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО
СИГНАЛА
disp('ЧАСТОТА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА')
f0 = input('f0 = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНИЧЕСКО-
ГО СИГНАЛА
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.1.1. ЦИФРОВОЙ ЕДИНИЧНЫЙ ИМПУЛЬС')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ нажмите <ENTER>')
pause
T=1/F;
n = 0:(N-1); nT = T.*n; % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ И
НЕНОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
u0 = [1 zeros(1, (N-1))]; % ЦИФРОВОЙ ЕДИНИЧНЫЙ ИМПУЛЬС
figure('Name','Цифровой единичный импульс, единичный ска-
чок, дискретная показательная функция','NumberTitle',
'off')
subplot(3,2,1),stem(nT,u0,'Linewidth',2), grid
title('Цифровой единичный импульс u0(nT)')
subplot(3,2,2),stem(n,u0,'Linewidth',2), grid
title('Цифровой единичный импульс u0(n)')
disp('%')
disp('% п.1.2. ЦИФРОВОЙ ЕДИНИЧНЫЙ СКАЧОК');
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ нажмите <ENTER>')
pause
u1 = [1 ones(1, (N-1))]; % ЦИФРОВОЙ ЕДИНИЧНЫЙ СКАЧОК
subplot(3,2,3),stem(nT,u1,'Linewidth',2), grid
title('Цифровой единичный скачок u1(nT)'),
subplot(3,2,4),stem(n,u1,'Linewidth',2), grid
title('Цифровой единичный скачок u1(n)')
disp('%')
disp('% п.1.3. ДИСКРЕТНАЯ ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ нажмите <ENTER>')
pause
x1 = a.^n; % ДИСКРЕТНАЯ ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ

```



```

subplot(3,2,5),stem(nT,x1,'Linewidth',2),    xlabel('nT'),
grid
title('Дискретная показательная функция x1(nT)')
subplot(3,2,6),stem(n,    x1,'Linewidth',2),    xlabel('n'),
grid
title('Дискретная показательная функция x1(n)'),
disp('%')
disp('% п.1.4. ДИСКРЕТНЫЙ КОМПЛЕКСНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ СИГ-
НАЛ')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ нажмите <ENTER>')
pause
x2 = C.*exp(1j*2*pi*f0*T.*n);    % ДИСКРЕТНЫЙ КОМПЛЕКСНЫЙ
ГАРМОНИЧЕСКИЙ СИГНАЛ
figure('Name','Дискретный гармонический сиг-
нал','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1),stem(n,real(x2) , 'Linewidth',2), grid
title('Вещественная часть дискретного гармонического сиг-
нала')
subplot(2,1,2),stem(n,imag(x2)    , 'Linewidth',2),    xla-
bel('n'), grid
title('Мнимая часть дискретного гармонического сигнала')
disp('%')
disp('% 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДЕРЖАННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-
СТЕЙ')
disp('% ВВЕДИТЕ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ');
disp('%')
DATA=0;
while DATA==0
disp('ВЕЛИЧИНА ЗАДЕРЖКИ')
m = input('m = ');    % ВЕЛИЧИНА ЗАДЕРЖКИ
disp('АМПЛИТУДА ИМПУЛЬСА')
U = input('U = ');    % АМПЛИТУДА ИМПУЛЬСА
disp('МОМЕНТ НАЧАЛА ИМПУЛЬСА')
n0 = input('n0 = ');    % МОМЕНТ НАЧАЛА ИМПУЛЬСА
disp('ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ИМПУЛЬСА')
n_imp = input('n_imp = ');    % ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ИМПУЛЬСА
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ нажмите <ENTER>')
pause
u0_m = [zeros(1,m) u0(1:(N-m))];    % ЗАДЕРЖАННЫЙ ЦИФРОВОЙ
ЕДИНИЧНЫЙ ИМПУЛЬС

```

```

u1_m = [zeros(1,m) u1(1:(N-m))]; % ЗАДЕРЖАННЫЙ ЦИФРОВОЙ
ЕДИНИЧНЫЙ СКАЧОК
x1_m = [zeros(1,m) x1(1:(N-m))]; % ЗАДЕРЖАННАЯ ДИСКРЕТНАЯ
ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ
figure('Name','Задержанные последовательно-
сти','NumberTitle','off')
subplot(3,1,1),stem(n,u0_m,'Linewidth',2), grid
title ('Задержанный цифровой единичный импульс u0(n-m)')
subplot(3,1,2),stem(n,u1_m,'Linewidth',2), grid
title ('Задержанный цифровой единичный скачок u1(n-m)')
subplot(3,1,3),stem(n,x1_m,'Linewidth',2),xlabel('n'),
grid
title ('Задержанная дискретная показательная функция
x1(n-m)')
disp('%')
disp('% 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ПОСЛЕДОВА-
ТЕЛЬНОСТЕЙ')
disp('% п.3.1. ДИСКРЕТНЫЙ ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ИМПУЛЬС')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ нажмите <ENTER>')
pause
x3_1 = U*rectpuls(n-n0,2*n_imp); x3_1(1:n0) = 0; % ФОРМИ-
РОВАНИЕ ИМПУЛЬСА С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ rectpuls
x3_2 = [zeros(1,n0) U.*u1((n0+1):(n0+n_imp))...
zeros(1,N-(n0+n_imp))]; % ФОРМИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСА С ПО-
МОЩЬЮ ЦИФРОВОГО ЕДИНИЧНОГО СКАЧКА
figure('Name','Дискретные прямоугольные и треугольные им-
пульсы','NumberTitle','off')
subplot(3,1,1),stem(n,x3_1,'Linewidth',2), grid
title('Дискретный прямоугольный импульс x3 1(n)')
subplot(3,1,2),stem(n,x3_2,'Linewidth',2), grid
title('Дискретный прямоугольный импульс x3 2 (n)')
disp('%')
disp('% п.3.2. ДИСКРЕТНЫЙ ТРЕУГОЛЬНЫЙ ИМПУЛЬС')
disp('% Для вывода ГРАФИКА нажмите <ENTER>')
pause
x4 = conv(x3_1,x3_1); % ДИСКРЕТНЫЙ ТРЕУГОЛЬНЫЙ ИМПУЛЬС
L = 2*N-1; % ДЛИНА СВЕРТКИ
n = 0:(L-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
subplot(3,1,3),stem(n,x4,'Linewidth',2), xlabel('n'),
grid
title('Дискретный треугольный импульс x4(n)')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3.3. ДИСКРЕТНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ СИГНАЛ С ЭКСПО-
НЕНЦИАЛЬНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ')
disp('% Для вывода ГРАФИКА нажмите <ENTER>')

```

```

pause
n = 0:(N-1);           % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
x = C.*sin(2*pi*f0*T.*n); % ДИСКРЕТНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ
СИГНАЛ
x6 = x.*(abs(a).^n);    % ДИСКРЕТНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ
СИГНАЛ С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ
figure('Name','Гармонический сигнал с экспоненциальной
огибающей','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1),stem(n,x6,'Linewidth',2), grid
title('Гармонический сигнал с экспоненциальной огибающей
x6(n)')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3.4. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ДИСКРЕТ-
НЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ')
disp('% Для вывода ГРАФИКА пяти периодов последовательности
нажмите <ENTER>')
pause
xp = [U.*u1(1:n_imp) zeros(1,n_imp)]; % ПЕРИОД ПОСЛЕ-
ДОВАТЕЛЬНОСТИ
p = 5; % ЧИСЛО ПЕРИОДОВ
x7 = repmat(xp,1,p); % ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ
n = 0:(length(x7)-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
subplot(2,1,2), stem(n,x7,'Linewidth',2), xlabel('n'),
grid
title('Периодическая последовательность прямоугольных им-
пульсов x7(n)')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ КОМБИНАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ
ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ')
disp('% ВВЕДИТЕ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ');
disp('%')
DATA=0;
while DATA==0
disp('ВЕКТОР АМПЛИТУД (строка)')
B = input('B = '); % ВЕКТОР АМПЛИТУД
disp('ВЕКТОР ЧАСТОТ (строка)')
w = input('w = '); % ВЕКТОР ЧАСТОТ
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')

```

```

disp('% Для вывода ГРАФИКОВ гармонических сигналов и их
линейной комбинации нажмите <ENTER>')
pause
n = 0:(5*N-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
xi = repmat(B,length(n),1).*sin(n'*w); % МАТРИЦА ДИСКРЕТ-
НЫХ ГАРМОНИК
x5 = sum(xi); % ЛИНЕЙНАЯ КОМБИНАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
figure('Name','Дискретные гармонические сигналы и их ли-
нейная комбинация','NumberTitle','off')
subplot(4,1,1),stem(n, xi(:,1),'Linewidth',2), grid
title('Первый гармонический сигнал')
subplot(4,1,2),stem(n, xi(:,2),'Linewidth',2), grid
title('Второй гармонический сигнал')
subplot(4,1,3),stem(n, xi(:,3),'Linewidth',2), grid
title('Третий гармонический сигнал')
subplot(4,1,4),stem(n,x5,'Linewidth',2), xlabel('n'),
grid
title('Линейная комбинация гармонических сигналов x5(n)')
disp('%')
disp('% Для вывода СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ, ЭНЕРГИИ и СРЕДНЕЙ
МОЩНОСТИ сигнала x5 нажмите <ENTER>')
pause
mean_x5 = mean(x5); % СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ СИГНАЛА
E = sum(x5.^2); % ЭНЕРГИЯ СИГНАЛА
P = sum(x5.^2)/length(x5); % СРЕДНЯЯ МОЩНОСТЬ СИГНАЛА
disp('%')
disp([' mean_x5 = ' num2str(mean_x5) ' E = ' num2str(E)
' P = ' num2str(P)])
disp('% РАБОТА ЗАВЕРШЕНА')

```

1.4. План выполнения лабораторной работы

1.4.1. Моделирование типовых дискретных сигналов

- Используя script-файл LR_01_d_signal вывести гра-
фики: цифрового единичного импульса $u_0(n)$, цифрового
единичного скачка $u_1(n)$, дискретной показательной функ-
ции $x_1(n)$, дискретного комплексного гармонического сиг-
нала $x_2(n)$.

- Пояснить формулы, используемые для формирова-
ния типовых последовательностей в script-файле
LR_01_d_signal ($u0 = [1 \text{ zeros}(1, (N-1))]; u1 = [1$
 $\text{ones}(1, (N-1))];$).

- Пояснить:
 - взаимосвязь между дискретным и дискретным нормированным временем;
 - различие между цифровым единичным импульсом и дельта-функцией;
 - соответствие между цифровым и аналоговым единичными скачками.
- Записать дискретный комплексный гармонический сигнал в виде комбинации двух вещественных последовательностей. Рассчитать аналитически количество отсчетов на одном периоде аналогового сигнала и проверить правильность расчетов с помощью полученного графика.

1.4.2. Моделирование задержанных типовых дискретных сигналов

- Используя script-файл LR_01_d_signal вывести графики задержанных типовых последовательностей: цифрового единичного импульса $u_0(n)$, цифрового единичного скачка $u_1(n)$, дискретной показательной функции $x_1(n)$.
- Записать формулы задержанных последовательностей.
- Пояснить формулу, используемую для формирования типовых задержанных последовательностей в script-файле LR_01_d_signal ($u0_m = [\text{zeros}(1, m)$
 $u0(1 : (N-m))]$).

1.4.3. Моделирование отдельных дискретных сигналов

- Используя script-файл LR_01_d_signal вывести графики следующих последовательностей:
 - дискретного прямоугольного импульса;
 - дискретного треугольного импульса;
 - периодической последовательности дискретных прямоугольных импульсов (идентификатор x7);

- гармонический сигнал с экспоненциальной огибающей (идентификатор x_6).
- Выполнить моделирование импульса двумя способами: с помощью функции `rectpuls` – идентификатор x_3_1 и на основе цифрового единичного скачка – идентификатор x_3_2 .
 - Пояснить формулы, используемые для формирования прямоугольного импульса:
 - $x_3_1 = U \cdot \text{rectpuls}(n - n_0, 2 \cdot n_{\text{imp}});$
 $x_3_1(1:n_0) = 0;$
 - $x_3_2 = [\text{zeros}(1, n_0) \text{ } U \cdot \text{u1}((n_0 + 1):(n_0 + n_{\text{imp}})) \dots \text{zeros}(1, N - (n_0 + n_{\text{imp}}))].$
 - Используя script-файл `LR_01_d_signal` вывести графики дискретного треугольного импульса, сформированного посредством свертки дискретного прямоугольного импульса ($x_4 = \text{conv}(x_3_1, x_3_1)$).
 - Привести аналитическую запись свертки. Определить теоретически и по графику длину свертки L и ширину треугольного импульса.
 - Для формирования пяти периодов последовательности выполнить следующие действия:
 - на основе цифрового единичного скачка сформировать один период последовательности (идентификатор x_p);
 - сформировать пять периодов последовательности с помощью функции `repmat`.
 - Пояснить формулы, используемые при моделировании периодической последовательности: $x_p = [U \cdot \text{u1}(1:n_{\text{imp}}) \text{ } \text{zeros}(1, n_{\text{imp}})];$ и $x_7 = \text{repmat}(x_p, 1, p).$

1.4.4. Моделирование линейной комбинации дискретных гармонических сигналов

- Используя script-файл LR_01_d_signal вывести графики 3-х гармонических сигналов и их сумму (идентификатор $x_5(n)$) на интервале времени $n \in [0; (5N - 1)]$.
- Вычислить среднее значение (идентификатор mean_x5), энергию (идентификатор E) и среднюю мощность (идентификатор P) последовательности $x_5(n)$.
- Пояснить, как определяют указанные характеристики и полученный результат.

1.4.5. Написание script-файла для моделирования периодической последовательности дискретных импульсов

- Написать script-файл для моделирования периодической последовательности радиоимпульсов (для нечетного варианта) и треугольных импульсов (для четного варианта), с возможностью произвольного задания следующих исходных данных:
 - частота дискретизации;
 - длительность импульса;
 - амплитуда импульса;
 - скважность;
 - количество периодов повторения;
 - частота заполнения (для радиоимпульса).
- Вывести графики для своего варианта (таблица 1.1). Недостающие данные выбрать произвольно. Для вывода графиков использовать функции plot, figure, subplot, stem.
- Определить:
 - длительность импульса;
 - период периодической последовательности импульсов.

1.5. Подготовка отчета

Отчет составляется в редакторе MS Word и содержит:

- цель работы;
- номер варианта и исходные данные;
- результаты выполнения каждого пункта задания, включая созданные графики (копируются по команде Edit| Copy Figure в окне Figure);
- ответы на вопросы по каждому пункту.

Защита лабораторной работы проводится на основании представленного отчета и ответа на вопросы из списка контрольных вопросов.

1.6. Контрольные вопросы

1. Какие основные типы сигналов вы знаете? В чем фундаментальное отличие дискретного сигнала от непрерывного?
2. Дайте определение дискретного и цифрового сигналов.
3. Какие сигналы относятся к типовым дискретным сигналам.
4. В чем заключается фильтрующее свойство цифрового единичного импульса.
5. Что такое период и частота дискретизации и как они связаны друг с другом.
6. Что такое скважность периодической последовательности и чему она равна в данной работе?
7. Дайте определение нормированной частоты \hat{f} , $\hat{\omega}$.
8. Как определяется мощность сигнала? Чему равна мощность гармонического сигнала?

Исходные данные для каждого варианта приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1. Исходные данные для выполнения лабораторной работы № 1

№ вар.	N	F	a	C	f_0	m	U	n_0	n_{imp}	B_i	$\hat{\omega}_i$
1	30	10000	0,9	1	200	2	1	3	4	1 1 1	$\pi/25 \ \pi/5 \ \pi/3$
2	30	9000	– 0,9	2	200	3	2	4	5	1 1 2	$\pi/25 \ \pi/10 \ \pi/3$
3	30	8000	0,85	3	250	4	3	5	6	1 2 2	$\pi/25 \ \pi/10 \ \pi/5$
4	30	7000	– 0,85	4	250	5	4	6	7	2 2 2	$\pi/25 \ \pi/5 \ \pi/3$
5	30	7200	0,8	5	300	6	1	7	8	2 2 3	$\pi/25 \ \pi/10 \ \pi/5$
6	40	6900	– 0,8	1	300	7	2	8	4	1 1 2	$\pi/50 \ \pi/10 \ \pi/5$
7	40	7000	0,75	2	350	2	3	3	5	2 3 3	$\pi/50 \ \pi/25 \ \pi/5$
8	40	6300	– 0,75	3	350	3	4	4	6	3 3 3	$\pi/50 \ \pi/25 \ \pi/10$
9	40	6800	0,7	4	400	4	1	5	7	1 2 3	$\pi/50 \ \pi/25 \ \pi/3$
10	40	6000	– 0,7	5	400	5	2	6	8	2 1 1	$\pi/50 \ \pi/10 \ \pi/3$
11	50	6750	0,8	1	450	6	3	7	4	1 1 1	$\pi/25 \ \pi/12.5 \ \pi/5$
12	50	6300	– 0,8	2	450	7	4	8	5	1 1 2	$\pi/25 \ \pi/5 \ 2\pi/5$
13	50	6500	0,75	3	500	8	1	3	6	1 2 2	$\pi/25 \ 2\pi/25 \ 2\pi/5$
14	50	6000	– 0,75	4	500	9	2	4	7	2 2 2	$2\pi/50 \ 2\pi/10 \ 2\pi/5$
15	50	6050	0,7	5	550	10	3	5	8	2 2 3	$2\pi/125 \ 2\pi/50 \ 2\pi/10$
16	60	5500	– 0,7	1	550	5	4	6	4	1 1 2	$\pi/25 \ \pi/5 \ \pi/3$
17	60	7200	0,65	2	600	6	5	7	5	2 3 3	$\pi/25 \ \pi/10 \ \pi/5$
18	60	6600	– 0,65	3	600	7	3	8	6	3 3 3	$\pi/50 \ \pi/10 \ \pi/5$
19	60	7150	0,6	4	650	8	4	3	7	1 2 3	$\pi/50 \ \pi/25 \ \pi/5$
20	60	5850	– 0,6	5	650	9	5	4	8	2 1 1	$\pi/50 \ \pi/25 \ \pi/10$

ГЛАВА 2. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ

Цель работы – изучить явление размножения спектра при дискретизации непрерывных сигналов, влияние выбора частоты дискретизации на спектр дискретного сигнала.

2.1. Основные теоретические сведения

Выбор значения частоты дискретизации играет важнейшую роль при разработке устройств и систем цифровой обработки сигналов. Ошибки, допущенные при определении необходимой частоты дискретизации, неправильный ее выбор, в дальнейшем *исправить невозможно*.

Располагая некоторым объемом выборок (отсчетов) непрерывного сигнала, *невозможно однозначно определить в какой частотной области находился исходный сигнал*, не обладая некоторой априорной информацией. Рассмотрим непрерывный синусоидальный сигнал вида:

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t). \quad (2.1)$$

При дискретизации $x(t)$ с частотой дискретизации f_s (период дискретизации $T = 1/f_s$) выборки сигнала имеют вид:

$$x(n) = \sin(2\pi f_0 nT). \quad (2.2)$$

С учетом периодичности синусоиды, т.е. $\sin(\varphi) = \sin(\varphi \pm 2\pi m)$, где m – любое целое число, выражение (2.2) можно модифицировать следующим образом:

$$x(n) = \sin(2\pi f_0 nT \pm 2\pi m) = \sin(2\pi(f_0 \pm m/nT)nT). \quad (2.3)$$

Полагая $m = kn$, получим

$$x(n) = \sin(2\pi(f_0 \pm k/T)nT). \quad (2.4)$$

Приравняем последовательности (2.2) и (2.4), и учитывая, что $f_s = 1/T$ получим:

$$x(n) = \sin(2\pi f_0 nT) = \sin(2\pi(f_0 \pm kf_s)nT). \quad (2.5)$$

Из выражения (2.5) видно, что слагаемые f_0 и $f_0 \pm kf_s$ дают один и тот же результат.

Обобщая полученный результат, можно сделать вывод, что при дискретизации непрерывного сигнала с частотой f_s , невозможно отличить значения синусоид частоты f_0 от значений частот $\pm(kf_s \pm f_0)$, где k – любое положительное целое число.

Спектр дискретного сигнала содержит бесконечное количество копий спектров аналогового сигнала, сдвинутых друг относительно друга на величину частоты дискретизации f_s .

2.1.1. Теорема Котельникова

Если в спектре аналогового сигнала не содержится составляющих с частотами, превышающими частоту $f_s/2$, то сдвинутые копии спектра не будут перекрываться. Использование идеального фильтра нижних частот с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой, позволит выделить исходную (нездвинутую) копию спектра, сосредоточенную в области нулевой частоты, и, таким образом, точно восстановить исходный аналоговый сигнал.

Теорема Котельникова гласит, что любой сигнал, спектр которого не содержит составляющих с частотами выше некоторого значения f_b , может быть без потери информации представлен дискретными отсчетами при выборе частоты дискретизации в соответствии со следующим неравенством:

$$f_s \geq 2f_b.$$

При выборе частоты дискретизации меньше удвоенной верхней частоты спектра дискретизируемого сигнала

($f_s < 2f_B$), сдвинутые копии спектра накладываются друг на друга. Происходит наложение спектров, называемое также элайзингом (aliasing), которое приводит к непоправимому искажению спектров, в том числе и в области частот от 0 до f_B . Данные искажения принципиально неустранимы никакой последующей цифровой обработкой сигналов.

2.1.2. Частота Найквиста

Частота гармонического сигнала, равная половине частоты дискретизации, называется *частотой Найквиста* ($f_N = f_s/2$). В зависимости от соотношения между частотой дискретизируемого аналогового гармонического сигнала и частотой Найквиста возможны три случая:

1. Частота гармонического сигнала *меньше* частоты Найквиста. В этом случае дискретные отсчеты позволяют правильно восстановить аналоговый сигнал.

2. Частота гармонического сигнала *равна* частоте Найквиста. В этом случае дискретные отсчеты позволяют восстановить аналоговый гармонический сигнал с той же частотой, но амплитуда и фаза восстановленного сигнала могут быть искажены. В худшем случае, все дискретные отсчеты гармонического сигнала могут оказаться равными нулю.

3. Частота гармонического сигнала *больше* частоты Найквиста. В этом случае восстановленный по дискретным отсчетам аналоговый сигнал будет также гармоническим, но с иной частотой. Данное свойство используется для дискретизации узкополосных сигналов. При этом выполняется не только дискретизация узкополосного аналогового сигнала, но и перенос его спектра в область более низких частот. Такая дискретизация называется *дискретизирующим переносом*.

2.2. Содержание лабораторной работы

Содержание работы связано с моделированием операций дискретизации аналоговых сигналов при различных отношениях частоты дискретизации к частоте аналогового гармонического сигнала.

2.3. Задание на лабораторную работу

Лабораторная работа выполняется на основе script-файла LR_02_discret. Листинг script-файла LR_02_discret имеет следующий вид:

```
script
clc
clear
disp('% ЛР №2. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ')
DATA=0;
while DATA==0
disp('% Введите длину последовательности')
N = input('N = ');           % ДЛИНА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
disp('% Введите частоту дискретизации')
F = input('F = ');           % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ
disp('% Введите частоту гармонического сигнала')
fc = input('fc = ');         % ЧАСТОТА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
n = 0:(N-1); nT = n./F;      % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ И НЕНОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
x = exp(1i*(2*fc*pi/F*n+0.0)); % ДИСКРЕТНЫЙ КОМПЛЕКСНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ СИГНАЛ
figure('Name','Дискретный комплексный гармонический сигнал','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1),stem(n,real(x) , 'Linewidth',2), grid
title('Вещественная часть гармонического сигнала [x(n)]')
subplot(2,1,2),stem(n,imag(x) , 'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Мнимая часть гармонического сигнала [x(n)]')
disp('%')
disp('% РАБОТА ЗАВЕРШЕНА')
```

Данный script-файл обеспечивает вычисление значений дискретной последовательности и вывод на экран графиков синфазной и квадратурной составляющих.

Задание на лабораторную работу связано с моделированием дискретизации непрерывного гармонического сигнала и анализом полученных результатов. Задание включает в себя следующие пункты:

1. Моделирование дискретизации непрерывного гармонического сигнала f_1 при выборе частоты дискретизации f_{s1} более чем в два раза превышающей частоту сигнала ($f_{s1} > 2f_1$).

2. Моделирование дискретизации непрерывного гармонического сигнала f_2 при выборе частоты дискретизации f_{s2} в пределах $f_2 < f_{s2} < 2f_2$.

3. Моделирование дискретизации непрерывного гармонического сигнала f_3 вида при выборе частоты дискретизации f_{s3} меньше частоты сигнала пределах $f_{s3} < f_3$.

2.4. План выполнения лабораторной работы

2.4.1. Моделирование дискретизации непрерывного гармонического сигнала вида $x_c(t) = \exp(2\pi f_1 t + \varphi)$ при выборе частоты дискретизации $f_{s1} > 2f_1$.

- Используя script-файла LR_02_discret вывести графики синфазной и квадратурной составляющих последовательностей, полученных при дискретизации сигнала с заданными значениями.

- Определить период дискретной последовательности (количество отсчетов на период).

- Рассчитать два других значения частоты сигнала f_1^1 , при которых число отсчетов на период имеет то же значение.
- Вывести графики синфазной и квадратурной составляющих полученных последовательностей. Объяснить сходство и различие полученного результата.

Пример 1.

Заданы следующие частоты: $f_{s1} = 6000$ Гц; $f_1 = 2000$ Гц.

Период последовательности – 3 отсчета на период.

Период дискретизации – $T_s = \frac{1}{6000}$.

Период последовательности – $3T_s = \frac{1}{2000}$.

$f_1^* = 8000$ Гц.

$f_1^{**} = 4000$ Гц.

2.4.2. Моделирование дискретизации непрерывного сигнала вида $x_c(t) = \exp(2\pi f_2 t + \varphi)$ при выборе частоты дискретизации $2f_2 > f_{s2} > f_2$ (или $f_{s2} > f_2 > f_{s2}/2$).

- Вывести графики синфазной и квадратурной составляющих последовательностей, полученных при дискретизации сигнала с заданными значениями.
- Определить период дискретной последовательности.
- Рассчитать два других значения частоты сигнала f_2 , при которых число отсчетов на период имеет то же значение.

¹ Для расчета можно использовать формулу вида $f_c = kf_s \pm f_{c0}$, где f_c – частота сигнала, f_{c0} – частота сигнала в основной полосе частот.

- Определить частоту, находящуюся в основном диапазоне частот, сравнить ее период с периодом дискретной последовательности.

- Вывести графики полученных последовательностей. Объяснить сходство и различие полученных результатов.

Пример 2.

Заданы следующие частоты: $f_{s2} = 8000$ Гц; $f_2 = 4800$ Гц.

Период последовательности – 5 отсчетов на период.

Период дискретизации – $T_s = \frac{1}{8000}$.

Период последовательности – $5T_s = \frac{5}{8000} = \frac{1}{1600}$.

$f_2^* = 3200$ Гц (основной диапазон частот).

$f_2^{**} = 12800$ Гц.

2.4.3. Моделирование дискретизации непрерывного сигнала вида $x_c(t) = \exp(2\pi f_3 t + \varphi)$ при выборе частоты дискретизации $f_{s3} < f_3$.

- Вывести графики синфазной и квадратурной составляющих последовательностей, полученных при дискретизации сигнала с заданными значениями.

- Определить период дискретной последовательности.

- Определить частоту, находящуюся в основном диапазоне частот, сравнить ее период с периодом дискретной последовательности.

- Рассчитать два других значения частоты дискретизации сигнала f_3 , при которых число отсчетов на период имеет то же значение.

- Вывести графики синфазной и квадратурной составляющих полученных последовательностей. Объяснить сходство и различие полученных результатов.

Пример 3.

Заданы следующие частоты: $f_{s3} = 1500$ Гц; $f_3 = 2000$ Гц.

Период дискретной последовательности – 3 отсчета на период.

$$\text{Период дискретизации} - T_s = \frac{1}{1500}.$$

$$\frac{\text{Период дискретной последовательности} - 3T}{3 \text{ (отсчета на период)}} = \frac{1}{500}.$$

$$f_3^* = 500 \text{ Гц (основной диапазон частот).}$$

$$f_{s3}^* = 6000 \text{ Гц.}$$

$$f_{s3}^{**} = 3000 \text{ Гц.}$$

2.5. Подготовка отчета

Отчет составляется в редакторе MS Word и содержит:

- цель работы;
- номер варианта и исходные данные;
- результаты выполнения каждого пункта задания, включая созданные графики;
- ответы на вопросы по каждому пункту.

Защита лабораторной работы проводится на основании представленного отчета и ответа на вопросы из списка контрольных вопросов.

2.6. Контрольные вопросы

1. Что такое период и частота дискретизации и как они связаны друг с другом.

2. Дайте определение нормированной частоты \hat{f} , $\hat{\omega}$.
 3. Критерий выбора частоты дискретизации при оцифровке низкочастотного сигнала. Основная полоса частот.
 4. В чем заключаются взаимосвязь и отличие спектров дискретного и аналогового сигналов?
 5. Поясните эффект наложения спектра при дискретизации.
 6. Для чего применяется аналоговый фильтр низких частот. Критерий выбора его параметров.
 7. Критерий выбора частоты дискретизации при оцифровке узкополосных сигналов. Формула расчета диапазонов допустимых частот дискретизации.
 8. Какой эффект используется при выборе частоты дискретизации узкополосных сигналов.
 9. Рекомендации по выбору частоты дискретизации при оцифровке узкополосных сигналов.
 10. Приведите необходимые аналитические выражения, позволяющие рассчитать оптимальные (по различным критериям) значения частот дискретизации узкополосных сигналов. Поясните преимущества и особенности каждого из них.
 11. Когда возникает инверсия спектра при узкополосной дискретизации.
 12. Формула расчета частоты дискретизации при которой отсутствует инверсия спектра. Метод инвертирования спектра.
- Исходные данные для каждого варианта приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Исходные данные для выполнения лабораторной работы № 2

Номер варианта	f_{s1} , Гц	f_1 , Гц	f_{s2} , Гц	f_2 , Гц	f_{s3} , Гц	f_3 , Гц
1	800	100	2000	1200	4200	5250
2	840	120	2200	1400	4300	5375
3	840	140	2400	1500	4400	5500
4	1440	160	2600	1560	4500	5625
5	900	180	2800	1680	4600	5750
6	1600	200	3000	1800	4700	5875
7	1540	220	3200	1920	4800	6000
8	1440	240	3400	2040	4900	5880
9	2080	260	3600	2800	5000	6000
10	2240	280	3800	2660	5100	6120
11	2100	300	4000	2800	5200	6240
12	1280	320	4200	3000	5300	6360
13	2040	340	4400	2640	5400	6480
14	2520	360	4600	3220	5500	6600
15	3040	380	4800	2880	5600	6400
16	3600	400	5000	3000	5700	6650
17	3360	420	5200	4160	5800	6960
18	3080	440	5400	4320	5900	7375
19	3680	460	5600	4000	6000	7200
20	2880	480	5800	4640	6100	7320
21	6000	500	6000	4200	6200	7440

ГЛАВА 3. ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Цель работы – изучить дискретное преобразование Фурье (ДПФ) периодических последовательностей и последовательностей конечной длины, приобрести практические навыки реализации ДПФ и анализа его свойств с использованием системы MATLAB.

3.1. Основные теоретические сведения

Дискретным преобразованием Фурье называется пара взаимно однозначных преобразований:

$$\text{прямое ДПФ} \quad X(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nm}, \quad (3.1)$$

$$\text{обратное ДПФ} \quad x(n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X(m) W_N^{-nm}, \quad (3.2)$$

где $W_N^{nm} = e^{-j\frac{2\pi}{N}nm}$ – поворачивающий множитель;

Значения абсолютных частот дискретных гармоник связаны со значениями дискретных нормированных частот соотношением:

$$f(m) = \frac{mf_s}{N}.$$

Дискретное преобразование Фурье трактуется по-разному в зависимости от вида последовательности $x(n)$ – периодическая с периодом N или конечная длины N .

Для *периодической последовательности* $x(n)$ с периодом N ДПФ $X(m)$ представляет собой ее спектр (N комплексных гармоник) с точностью до множителя $1/N$.

Модуль ДПФ $|X(m)|$ называют *амплитудным спектром*, а аргумент $\arg\{X(m)\}$ – *фазовым спектром* периодической последовательности.

Для **конечной последовательности** $x(n)$ длины N ДПФ $X(m)$ представляет собой N дискретных *равноотстоящих значений ее спектральной плотности*. При этом точное выделение гармоник последовательности $x(n)$ с частотами f_i гарантируется только в том случае, если они кратны периоду дискретизации по частоте

$$\Delta f = \frac{f_s}{N},$$

т.е. $f_i = m\Delta f$.

Это возможно только в том случае, если на интервале NT последовательности $x(n)$ укладывается целое число периодов T_i , т.е. соотношение

$$P_i = \frac{NT}{T_i} = \frac{Nf_i}{f_s}$$

является целым числом. Если это условие не выполняется, то наблюдается *эффект утечки (растекания) спектра*.

3.1.1. Функции ДПФ в MATLAB

В MATLAB ДПФ вычисляется с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ) и обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ) с помощью функций:

$$\begin{aligned} X &= \text{fft}(x), \\ x &= \text{ifft}(X), \end{aligned}$$

где x – N -точечная последовательность $x(n)$, X – ДПФ последовательности $x(n)$ $X(m)$. $x(n)$ и $X(m)$ – векторы, нижняя граница индексов которых равна единице, в отличие от ДПФ (3.1) – (3.2), где она равна нулю.

3.1.2. Восстановление аналогового сигнала

Дискретное преобразование Фурье $X(m)$ (3.1) может использоваться для восстановления аналогового периодического сигнала с финитным (ограниченным) спектром, расположенным в области $(-N/2) \leq m \leq (N/2 - 1)$, по формуле (усеченный ряд Фурье):

$$x(t) = 1/N \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} X_a(m) e^{j\frac{2\pi}{NT}mt},$$

где отсчеты $X_a(m)$ связаны с отсчетами ДПФ соотношением

$$X_a(m) = \begin{cases} X(N+m), & -\frac{N}{2} \leq m \leq -1 \\ X(m), & 0 \leq m \leq \left(\frac{N}{2} - 1\right). \end{cases}$$

3.1.3. Восстановление спектральной плотности

Спектральная плотность конечной последовательности $x(n)$ длины N определяется по формуле:

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega T n}. \quad (3.3)$$

При этом спектральная плотность $X(e^{j\omega T})$ связана с отсчетами ДПФ $X(m)$ следующим соотношением:

$$X(m) = X(e^{j\omega T})$$

при частоте $\omega = m\Delta\omega = m\frac{2\pi}{NT}$, $m = 0, 1, \dots, N-1$.

Т.е.

$$X\left(e^{j\frac{2\pi}{N}m}\right) = X(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}mn}.$$

Для улучшения условий различения близко расположенных частотных гармоник, можно рассчитать значения спектральной плотности (3.3) в L равноотстоящих точках при $L > N$, по формуле:

$$X\left(e^{j\frac{2\pi}{L}l}\right) = X(l) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{L}ln}, \text{ при } l = 0, 1, \dots, L-1$$

где l – дискретная нормированная частота, $\Delta\omega = 2\pi/LT$ – период дискретизации по частоте.

Эти значения рассчитываются путем ДПФ последовательности $x(n)$ длины N , дополненной нулями до длины L .

Увеличение последовательности длины N путем дополнения нулями и уменьшение периода дискретизации по частоте $\Delta f = f_s/L$, не улучшает разрешение по частоте, а

улучшает различимость близко расположенных частот.

Разрешение по частоте, под которым понимают минимальное расстояние между дискретными гармониками ДПФ, определяется исключительно длиной последовательности N и частотой дискретизации f_s , т.е. разрешение по частоте равно f_s/N .

3.2. Содержание лабораторной работы

Содержание работы связано с вычислением ДПФ периодических последовательностей и последовательностей конечной длины, восстановления аналогового сигнала и спектральной плотности конечной последовательности с использованием программных средств системы MATLAB.

3.3. Задание на лабораторную работу

Задание на лабораторную включает в себя следующие пункты:

1. Вычисление амплитудного и фазового спектров периодической последовательности.
2. Вычисление ДПФ конечной последовательности.
3. Восстановление аналогового сигнала.
4. Восстановление спектральной плотности конечной последовательности.
5. Уменьшение периода дискретизации по частоте при вычислении ДПФ.
6. Написание script-файла для вычисления ДПФ цифрового единичного импульса для произвольного N .

Лабораторная работа выполняется на основе script-файла LR_03_DFT. Листинг script-файла LR_03_DFT имеет следующий вид:

```
script
clc
clear
disp('% ЛР №3. ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ')
disp('%')
disp('% Введите ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ');
DATA=0;
while DATA==0
N = input('N = '); % ДЛИНА (ПЕРИОД) ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ
A1 = input('A1 = '); % АМПЛИТУДЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
A2 = input('A2 = ');
f1 = input('f1 = '); % ЧАСТОТЫ (Гц) ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
f2 = input('f2 = ');
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
```



```

disp('%')
disp('% Для вывода ИСХОДНЫХ АМПЛИТУД и ЧАСТОТ ДИСКРЕТНЫХ
ГАРМОНИК нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['          A1 = ' num2str(A1) '          A2 = '
num2str(A2)])
disp(['          f1 = ' num2str(f1) '          f2 = '
num2str(f2)])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.1. ВЫЧИСЛЕНИЕ АМПЛИТУДНОГО И ФАЗОВОГО СПЕКТРОВ
ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ периодической последователь-
ности нажмите <ENTER>')
pause
n = 0:(N-1);          % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
k = 0:(N-1);          % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
w1 = 2*pi*f1/Fs; w2 = 2*pi*f2/Fs; % НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТО-
ТЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК (РАД)
x = A1*cos(w1*n+pi/4)+A2*cos(w2*n+pi/8);
% ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ
X = fft(x); % ДПФ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
MOD = (2/N)*abs(X); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПЕРИОДИЧЕСКОЙ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
MOD(1) = (1/N)*abs(X(1));
PHASE = angle(X); % ФАЗОВЫЙ СПЕКТР ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПО-
СЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
for i = 1:N
    if (abs(X(i)) < 1e-4)
        PHASE(i)=0;
    end
end
end
figure('Name','Периодическая
последовательность','NumberTitle','off')
subplot(3,1,1), stem(n,x, 'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('n')
ylabel('x(n)'), title(strcat(['Периодическая последова-
тельность x(n) N = ',num2str(N)]))
subplot(3,1,2), stem(n/Fs,x, 'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('nT')
ylabel('x(nT)'), title(strcat(['Периодическая последова-
тельность x(nT) N = ',num2str(N)]))

```

```

x = ifft(X); % ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ВЫЧИСЛЕННАЯ С ПОМОЩЬЮ ОДПФ
subplot(3,1,3), stem(n,x,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('n')
ylabel('x(n)'), title(strcat(['Периодическая последовательность x = ifft(X) N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА периодической последовательности нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Амплитудный спектр','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k,MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2),grid
xlabel('k'), ylabel('1/N|X(k)|')
title(strcat(['Амплитудный спектр периодической последовательности N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2),
stem(k.*(Fs/N),MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2),grid
xlabel('f (Hz)'), ylabel('1/N|X(f)|')
title(strcat(['Амплитудный спектр периодической последовательности N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ФАЗОВОГО СПЕКТРА периодической последовательности нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Фазовый спектр','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k,PHASE,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('arg{X(k)} (rad)')
title(strcat(['Фазовый спектр периодической последовательности N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2),
stem(k.*(Fs/N),PHASE,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('f (Hz)'), ylabel('arg{X(f)} (rad)')
title(strcat(['Фазовый спектр периодической последовательности N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ МОДУЛЯ ДПФ конечной последовательности и АМПЛИТУДНОГО СПЕКТРА')
disp('% периодической последовательности нажмите <ENTER>')
pause

```

```

MOD_K = abs(fft(x)); % МОДУЛЬ ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВА-
ТЕЛЬНОСТИ
figure('Name','Модуль ДПФ и амплитудный спектр',
'NumberTitle','off')
subplot(2,1,1),
stem(k,MOD_K,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title('Модуль ДПФ конечной последовательности')
subplot(2,1,2), stem(k,MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2),
grid
xlabel('k'), ylabel('1/N |X(k)|')
title('Амплитудный спектр периодической последовательности')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ и МОДУЛЯ
ее ДПФ,')
disp('% ВОССТАНОВЛЕННОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА и его СПЕКТРА')
disp('% и ИСХОДНОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА нажмите <ENTER>')
pause
Xa = [X(N/2+1:N),X(1:N/2)]; % СПЕКТР АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
(С ТОЧНОСТЬЮ ДО ПОСТОЯННОГО МНОЖИТЕЛЯ)
i = 1; % СЧЕТЧИК ЗНАЧЕНИЙ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
T = 1/Fs; % ПЕРИОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ
for t = 0:0.25*T:(N-1)*T % ЗНАЧЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО ВРЕМЕНИ
s = 0;
for k = -N/2:N/2-1 % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
s = s + Xa(k+N/2+1)*exp(1i*2*pi*k*t/(N*T)); %
ВОССТАНОВЛЕНИЕ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
end
xa(i) = (1/N).*s; % ЗНАЧЕНИЯ ВОССТАНОВЛЕННОГО
АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
i = i+1;
end
t = 0:0.25*T:(N-1)*T;
xt = A1*cos(2*pi*f1*t+pi/4)+A2*cos(2*pi*f2*t+pi/8); %
ЗНАЧЕНИЯ ИСХОДНОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
k = 0:N-1; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
MODa = (2/N)*abs(Xa); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ВОС-
СТАНОВЛЕННОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛА
MODa(1) = (1/N)*abs(Xa(1));
figure('Name','Исходная периодическая последовательность
и её ДПФ, Восстановленный аналоговый сигнал и его спектр,
Исходный аналоговый сигнал','NumberTitle','off')

```

```

subplot(3,2,1), stem(n,x,'MarkerSize',3), grid
xlabel('n'), ylabel('x(n)')
title(strcat(['Исходная периодическая последовательность
N = ',num2str(N)]))
subplot(3,2,2),
stem(k,abs(X),'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title(strcat(['ДПФ исходной периодической последователь-
ности N = ',num2str(N)]))
subplot(3,2,3), plot(t,real(xa)), grid, xlabel('t')
ylabel('x(t)'),title('Восстановленный аналоговый сигнал')
k = -N/2:N/2-1;
subplot(3,2,4),
stem(k,MODa,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|Xa(k)|')
title('Амплитудный спектр восстановленного аналогового
сигнала')
subplot(3,2,5), plot(t,xt), grid, xlabel('t')
ylabel('x(t)'), title('Исходный аналоговый сигнал')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.4. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ КОНЕЧ-
НОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ДПФ и СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ')
disp('% конечной последовательности нажмите <ENTER>')
pause
L = 2*N; % КОЛИЧЕСТВО ОТСЧЕТОВ СПЕКТРАЛЬНОЙ
ПЛОТНОСТИ НА ПЕРИОДЕ
xz = [x zeros(1,(L-N))]; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ДО-
ПОЛНЕННАЯ НУЛЯМИ ДО ДЛИНЫ L
XZ = fft(xz); % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ,
ДОПОЛНЕННОЙ НУЛЯМИ
k = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
w = 0:2*pi/L:2*pi-2*pi/L; % НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
l = 0:(L-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
figure('Name','ДПФ и спектральная плотность','NumberTitle',
'off')
subplot(2,1,1), stem(k,abs(X),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title(strcat(['Модуль ДПФ N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), plot(w,abs(XZ),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('w'), ylabel('|X(w)|')
title(strcat(['Модуль спектральной плотности L =
',num2str(L)]))

```

```

disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.5. УМЕНЬШЕНИЕ ПЕРИОДА ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО ЧАСТОТЕ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ДПФ')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ КОНЕЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ,')
disp('% ДПФ и СПЕКТРАЛЬНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Последовательность конечной длины, ДПФ и модуль спектральной плотности','NumberTitle','off')
L = [N 2*N 4*N];
for i = 1:length(L)
    xz = [x zeros(1,(L(i)-N))]; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ДОПОЛНЕННАЯ НУЛЯМИ ДО ДЛИНЫ L(i)
    XZ = fft(xz);
    Delta_f(i) = Fs/L(i);
    n = 0:length(xz)-1; % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
    k = 0:length(XZ)-1; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА
    subplot(3,2,2*i-1), stem(n,xz,'MarkerSize',3), xlabel('n'), grid
    title(strcat(['Последовательность конечной длины x(n) L = ',num2str(L(i))]))
    subplot(3,2,2*i), plot(k,abs(XZ), 'r','MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid, hold on, stem(k,abs(XZ),':'), xlabel('k')
    title(strcat(['ДПФ и модуль спектральной плотности L = ',num2str(L(i))]))
end
disp('%')
disp('% Для вывода ПЕРИОДОВ ДПФ и ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО ЧАСТОТЕ нажмите <ENTER>')
pause
disp(['      L = ',num2str(L) ''])
disp('%')
disp(['      Delta_f = ',num2str(Delta_f) ''])
disp('%')
disp('% РАБОТА ЗАВЕРШЕНА')

```

3.4. План выполнения лабораторной работы

3.4.1. Вычисление амплитудного и фазового спектров периодической последовательности

Используя script-файл LR_03_DFT вычислить амплитудный и фазовый спектр периодической последовательности

$$x(nT) = A_1 \cos\left(2\pi f_1 nT + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(2\pi f_2 nT + \frac{\pi}{8}\right), \quad 3.4$$

используя ее тождественное представление в виде:

$$\begin{aligned} x(n) &= A_1 \cos\left(\frac{2\pi f_1}{f_s} n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi f_2}{f_s} n + \frac{\pi}{8}\right) = \\ &= A_1 \cos\left(\hat{\omega}_1 n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\hat{\omega}_2 n + \frac{\pi}{8}\right), \end{aligned} \quad 3.5$$

где $f_s = 1/T$ – частота дискретизации.

- Вывести графики последовательности $x(n)$ на периоде N в шкале дискретного времени nT и дискретного нормированного времени n .
- Пояснить связь дискретного нормированного времени с дискретным временем.
- Вычислить ОДПФ от ДПФ последовательности $x(n)$ и вывести график полученной последовательности в шкале дискретного нормированного времени. Сравнить полученные графики.
- Вычислить амплитудный (идентификатор MOD) и фазовый (идентификатор PHASE) спектры последовательности $x(n)$ и вывести их графики в шкале дискретных нормированных частот k (идентификатор k) и в шкале абсолютных частот f (Гц) (идентификатор f).
- Записать значение разрешения по частоте.
- Пояснить:
 - связь частоты гармоники f (Гц) с дискретной нормированной частотой;
 - вид амплитудного и фазового спектров.

3.4.2. Вычисление ДПФ конечной последовательности

- Вычислить ДПФ конечной последовательности $x(n)$ длины N . Вывести графики в шкале дискретных нормированных частот:
 - модуля ДПФ (идентификатор MOD_K) *конечной последовательности*;
 - амплитудного спектра *периодической последовательности* (см. п. 1).
- Пояснить связь модуля ДПФ *конечной* последовательности с амплитудным спектром *периодической* последовательности.

3.4.3. Восстановление аналогового сигнала

- Восстановить периодический аналоговый сигнал $x(t)$ (идентификатор xa) по отсчетам ДПФ $X(k)$ периодической последовательности $x(n)$, используя формулу:

$$x(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{\frac{N}{2}-1} X(k) e^{-j \frac{2\pi}{NT} kt} . \quad (3.6)$$

Формула (3.6) получается путем замены в формуле ОДПФ дискретного параметра (номер отсчета n) на непрерывный – нормированное время t/T .

Следует обратить внимание на еще одно отличие этого соотношения от формулы ОДПФ: диапазон суммирования смещен вниз на $N/2$. Это необходимо для того, чтобы получить аналоговый сигнал, занимающий полосу частот от 0 до π/T . Коэффициенты с отрицательными номерами могут быть получены из соотношения симметрии:

$$X(-k) = X(N - k) = X^*(k).$$

Для вычисления значений сигнала $x(t)$ на интервале времени $t \in [0; (N - 1)T]$ задаются значения времени t с шагом $\Delta t = 0,25T$.

Для этих же значений времени вычислить значения исходного аналогового сигнала, на основе которого получена последовательность $x(nT)$:

$$x(t) = A_1 \cos\left(2\pi f_1 t + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(2\pi f_2 t + \frac{\pi}{8}\right). \quad (3.7)$$

- Вывести графики:
 - периодической последовательности $x(n)$ (3.5) и модуля ее ДПФ;
 - восстановленного аналогового сигнала $x(t)$ и его амплитудного спектра (идентификатор MODa);
 - исходного аналогового сигнала $x(t)$ (3.7).
- Пояснить:
 - связь модуля ДПФ последовательности со спектром аналогового сигнала;
 - результат визуального сравнения восстановленного и исходного сигналов.

3.4.4. Восстановление спектральной плотности конечной последовательности

Вычислить значения спектральной плотности конечной последовательности $x(n)$ (3.5) длины N в $L = 2N$ точках на периоде $\hat{\omega}_s = 2\pi$ по формуле:

$$X(m) = \sum_{n=0}^{L-1} \tilde{x}(n) W_L^{nm}, \quad (3.8)$$

$$\text{где } \tilde{x}(n) = \begin{cases} x(n), & 0 \leq n \leq (N-1) \\ 0 & N \leq n \leq (L-1) \end{cases}.$$

- Вывести графики:
 - модуля ДПФ конечной последовательности $x(n)$ (см. п. 2) в шкале дискретных нормированных частот с помощью функции `stem`;

- модулей спектральной плотности, вычисленной по формуле (3.8) в шкале нормированных частот (идентификатор w) с помощью функции `plot`.
- Пояснить:
 - связь между ДПФ и спектральной плотностью;
 - соответствие между частотами $\hat{\omega}$ (рад) пиков спектральной плотности и их дискретными нормированными частотами.

3.4.5. Уменьшение периода дискретизации по частоте при вычислении ДПФ

Сформировать три конечные последовательности $x(n)$ (3.5) (вектор xz) с длинами $L=N, 2N, 4N$ (вектор L), дополняя их нулями до длины L при $L > N$.

Вычислить ДПФ $X(m)$ (3.8) данных последовательностей (вектор XZ).

- Вывести графики:
 - исходной последовательности и последовательностей, дополненных нулями;
 - их модулей ДПФ в шкале дискретных нормированных частот (пунктиром с помощью функции `stem`) и одновременно – восстановленных спектральных плотностей (с помощью функции `plot` красным цветом).

Для сравнения графиков удобно воспользоваться кнопкой `Zoom in` на панели инструментов.

- Вывести значения периодов ДПФ (вектор L) и соответствующих им периодов дискретизации по частоте (вектор `Delta_f`).
- Пояснить:
 - причину изменения периода дискретизации по частоте;
 - изменяется ли при этом разрешение по частоте;

- чему равно разрешение по частоте;
- с какой целью уменьшают период дискретизации по частоте.

3.4.6. Написание script-файла для вычисления ДПФ периодической последовательности прямоугольных импульсов

- Написать script-файл для вычисления ДПФ периодической последовательности прямоугольных импульсов на интервале $n \in [0; N - 1]$. Исходные данные для каждого варианта приведены в таблице 3.1.
- Вывести графики одного периода периодической последовательности прямоугольных импульсов в шкале дискретного времени nT и дискретного нормированного времени n в одном окне.
- В отдельном окне вывести графики модуля ДПФ периодической последовательности прямоугольных импульсов в шкале дискретных нормированных частот k (идентификатор k) и в шкале абсолютных частот f (Гц) в одном окне. Для вывода графиков использовать функции `plot`, `figure`, `subplot`, `stem`.
- Определить:
 - длительность импульса;
 - период и скважность периодической последовательности прямоугольных импульсов;
 - ширину главного лепестка спектра.
- Пояснить:
 - вид полученного модуля спектра последовательности прямоугольных импульсов;
 - связь ширины главного лепестка спектра с длительностью импульса;
 - количество спектральных составляющих в главном лепестке.

3.5. Подготовка отчета

Отчет составляется в редакторе MS Word и содержит:

- цель работы;
- номер варианта и исходные данные;
- результаты выполнения каждого пункта задания, включая созданные графики;
- ответы на вопросы по каждому пункту;
- написанный программный код.

Защита лабораторной работы проводится на основании представленного отчета и ответа на вопросы из списка контрольных вопросов.

3.6. Контрольные вопросы

1. Запишите формулы ДПФ в экспоненциальной и тригонометрической формах.
2. Что такое поворачивающий множитель?
3. Запишите формулы ДПФ и ОДПФ с использованием поворачивающих множителей.
4. Чему равно разрешение по частоте при вычислении ДПФ?
5. Как определить частоту анализа ДПФ и длительность входного сигнала?
6. Что такое БПФ?
7. Каков порядок сложности алгоритмов ДПФ и БПФ Кули –Тьюки?
8. Назовите основные свойства ДПФ.
9. Дайте определение дискретной нормированной частоты.

10. Поясните смысл ДПФ для периодической последовательности.

11. Как с помощью ДПФ рассчитывается амплитудный и фазовый спектры периодической последовательности?

12. Поясните смысл ДПФ для конечной последовательности.

13. Как связаны значения абсолютных частот (в герцах [Гц] и радианах в секунду [рад/с]) и дискретных нормированных частот?

Исходные данные для каждого варианта приведены в таблице 3.1

Таблица 3.1. Исходные данные для выполнения лабораторной работы № 3

№ вар.	Частота дискретизации	Частота гармоник		Амплитуда гармоник		Длина последовательности,	Длительность импульса,
	Fs	A1	A2	F1	F2	N	<i>n_imp</i>
1	4000	1	2	250	500	64	2
2	5000	2	3	625	1250	64	3
3	6000	3	4	750	1500	64	4
4	7000	4	5	875	1750	64	5
5	8000	5	6	1000	2000	64	6
6	9000	1	2	1125	2250	64	7
7	10000	2	4	625	1250	64	8
8	11000	3	6	1375	2750	64	9
9	12000	4	8	375	750	128	10
10	13000	5	10	1625	3250	128	11
11	14000	1	2	875	1750	128	12
12	15000	2	3	1875	3750	128	13
13	16000	3	5	1500	6000	128	14
14	17000	4	6	2125	4250	128	15
15	18000	5	8	1125	4500	128	16
16	19000	2	4	2375	4750	128	17
17	20000	3	6	1875	7500	128	18
18	21000	4	2	2625	5250	128	19
19	22000	5	4	1375	5500	128	20
20	23000	1	8	2875	5750	128	21

ГЛАВА 4. ДПФ В УСЛОВИЯХ РАСТЕКАНИЯ СПЕКТРА

Цель работы – изучить применение ДПФ в условиях растекания спектра, методы уменьшения растекания спектра и улучшения различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами; приобрести практические навыки моделирования и анализа ДПФ с использованием системы MATLAB.

4.1. Основные теоретические сведения

4.1.1. Растекание спектра

Растеканием спектра (утечка спектра) называют появление дополнительных составляющих в спектральном составе последовательности при вычислении ДПФ.

ДПФ представляет собой только аппроксимацию истинного спектра исходного непрерывного сигнала. Если частоты, входящие в спектральный состав последовательности кратны частотам анализа ДПФ, т. е.

$$f_m = \frac{mf_s}{N},$$

где $m=1,2,\dots,N-1$,

то последовательность данных содержит энергию точно на аналитических частотах и ДПФ дает правильный результат. Если же входной сигнал содержит гармоники с частотами не кратными частотам анализа, то наблюдается эффект растекания спектра и энергия этих гармоник проявляется (как бы растекается) на всех частотах анализа.

Можно определить, что эффект растекания спектра наблюдается в том случае, если хотя бы для одной из дискретных гармоник, входящих в спектральный состав последовательности, с частотой f_i на интервале NT укладывается нецелое число периодов iT и отношение:

$$P_i = \frac{NT}{T_i} = \frac{Nf_i}{f_s}$$

оказывается *не целым* числом, а частота гармоники f_i – *не кратной* периоду дискретизации по частоте $\Delta f = f_s/N$.

Для уменьшения эффекта растекания спектра (полностью он принципиально неустраним) применяют весовые функции (окна, $w(n)$) – вещественные неотрицательные последовательности, максимальные в центре и монотонно спадающие к границам, что ослабляет влияние разрывов при периодическом продолжении последовательности.

Для стандартных окон MATLAB значения $w(n)$ вычисляются автоматически по известным аналитическим формулам.

Выбор окна – не формализуемая задача, решаемая, как правило, простым перебором окон и/или изменением их параметров.

Наиболее часто используются следующие оконные функции:

- *треугольное окно* $w = \text{triang}(L)$, коэффициенты которого вычисляются по формуле $w(n) = \frac{n}{N/2}$, при $n=1, 2 \dots, N/2$; $w(n) = 2 - \frac{n}{N/2}$, при $n=N/2+1, N/2+2 \dots, N-1$;
- *окно Хэмминга* $w = \text{hamming}(L)$, коэффициенты которого вычисляются по формуле $w(n) = 0,54 - 0,46 \cos(\frac{2\pi n}{N})$, при $n=0, 1, 2 \dots, N$;
- *окно Хэннинга (Ханна)* $w = \text{hann}(L)$, коэффициенты которого вычисляются по формуле $w(n) = 0,5 (1 - \cos(\frac{2\pi n}{N}))$, при $n=0, 1, 2 \dots, N$.

4.1.2. Улучшение различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами

При вычислении ДПФ конечной последовательности длины N разрешение по частоте равно периоду дискретизации по частоте $\Delta f = f_s/N$.

Для улучшения различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами f_1 и f_2 , расстояние между которыми удовлетворяет условию:

$$\Delta f < |f_1 - f_2| < 2\Delta f,$$

исходную последовательность необходимо дополнить нулями до длины L :

$$L \geq \frac{f_s}{|f_1 - f_2| - \Delta f}.$$

Далее, по L точкам восстановить спектральную плотность с периодом дискретизации по частоте $\tilde{\Delta}f = f_s/L$ и по графику модуля спектральной плотности определить ближайшие пики с максимальными амплитудами на частотах, близких к f_1 и f_2 . В общем случае, эти частоты могут быть не кратными новому периоду дискретизации по частоте $\tilde{\Delta}f$, следовательно будут определяться с погрешностью.

Для вычисления ДПФ с автоматическим добавлением нулей к последовательности предусмотрен специальный формат функции `fft`:

$$X = \text{fft}(x, L),$$

где x – N -точечная последовательность; L – длина последовательности, автоматически дополненной нулями; X – L -точечное ДПФ.

4.2. Содержание лабораторной работы

Содержание работы связано с проверкой равенства Парсеваля, исследованием эффекта растекания спектра, улуч-

шением различения близко расположенных гармоник с использованием программных средств MATLAB.

4.3. Задание на лабораторную работу

Задание на лабораторную включает в себя следующие пункты:

1. Проверка равенства Парсеваля.
2. Исследование эффекта растекания спектра для одной дискретной гармоники.
3. Исследование возможности уменьшения растекания спектра с помощью окна.
4. Исследование эффекта растекания спектра для суммы двух дискретных гармоник.
5. Улучшение различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами.

Лабораторная работа выполняется на основе script-файла LR_04_DFT. Листинг script-файла LR_04_DFT имеет следующий вид:

```
script
clc
clear
disp('% ЛР №4 ДПФ В УСЛОВИЯХ РАСТЕКАНИЯ СПЕКТРА')
disp('%')
disp('% Введите ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ')
DATA=0;
while DATA==0
N = input('N = '); % ДЛИНА (ПЕРИОД) ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ (Гц)
A1 = input('A1 = '); % АМПЛИТУДЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК
A2 = input('A2 = ');
f1 = input('f1 = '); % ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК (Гц)
f2 = input('f2 = ');
M = input('M = '); % ПЕРИОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ M
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
```

```

disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.1. ПРОВЕРКА РАВЕНСТВА ПАРСЕВАЛЯ')
n = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ
w1 = 2*pi*f1/Fs; w2 = 2*pi*f2/Fs; % НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТО-
ТЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК (РАД)
x = A1*cos(w1*n)+A2*cos(w2*n); % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬ-
НОСТЬ (ПЕРИОД N)
X = fft(x); % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
E1 = sum(x.^2); % ЭНЕРГИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ, ВЫЧИСЛЕННАЯ
ПО ЕЕ ОТСЧЕТАМ
E2 = (1/N)*sum(abs(X).^2); % ЭНЕРГИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ,
ВЫЧИСЛЕННАЯ ПО ОТСЧЕТАМ ДПФ
disp('%')
disp('% Для вывода левой (E1) и правой (E2) частей РАВЕН-
СТВА ПАРСЕВАЛЯ (длина последовательности N) нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' E1 = ',num2str(E1),' E2 = ' num2str(E2)])
disp('%')
n1 = 0:(M-1); % ДИСКРЕТНОЕ НОРМИРОВАННОЕ ВРЕМЯ (ПЕРИОД M)
w1 = 2*pi*f1/Fs; w2 = 2*pi*f2/Fs; % НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТО-
ТЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК (РАД)
x = A1*cos(w1*n1)+A2*cos(w2*n1); % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬ-
НОСТЬ (ПЕРИОД M)
X = fft(x); % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
E3 = sum(x.^2); % ЭНЕРГИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ,
ВЫЧИСЛЕННАЯ ПО ЕЕ ОТСЧЕТАМ
E4 = (1/M)*sum(abs(X).^2); % ЭНЕРГИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ,
ВЫЧИСЛЕННАЯ ПО ОТСЧЕТАМ ДПФ
disp('% Для вывода левой (E3) и правой (E4) частей РАВЕН-
СТВА ПАРСЕВАЛЯ (длина последовательности M) нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' E3 = ',num2str(E3),' E4 = ' num2str(E4)])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')

```

```

disp('% п.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА РАСТЕКАНИЯ СПЕКТРА ДЛЯ
ОДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ГАРМОНИКИ')
disp('%')
w1 = 2*pi*f1/Fs;          % НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА (РАД)
x_N = A1*cos(w1*n);       % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ (ПЕРИОД N)
X_N = fft(x_N);           % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД N)
MOD_N = (2/N)*abs(X_N);   % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПОСЛЕДОВА-
ТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД N)
MOD_N(1) = (1/N)*abs(X_N(1));
k1 = 0:(M-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА (ПЕРИОД M)
x_M = A1*cos(w1*n1);      % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ (ПЕРИОД M)
X_M = fft(x_M);           % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД M)
MOD_M = (2/M)*abs(X_M);   % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПОСЛЕДОВА-
ТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД M)
MOD_M(1) = (1/M)*abs(X_M(1));
P_N = N*f1/Fs;            % ЧИСЛО ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТНОЙ ГАРМО-
НИКИ С ЧАСТОТОЙ f1 НА ПЕРИОДЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ N
P_M = M*f1/Fs;            % ЧИСЛО ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТНОЙ ГАРМО-
НИКИ С ЧАСТОТОЙ f1 НА ПЕРИОДЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ M
disp('% Для вывода ЧИСЛА ПЕРИОДОВ дискретной гармоники С
ЧАСТОТОЙ f1 нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['N = ',num2str(N),' --> P_N = ' num2str(P_N)])
disp(['M = ',num2str(M),' --> P_M = ' num2str(P_M)])
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АМПЛИТУДНЫХ СПЕКТРОВ нажмите
<ENTER>')
pause
k = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА (ПЕРИОД N)
figure('Name','Амплитудные спектры','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k,MOD_N,'MarkerSize',3), grid, xla-
bel('k')
title(strcat(['Амплитудный спектр периодической последо-
вательности N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), stem(k1,MOD_M,'MarkerSize',3), grid, xla-
bel('k')
title(strcat(['Амплитудный спектр периодической последо-
вательности M = ',num2str(M)]))
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ УМЕНЬШЕНИЯ РАСТЕКА-
НИЯ СПЕКТРА С ПОМОЩЬЮ ОКНА')
win_M = hamming(M)'; % ОКНО ХЭММИНГА — ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ
ДЛИНЫ M

```

```

xw_M = x_M.*win_M; % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ВЗВЕШЕННАЯ ОКНОМ
XW_M = fft(xw_M); % ДПФ ВЗВЕШЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
MODW_M = (2/M)*abs(XW_M); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ВЗВЕШЕННОЙ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ
MODW_M(1) = (1/M)*abs(XW_M(1));
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АМПЛИТУДНЫХ СПЕКТРОВ ДО и ПО-
СЛЕ применения ОКНА нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Уменьшение растекания спектра с помощью
оконных функций','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k1,MOD_M,'MarkerSize',3), grid, xla-
bel('k')
title(strcat(['Амплитудный спектр с прямоугольным окном M
= ',num2str(M)]))
subplot(2,1,2), stem(k1,MODW_M,'MarkerSize',3), grid,
xlabel('k')
title(strcat(['Амплитудный спектр с окном Хэмминга M =
',num2str(M)]))
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.4. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА РАСТЕКАНИЯ СПЕКТРА ДЛЯ
СУММЫ ДВУХ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК')
disp('%')
disp('% Введите ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ')
DATA=0;
while DATA==0
f1_1 = input('f1_1 = ');%ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК (Гц)
f2_1 = input('f2_1 = ');
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
w1_1 = 2*pi*f1_1/Fs; w2_1 = 2*pi*f2_1/Fs; % НОРМИРОВАННЫЕ
ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК (РАД)
x1 = A1*cos(w1_1*n)+A2*cos(w2_1*n); % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ
(ПЕРИОД N)
X1 = fft(x1); % ДПФ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕРИОД N)
MOD1 = (2/N)*abs(X1); % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПОСЛЕДОВА-
ТЕЛЬНОСТИ
MOD1(1) = (1/N)*abs(X1(1));
P1_1 = N*f1_1/Fs; % ЧИСЛО ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТНОЙ ГАР-
МОНИКИ С ЧАСТОТОЙ f1_1 НА ПЕРИОДЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ N

```

```

P2_1 = N*f2_1/Fs;          % ЧИСЛО ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТНОЙ ГАР-
МОНИКИ С ЧАСТОТОЙ f2_1 НА ПЕРИОДЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ N
disp('%')
disp('% Для вывода ЧИСЛА ПЕРИОДОВ дискретных гармоник С
ЧАСТОТАМИ f1_1 и f2_1 нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['          f1_1 = ',num2str(f1_1),' -->   P1_1 = '
num2str(P1_1)])
disp(['          f2_1 = ',num2str(f2_1),' -->   P2_1 = '
num2str(P2_1)])
win_N = hamming(N);      % ОКНО ХЭММИНГА — ВЕКТОР-СТОЛБЕЦ
ДЛИНЫ N
xw1 = x1.*win_N;        % ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ, ВЗВЕШЕННАЯ ОКНОМ
(ПЕРИОД N)
XW1 = fft(xw1); % ДПФ ВЗВЕШЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (ПЕ-
РИОД N)
MODW1 = (2/N)*abs(XW1);  % АМПЛИТУДНЫЙ СПЕКТР ПОСЛЕДОВА-
ТЕЛЬНОСТИ
MODW1(1) = (1/M)*abs(XW1(1));
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АМПЛИТУДНЫХ СПЕКТРОВ ДО И ПО-
СЛЕ применения ОКНА нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Уменьшение растекания спектра с помощью
оконных функций','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k,MOD1,'MarkerSize',3), grid, xla-
bel('k')
title(strcat(['Амплитудный спектр с прямоугольным окном N
= ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), stem(k,MODW1,'MarkerSize',3), grid, xla-
bel('k')
title(strcat(['Амплитудный спектр с окном Хэмминга N =
',num2str(N)]))
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.5. УЛУЧШЕНИЕ РАЗЛИЧЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК С
БЛИЗКО РАСПОЛОЖЕННЫМИ ЧАСТОТАМИ')
disp('%')
disp('% Введите ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ')
DATA=0;
while DATA==0
f1_2 = input('f1_2 = ');%ЧАСТОТЫ ДИСКРЕТНЫХ ГАРМОНИК (Гц)
f2_2 = input('f2_2 = ');
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')

```

```

disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% Для вывода ПЕРИОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ и')
disp('% ЧАСТОТ ГАРМОНИК нажмите <ENTER>')
disp('%')
disp(['      N = ', num2str(N)])
disp([' f1_2 = ', num2str(f1_2), ' f2_2 = ' num2str(f2_2)])
Delta_N = Fs/N; % РАЗРЕШЕНИЕ ПО ЧАСТОТЕ
Delta_f = abs(f1_2-f2_2); % РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ЧАСТОТАМИ
L = ceil(Fs/(Delta_f-Delta_N)); % ВЫБРАННАЯ ДЛИНА L
Delta_L = Fs/L; % ПЕРИОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО ЧАСТОТЕ ПРИ
ДЛИНЕ L
disp('%')
disp('% Для вывода РАЗРЕШЕНИЯ ПО ЧАСТОТЕ Delta_N,')
disp('% РАССТОЯНИЯ между ЧАСТОТАМИ Delta_f,')
disp('% ДЛИНЫ L последовательности')
disp('% и ПЕРИОДА ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО ЧАСТОТЕ Delta_L нажми-
те <ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['      Delta_N = ', num2str(Delta_N)])
disp(['      Delta_f = ', num2str(Delta_f)])
disp(['      L = ', num2str(L)])
disp(['      Delta_L = ', num2str(Delta_L)])
disp('%')
w1_2 = 2*pi*f1_2/Fs; w2_2 = 2*pi*f2_2/Fs; % НОРМИРОВАННЫЕ
ЧАСТОТЫ
x2 = A1*cos(w1_2*n)+A2*cos(w2_2*n); % КОНЕЧНАЯ ПО-
СЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ
X2 = fft(x2); % ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ДЛИНЫ N
MOD2 = abs(X2); % МОДУЛЬ ДПФ
X2_L = fft(x2,L); % ДПФ КОНЕЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ,
ДОПОЛНЕННОЙ НУЛЯМИ ДО ДЛИНЫ L
MOD2_L = abs(X2_L); % МОДУЛЬ ДПФ
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ N-ТОЧЕЧНОГО ДПФ и МОДУЛЯ
СПЕКТРАЛЬНОЙ')
disp('% ПЛОТНОСТИ, ВОССТАНОВЛЕННОЙ ПО L ТОЧКАМ, нажмите
<ENTER>')
pause
k1 = 0:(L-1); % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА ПРИ
ДЛИНЕ L
figure('Name','Дискретный гармонический сигнал с близко
расположенными частотами','NumberTitle','off')

```

```

subplot(2,1,1), stem(k,MOD2), grid, xlabel('k')
title(strcat(['Модуль ДПФ N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), plot(k1,MOD2_L,'r','MarkerSize',3, 'Lin-
ewidth',2)
grid, hold on, stem(k1,MOD2_L,':'), xlabel('k')
title(strcat(['Модуль спектральной плотности L =
',num2str(L)]))
L_2 = ceil(L/2); % ОСНОВНАЯ ПОЛОСА ЧАСТОТ L/2
[MODm, m]= max(MOD2_L(1:(L_2))); % МАКСИМУМ MODm И
ИНДЕКС m ВЕКТОРА MOD2_L (ПЕРВЫЙ ПИК)
k_1 = (m-1); f_1 = k_1*Delta_L; % ДИСКРЕТНАЯ НОРМИ-
РОВАННАЯ И АБСОЛЮТНАЯ (Гц) ЧАСТОТЫ ПЕРВОГО ПИКА
K = ceil(L/N); % КОЛИЧЕСТВО ОТСЧЕТОВ НА ПЕРИОДЕ ДИСКРЕ-
ТИЗАЦИИ Fs/N
K1 = m+K; K2 = m+2*K-1; % НИЖНЯЯ K1 и ВЕРХНЯЯ K2 ГРА-
НИЦЫ ИНТЕРВАЛА ПРИ ПОИСКЕ ВТОРОГО ПИКА СПРАВА
[MODm1, m1]= max(MOD2_L(K1:K2)); % МАКСИМУМ MODm1 И
ИНДЕКС m1 МОДУЛЯ ДПФ MOD2_L НА ИНТЕРВАЛЕ [K1 K2]
K3 = m-(2*K-1); K4 = m-K; % НИЖНЯЯ K3 и ВЕРХНЯЯ K4
ГРАНИЦЫ ИНТЕРВАЛА ПРИ ПОИСКЕ ВТОРОГО ПИКА СЛЕВА
[MODm2, m2]= max(MOD2_L(K3:K4)); % МАКСИМУМ MODm2 И
ИНДЕКС m2 МОДУЛЯ ДПФ MOD2_L НА ИНТЕРВАЛЕ [K3 K4]
if (MODm1>MODm2)
    k_2 = (K1+m1-1)-1; f_2 = k_2*Delta_L; % ДИСКРЕТНАЯ
НОРМИРОВАННАЯ И АБСОЛЮТНАЯ (Гц) ЧАСТОТЫ ВТОРОГО ПИКА, ЕС-
ЛИ ОН СПРАВА ОТ ПЕРВОГО
else
    k_2 = (K3+m2-1)-1; f_2 = k_2*Delta_L; % ДИСКРЕТНАЯ
НОРМИРОВАННАЯ И АБСОЛЮТНАЯ (Гц) ЧАСТОТЫ ВТОРОГО ПИКА, ЕС-
ЛИ ОН СЛЕВА ОТ ПЕРВОГО
end
disp('%')
disp('% Для вывода ЧАСТОТ ГАРМОНИК нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['k_1 = ',num2str(k_1),' f_1 = ' num2str(f_1)])
disp(['k_2 = ',num2str(k_2),' f_2 = ' num2str(f_2)])
disp('%')
disp('% Определите ЧАСТОТЫ ГАРМОНИК по ГРАФИКУ')
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% РАБОТА ЗАВЕРШЕНА')

```

4.4. План выполнения лабораторной работы

4.4.1. Проверка равенства Парсеваля

Для периодической последовательности $x(nT)$ (идентификатор x) с периодом N

$$x(nT) = A_1 \cos\left(2\pi f_1 nT + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(2\pi f_2 nT + \frac{\pi}{8}\right),$$

используя ее тождественное представление в виде:

$$\begin{aligned} x(n) &= A_1 \cos\left(\frac{2\pi f_1}{f_s} n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi f_2}{f_s} n + \frac{\pi}{8}\right) = \\ &= A_1 \cos\left(\hat{\omega}_1 n + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\hat{\omega}_2 n + \frac{\pi}{8}\right) \end{aligned}$$

проверить выполнение равенства Парсеваля

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2. \quad (4.1)$$

Левая часть равенства (4.1) – идентификатор E1, правая часть – E2.

- Пояснить смысл равенства Парсеваля.
- Изменить длину последовательности на M . Выполнить расчет и пояснить полученный результат.

4.4.2. Исследование эффекта растекания спектра для одной дискретной гармоник

- Для последовательности $\tilde{x}(n) = A_1 \cos\left(\frac{2\pi f_1}{f_s} n\right)$ и для двух значений периода (N – идентификатор x_N ; и M – идентификатор x_M) вывести соответствующие значения P и графики амплитудных спектров (идентификаторы mod_N и mod_M) в шкале дискретных нормированных частот.

- Пояснить:

- с какой целью определяют значение P ;
- в каком случае и почему наблюдается растекание спектра.

4.4.3. Исследование возможности уменьшения растекания спектра с помощью окна

- Применить окно Хэмминга (идентификатор win_M) для последовательности $\tilde{x}(n)$ в условиях растекания спектра.
- Вывести графики амплитудных спектров до и после применения окна (идентификаторы MOD_M и MODW_M) в шкале дискретных нормированных частот.
- Пояснить, что изменилось в результате применения окна.

4.4.4. Исследование эффекта растекания спектра для суммы двух дискретных гармоник

Для конечной последовательности $x(n)$ с периодом N задать значения частот:

$$f_1 = f_{11};$$

$$f_2 = f_{21},$$

и для новой последовательности (идентификатор x1) вывести значения P для частот дискретных гармоник f_{11} и f_{21} (идентификаторы P1_1 и P2_1).

- Применить окно Хэмминга (идентификатор win_N) в условиях растекания спектра и вывести графики амплитудных спектров до и после применения окна (идентификаторы MOD1 и MODW1) в шкале дискретных нормированных частот.
- Пояснить причину растекания спектра и цель применения окна.

4.4.5. Улучшение различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами

Для конечной последовательности $x(n)$ с периодом N задать значения частот:

$$f_1 = f_{12};$$

$$f_2 = f_{22}.$$

• для новой последовательности (идентификатор $\times 2$) вывести:

- разрешение по частоте $\Delta f = f_s/N$ (идентификатор Delta_N);
- расстояние между частотами $|f_{12} - f_{22}|$ (идентификатор Delta_f);
- требуемую длину L (идентификатор L);
- период дискретизации по частоте $\widetilde{\Delta f} = f_s/L$ (идентификатор Delta_L);
- график модуля спектральной плотности, восстановленной по L отсчетам ДПФ, с помощью функции plot, и одновременно – L -точечное ДПФ (идентификатор MOD2_L) пунктиром с помощью функции stem;
- частоты ближайших пиков в шкалах дискретных нормированных частот (идентификаторы k_1 и k_2) и абсолютных частот (идентификаторы f_1 и f_2) в основной полосе частот;

• По графику спектральной плотности, используя кнопку Zoom in на панели инструментов, определить ча-

стоты ближайших пиков и сравнить их с выведенными значениями.

- Пояснить с какой погрешностью определены частоты и причину погрешности.

4.5. Подготовка отчета

Отчет составляется в редакторе MS Word и содержит:

- цель работы;
- номер варианта и исходные данные;
- результаты выполнения каждого пункта задания, включая созданные графики;
- ответы на вопросы по каждому пункту плана.

Защита лабораторной работы проводится на основании представленного отчета и ответа на вопросы из списка контрольных вопросов.

4.6. Контрольные вопросы

1. Запишите равенство Парсеваля и поясните его смысл.
2. Что называют растеканием спектра?
3. При каких условиях наблюдается эффект растекания спектра?
4. Какие меры принимают для уменьшения эффекта растекания спектра?
5. Преимущества и недостатки использования окон. Для чего используют разные окна?
6. Поясните, при каком расстоянии между частотами дискретных гармоник возможно их различение на основе ДПФ?

7. Как улучшить различение дискретных гармоник с близко расположенными частотами?

Формулы, для расчета требуемых исходных данных каждого варианта приведены в таблице 4.1 (N_V – номер варианта).

Таблица 4.1 Исходные данные для выполнения лабораторной работы № 4

Переменная	Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта (пример для $N_V = 1$)
N	Длина последовательности	$N = 64$	64
f_s	Частота дискретизации	$f_s = 2000(N_V \bmod 5 + 1)$	4000
A_1	Амплитуды дискретных гармоник	$A_1 = 1 + 0,01N_V$	1.001
A_2		$A_2 = 2A_1$	2.002
f_1	Частоты дискретных гармоник	$f_1 = f_s/4$	1000
f_2		$f_2 = 1,5f_1$	1500
M	Период последовательности	$M = 71$	71
f_{11}	Частоты дискретных гармоник	$f_{11} = 1,1f_1$	1100
f_{21}		$f_{21} = 1,07f_2$	1605
f_{12}	Частоты дискретных гармоник	$f_{12} = 1,05f_1$	1050
f_{22}		$f_{22} = f_{12} + (1 + \frac{1+N_V \bmod 8}{10})\Delta f, (\Delta f = \frac{f_s}{N})$	1125

ГЛАВА 5. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С КОНЕЧНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ (КИХ) МЕТОДОМ ОКОН

Цель работы – изучить процедуру синтеза КИХ-фильтров методом окон и приобрести практические навыки синтеза и анализа КИХ-фильтров с использованием программных средств их моделирования в системе MATLAB.

5.1. Основные теоретические сведения

Цифровой фильтр (ЦФ) представляет собой линейную дискретную систему (ЛДС), выполняющую преобразование входной последовательности в выходную по алгоритму, описываемому разностным уравнением.

Сигнал на выходе фильтра определяется по формуле свертки:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(n-k) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) x(n-k) . \quad (5.1)$$

Длиной и порядком КИХ-фильтра называют соответственно число коэффициентов N и порядок R , равный:

$$R = N - 1.$$

КИХ-фильтры по определению устойчивы и обеспечивают линейную фазо-частотную характеристику (ФЧХ). Линейная ФЧХ (с точностью до скачков на π) КИХ-фильтра обеспечивается в том случае, если для его импульсной характеристики (ИХ) $h(n)$ выполняется одно из условий:

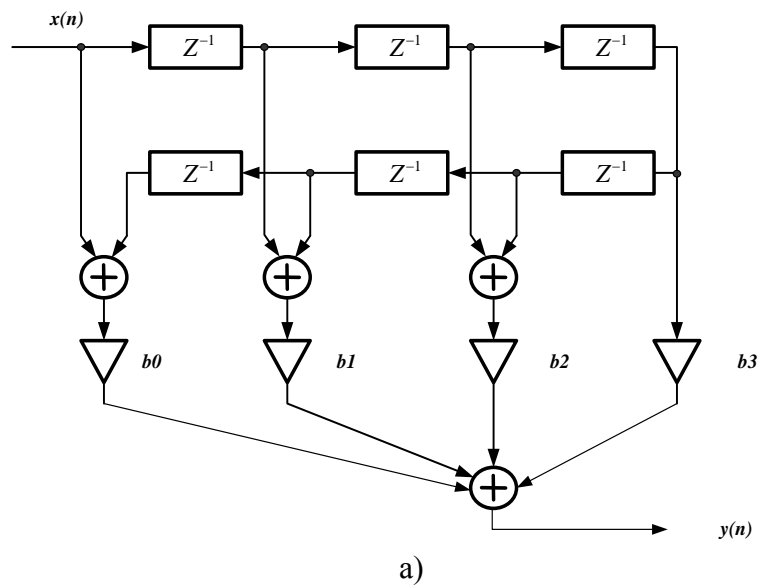
- симметрии: $h(n) = h(N-1-n)$ или
- антисимметрии: $h(n) = -h(N-1-n)$,

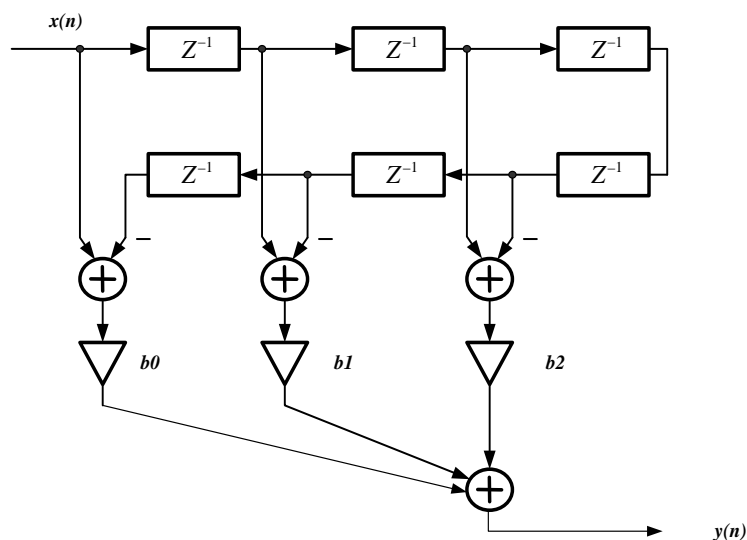
где ось симметрии/антисимметрии ИХ $h(n)$ проходит через точку $n = R/2$.

Структура (структурная схема) ЦФ отображает алгоритм вычисления реакции по разностному уравнению и определяется видом передаточной функции.

5.1.1. Структурные схемы КИХ-фильтров с линейной ФЧХ

Структурные схемы КИХ-фильтров с линейной ФЧХ приведены на рис. 5.1.





б)

Рис. 5.1. Структурные схемы КИХ-фильтров с линейной ФЧХ: прямая приведенная с симметричной ИХ (Direct-Form Symmetric FIR) для КИХ-фильтра длины $N = 7$ (а); прямая приведенная с антисимметричной ИХ (Direct-Form Antisymmetric FIR) для КИХ-фильтра длины $N = 7$ ($b_3 = 0$) (б).

При синтезе КИХ-фильтров с линейной ФЧХ *методом окон* ИХ может быть только симметричной, чему соответствует структура Direct-Form Symmetric FIR.

5.1.2. Методика синтеза КИХ-фильтров методом окон

В соответствии с формулой (5.1), синтез КИХ-фильтра сводится к расчету его импульсной характеристики.

Методика синтеза КИХ-фильтра методом окон является *итерационной* и включает в себя следующие шаги:

1. *Задание требований к амплитудно-частотной характеристике (АЧХ).*

2. *Оценка порядка фильтра R и выбор окна.*

Оценкой порядка R называют начальное значение порядка фильтра в итерационной процедуре синтеза фильтра.

Окном называют весовую функцию $w(n)$ – вещественную неотрицательную последовательность длины $N = R + 1$, максимальную в центре и монотонно спадающую к границам. Для стандартных окон MATLAB значения $w(n)$ вычисляются автоматически по известным аналитическим формулам.

3. *Расчет импульсной характеристики идеального фильтра $h_n(n)$.*

Импульсная характеристика $h_n(n)$, может быть только симметричной и рассчитывается автоматически по известным для идеальных ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ аналитическим формулам. Обязательным параметром усеченной ИХ $h_n(n)$ является частота разрыва (отсечки), на которой нормированная АЧХ равна 0,5.

Для ФНЧ и ФВЧ указывается одна частота разрыва, равная:

$$f_c = \frac{f_{pass} + f_{stop}}{2},$$

где f_{pass} – граничная частота полосы пропускания (ПП); f_{stop} – граничная частота полосы задерживания (ПЗ).

Для ПФ и РФ указываются две частоты разрыва, левая:

$$f_{c1} = \frac{f_{-pass} + f_{-stop}}{2}$$

и правая

$$f_{c2} = \frac{f_{pass} + f_{stop}}{2}.$$

Импульсная характеристика $h_n(n)$ симметрично укорачивается до длины $N = R + 1$.

4. *Расчет импульсной характеристики реального фильтра $h(n)$.*

Импульсная характеристика реального фильтра $h(n)$ рассчитывается по формуле:

$$h(n) = h_n(n)w(n).$$

5. *Проверка выполнения требований к АЧХ.*

Проверка заключается в сравнении фактических максимальных по модулю отклонений АЧХ от идеальной АЧХ в полосе пропускания и полосе задерживания с заданными максимально допустимыми отклонениями.

Возможны две ситуации.

- требования к АЧХ не выполняются. В этом случае следует увеличить порядок R и вернуться к выполнению пп. 3 – 5.
- требования к АЧХ выполняются. В этом случае следует уменьшить порядок R и вернуться к выполнению пп. 3 – 5.

В обоих случаях увеличение/уменьшение порядка R продолжается до тех пор, пока не будет найден минимальный порядок R , при котором выполняются требования к АЧХ.

6. *Выбор структуры КИХ-фильтра.*

5.1.3. Синтез КИХ-фильтров методом окон в системе MATLAB

Основной проблемой синтеза КИХ-фильтров методом окон является оценка порядка фильтра R по заданным требованиям к АЧХ. В общем случае порядок фильтра может задаваться произвольно, а затем уточняться при проверке выполнения требований к АЧХ. Задача определения порядка фильтра успешно решена только для окна Кайзера, где порядок фильтра и требования к АЧХ связаны аналитической зависимостью. Поэтому далее процедура синтеза КИХ-фильтра методом окон рассматривается с применением окна Кайзера.

Синтез КИХ-фильтров методом окон с произвольным окном выполняется с помощью функции:

$b = \text{fir1}(R, wc, ftype, win, normalizasion),$

где

b — вектор коэффициентов передаточной функции (5.1) длины $N = R + 1$.

R — порядок КИХ-фильтра R ;

wc — вектор нормированных частот разрыва, для ФНЧ и ФВЧ одна частота разрыва ($\hat{f}_c = \frac{f_c}{f_{s/2}}$), для ПФ и РФ — две ($\hat{f}_{c1} = \frac{f_{c1}}{f_{s/2}}, \hat{f}_{c2} = \frac{f_{c2}}{f_{s/2}}$).

$ftype$ — параметр, указывающий тип избирательности и принимающий значения: 'high' — для ФВЧ, 'stop' — для РФ. По умолчанию (если значение параметра не задано), синтезируется ФНЧ или ПФ.

`win` – имя стандартной функции для расчета окна $w(n)$ длины $N=R+1$; для окна Кайзера – `kaiser(R+1,beta)`, где `beta` – параметр β окна Кайзера.

`normalization` – параметр (флаг), управляющий нормированием АЧХ таким образом, чтобы обеспечить ее значение, равное единице, в центре полосы пропускания, и принимающий значения:

- `'scale'` (по умолчанию) – нормирование выполняется;
- `'noscale'` – нормирование не выполняется.

Для окна Кайзера входные параметры функции `fir1` – порядок R и вектор `ws`, а также тип избирательности `ftype` и параметр окна Кайзера `beta` – определяются по заданным требованиям к АЧХ с помощью функции:

```
[R,ws,beta,ftype] =  
= kaiserord(f,m,ripple,Fs),
```

где

`f` – вектор граничных частот ПП и ПЗ в порядке их следования слева направо в основной полосе частот;

`m` – вектор значений идеальной АЧХ (единица – в ПП и нуль – в ПЗ);

`ripple` – вектор максимально допустимых отклонений АЧХ;

`Fs` – частота дискретизации f_s (Гц).

5.2. Содержание лабораторной работы

Содержание работы связано с синтезом КИХ-фильтров методом окон с применением окна Кайзера и анализом их

характеристик с использованием программных средств MATLAB.

5.3. Задание на лабораторную работу

Задание на лабораторную включает в себя следующие пункты, которые необходимо выполнить для каждого типа избирательности (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ):

1. Вычисление, по заданным требованиям к АЧХ, требуемого порядка фильтра R , значения нормированной частоты разрыва ω_c , параметр окна Кайзера β .
2. Синтез КИХ-фильтра с помощью окна Кайзера, и определение минимального порядка фильтра, при котором выполняются заданные требования.
3. Анализ характеристик рассчитанного КИХ-фильтра.
4. Написание script-файла для вычисления реакции КИХ-фильтра на входную последовательность, представляющую собой сумму двух гармонических составляющих.
5. Написание script-файла для вычисления амплитудных спектров воздействия и реакции КИХ-фильтра в дискретных нормированных и действительных значениях времени и частоты.

Листинг script-файла LR_05_FIR_low, для синтеза и анализа КИХ-фильтра *нижних частот* имеет вид:

```
script
clc
clear
disp('% ЛР №5. СИНТЕЗ КИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ МЕТОДОМ ОКОН')
disp('%')
disp('% п.1. ВВОД ТРЕБОВАНИЙ К АЧХ ФНЧ')
disp('%')
disp('% Введите НОМЕР ВАРИАНТА и ТРЕБОВАНИЯ к АЧХ')
DATA=0;
```

```

while DATA==0
    Nv = input('Nv = ');           % НОМЕР ВАРИАНТА
    Fs = input('Fs = ');           % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ (Гц)
    ft = input('fpass = ');        % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП (Гц)
    fk = input('fstop = ');        % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ (Гц)
    d1 = input('dpass = ');        % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ОТ-
    % КЛОНЕНИЕ В ПП
    d2 = input('dstop = ');        % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ОТ-
    % КЛОНЕНИЕ В ПЗ
    disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
    disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
    disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
    % ВТОРИТЕ ввод')
    DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% п.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ kaiserord')
disp('%')
disp('% Для вывода параметров функции kaiserord нажмите
    % <ENTER>')
pause
m = [1 0];                       % ВЕКТОР ЗНАЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ АЧХ
f = [ft fk];                     % ВЕКТОР ГРАНИЧНЫХ ЧАСТОТ
ripple = [d1 d2];                % ВЕКТОР МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЫХ
    % ОТКЛОНЕНИЙ
[R,wc,beta,ftype] = kaiserord(f,m,ripple,Fs); % ВЫЧИСЛЕНИЕ
    % ПАРАМЕТРОВ ОКНА КАЙЗЕРА
disp(['R = ' num2str(R)]) % ОЦЕНКА ПОРЯДКА КИХ-ФИЛЬТРА
disp(['wc = ' num2str(wc)]) % НОРМИРОВАННАЯ ЧА-
    % СТОТА РАЗРЫВА
disp(['beta = ' num2str(beta)]) % ПАРАМЕТР ОКНА КАЙ-
    % ЗЕРА
disp(['ftype = ' char(ftype)]) % ТИП КИХ-ФИЛЬТРА
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ КИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ')
ORDER = 0; % ПРИЗНАК ОПТИМАЛЬНОСТИ ПОРЯДКА КИХ-ФИЛЬТРА: 0
    % - НЕОПТИМАЛЬНЫЙ; 1 - ОПТИМАЛЬНЫЙ
while ORDER==0
    disp('%')
    disp('% Для синтеза КИХ-фильтра ФНЧ нажмите <ENTER>')
    pause

```

```

b1 = fir1(R,wc,ftype,kaiser(R+1,beta),'noscale'); % КО-
ЭФФИЦИЕНТЫ КИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ
disp('%')
disp([' Синтезирован КИХ-фильтр ФНЧ порядка R = '
num2str(R)])
disp('%')
disp('% Для вывода ФАКТИЧЕСКИХ максимальных отклонений
АЧХ')
disp('% в ПП (dp) и ПЗ (ds) и ЗАДАННЫХ отклонений dpass и
dstop нажмите <ENTER>')
pause
a = 1; % ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТИЧЕСКИХ МАКСИМАЛЬНЫХ ПО МОДУЛЮ
ОТКЛОНЕНИЙ В ПП И ПЗ
fp = 0:ft/1000:ft;
H = freqz(b1,a,fp,Fs);
dp = max([max(abs(H))-1 1-min(abs(H))]);
fs = fk:(Fs/2-fk)/1000:Ff/2;
H = freqz(b1,a,fs,Fs);
ds = max(abs(H));
disp('%')
disp(['dp = ' num2str(dp) ' ds = ' num2str(ds)])
disp(['dpass = ' num2str(d1) ' dstop = ' num2str(d2)])
disp('%')
disp('% Сравните ФАКТИЧЕСКИЕ отклонения с ЗАДАННЫМИ')
disp('%')
disp('% Если ПОРЯДОК соответствует МИНИМАЛЬНОМУ, введите
1')
disp('% Если НЕ соответствует, введите 0 и затем ПОРЯДОК
R')
ORDER = input('--> ');
if ORDER==0
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КИХ-ФИЛЬТРА
end
end
disp('%')
disp([' Синтезирован ФНЧ минимального порядка R = '
num2str(R)])
disp('%')
disp('% п.4. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК КИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ИХ, АЧХ и ФЧХ нажмите
<ENTER>')
pause
figure('Name','КИХ-ФИЛЬТР ФНЧ - импульсная, амплитудная и
фазовая характеристики ','NumberTitle','off')

```

```

a = 1;      % ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ИХ, АЧХ и ФЧХ
n = 0:R;
subplot(3,1,1), stem(n,b1,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('Импульсная характеристика'), grid
f = 0:(Fs/2)/1000:Fs/2;
H = freqz(b1,a,f,Fs);
MAG = abs(H);
PHASE = angle(H);
subplot(3,1,2), plot(f,MAG)
xlabel('f (Hz)'), title('Амплитудная характеристика'),
grid
subplot(3,1,3), plot(f,PHASE)
xlabel('f (Hz)'), title('Фазовая характеристика'), grid
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ КИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗАВЕРШЕН')

```

Листинг script-файла LR_05_FIR_high, для синтеза и анализа КИХ-фильтра *верхних частот* имеет вид:

```

script
clc
clear
disp('% ЛР №5. СИНТЕЗ КИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ МЕТОДОМ ОКОН')
disp('%')
disp('% п.1. ВВОД ТРЕБОВАНИЙ К АЧХ ФВЧ')
disp('%')
disp('% Введите НОМЕР ВАРИАНТА и ТРЕБОВАНИЯ к АЧХ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nv = ');      % НОМЕР ВАРИАНТА
Fs = input('Fs = ');      % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ (Гц)
fk = input('fstop = ');   % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ (Гц)
ft = input('fpass = ');   % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП (Гц)
d2 = input('dstop = ');   % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ
ОТКЛОНЕНИЕ В ПЗ
d1 = input('dpass = ');   % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ
ОТКЛОНЕНИЕ В ПП
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')

```



```

disp('% п.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ kaiserord')
disp('%')
disp('% Для вывода параметров функции kaiserord нажмите <ENTER>')
pause
m = [0 1]; % ВЕКТОР ЗНАЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ АЧХ
f = [fk ft]; % ВЕКТОР ГРАНИЧНЫХ ЧАСТОТ
ripple = [d2 d1]; % ВЕКТОР МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЫХ ОТКЛОНЕНИЙ
[R,wc,beta,ftype] = kaiserord(f,m,ripple,Fs); % ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОКНА КАЙЗЕРА
disp(['R = ' num2str(R)]) % ОЦЕНКА ПОРЯДКА КИХ-ФИЛЬТРА
disp(['wc = ' num2str(wc)]) % НОРМИРОВАННАЯ ЧАСТОТА РАЗРЫВА
disp(['beta = ' num2str(beta)]) % ПАРАМЕТР ОКНА КАЙЗЕРА
disp(['ftype = ' char(ftype)]) % ТИП КИХ-ФИЛЬТРА
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ КИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ')
ORDER = 0; % ПРИЗНАК ОПТИМАЛЬНОСТИ ПОРЯДКА КИХ-ФИЛЬТРА:
0 - НЕОПТИМАЛЬНЫЙ; 1 - ОПТИМАЛЬНЫЙ
while ORDER==0;
disp('%')
disp('% Для синтеза КИХ-фильтра ФВЧ нажмите <ENTER>')
pause
b2 = fir1(R,wc,ftype,kaiser(R+1,beta),'noscale'); % КОЭФИЦИЕНТЫ КИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ
disp('%')
disp([' Синтезирован КИХ-фильтр ФВЧ порядка R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('% Для вывода ФАКТИЧЕСКИХ максимальных отклонений АЧХ')
disp('% в ПЗ (ds) и ПП (dp) и ЗАДАННЫХ отклонений dstop и dpass нажмите <ENTER>')
pause
a = 1; % ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТИЧЕСКИХ МАКСИМАЛЬНЫХ ПО МОДУЛЮ ОТКЛОНЕНИЙ В ПЗ И ПП
fs = 0:fk/1000:fk;
H = freqz(b2,a,fs,Fs);
ds = max(abs(H));
fp = ft:(Fs/2-ft)/1000:Ffs/2;
H = freqz(b2,a,fp,Fs);

```

```

dp = max([max(abs(H))-1 1-min(abs(H))]);
disp('%')
disp(['ds = ' num2str(ds) '          dp = ' num2str(dp)])
disp(['dstop = ' num2str(d2) '      dpass = ' num2str(d1)])
disp('%')
disp('% Сравните ФАКТИЧЕСКИЕ отклонения с ЗАДАНЫМИ')
disp('%')
disp('% Если ПОРЯДОК соответствует МИНИМАЛЬНОМУ, введите 1')
disp('% Если НЕ соответствует, введите 0 и затем ПОРЯДОК R')
disp('% ПОРЯДОК R должен быть ЧЕТНЫМ ЧИСЛОМ!')
ORDER = input('--> ');
if ORDER==0
R = input('R = ');          % ПОРЯДОК КИХ-ФИЛЬТРА
end
end
disp('%')
disp(['      Синтезирован ФВЧ минимального порядка R = '
num2str(R)])
disp('%')
disp('% п.4. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК КИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ИХ, АЧХ и ФЧХ нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','КИХ-ФИЛЬТР ФВЧ - импульсная, амплитудная и
фазовая характеристики','NumberTitle','off')
a = 1;      % ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ИХ, АЧХ и ФЧХ
n = 0:R;
subplot(3,1,1), stem(n,b2,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('Импульсная характеристика'), grid
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
H = freqz(b2,a,f,Fs);
MAG = abs(H);
PHASE = angle(H);
subplot(3,1,2), plot(f,MAG)
xlabel('f (Hz)'), title('Амплитудная характеристика'),
grid
subplot(3,1,3), plot(f,PHASE)
xlabel('f (Hz)'), title('Фазовая характеристика'), grid
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ КИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЗАВЕРШЕН')

```

Листинг script-файла LR_05_FIR_pass, для синтеза и анализа *полосового* КИХ-фильтра имеет вид:

```
script
clc
clear
disp('% ЛР №05. ПОЛОСОВОЙ ФИЛЬТР (ПФ). СИНТЕЗ КИХ-ФИЛЬТРА
МЕТОДОМ ОКОН')
disp('%')
disp('% п.1. ВВОД ТРЕБОВАНИЙ К АЧХ ПФ')
disp('%')
disp('% Введите НОМЕР ВАРИАНТА и ТРЕБОВАНИЯ к АЧХ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nv = '); % НОМЕР ВАРИАНТА
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ (Гц)
fk1 = input('fstop1 = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ1 (Гц)
ft1 = input('fpass1 = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП1 (Гц)
ft2 = input('fpass2 = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП2 (Гц)
fk2 = input('fstop2 = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ2 (Гц)
d21 = input('dstop1 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ОТ-
КЛОНЕНИЕ В ПЗ1
d1 = input('dpass = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ОТ-
КЛОНЕНИЕ В ПП
d22 = input('dstop2 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ОТ-
КЛОНЕНИЕ В ПЗ2
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% п.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ kaiserord')
disp('%')
disp('% Для вывода параметров функции kaiserord нажмите
<ENTER>')
pause
m = [0 1 0]; % ВЕКТОР ЗНАЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ АЧХ
f = [fk1 ft1 ft2 fk2]; % ВЕКТОР ГРАНИЧНЫХ ЧАСТОТ
ripple = [d21 d1 d22]; % ВЕКТОР МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЫХ
ОТКЛОНЕНИЙ
[R,wc,beta,ftype] = kaiserord(f,m,ripple,Fs); % ВЫЧИС-
ЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОКНА КАЙЗЕРА
disp(['R = ' num2str(R)]) % ОЦЕНКА ПОРЯДКА КИХ-ФИЛЬТРА
```

```

disp(['wc(1) = ' num2str(wc(1)) ' wc(2) = '
num2str(wc(2))]) % ВЕКТОР НОРМИРОВАННЫХ ЧАСТОТ РАЗРЫВА
disp(['beta = ' num2str(beta)]) % ПАРАМЕТР ОКНА КАЙЗЕРА
disp(['ftype = ' char(ftype)]) % ТИП КИХ-ФИЛЬТРА
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ ПОЛОСОВОГО КИХ-ФИЛЬТРА')
ORDER = 0; % ПРИЗНАК ОПТИМАЛЬНОСТИ ПОРЯДКА КИХ-ФИЛЬТРА: 0
- НЕОПТИМАЛЬНЫЙ; 1 - ОПТИМАЛЬНЫЙ
while ORDER==0;
disp('%')
disp('% Для синтеза полосового КИХ-фильтра нажмите
<ENTER>')
pause
b3 = fir1(R,wc,ftype,kaiser(R+1,beta),'noscale'); %
КОЭФФИЦИЕНТЫ КИХ-ФИЛЬТРА ПФ
disp('%')
disp([' Синтезирован ПОЛОСОВОЙ КИХ-фильтр порядка R = '
num2str(R)])
disp('%')
disp('% Для вывода ФАКТИЧЕСКИХ максимальных отклонений
АЧХ')
disp('% в ПЗ1 (ds1), ПП (dp) и ПЗ2 (ds2) и ЗАДАННЫХ от-
клонений dstop1, dpass и dstop2 нажмите <ENTER>')
pause
a = 1;% ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТИЧЕСКИХ МАКСИМАЛЬНЫХ ПО МОДУЛЮ ОТ-
КЛОНЕНИЙ В ПЗ1, ПП И ПЗ2
fs1 = 0:fk1/1000:fk1;
H = freqz(b3,a,fs1,Fs);
ds1 = max(abs(H));
fp = ft1:(ft2-ft1)/1000:ft2;
H = freqz(b3,a,fp,Fs);
dp = max([max(abs(H))-1 1-min(abs(H))]);
fs2 = fk2:(Fs/2-fk2)/1000:Fs/2;
H = freqz(b3,a,fs2,Fs);
ds2 = max(abs(H));
disp('%')
disp(['ds1=' num2str(ds1) ' dp = ' num2str(dp) '
ds2 = ' num2str(ds2)])
disp(['dstop1 = ' num2str(d21) ' dpass = ' num2str(d1) '
dstop2 = ' num2str(d22)])
disp('%')
disp('% Сравните ФАКТИЧЕСКИЕ отклонения с ЗАДАНЫМИ')

```

```

disp('%')
disp('% Если ПОРЯДОК соответствует МИНИМАЛЬНОМУ, введите 1')
disp('% Если НЕ соответствует, введите 0 и затем ПОРЯДОК R')
ORDER = input('--> ');
if ORDER==0
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КИХ-ФИЛЬТРА
end
end
disp('%')
disp([' Синтезирован ПФ минимального порядка R = '
num2str(R)])
disp('%')
disp('% п.4. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК КИХ-ФИЛЬТРА ПФ')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ИХ, АЧХ и ФЧХ нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','Полосовой КИХ-фильтр - импульсная, амплитуд-
ная и фазовая характеристики','NumberTitle','off')
a = 1; % ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ИХ, АЧХ и ФЧХ
n = 0:R;
subplot(3,1,1), stem(n,b3,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('Импульсная характеристика'), grid
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
H = freqz(b3,a,f,Fs);
MAG = abs(H); % ВЫЧИСЛЕНИЕ АЧХ ФИЛЬТРА
PHASE = angle(H); % ВЫЧИСЛЕНИЕ ФЧХ ФИЛЬТРА
subplot(3,1,2), plot(f,MAG)
xlabel('f (Hz)'), title('Амплитудная характеристика'), grid
subplot(3,1,3), plot(f,PHASE)
xlabel('f (Hz)'), title('Фазовая характеристика'), grid
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ ПОЛОСОВОГО КИХ-ФИЛЬТРА ЗАВЕРШЕН')

```

Листинг script-файла LR_05_FIR_stop, для синтеза и анализа *режекторного* КИХ-фильтра имеет вид:

```

script
clc
clear
disp('% ЛР №05. РЕЖЕКТОРНЫЙ ФИЛЬТР (РФ). СИНТЕЗ КИХ-
ФИЛЬТРА МЕТОДОМ ОКОН')
disp('%')
disp('% п.1. ВВОД ТРЕБОВАНИЙ К АЧХ РЕЖЕКТОРНОГО ФИЛЬТРА')

```

```

disp('%')
disp('% Введите НОМЕР ВАРИАНТА и ТРЕБОВАНИЯ к АЧХ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nv = ');           % НОМЕР ВАРИАНТА
Fs = input('Fs = ');           % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ (Гц)
ft1 = input('fpass1 = ');      % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП1 (Гц)
fk1 = input('fstop1 = ');      % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ1 (Гц)
fk2 = input('fstop2 = ');      % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ2 (Гц)
ft2 = input('fpass2 = ');      % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП2 (Гц)
d11 = input('dpass1 = ');      % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ
ОТКЛОНЕНИЕ В ПП1
d2 = input('dstop = ');        % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ
ОТКЛОНЕНИЕ В ПЗ
d12 = input('dpass2 = ');      % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ
ОТКЛОНЕНИЕ В ПП2
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% п.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ kaiserord')
disp('%')
disp('% Для вывода параметров функции kaiserord нажмите
<ENTER>')
pause
m = [1 0 1];                  % ВЕКТОР ЗНАЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ АЧХ
f = [ft1 fk1 fk2 ft2];       % ВЕКТОР ГРАНИЧНЫХ ЧАСТОТ
ripple = [d11 d2 d12];       % ВЕКТОР МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЫХ
ОТКЛОНЕНИЙ
[R,wc,beta,ftype] = kaiserord(f,m,ripple,Fs); % ВЫЧИС-
ЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОКНА КАЙЗЕРА
disp(['R = ' num2str(R)])      % ОЦЕНКА ПОРЯДКА КИХ-ФИЛЬТРА
disp(['wc(1) = ' num2str(wc(1)) ' wc(2) = '
num2str(wc(2))]) % ВЕКТОР НОРМИРОВАННЫХ ЧАСТОТ РАЗРЫВА
disp(['beta = ' num2str(beta)]) % ПАРАМЕТР ОКНА
КАЙЗЕРА
disp(['ftype = ' char(ftype)]) % ТИП КИХ-ФИЛЬТРА
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ РЕЖЕКТОРНОГО КИХ-ФИЛЬТРА')

```

```

ORDER = 0; % ПРИЗНАК ОПТИМАЛЬНОСТИ ПОРЯДКА КИХ-ФИЛЬТРА: 0
- НЕОПТИМАЛЬНЫЙ; 1 - ОПТИМАЛЬНЫЙ
while ORDER==0;
disp('%')
disp('% Для синтеза режекторного КИХ-фильтра нажмите
<ENTER>')
pause
b = fir1(R,wc,ftype,kaiser(R+1,beta),'noscale'); %
КОЭФИЦИЕНТЫ КИХ-ФИЛЬТРА РФ
disp('%')
disp([' Синтезирован РЕЖЕКТОРНЫЙ КИХ-фильтр порядка R =
' num2str(R)])
disp('%')
disp('% Для вывода ФАКТИЧЕСКИХ максимальных отклонений
АЧХ')
disp('% в ПП1 (dp1), ПЗ (ds) и ПП2 (dp2) и ЗАДАННЫХ от-
клонений dpass1, dstop и dpass2 нажмите <ENTER>')
pause
a = 1; % ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТИЧЕСКИХ МАКСИМАЛЬНЫХ ПО МОДУЛЮ
ОТКЛОНЕНИЙ В ПП1, ПЗ И ПП2
fp1 = 0:ft1/1000:ft1;
H = freqz(b,a,fp1,Fs);% ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИ-
СТИКИ ФИЛЬТРА В ПП1
dp1 = max([max(abs(H))-1 1-min(abs(H))]);
fs = fk1:(fk2-fk1)/1000:fk2;
H = freqz(b,a,fs,Fs);% ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИ-
КИ ФИЛЬТРА В ПЗ
ds = max(abs(H));
fp2 = ft2:(Fs/2-ft2)/1000:Ff/2;
H = freqz(b,a,fp2,Fs);% ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИ-
СТИКИ ФИЛЬТРА В ПП2
dp2 = max([max(abs(H))-1 1-min(abs(H))]);
disp('%')
disp(['dp1=' num2str(dp1) ' ds = ' num2str(ds) '
dp2 = ' num2str(dp2)])
disp(['d1pass1 = ' num2str(d11) ' dstop = '
num2str(d2) ' dpass2 = ' num2str(d12)])
disp('%')
disp('% Сравните ФАКТИЧЕСКИЕ отклонения с ЗАДАНЫМИ')
disp('%')
disp('% Если ПОРЯДОК соответствует МИНИМАЛЬНОМУ, введите 1')
disp('% Если НЕ соответствует, введите 0 и затем ПОРЯДОК R')
ORDER = input('--> ');
if ORDER==0
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КИХ-ФИЛЬТРА

```

```

while rem(R,2)~=0
disp('% Порядок фильтра ДОЛЖЕН БЫТЬ ЧЕТНЫМ')
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КИХ-ФИЛЬТРА
end
end
end
disp('%')
disp([' Синтезирован РЕЖЕКТОРНЫЙ ФИЛЬТР минимального по-
рядка R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('% п.4. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЖЕКТОРНОГО КИХ-
ФИЛЬТРА')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ ИХ, АЧХ и ФЧХ нажмите
<ENTER>')
pause
figure('Name','Режекторный КИХ-ФИЛЬТР - импульсная, ам-
плитудная и фазовая характеристики','NumberTitle','off')
a = 1; % ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ИХ, АЧХ и ФЧХ
n = 0:R;
subplot(3,1,1), stem(n,b,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('Импульсная характеристика'), grid
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
H = freqz(b,a,f,Fs); % ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТОТНОЙ ХА-
РАКТЕРИСТИКИ ФИЛЬТРА
MAG = abs(H); % ВЫЧИСЛЕНИЕ АЧХ ФИЛЬТРА
PHASE = angle(H); % ВЫЧИСЛЕНИЕ ФЧХ ФИЛЬТРА
subplot(3,1,2), plot(f,MAG)
xlabel('f (Hz)'), title('Амплитудная характеристика'),
grid
subplot(3,1,3), plot(f,PHASE)
xlabel('f (Hz)'), title('Фазовая характеристика'), grid
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ РЕЖЕКТОРНОГО КИХ-ФИЛЬТРА ЗАВЕРШЕН')

```

5.4. План выполнения лабораторной работы

Для каждого типа избирательности (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ), в соответствии с заданными требованиями рассчитать параметры фильтров и проанализировать полученные ха-

рактеристики фильтров (импульсная характеристика (ИХ), АЧХ, ФЧХ).

5.4.1. Вычисление порядка фильтра, частот разрыва, параметра окна Кайзера

- Используя script-файл LR_05_FIR_low (high, pass, stop) вычислить, по заданным требованиям к АЧХ, требуемый порядок фильтра R , значения нормированных частот разрыва w_c , параметр β окна Кайзера. Записать полученный результат.

- Пояснить:

- какая функция используется для вычисления оценки порядка КИХ-фильтра, нормированной частоты разрыва и параметра β ;
- с какой целью рассчитывается оценка порядка КИХ-фильтра;
- что такое частота разрыва и какая формула используется для ее расчета.

5.4.2. Синтез КИХ-фильтра с помощью окна Кайзера

- Используя script-файл LR_05_FIR_low (high, pass, stop) для синтеза КИХ-фильтра организовать цикл, в теле которого выполнить следующие действия:

- синтезировать КИХ-фильтр;
- проверить выполнение требований к АЧХ;
- по результатам проверки, увеличивая или уменьшая порядок КИХ-фильтра, определить его минимальный порядок, при котором выполняются требования к АЧХ.

- Для проверки выполнения требований к АЧХ вывести и сравнить фактические максимальные (по модулю) от-

клонения в ПП и ПЗ с заданными максимально допустимыми отклонениями. Записать полученный результат.

- Пояснить:
 - какая функция используется для синтеза КИХ-фильтра;
 - какой из параметров данной функции соответствует коэффициентам передаточной функции КИХ-фильтра;
 - смысл итерационной процедуры синтеза.

5.4.3. Анализ характеристик КИХ-фильтра

- Вывести графики ИХ, АЧХ, ФЧХ КИХ-фильтров.
- Пояснить:
 - вид ИХ;
 - вид АЧХ в полосе пропускания и полосе задерживания;
 - вид ФЧХ в полосе пропускания.

5.4.4. Написание script-файла для вычисления реакции КИХ-фильтра

- Написать script-файл для вычисления реакции КИХ-фильтра на входную последовательность. Входными параметрами script-файла являются:
 - вектор коэффициентов КИХ-фильтра;
 - частота дискретизации f_s (она должна совпадать с заданной в требованиях к АЧХ КИХ-фильтра);
 - амплитуды гармоник A_1 и A_2 ;
 - частоты гармоник f_1 и f_2 .
- Вводимые значения частот должны быть согласованы с граничными частотами в требованиях к АЧХ КИХ-фильтра. Частота f_1 должна быть расположена в полосе пропускания, а частота f_2 – в полосе задерживания.

- Вывести графики воздействия и реакции КИХ-фильтра в одном окне.
- Входная последовательность представляет собой сумму двух гармонических составляющих. Для формирования входной последовательности воспользоваться результатами лабораторной работы № 3 (LR_03_DFT). Для вычисления реакции фильтра использовать функцию `filter`, для вывода графиков воздействия и реакции – функции `plot`, `figure`, `subplot`.

5.4.5. Написание script-файла для вычисления амплитудных спектров

Написать script-файл для вычисления амплитудных спектров воздействия и реакции КИХ-фильтра ФНЧ в дискретных нормированных и действительных значениях времени и частоты. Входными параметрами являются векторы отсчетов воздействия и реакции КИХ-фильтра. Для вычисления амплитудных спектров воздействия и реакции использовать функцию `fft`, путем дополнения script-файла, созданного в п. 5.4.4.

Используя функцию `subplot` вывести в одном окне графики воздействия и реакции и их амплитудные спектры, отдельно для дискретных нормированных и значений времени и частоты и отдельно для действительных значений времени и частоты.

5.5. Подготовка отчета

Отчет составляется в редакторе MS Word и содержит:

- цель работы;
- номер варианта и исходные данные;
- результаты выполнения каждого пункта задания, включая созданные графики;

- ответы на вопросы по каждому пункту;
- написанный программный код.

Защита лабораторной работы проводится на основании представленного отчета и ответа на вопросы из списка контрольных вопросов.

5.6. Контрольные вопросы

1. Дайте определение цифрового фильтра. Перечислите основные этапы проектирования цифрового фильтра.
2. Запишите передаточную функцию КИХ-фильтра.
3. Дайте определение длины и порядка КИХ-фильтра. При каком условии КИХ-фильтр будет иметь строго линейную ФЧХ?
4. Основная идея метода проектирования КИХ-фильтров с помощью окон.
5. Перечислите основные этапы итерационной процедуры синтеза КИХ-фильтров методом окон.
6. Что из себя представляют коэффициенты КИХ-фильтра, аппроксимирующего идеальный ФНЧ.
7. Почему невозможно синтезировать идеальный дискретный КИХ-фильтр.
8. Дайте определения окна и частоты разрыва. Наиболее известные окна и их основные характеристики.
9. Назовите основное преимущество и недостаток метода окон.

Формулы, для расчета требуемых исходных данных каждого варианта приведены в в таблицах 5.1 – 5.4. (N_V – номер варианта).

Таблица 5.1. Требования к АЧХ ФНЧ КИХ-фильтров

Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта ($N_V = 15$)
Частота дискретизации	$f_s = 5000 + 100N_V$	Fs = 6500
Граничная частота ПП	$f_{pass} = \frac{f_s}{10} + 20N_V$	fpass = 950
Граничная частота ПЗ	$f_{stop} = \frac{f_s}{10} + 250 + 25N_V$	fstop = 1275
Максимально допустимое отклонение в ПП	$\delta_1 = 0,04$	dpass = 0.04
Максимально допустимое отклонение в ПЗ	$\delta_2 = 0,02$	dstop = 0.02

Таблица 5.2. Требования к АЧХ ФВЧ КИХ-фильтров

Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта ($N_V = 15$)
Частота дискретизации	$f_s = 5000 + 100N_V$	Fs = 6500
Граничная частота ПЗ	$f_{stop} = \frac{f_s}{10} + 20N_V$	fstop = 950
Граничная частота ПП	$f_{pass} = \frac{f_s}{10} + 250 + 25N_V$	fpass = 1275
Максимально допустимое отклонение в ПЗ	$\delta_2 = 0,02$	dstop = 0.02
Максимально допустимое отклонение в ПП	$\delta_1 = 0,04$	dpass = 0.04

Таблица 5.3. Требования к АЧХ ПФ КИХ-фильтров

Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта ($N_V = 15$)
Частота дискретизации	$f_s = 5000 + 100N_V$	$Fs = 6500$
Граничная частота ПЗ1	$f_{stop1} = \frac{f_s}{20} + 20N_V$	$Fstop1 = 625$
Граничная частота ПП1	$f_{pass1} = \frac{f_s}{20} + 250 + 25N_V$	$Fpass1 = 950$
Граничная частота ПП2	$f_{pass2} = \frac{f_s}{4} + 25N_V$	$Fpass2 = 2000$
Граничная частота ПЗ2	$f_{stop2} = \frac{f_s}{4} + 250 + 30N_V$	$Fstop2 = 2325$
Максимально допустимое отклонение в ПЗ1	$\delta_{21} = 0,02$	$Dstop1 = 0.02$
Максимально допустимое отклонение в ПП	$\delta_1 = 0,04$	$dpass = 0.04$
Максимально допустимое отклонение в ПЗ2	$\delta_{22} = 0,02$	$Dstop2 = 0.02$

Таблица 5.4. Требования к АЧХ РФ КИХ-фильтров

Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта ($N_V = 15$)
Частота дискретизации	$f_s = 5000 + 100N_V$	Fs = 6500
Граничная частота ПП1	$f_{pass1} = \frac{f_s}{20} + 20N_V$	Fpass1 = 625
Граничная частота ПЗ1	$f_{stop1} = \frac{f_s}{20} + 250 + 25N_V$	Fstop1 = 950
Граничная частота ПЗ2	$f_{stop2} = \frac{f_s}{4} + 25N_V$	Fstop2 = 2000
Граничная частота ПП2	$f_{pass2} = \frac{f_s}{4} + 250 + 30N_V$	Fpass2 = 2325
Максимально допустимое отклонение в ПП1	$\delta_{11} = 0,04$	Dpass1 = 0.04
Максимально допустимое отклонение в ПЗ	$\delta_2 = 0,02$	dstop = 0.02
Максимально допустимое отклонение в ПП2	$\delta_{12} = 0,04$	Dpass2 = 0.04

ГЛАВА 6. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С БЕСКОНЕЧНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ (БИХ)

Цель работы – изучить процедуру синтеза БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования и приобрести практические навыки синтеза и анализа БИХ-фильтров с использованием программных средств системы MATLAB.

6.1. Основные теоретические сведения

БИХ-фильтр описывается передаточной функцией:

$$H(z) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i} / \left[1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k} \right].$$

Порядок БИХ-фильтра равен $R = (M-1)$ (при $N < M$).

БИХ-фильтры характеризуются следующими особенностями:

- нелинейной ФЧХ;
- необходимостью проверки на устойчивость.

Оптимальным называют БИХ-фильтр минимального порядка R при заданных требованиях к АЧХ.

6.1.1. Методика синтеза БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования

Метод билинейного Z-преобразования, позволяет синтезировать оптимальный БИХ-фильтр по частотной характеристике аналогового фильтра-прототипа (АФП).

Функция передачи аналогового фильтра представляет собой дробно-рациональную функцию переменной s . Для того, чтобы получить функцию передачи дискретного филь-

тра, необходимо перейти из s области в z – область, используя формулу билинейного преобразования:

$$s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} = \gamma \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}.$$

Синтез БИХ-фильтра заключается в расчете его передаточной функции. Методика синтеза БИХ-фильтра на основе АФП включает в себя следующие шаги:

1. *Задание требований к характеристике затухания АЧХ БИХ-фильтра.*

2. *Формирование требований к АЧХ АФП.*

Частоты АФП Ω связаны с частотами БИХ-фильтра ω нелинейной зависимостью:

$$\Omega = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2}.$$

На низких частотах, когда $\omega T \ll 1$, тангенс примерно равен своему аргументу, так что

$$\Omega = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \approx \omega.$$

Поэтому в области низких частот частотные характеристики аналогового и дискретного фильтра почти совпадают. Далее, по мере ускорения роста функции тангенса, частотная характеристика дискретного фильтра все сильнее сжимается по горизонтали (по сравнению с АФП) и на частоте Найквиста, равной π/T , достигает значения, которое частотная характеристика АФП имела бы на бесконечной частоте.

Для получения дискретного фильтра с заданными частотами среза, необходимо скорректировать частоты среза АФП, чтобы компенсировать искажения частотной оси. Для

синтеза дискретного ФНЧ с частотой среза ω_0 , АФП должен иметь частоту среза:

$$\Omega_0 = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega_0 T}{2},$$

которая в шкале частот в герцах соответствует зависимости между частотами АФП F и БИХ-фильтра f :

$$F = \frac{f_s}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi f}{f_s}.$$

3. Выбор типа БИХ-фильтра.

Подобно АФП, четырем видам аппроксимирующих функций соответствуют четыре типа БИХ-фильтров:

- Баттерворта (Butterworth) – с АЧХ, максимально плоской в ПП и монотонной в ПЗ;
- Чебышева I рода (Chebyshev Type I) – с АЧХ, равноволновой в ПП и монотонной в ПЗ;
- Чебышева II рода (Chebyshev Type II) – с АЧХ, максимально плоской в ПП и равноволновой в ПЗ;
- Золотарева–Кауэра (Elliptic – эллиптический) – с АЧХ, равноволновой в ПП и ПЗ.

4. Расчет передаточной функции АФП $H(s)$.

5. Преобразование передаточной функции.

Преобразование передаточной функции АФП в передаточную функцию БИХ-фильтра $H(z)$ на основе формулы билинейного Z -преобразования:

$$S = \frac{100}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}.$$

6. *Выбор структуры БИХ-фильтра.*

6.1.2. Синтез аналоговых фильтров в MATLAB

Синтез частотно-избирательных аналоговых фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра выполняется соответственно с помощью функций:

```
[bs,as] = butter(Ra,Wn,ftype,'s'),
[bs,as] = cheby1(Ra,rp,Wn,ftype,'s'),
[bs,as] = cheby2(Ra,rs,Wn,ftype,'s'),
[bs,as] = ellip(Ra,rp,rs,Wn,ftype,'s'),
```

где:

Ra – порядок аналогового фильтра;

Wn – вектор частот среза, содержащий один элемент – для ФНЧ и ФВЧ и два – для ПФ и РФ;

rp, rs – максимально и минимально допустимые затухания в полосе пропускания и полосе задерживания в децибелах.

ftype – параметр, указывающий тип избирательности и принимающий значения:

- 'high' – для ФВЧ;
- 'stop' – для РФ;
- по умолчанию (если параметр отсутствует) – для ФНЧ или ПФ.

's' – признак аналогового фильтра; при его отсутствии по умолчанию подразумевается цифровой фильтр;

bs , as – векторы коэффициентов числителя и знаменателя передаточной функции аналогового фильтра в порядке возрастания степеней s ; $as(1) = 1$.

Порядок аналогового фильтра (Ra) и *частоты среза* (Wn) определяются по требованиям к АЧХ (дБ) с помощью следующих функций, соответственно для АФП Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра:

```
[Ra, Wn] = buttord(Wp, Ws, rp, rs, 's'),
[Ra, Wn] = cheblord(Wp, Ws, rp, rs, 's'),
[Ra, Wn] = cheb2ord(Wp, Ws, rp, rs, 's'),
[Ra, Wn] = ellipord(Wp, Ws, rp, rs, 's'),
```

где Wp , Ws – векторы граничных частот ПП и ПЗ в порядке следования слева направо в шкале частот ω .

6.1.3. Синтез БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования в MATLAB

Для синтеза БИХ-фильтра методом билинейного Z-преобразования используются те же функции, что и для синтеза аналоговых фильтров, но без параметра 's':

```
[b, a] = butter(R, WDn, ftype),
[b, a] = cheby1(R, rp, WDn, ftype),
[b, a] = cheby2(R, rs, WDn, ftype),
[b, a] = ellip(R, rp, rs, WDn, ftype),
```

где

R – порядок БИХ-фильтра;

WDn – вектор частот среза нормированных к частоте Найквиста ($F_s/2$).

Порядок (R) и частоты среза (WDn) БИХ-фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра определяются по требованиям к АЧХ с помощью тех же функций, что и для аналогового фильтра, но без параметра 's':

```
[R, WDn] = buttord(WDp, WDs, rp, rs),
[R, WDn] = cheblord(WDp, WDs, rp, rs),
[R, WDn] = cheb2ord(WDp, WDs, rp, rs),
[R, WDn] = ellipord(WDp, WDs, rp, rs),
```

где WDp , WDs – векторы граничных нормированных частот в полосе пропускания и полосе задерживания соответственно.

6.2. Содержание лабораторной работы

Содержание работы связано с синтезом БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования и анализом их характеристик с использованием программных средств MATLAB.

6.3. Задание на лабораторную работу.

Задание на лабораторную включает в себя следующие пункты, которые необходимо выполнить для каждого типа избирательности (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ):

1. Синтез, по заданным требованиям к АЧХ, БИХ-фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра.
2. Анализ характеристик рассчитанных БИХ-фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра (АЧХ, ФЧХ, ИХ).

3. Синтез аналоговых фильтров-прототипов Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра.

4. Вывод графиков АЧХ аналоговых фильтров-прототипов и сравнительный анализ АЧХ АФП и БИХ-фильтров.

5. Написание script-файла для вычисления реакции БИХ-фильтра на входную последовательность, представляющую собой сумму двух гармонических составляющих.

6. Написание script-файла для вычисления амплитудных спектров воздействия и реакции БИХ-фильтра ФНЧ в дискретных нормированных и действительных значениях времени и частоты.

Листинг script-файла LR_06_PIR_low, для синтеза и анализа КИХ-фильтра *нижних частот* имеет вид:

```
script
clc
clear
disp('% ЛР №6. СИНТЕЗ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ МЕТОДОМ БИЛИНЕЙНОГО
Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ')
disp('%')
disp('% Введите ТРЕБОВАНИЯ к АЧХ (дБ)')
DATA=0;
while DATA==0
    Nv = input('Nv = '); % НОМЕР ВАРИАНТА
    Fs = input('Fs (Гц) = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ (Гц)
    ft = input('fpass (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП (Гц)
    fk = input('fstop (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ (Гц)
    rp = input('rpass (дБ) = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ЗА-
    ТУХАНИЕ В ПП
    rs = input('rstop (дБ) = '); % МИНИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ЗА-
    ТУХАНИЕ В ПЗ
    disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
    disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
    disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
    ВТОРИТЕ ввод')
    DATA = input('--> ');
end
```

```

disp('%')
disp('% п.1. СИНТЕЗ БИХ-ФИЛЬТРОВ БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА I
И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для синтеза БИХ-фильтров ФНЧ нажмите <ENTER>')
pause
WDp = ft/(Fs/2); WDs = fk/(Fs/2); % ГРАНИЧНЫЕ НОРМИРОВАННЫЕ ЧАСТОТЫ ПП и ПЗ
[R1,WDn1] = buttord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ БАТТЕРВОРТА
[R2,WDn2] = cheblord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[R3,WDn3] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[R4,WDn4] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
[b1,a1] = butter(R1,WDn1); % КОЭФФИЦИЕНТЫ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ БАТТЕРВОРТА
[b2,a2] = cheby1(R2,rp,WDn2); % КОЭФФИЦИЕНТЫ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[b3,a3] = cheby2(R3,rs,WDn3); % КОЭФФИЦИЕНТЫ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[b4,a4] = ellip(R4,rp,rs,WDn4); % КОЭФФИЦИЕНТЫ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
disp('%')
disp('% Для вывода порядков БИХ-фильтров ФНЧ нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' R1 = ' num2str(R1), ' R2 = ' num2str(R2), '
R3 = ' num2str(R3), ' R4 = ' num2str(R4)])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.2. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК БИХ-ФИЛЬТРОВ ФНЧ')
disp('%')
disp('% Для вывода ХАРАКТЕРИСТИК БИХ-ФИЛЬТРОВ ФНЧ (ЧЕТЫРЕ ГРАФИЧЕСКИХ ОКНА) нажмите <ENTER>')
pause
figure('Name','ФНЧ БИХ-фильтр Баттерворта','NumberTitle','off')
M = 50;
n = 0:(M-1);
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;

```



```

h1 = impz(b1,a1,M); % ИХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ БАТТЕРВОРТА
H1 = freqz(b1,a1,f,Fs); % ЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ БАТТЕРВОРТА
MAG = abs(H1); % АЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ БАТТЕРВОРТА
PHASE = phase(H1); % ФЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ БАТТЕРВОРТА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b1,a1), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h1,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ФНЧ БИХ-фильтр Чебышева I
рода','NumberTitle','off')
h2 = impz(b2,a2,M); % ИХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
H2 = freqz(b2,a2,f,Fs); % ЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
MAG = abs(H2); % АЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
PHASE = phase(H2); % ФЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b2,a2), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h2,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ФНЧ БИХ-фильтр Чебышева II
рода','NumberTitle','off')
h3 = impz(b3,a3,M); % ИХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
H3 = freqz(b3,a3,f,Fs); % ЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
MAG = abs(H3); % АЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
PHASE = phase(H3); % ФЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b3,a3), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h3,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ФНЧ БИХ-фильтр Золотарева-
Кауэра','NumberTitle','off')
h4 = impz(b4,a4,M); % ИХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
H4 = freqz(b4,a4,f,Fs); % ЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-
КАУЭРА
MAG = abs(H4); % АЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
PHASE = phase(H4); % ФЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')

```

```

title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b4,a4), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h4,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА I И II РО-
ДА, ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для вывода граничных частот АФП ФНЧ нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')
Ft = (Fs/pi)*tan(pi*ft/Fs); Fk = (Fs/pi)*tan(pi*fk/Fs); %
ГРАНИЧНЫЕ ЧАСТОТЫ ПП и ПЗ АФП
disp([' Fpass = ' num2str(Ft), ' Fstop = ' num2str(Fk)])
disp('%')
disp('% Для синтеза АФП ФНЧ нажмите <ENTER>')
pause
Wp = 2.*pi.*Ft; Ws = 2.*pi.*Fk; % ГРАНИЧНЫЕ КРУГОВЫЕ
ЧАСТОТЫ ПП и ПЗ АФП
[Ra1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА
СРЕЗА АФП ФНЧ БАТТЕРВОРТА
[Ra2,Wn2] = cheblord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА
СРЕЗА АФП ФНЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[Ra3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА
СРЕЗА АФП ФНЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[Ra4,Wn4] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА
СРЕЗА АФП ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
[bs1,as1] = butter(Ra1,Wn1,'s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП ФНЧ
БАТТЕРВОРТА
[bs2,as2] = cheby1(Ra2,rp,Wn2,'s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП ФНЧ
ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[bs3,as3] = cheby2(Ra3,rs,Wn3,'s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП ФНЧ
ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[bs4,as4] = ellip(Ra4,rp,rs,Wn4,'s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП
ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
disp('%')
disp('% Для вывода порядков АФП ФНЧ нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')

```

```

disp(['   Ra1 = ' num2str(Ra1), '   Ra2 = ' num2str(Ra2), '
Ra3 = ' num2str(Ra3), '   Ra4 = ' num2str(Ra4)])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.4. ВЫВОД ГРАФИКОВ АЧХ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА
I И II РОДА, ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АЧХ АФП нажмите <ENTER>')
pause
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2; % СЕТКА ЧАСТОТ ДЛЯ ГРАФИКА АЧХ
W = 2.*pi.*f;
Ha1 = freqs(bs1,as1,W); % ЧХ АФП ФНЧ БАТТЕРВОРТА
Ha2 = freqs(bs2,as2,W); % ЧХ АФП ФНЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
Ha3 = freqs(bs3,as3,W); % ЧХ АФП ФНЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
Ha4 = freqs(bs4,as4,W); % ЧХ АФП ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
figure('Name','АЧХ ФНЧ АФП','NumberTitle','off')
subplot(2,2,1),plot(f,abs(Ha1)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр
Баттерворта'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2),plot(f,abs(Ha2)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Чебышева
I'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,3),plot(f,abs(Ha3)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Чебышева
II'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,4),plot(f,abs(Ha4)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Золоторева-
Кауэра'),ylim([0 1.2])
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ БИХ-ФИЛЬТРОВ ФНЧ ЗАВЕРШЕН')

```

Листинг script-файла LR_06_PIR_high, для синтеза и анализа БИХ-фильтра *верхних частот* имеет вид:

```

script
clc
clear
disp('% ЛР №6. СИНТЕЗ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ МЕТОДОМ БИЛИНЕЙНОГО
Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ')
disp('%')
disp('% Введите ТРЕБОВАНИЯ к АЧХ (дБ)')
DATA=0;

```

```

while DATA==0;
Nb = input('Nv = ');           % НОМЕР ВАРИАНТА
Fs = input('Fs (Гц) = ');       % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ (Гц)
fk = input('fstop (Гц) = ');    % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ (Гц)
ft = input('fpass (Гц) = ');    % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП (Гц)
rs = input('rstop (дБ) = ');    % МИНИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ЗА-
ТУХАНИЕ В ПЗ
rp = input('rpass (дБ) = ');    % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ
ЗАТУХАНИЕ В ПП
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% п.1. СИНТЕЗ БИХ-ФИЛЬТРОВ БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА I
И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для синтеза БИХ-фильтров ФВЧ нажмите <ENTER>')
pause
WDp = ft/(Fs/2); WDs = fk/(Fs/2); % ГРАНИЧНЫЕ НОРМИРО-
ВАННЫЕ ЧАСТОТЫ ПП и ПЗ
[R1,WDn1] = buttord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА
СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ БАТТЕРВОРТА
[R2,WDn2] = cheblord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА
СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[R3,WDn3] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА
СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[R4,WDn4] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА
СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
[b1,a1] = butter(R1,WDn1,'high'); % КОЭФИЦИЕНТЫ БИХ-
ФИЛЬТРА ФВЧ БАТТЕРВОРТА
[b2,a2] = cheby1(R2,rp,WDn2,'high'); % КОЭФИЦИЕНТЫ БИХ-
ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[b3,a3] = cheby2(R3,rs,WDn3,'high'); % КОЭФИЦИЕНТЫ БИХ-
ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[b4,a4] = cheby2(R4,rs,WDn4,'high'); % КОЭФИЦИЕНТЫ БИХ-
ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
disp('%')
disp('% Для вывода порядков БИХ-фильтров ФВЧ нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')

```

```

disp(['    R1 = ' num2str(R1), '    R2 = ' num2str(R2), '
R3 = ' num2str(R3), '    R4 = ' num2str(R4)])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.2. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК БИХ-ФИЛЬТРОВ ФВЧ')
disp('%')
disp('% Для вывода ХАРАКТЕРИСТИК БИХ-ФИЛЬТРОВ ФВЧ (ЧЕТЫРЕ
ГРАФИЧЕСКИХ ОКНА) нажмите <ENTER>')
pause
M = 50;
n = 0:(M-1);
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
figure('Name','ФВЧ БИХ-фильтр Баттерворта','NumberTitle',
'off')
h1 = impz(b1,a1,M); % ИХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ БАТТЕРВОРТА
H1 = freqz(b1,a1,f,Fs); % ЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ БАТТЕРВОРТА
MAG = abs(H1); % АЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ БАТТЕРВОРТА
PHASE = phase(H1); % ФЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ БАТТЕРВОРТА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b1,a1), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h1,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ФВЧ БИХ-фильтр Чебышева I
рода','NumberTitle','off')
h2 = impz(b2,a2,M); % ИХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
H2 = freqz(b2,a2,f,Fs); % ЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
MAG = abs(H2); % АЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
PHASE = phase(H2); % ФЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b2,a2), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h2,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ФВЧ БИХ-фильтр Чебышева II
рода','NumberTitle','off')
h3 = impz(b3,a3,M); % ИХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
H3 = freqz(b3,a3,f,Fs); % ЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
MAG = abs(H3); % АЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА

```

```

PHASE = phase(H3); % ФЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b3,a3), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h3,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ФВЧ БИХ-фильтр Золотарева-Кауэра','NumberTitle','off')
h4 = impz(b4,a4,M); % ИХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
H4 = freqz(b4,a4,f,Fs); % ЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
MAG = abs(H4); % АЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
PHASE = phase(H4); % ФЧХ БИХ-ФИЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b4,a4), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h4,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА I И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для вывода граничных частот АФП ФВЧ нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
Ft = (Fs/pi)*tan(pi*ft/Fs); Fk = (Fs/pi)*tan(pi*fk/Fs); % ГРАНИЧНЫЕ ЧАСТОТЫ ПП И ПЗ АФП
disp([' Fstop = ' num2str(Fk), ' Fpass = ' num2str(Ft)])
disp('%')
disp('% Для синтеза АФП ФВЧ нажмите <ENTER>')
pause
Wp = 2.*pi.*Ft; Ws = 2.*pi.*Fk; % ГРАНИЧНЫЕ КРУГОВЫЕ ЧАСТОТЫ ПП И ПЗ АФП
[Ra1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА СРЕЗА АФП ФВЧ БАТТЕРВОРТА
[Ra2,Wn2] = cheblord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТА СРЕЗА АФП ФВЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА

```

```

[Ra3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧА-
СТОТА СРЕЗА АФП ФВЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[Ra4,Wn4] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧА-
СТОТА СРЕЗА АФП ФВЧ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
[bs1,as1] = butter(Ra1,Wn1,'high','s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ
АФП ФВЧ БАТТЕРВОРТА
[bs2,as2] = cheby1(Ra2,rp,Wn2,'high','s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ
АФП ФВЧ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[bs3,as3] = cheby2(Ra3,rs,Wn3,'high','s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ
АФП ФВЧ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[bs4,as4] = ellip(Ra4,rp,rs,Wn4,'high','s'); % КОЭФФИЦИ-
ЕНТЫ АФП ФВЧ ЧЕБЫШЕВА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
disp('%')
disp('% Для вывода порядков АФП ФВЧ нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' Ra1 = ' num2str(Ra1), ' Ra2 = ' num2str(Ra2), '
Ra3 = ' num2str(Ra3), ' Ra4 = ' num2str(Ra4) ])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.4. ВЫВОД ГРАФИКОВ АЧХ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА
I И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АЧХ АФП нажмите <ENTER>')
pause
f = 0:(Fs/2)/1000:Fs/2; % СЕТКА ЧАСТОТ ДЛЯ ГРАФИКА АЧХ
W = 2.*pi.*f;
Ha1 = freqs(bs1,as1,W); % ЧХ АФП БАТТЕРВОРТА
Ha2 = freqs(bs2,as2,W); % ЧХ АФП ЧЕБЫШЕВА I РОДА
Ha3 = freqs(bs3,as3,W); % ЧХ АФП ЧЕБЫШЕВА II РОДА
Ha4 = freqs(bs4,as4,W); % ЧХ АФП ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
figure('Name','АЧХ ФВЧ АФП','NumberTitle','off')
subplot(2,2,1),plot(f,abs(Ha1)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр
Баттерворта'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2),plot(f,abs(Ha2)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Чебышева
I'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,3),plot(f,abs(Ha3)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Чебышева
II'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,4),plot(f, abs(Ha4)),xlabel('f(Гц)'),grid,...

```

```

ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Золоторева-
Кауэра'),ylim([0 1.2])
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ БИХ-ФИЛЬТРА ФВЧ ЗАВЕРШЕН')

```

Листинг script-файла LR_06_PIR_pass, для синтеза и анализа *полосового* БИХ-фильтра имеет вид:

```

script
clc
clear
disp('% ЛР №06. СИНТЕЗ ПОЛОСОВОГО БИХ-ФИЛЬТРА МЕТОДОМ БИ-
ЛИНЕЙНОГО Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ')
disp('%')
disp('% Введите ТРЕБОВАНИЯ к АЧХ ПФ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nv = ');          % НОМЕР ВАРИАНТА
Fs = input('Fs (Гц) = ');      % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ (Гц)
fk1 = input('fstop1 (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ1 (Гц)
ft1 = input('fpass1 (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП1 (Гц)
ft2 = input('fpass2 (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП2 (Гц)
fk2 = input('fstop2 (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ2 (Гц)
rp = input('rpass (дБ) = ');   % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ
ЗАТУХАНИЕ В ПП
rs = input('rstop (дБ) = ');    % МИНИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ЗА-
ТУХАНИЕ В ПЗ
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% п.1. СИНТЕЗ БИХ-ФИЛЬТРОВ БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА I
И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для синтеза ПОЛОСОВЫХ БИХ-фильтров нажмите
<ENTER>')
pause
ft = [ft1 ft2]; fk = [fk1 fk2];      % ВЕКТОРЫ ГРАНИЧНЫХ
ЧАСТОТ ПП и ПЗ

```



```

WDp = ft/(Fs/2); WDs = fk/(Fs/2); % ВЕКТОРЫ ГРАНИЧНЫХ
НОРМИРОВАННЫХ ЧАСТОТ ПП И ПЗ
[R1,WDn1] = buttord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА ВИХ-ФИЛЬТРА ПФ БАТТЕРВОРТА
[R2,WDn2] = cheblord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА ВИХ-ФИЛЬТРА ПФ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[R3,WDn3] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА ВИХ-ФИЛЬТРА ПФ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[R4,WDn4] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА ВИХ-ФИЛЬТРА ПФ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
[b1,a1] = butter(R1,WDn1); % КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИХ-
ФИЛЬТРА ПФ БАТТЕРВОРТА
[b2,a2] = cheby1(R2,rp,WDn2); % КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИХ-
ФИЛЬТРА ПФ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[b3,a3] = cheby2(R3,rs,WDn3); % КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИХ-
ФИЛЬТРА ПФ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[b4,a4] = ellip(R4,rp,rs,WDn4); % КОЭФФИЦИЕНТЫ ВИХ-
ФИЛЬТРА ПФ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
disp('%')
disp('% Для вывода порядков ВИХ-фильтров ПФ нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' R1 = ' num2str(R1), ' R2 = ' num2str(R2), '
R3 = ' num2str(R3), ' R4 = ' num2str(R4) ])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.2.АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛОСОВЫХ ВИХ-ФИЛЬТРОВ')
disp('%')
disp('% Для вывода ХАРАКТЕРИСТИК ВИХ-ФИЛЬТРОВ ПФ (ЧЕТЫРЕ
ГРАФИЧЕСКИХ ОКНА) нажмите <ENTER>')
pause
M = 50;
n = 0:(M-1);
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
figure('Name','ПФ ВИХ-фильтр Баттерворта','NumberTitle',
'off')
h1 = impz(b1,a1,M); % ИХ ПФ ВИХ-ФИЛЬТРА БАТТЕРВОРТА
H1 = freqz(b1,a1,f,Fs); % ЧХ ПФ ВИХ-ФИЛЬТРА БАТТЕРВОРТА
MAG = abs(H1); % АЧХ ПФ ВИХ-ФИЛЬТРА БАТТЕРВОРТА
PHASE = phase(H1); % ФЧХ ПФ ВИХ-ФИЛЬТРА БАТТЕРВОРТА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])

```

```

subplot(2,2,2), zplane(b1,a1), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h1,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ПФ БИХ-фильтр Чебышева I
рода','NumberTitle','off')
h2 = impz(b2,a2,M); % ИХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
H2 = freqz(b2,a2,f,Fs); % ЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
MAG = abs(H2); % АЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
PHASE = phase(H2); % ФЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b2,a2), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h2,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ПФ БИХ-фильтр Чебышева II
рода','NumberTitle','off')
h3 = impz(b3,a3,M); % ИХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА II РОДА
H3 = freqz(b3,a3,f,Fs); % ЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА II РОДА
MAG = abs(H3); % АЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА II РОДА
PHASE = phase(H3); % ФЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА II РОДА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b3,a3), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h3,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','ПФ БИХ-фильтр Золотарева-
Кауэра','NumberTitle','off')
h4 = impz(b4,a4,M); % ИХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
H4 = freqz(b4,a4,f,Fs); % ЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЗОЛОТАРЕВА-
КАУЭРА
MAG = abs(H4); % АЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
PHASE = phase(H4); % ФЧХ ПФ БИХ-ФИЛЬТРА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b4,a4), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h4,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid

```

```

disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА I И II РОДА
И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для вывода граничных частот АФП ПФ нажмите
<ENTER>')
pause
disp('%')
Ft = (Fs/pi)*tan(pi*ft/Fs); Fk = (Fs/pi)*tan(pi*fk/Fs); %
ВЕКТОРЫ ГРАНИЧНЫХ ЧАСТОТ ПП и ПЗ АФП
disp([' Fk1 = ' num2str(Fk(1)), ' Ft1 = ' num2str(Ft(1)), '
Ft2 = ' num2str(Ft(2)), ' Fk2 = ' num2str(Fk(2))])
disp('%')
disp('% Для синтеза АФП ПФ нажмите <ENTER>')
pause
Wp = 2.*pi.*Ft; Ws = 2.*pi.*Fk; % ВЕКТОРЫ ГРАНИЧНЫХ
КРУГОВЫХ ЧАСТОТ ПП и ПЗ АФП
[Ra1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА АФП ПФ БАТТЕРВОРТА
[Ra2,Wn2] = cheblord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА АФП ПФ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[Ra3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА АФП ПФ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[Ra4,Wn4] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА АФП ПФ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
[bs1,as1] = butter(Ra1,Wn1,'s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП
ПФ БАТТЕРВОРТА
[bs2,as2] = cheby1(Ra2,rp,Wn2,'s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП
ПФ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[bs3,as3] = cheby2(Ra3,rs,Wn3,'s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП
ПФ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[bs4,as4] = ellip(Ra4,rp,rs,Wn4,'s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП
ПФ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
disp('%')
disp('% Для вывода порядков АФП ПФ нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' Ra1 = ' num2str(Ra1), ' Ra2 = ' num2str(Ra2), '
Ra3 = ' num2str(Ra3), ' Ra4 = ' num2str(Ra4) ])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause

```

```

disp('%')
disp('% п.4. ВЫВОД ГРАФИКОВ АЧХ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА
I И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АЧХ АФП нажмите <ENTER>')
pause
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2; % СЕТКА ЧАСТОТ ДЛЯ ГРАФИКА АЧХ
W = 2.*pi.*f;
Ha1 = freqs(bs1,as1,W); % ЧХ АФП БАТТЕРВОРТА
Ha2 = freqs(bs2,as2,W); % ЧХ АФП ЧЕБЫШЕВА I РОДА
Ha3 = freqs(bs3,as3,W); % ЧХ АФП ЧЕБЫШЕВА II РОДА
Ha4 = freqs(bs4,as4,W); % ЧХ АФП ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
figure('Name','АЧХ ПОЛОСОВОГО ФИЛЬТРА АФП','NumberTitle',
'off')
subplot(2,2,1),plot(f,abs(Ha1)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр
Баттерворта'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2),plot(f,abs(Ha2)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Чебышева
I'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,3),plot(f,abs(Ha3)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Чебышева
II'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,4),plot(f,abs(Ha4)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Золоторева-
Кауэра'),ylim([0 1.2])
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ ПОЛОСОВОГО БИХ-ФИЛЬТРА ЗАВЕРШЕН')

```

Листинг script-файла LR_06_PIR_stop, для синтеза и анализа *режекторного* БИХ-фильтра имеет вид:

```

script
clc
clear
disp('% ЛР №06. СИНТЕЗ РЕЖЕКТОРНОГО БИХ-ФИЛЬТРА МЕТОДОМ
БИЛИНЕЙНОГО Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ')
disp('%')
disp('% Введите ТРЕБОВАНИЯ к АЧХ РФ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nv = '); % НОМЕР ВАРИАНТА
Fs = input('Fs (Гц) = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦИИ в Гц

```

```

ft1 = input('fpass1 (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП1 в Гц
fk1 = input('fstop1 (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ1 в Гц
fk2 = input('fstop2 (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПЗ2 в Гц
ft2 = input('fpass2 (Гц) = '); % ГРАНИЧНАЯ ЧАСТОТА ПП2 в Гц
rp = input('rpass (дБ) = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ
ЗАТУХАНИЕ В ПП
rs = input('rstop (дБ) = '); % МИНИМАЛЬНО ДОПУСТИМОЕ ЗА-
ТУХАНИЕ В ПЗ
disp('% Проверьте ПРАВИЛЬНОСТЬ ввода ИСХОДНЫХ ДАННЫХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ введите 0 и ПО-
ВТОРИТЕ ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% п.1. СИНТЕЗ БИХ-ФИЛЬТРОВ БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА I
И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для синтеза РЕЖЕКТОРНЫХ БИХ-фильтров нажмите
<ENTER>')
pause
ft = [ft1 ft2]; fk = [fk1 fk2]; % ВЕКТОРЫ ГРАНИЧНЫХ
ЧАСТОТ ПП и ПЗ
WDp = ft/(Fs/2); WDs = fk/(Fs/2); % ВЕКТОРЫ ГРАНИЧНЫХ
НОРМИРОВАННЫХ ЧАСТОТ ПП и ПЗ
[R1,WDn1] = buttord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА РФ БАТТЕРВОРТА
[R2,WDn2] = cheblord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА РФ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[R3,WDn3] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА РФ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[R4,WDn4] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА БИХ-ФИЛЬТРА РФ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
[b1,a1] = butter(R1,WDn1,'stop'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ БИХ-
ФИЛЬТРА РФ БАТТЕРВОРТА
[b2,a2] = cheby1(R2,rp,WDn2,'stop'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ БИХ-
ФИЛЬТРА РФ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[b3,a3] = cheby2(R3,rs,WDn3,'stop'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ БИХ-
ФИЛЬТРА РФ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[b4,a4] = ellip(R4,rp,rs,WDn4,'stop'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ БИХ-
ФИЛЬТРА РФ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
disp('%')
disp('% Для вывода порядков БИХ-фильтров РФ нажмите
<ENTER>')
pause

```

```

disp('%')
disp(['    R1 = ' num2str(R1), '    R2 = ' num2str(R2), '
R3 = ' num2str(R3), '    R4 = ' num2str(R4)])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.2. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЖЕКТОРНЫХ БИХ-
ФИЛЬТРОВ')
disp('%')
disp('% Для вывода ХАРАКТЕРИСТИК БИХ-ФИЛЬТРОВ РФ (ЧЕТЫРЕ
ГРАФИЧЕСКИХ ОКНА) нажмите <ENTER>')
pause
M = 50;
n = 0:(M-1);
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
figure('Name','РФ БИХ-фильтр Баттерворта','NumberTitle',
'off')
h1 = impz(b1,a1,M); % ИХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА БАТТЕРВОРТА
H1 = freqz(b1,a1,f,Fs); % ЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА БАТТЕРВОРТА
MAG = abs(H1); % АЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА БАТТЕРВОРТА
PHASE = phase(H1); % ФЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА БАТТЕРВОРТА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b1,a1), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h1,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','РФ БИХ-фильтр Чебышева I
рода','NumberTitle','off')
h2 = impz(b2,a2,M); % ИХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
H2 = freqz(b2,a2,f,Fs); % ЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
MAG = abs(H2); % АЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
PHASE = phase(H2); % ФЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА I РОДА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b2,a2), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h2,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','РФ БИХ-фильтр Чебышева II
рода','NumberTitle','off')
h3 = impz(b3,a3,M); % ИХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА II РОДА

```

```

H3 = freqz(b3,a3,f,Fs); % ЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА II РОДА
MAG = abs(H3); % АЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА II РОДА
PHASE = phase(H3); % ФЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЧЕБЫШЕВА II РОДА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b3,a3), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h3,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
figure('Name','РФ БИХ-фильтр Золотарева-Кауэра','NumberTitle','off')
h4 = impz(b4,a4,M); % ИХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
H4 = freqz(b4,a4,f,Fs); % ЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
MAG = abs(H4); % АЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
PHASE = phase(H4); % ФЧХ РФ БИХ-ФИЛЬТРА ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Гц)')
title('АМПЛИТУДА'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b4,a4), title('Z-плоскость'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Гц)')
title('ФАЗА'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h4,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА'), grid
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА I И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для вывода граничных частот АФП РФ нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
Ft = (Fs/pi)*tan(pi*ft/Fs); Fk = (Fs/pi)*tan(pi*fk/Fs); %
ВЕКТОРЫ ГРАНИЧНЫХ ЧАСТОТ ПП и ПЗ АФП
disp([' Ft1 = ' num2str(Ft(1)), ' Fk1 = ' num2str(Fk(1)), '
Fk2 = ' num2str(Fk(2)), ' Ft2 = ' num2str(Ft(2))])
disp('%')
disp('% Для синтеза АФП РФ нажмите <ENTER>')
pause
Wp = 2.*pi.*Ft; Ws = 2.*pi.*Fk; % ВЕКТОРЫ ГРАНИЧНЫХ
КРУГОВЫХ ЧАСТОТ ПП и ПЗ АФП

```

```

[Ra1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА АФП РФ БАТТЕРВОРТА
[Ra2,Wn2] = cheblord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА АФП РФ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[Ra3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА АФП РФ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[Ra4,Wn4] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК И ЧАСТОТЫ
СРЕЗА АФП РФ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
[bs1,as1] = butter(Ra1,Wn1,'stop','s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ АФП
РФ БАТТЕРВОРТА
[bs2,as2] = cheby1(Ra2,rp,Wn2,'stop','s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ
АФП РФ ЧЕБЫШЕВА I РОДА
[bs3,as3] = cheby2(Ra3,rs,Wn3,'stop','s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ
АФП РФ ЧЕБЫШЕВА II РОДА
[bs4,as4] = ellip(Ra4,rp,rs,Wn4,'stop','s'); % КОЭФФИЦИЕНТЫ
АФП РФ ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
disp('%')
disp('% Для вывода порядков АФП РФ нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['   Ra1 = ' num2str(Ra1), '   Ra2 = ' num2str(Ra2), '
Ra3 = ' num2str(Ra3), '   Ra4 = ' num2str(Ra4)])
disp('%')
disp('% Для продолжения нажмите <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('% п.4. ВЫВОД ГРАФИКОВ АЧХ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБЫШЕВА
I И II РОДА И ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА')
disp('%')
disp('% Для вывода ГРАФИКОВ АЧХ АФП нажмите <ENTER>')
pause
f = 0 : ((Fs/2)/1000):Fs/2; % СЕТКА ЧАСТОТ ДЛЯ ГРАФИКА АЧХ
W = 2.*pi.*f;
Ha1 = freqs(bs1,as1,W); % ЧХ АФП БАТТЕРВОРТА
Ha2 = freqs(bs2,as2,W); % ЧХ АФП ЧЕБЫШЕВА I РОДА
Ha3 = freqs(bs3,as3,W); % ЧХ АФП ЧЕБЫШЕВА II РОДА
Ha4 = freqs(bs4,as4,W); % ЧХ АФП ЗОЛОТАРЕВА-КАУЭРА
figure('Name','АЧХ РЕЖЕКТОРНОГО ФИЛЬТРА
АФП','NumberTitle','off')
subplot(2,2,1),plot(f,abs(Ha1)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр
Баттерворта'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2),plot(f,abs(Ha2)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Чебышева
I'),ylim([0 1.2])

```



```
subplot(2,2,3),plot(f,abs(Ha3)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Чебышева
II'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,4),plot(f,abs(Ha4)),xlabel('f(Гц)'),grid,...
ylabel('АМПЛИТУДА'),title('Аналоговый фильтр Золоторева-
Кауэра'),ylim([0 1.2])
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ РЕЖЕКТОРНОГО БИХ-ФИЛЬТРА ЗАВЕРШЕН')
```

6.4. План выполнения лабораторной работы

6.4.1. Синтез БИХ-фильтров

- Для каждого типа избирательности (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ), в соответствии с заданными требованиями к АЧХ, выполнить синтез БИХ-фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золоторева–Кауэра. Синтез БИХ-фильтров выполняется в два этапа: 1) вычисление порядков и частот среза БИХ-фильтров; 2) синтез БИХ-фильтров.

- Используя script-файл LR_06_PIR_low (high, pass, stop) вычислить, по заданным требованиям к АЧХ ФНЧ, требуемые порядки и частоты среза фильтра.

- Записать в таблицу полученные значения порядков фильтров для каждого типа фильтра. Там же, в отдельной колонке, записать значения порядков соответствующих КИХ-фильтров, рассчитанных в лабораторной работе № 5.

- Пояснить:

- какая функция используется для вычисления порядка и частот среза;
- какие функции используются для синтеза БИХ-фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золоторева–Кауэра;

- какие из параметров данных функций соответствуют коэффициентам передаточной функции БИХ-фильтра;
- какой из БИХ-фильтров имеет минимальный порядок.
- во сколько раз отличаются порядки БИХ-фильтров от КИХ-фильтров?

6.4.2. Анализ характеристик синезированных БИХ-фильтров

- Выполнить анализ характеристик БИХ-фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра (АЧХ, ФЧХ, ИХ). Вывести графики ИХ, АЧХ, ФЧХ, карты нулей и полюсов.

- Пояснить:
 - вид ИХ;
 - вид АЧХ в полосе пропускания и полосе задерживания;
 - вид ФЧХ в полосе пропускания;
 - расположение полюсов и их влияние на характеристики фильтров.

6.4.3. Синтез аналоговых фильтров-прототипов

- Выполнить синтез аналоговых фильтров-прототипов (АФП) Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра. Синтез АФП выполняется в три этапа: 1) формирование требований к характеристике затухания АФП с выводом граничных частот ПП и ПЗ; 2) вычисление порядка и частот среза АФП; 3) синтез АФП.

- Записать граничные частоты ПП, ПЗ и порядок полученных АФП.

- Пояснить:
 - соответствие между граничными частотами АФП и БИХ-фильтра;
 - соответствие между порядками АФП и БИХ-фильтров.

6.4.4. Сравнительный анализ АЧХ АФП и БИХ-фильтров

- Вывести графики АЧХ АФП в основной полосе частот, вычисленные с помощью функции `freqs`.
- Сравнить АЧХ АФП и БИХ-фильтров и пояснить в чем их сходство и различие.

6.4.5. Написание script-файла для вычисления реакции БИХ-фильтра на входную последовательность

- Написать script-файл для вычисления реакции БИХ-фильтра на входную последовательность, представляющую собой сумму двух гармонических составляющих. Входными параметрами script-файла являются:
 - вектор коэффициентов БИХ-фильтра;
 - частота дискретизации f_s (она должна совпадать с заданной в требованиях к АЧХ КИХ-фильтра);
 - амплитуды гармоник A_1 и A_2 ;
 - частоты гармоник f_1 и f_2 .

Вводимые значения частот должны быть согласованы с граничными частотами в требованиях к АЧХ БИХ-фильтра. Частота f_1 должна быть расположена в полосе пропускания, а частота f_2 – в полосе задерживания.

- Вывести графики воздействия и реакции КИХ-фильтра в одном окне. Входная последовательность пред-

ставляет собой сумму двух гармонических составляющих. Для формирования входной последовательности воспользоваться результатами лабораторной работы № 3 (LR_03_DFT). Для вычисления реакции фильтра использовать функцию `filter`, для вывода графиков воздействия и реакции – функции `plot`, `figure`, `subplot`.

6.4.6. Написание script-файла для вычисления амплитудных спектров

- Написать script-файл для вычисления амплитудных спектров воздействия и реакции БИХ-фильтра ФНЧ в дискретных нормированных и действительных значениях времени и частоты. Входными параметрами являются векторы отсчетов воздействия и реакции БИХ-фильтра.
- Вывести графики амплитудных спектров воздействия и реакции. Для вычисления амплитудных спектров воздействия и реакции использовать функцию `fft`, путем дополнения script-файла, созданного в п. 6.4.5. Используя функцию `subplot` вывести в одном окне графики воздействия и реакции и их амплитудные спектры, отдельно для дискретных нормированных и значений времени и частоты и отдельно для действительных значений времени и частоты.

6.5. Подготовка отчета

Отчет составляется в редакторе MS Word и содержит:

- цель работы;
- номер варианта и исходные данные;
- результаты выполнения каждого пункта задания, включая созданные графики;
- ответы на вопросы по каждому пункту;
- написанный программный код.

Защита лабораторной работы проводится на основании представленного отчета и ответа на вопросы из списка контрольных вопросов.

6.6. Контрольные вопросы

1. Дайте определение порядка БИХ-фильтра.
2. Как определить устойчивость БИХ-фильтра?
3. Можно ли синтезировать БИХ-фильтр с линейной ФЧХ?
4. Запишите передаточную функцию и разностное уравнение БИХ-фильтра.
5. Перечислите основные этапы процедуры синтеза БИХ-фильтра методом билинейного Z -преобразования.
6. Дайте определение частоты среза.
7. Как связаны граничные частоты АЧХ АФП с граничными частотами АЧХ БИХ-фильтра?
8. Назовите четыре типа БИХ-фильтров и поясните вид их АЧХ.

Формулы, для расчета требуемых исходных данных каждого варианта приведены в таблицах 6.1 – 6.4. (N_V – номер варианта).

Таблица 6.1 Требования к АЧХ ФНЧ БИХ-фильтров

Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта ($N_V = 15$)
Частота дискретизации	$f_s = 5000 + 100N_V$	Fs = 6500
Граничная частота ПП	$f_{pass} = \frac{f_s}{10} + 20N_V$	fpass = 950
Граничная частота ПЗ	$f_{stop} = \frac{f_s}{10} + 250 + 25N_V$	fstop = 1275
Максимально допустимое отклонение в ПП (дБ)	$a_{max} = 0,35$	rpass = 0.35
Максимально допустимое отклонение в ПЗ (дБ)	$a_{min} = 34$	rstop = 34

Таблица 6.2. Требования к АЧХ ФВЧ БИХ-фильтров

Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта ($N_V = 15$)
Частота дискретизации	$f_s = 5000 + 100N_V$	Fs = 6500
Граничная частота ПЗ	$f_{stop} = \frac{f_s}{10} + 20N_V$	fstop = 950
Граничная частота ПП	$f_{pass} = \frac{f_s}{10} + 250 + 25N_V$	fpass = 1275
Максимально допустимое отклонение в ПЗ (дБ)	$a_{min} = 34$	rstop = 34
Максимально допустимое отклонение в ПП (дБ)	$a_{max} = 0,35$	rpass = 0.35

Таблица 6.3. Требования к АЧХ ПФ БИХ-фильтров

Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта ($N_V = 15$)
Частота дискретизации	$f_s = 5000 + 100N_V$	Fs = 6500
Граничная частота ПЗ1	$f_{stop1} = \frac{f_s}{20} + 20N_V$	Fstop1 = 625
Граничная частота ПП1	$f_{pass1} = \frac{f_s}{20} + 250 + 25N_V$	Fpass1 = 950
Граничная частота ПП2	$f_{pass2} = \frac{f_s}{4} + 25N_V$	Fpass2 = 2000
Граничная частота ПЗ2	$f_{stop2} = \frac{f_s}{4} + 250 + 30N_V$	Fstop2 = 2325
Максимально допустимое отклонение в ПП (дБ)	$a_{max} = 0,35$	rpass = 0.35
Максимально допустимое отклонение в ПЗ1 и ПЗ2 (дБ)	$a_{min} = 34$	rstop = 34

Таблица 5.4. Требования к АЧХ РФ БИХ-фильтров

Назначение	Значение	Численное значение для выбранного варианта ($N_V = 15$)
Частота дискретизации	$f_s = 5000 + 100N_V$	Fs = 6500
Граничная частота ПП1	$f_{pass1} = \frac{f_s}{20} + 20N_V$	Fpass1 = 625
Граничная частота ПЗ1	$f_{stop1} = \frac{f_s}{20} + 250 + 25N_V$	Fstop1 = 950
Граничная частота ПЗ2	$f_{stop2} = \frac{f_s}{4} + 25N_V$	Fstop2 = 2000
Граничная частота ПП2	$f_{pass2} = \frac{f_s}{4} + 250 + 30N_V$	Fpass2 = 2325
Максимально допустимое отклонение в ПП1 и ПП2 (дБ)	$a_{max} = 0,35$	rpass = 0.35
Максимально допустимое отклонение в ПЗ (дБ)	$a_{min} = 34$	rstop = 34

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков Ю.А., Крылов В.Ю. Основы цифровой обработки сигналов. Курс лекций. – М.: в/ч 33965, 2017. – 272 с.
2. Солонина А.И. Цифровая обработка сигналов и MATLAB: учеб. пособие / А.И. Солонина, Д.М. Клионский, Т.В. Меркучева, С.Н. Перов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 512 с.: ил.– (Учебная литература для вузов).
3. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие / А. Б. Сергиенко. - 3-е изд. - СПб. : БХВ-Петербург, 2011. - 756 с. : граф.; схем.; рис.; табл. - (Учебная литература для вузов). - ISBN 978-5-9775-0606-9 (в пер.) : 607-00.
4. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель / В. П. Дьяконов. - М. : ДМК Пресс, 2014. - 767 с. : рис. - Библиогр.: с. 743-746. - ISBN 978-5-97060-082-5 : 953-00.
5. Дьяконов В.П. MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров [Текст] / В. П. Дьяконов. - М. : ДМК Пресс, 2013. - 975 с. : ил. - ISBN 978-5-94074-897-7: 980-00.
6. Поршнев С.В. MATLAB 7. Основы работы и программирования : учеб. пособие для студентов вузов / С. В. Поршнев. - М. : БИНОМ, 2011. - 319 с. : ил. - ISBN 978-5-9518-0244-6 (в пер.) : 349-00.

Учебное издание

Новиков Юрий Алексеевич
Макаренков Сергей Александрович

ОСНОВЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

ПРАКТИКУМ

Печатается в авторской редакции
Всего пронумеровано 132 стр.
Подписано в печать г.
Авт. л. Усл. печ. л.
Изд. №
Заказ № Тираж 20 экз.
Каф. № 15/
Стоимость экземпляра руб.

Войсковая часть 33965

Качество печати соответствует качеству
предоставленного электронного оригинал-макета