

C언어 스터디

7.0주차

<DP (Dynamic Programming, 동적 계획법)>



CAPS

귀납적 생각

연결리스트를 잘 하시게 된다면, 향후 다룰 재귀함수 등에 큰 도움이 될 겁니다. 아니? 사실 재귀함수를 잘하시면 연결리스트를 잘하게 될 겁니다. 아니? 사실 이 모든 걸 아우르는 하나의 능력이 있습니다.

연결리스트에서의 중요한 건 ‘귀납적인 생각’입니다. dp, 재귀 모두 ‘귀납적인 생각’이 중요하거든요. 사실 알고리즘을 배우실 때 가장 처음 만나고 가장 어려운 벽이 귀납적인 생각일 겁니다.

귀납법

$k=1$ 일 때 참임을 증명한다.



귀납적생각

초기값이 잘 되는지 보자.

$k=n$ 일 때 참이라고 ‘믿자’

프로그램 전의 단계가
잘 작동됐다고 ‘믿자’

그 믿음을 바탕으로
 $k=n+1$ 일 때 참인지를
증명한다.

그 믿음을 바탕으로
현재 단계의 상태를
잘 작동하게 한다.

miro

또 펙토리얼

```
#include<iostream>
using namespace std;
long long factorial[20];
int main(void) {
    factorial[0] = 1; // 초기값을 잘 세팅하고
    for (int i = 1; i <= 20; i++) {
        long long tmp = factorial[i - 1]; // 전의 계산이 잘 맞다고 '믿자'
        factorial[i] = i * tmp; // 그럼 현재 상태를 잘 계산하자.
    }

    cout << factorial[5] << "\n"; //120
    cout << factorial[2] << "\n"; //2
}
```

수학

mod (%) 연산은 곱하기와 더하기에 대해서 분배법칙이 성립합니다.
즉,

$$\begin{aligned} & (a + b \times c) \% k \\ &= a \% k + (b \times c) \% k \\ &= a \% k + (b \% k) \times (c \% k) \end{aligned}$$

이 성립합니다. 오버플로우를 방지하기 위해 매번 더하기와 곱하기마다 계속 mod 처리를 해 주세요!

문제를 풀어보자.

<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

dp[i-2]:



dp[i-1]:



dp[i]:



miro

어떤 n 이 i 인 상태에서, $i-1$ 과 $i-2$ 의 경우의 수가 잘 저장되어 있다고 ‘믿자’.

dp[i-2]:



dp[i-1]:



dp[i]:



miro

그러면 i 인 상태를 만들기 위해서는

1. $i-2$ 에서 가로로 두 줄
2. $i-1$ 에서 세로 한 줄

이 있다면 I 인 상태를 만들 수 있다.

“여기서 $i-2$ 에서 세로 두 줄인 상태는요?”

좋은 질문입니다. 하지만 해당 경우는 $dp[i-1]$ 에 끝에 한 줄을 추가한 경우에 포함됩니다.

즉,

$$dp[i] = dp[i-1] + dp[i-2]$$

다음과 같은 수식이 만들어집니다. dp 를 풀 때 모두 딱딱하게 수식을 쓸 필요는 없지만, ‘과거 상태’가 ‘현재 상태’를 만들어 내는 걸 목표로 합시다.

```
#include<iostream>
using namespace std;
int DP[1001];
int main(void) {
    ios::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(0);
    cout.tie(0);
    DP[1] = 1; DP[2] = 2;
    for (int i = 3; i < 1001; i++)DP[i] = (DP[i - 1] + DP[i - 2]) % 10007;
    int tmp; cin >> tmp; cout << DP[tmp];
}
```

<https://www.acmicpc.net/problem/2748>

이 문제는 아래 식을 주네요?

```
#include<iostream>
using namespace std;
long long dp[91];
int main(void) {
    ios::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(0);
    dp[1] = 1;
    dp[2] = 1;
    for (int i = 3; i <= 90; i++)dp[i] = dp[i - 1] + dp[i - 2];
    int N; cin >> N;
    cout << dp[N];
}
```

<https://www.acmicpc.net/problem/2579>

이 문제는 중요합니다. dp를 조금 더 똑똑하게 써 봅시다.

참고로 max(a,b), min(a,b)라는 함수를 자주 쓰게 될 겁니다. 잘 익혀봅시다.

dp는 단순히 1차원으로 국한되지 않습니다.

2차원으로 만들어서 ‘물통’ 문제와 같이 어떤 상태를 index를 통해 표현해 낼 수 있습니다.

계단 오르기 문제를 1차원dp로 푼 사람들이 많지만, 2차원으로 dp를 구성해 푼 풀이를 드리겠습니다.

```
#include<iostream>
#define ll long long
using namespace std;
ll dp[2][301];
int arr[301];
int main(void) {
    ios::sync_with_stdio(0);
    cin.tie(0);
    int N;
    cin >> N;
    for (int i = 1; i <= N; i++) cin >> arr[i];
    dp[0][1] = arr[1];
    dp[1][2] = arr[2] + arr[1];
    dp[0][2] = arr[2];
    for (int i = 3; i <= N; i++) {
        dp[0][i] = max(dp[0][i - 2], dp[1][i - 2]) + arr[i];
        dp[1][i] = dp[0][i - 1] + arr[i];
    }
    cout << max(dp[1][N], dp[0][N]);
}
```

dp는 재귀, 수학, 그리디 등과 같이 여러분들을 계속 쫓아다닐 유형입니다. 아주 기초적인 dp는 끝났으니, 그래도 적어도 여러분들은 뭘 해도 잘 해낼 수 있을 겁니다.

문제)

1. 10872 팩토리얼

<https://www.acmicpc.net/problem/10872>

https://github.com/sungjoonyoung/BOJ/blob/main/10000/10872_1.cpp

2. 11726 2×n 타일링

<https://www.acmicpc.net/problem/11726>

<https://github.com/sungjoonyoung/BOJ/blob/main/10000/11726.cpp>

3. 2748 피보나치 수 2

<https://www.acmicpc.net/problem/2748>

<https://github.com/sungjoonyoung/BOJ/blob/main/00000/2748.cpp>

4. 9095 1, 2, 3 더하기

<https://www.acmicpc.net/problem/9095>

<https://github.com/sungjoonyoung/BOJ/blob/main/00000/9095.cpp>

5. 11727 2×n 타일링 2

<https://www.acmicpc.net/problem/11727>

<https://github.com/sungjoonyoung/BOJ/blob/main/10000/11727.cpp>

6. 2579 계단 오르기

<https://www.acmicpc.net/problem/2579>

<https://github.com/sungjoonyoung/BOJ/blob/main/00000/2579.cpp>

7. 1149 RGB거리

<https://www.acmicpc.net/problem/1149>

<https://github.com/sungjoonyoung/BOJ/blob/main/00000/1149.cpp>

8. 11051 이항 계수 2 ($nCr = n-1Cr-1 + n-1Cr$ 인 거 기억하시나요?)

<https://www.acmicpc.net/problem/11051>

<https://github.com/sungjoonyoung/BOJ/blob/main/10000/11051.cpp>



(기초 언어)

1. 클래스 1 밀기

<https://solved.ac/class?class=1>

(자료 구조)

2. 바킹독 알고리즘 블로그 0x00~0x08강 보면서 클래스 2 밀기

<https://blog.encrypted.gg/category/%EA%B0%95%EC%A2%8C/%EC%8B%A4%EC%A0%84%20%EC%95%8C%EA%B3%A0%EB%A6%AC%EC%A6%98?page=2>

(알고리즘)

3. 클래스3부터 쭉 밀면서, doit 알고리즘 책이랑 바킹독 블로그 같이 병행하기

<https://product.kyobobook.co.kr/detail/S000217191101>