Rechnerarchitektur (SS20)
Online-Hausarbeit 4

Yudong Sun
12141043

20. Juni 2020

[OH8] Gegeben sei die Punkteverteilung:

Ergebnis	Punkte
Sieg	3
Unentschieden	1
Niederlage	0

Es gibt insgesamt $(3 \times 3 \times 3)^2 = 3^6 = 729$ verschiedene Spielergebnissen. Sodass Mannschaft A Meister wird, braucht Mannschaft A mindestens 8 Punkte. Da es aber nur 3 Spielen gibt, muss Mannschaft A wegen der Punkteverteilung alle Spielen gewinnen. Das ergibt einen Punktegewinn von 9 Punkte.

Da Mannschaft B schon eine 7 Punkte Vorsprung hat und wird bei einer Punktgleichheit gewinnen, kann Mannschaft B maximal 1 Punkt gewinnen.

Da es für jedes Spiel nur ein Ergebnis geben kann, ist:

$$\begin{aligned}
A_{G_i} &\implies \overline{A_{U_i}} \wedge \overline{A_{N_i}} & i &= \{1,2,3\} \\
A_{U_i} &\implies \overline{A_{G_i}} \wedge \overline{A_{N_i}} & i &= \{1,2,3\} \\
A_{N_i} &\implies \overline{A_{U_i}} \wedge \overline{A_{G_i}} & i &= \{1,2,3\} \\
\\
B_{G_i} &\implies \overline{B_{U_i}} \wedge \overline{B_{N_i}} & i &= \{1,2,3\} \\
B_{U_i} &\implies \overline{B_{G_i}} \wedge \overline{B_{N_i}} & i &= \{1,2,3\} \\
B_{N_i} &\implies \overline{B_{U_i}} \wedge \overline{B_{G_i}} & i &= \{1,2,3\}
\end{aligned}$$

Wir gehen davon aus, dass unsere Funktion nur gültige Ergebnisse bekommt. Das heißt zum Beispiel, dass keine Terme wie $B_{U_1} B_{N_1} B_{G_1}$ vorkommen werden.

Mit dieser Vorüberlegungen haben wir die folgende boolsche Funktion $f: \mathbb{B}^{18} \to \mathbb{B}$:

$$\begin{aligned}
f &= (A_{G_1} A_{G_2} A_{G_3}) \wedge (B_{U_1} B_{N_2} B_{N_3} + B_{N_1} B_{U_2} B_{N_3} + B_{N_1} B_{N_2} B_{U_3} + B_{N_1} B_{N_2} B_{N_3}) \\
&\equiv (A_{G_1} A_{G_2} A_{G_3}) \wedge g
\end{aligned}$$

Um die Funktion g minimieren zu können, schreiben wir alle B_{U_i} als $\overline{B_{G_i}}\,\overline{B_{N_i}}$ und fügen zu jedem Minterm zusätzlich einen $\overline{B_{G_j}}\,\overline{B_{G_k}}$ Term mit $j, k \in \{1{,}2{,}3\}, j, k \neq i$, was kein Einfluss auf unsere Boolsche Funktion haben soll, besonders wenn alle Inputs gültig sind. Nun können wir $\overline{B_{G_1}}\,\overline{B_{G_2}}\,\overline{B_{G_3}}$ ausklammern und erhalten wir:

$$
\begin{aligned}
g &= \left(\overline{B_{G_1}}\,\overline{B_{G_2}}\,\overline{B_{G_3}}\right) \wedge \left(\overline{B_{N_1}} B_{N_2} B_{N_3} + B_{N_1} \overline{B_{N_2}} B_{N_3} + B_{N_1} B_{N_2} \overline{B_{N_3}} + B_{N_1} B_{N_2} B_{N_3}\right) \\
&\equiv \left(\overline{B_{G_1}}\,\overline{B_{G_2}}\,\overline{B_{G_3}}\right) \wedge h
\end{aligned}
$$

Die Wahrheitstabelle der Funktion h ist gegeben durch:

B_{N_1}	B_{N_2}	B_{N_3}	h
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Wir minimieren nun die Funktion h mithilfe eines Karnaugh-Diagramms:

B_{N_3} \ $B_{N_1}B_{N_2}$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Die minimierte Funktionen sind dann gegeben durch:

$$h = B_{N_1}B_{N_2} + B_{N_2}B_{N_3} + B_{N_1}B_{N_3} \tag{1}$$

Es ist auch zu bemerken, dass die Funktion h die gleiche wie die Übertragsfunktion eines Volladdiers ist.

Zusammengefasst erhalten wir als Endergebnis:

$$
\begin{aligned}
f &= \left(A_{G_1}A_{G_2}A_{G_3}\right) \wedge g \\
&= \left(A_{G_1}A_{G_2}A_{G_3}\right)\left(\overline{B_{G_1}}\,\overline{B_{G_2}}\,\overline{B_{G_3}}\right) \wedge h \\
&= \left(A_{G_1}A_{G_2}A_{G_3}\overline{B_{G_1}}\,\overline{B_{G_2}}\,\overline{B_{G_3}}\right)\left(B_{N_1}B_{N_2} + B_{N_2}B_{N_3} + B_{N_1}B_{N_3}\right)
\end{aligned} \tag{2}
$$

Insgesamt ergibt sich dann die Kosten:

$$\text{Kosten} = 5 + 1 + 3 + 2 = 11$$

Im Vergleich dazu war die ursprungliche Kosten 14.

[OH9] (a) Verkürzung der Implikanten

Gruppe	Implikant			Einschl. Index
0	$\square bcd$	`*111`	=	`07,15`
	$a\square cd$	`1*11`	=	`11,15`
1	$\bar{a}\square cd$	`0*11`	=	`03,07`
	$\bar{a}b\square d$	`01*1`	=	`05,07`
	$\square\bar{b}cd$	`*011`	=	`03,11`
2	$\bar{a}\bar{b}\square d$	`00*1`	=	`01,03`
	$\bar{a}\square\bar{c}d$	`0*01`	=	`01,05`

Nochmal Verkürzung der Implikanten

Gruppe	Implikant			Einschl. Index
0	$\square\square cd$	`**11`	=	`03,07,11,15`
1	$\bar{a}\square\square d$	`0**1`	=	`01,03,05,07`

Primimplikanten

Primimplikant	01	03	05	07	11	15
cd		1		1	1	1
$\bar{a}d$	1	1	1	1		

(b) Die minimierte Funktion ist somit gegeben durch:

$$f(a,b,c,d) = cd + \bar{a}d \tag{3}$$

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass die abgegebene Lösung alleinig durch mich angefertigt wurde und ohne die Hilfe Dritter entstanden ist. Insbesondere habe ich keine Lösungen von Dritten teilweise oder gänzlich abgegeben.

12141043, Yudong Sun
Matrikelnummer, Name

Singapur, den 20. Juni 2020
Ort, Datum

Unterschrift