Übungsblatt 6
Rechnerarchitektur im SoSe 2020

Zu den Modulen I, J

Besprechung: Besprechung der Übungsaufgaben in den Übungsgruppen vom 08. – 12. Juni 2020

Aufgabe Ü13: Addition von Dualzahlen

(– Pkt.)

Beantworten Sie folgende Fragen im Bezug auf die 2er-Komplement-Darstellung ganzer Zahlen:

a. Geben Sie die größte und die kleinste darstellbare Zahl, sowie die Null bei Verwendung von 8 Bits an.

b. Folgende Dualzahlen in 2er-Komplement-Darstellung sind gegeben: 10010001 und 10011011.

(-111) + (-101) = -212

(i) Addieren Sie die beiden Zahlen.

(ii) Hat bei der Addition ein Überlauf (Overflow) stattgefunden? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

c. Folgende Dualzahlen in 2er-Komplement-Darstellung sind gegeben: 10010001 und 01110011. Ohne Rechnung: Wird bei der Addition dieser Zahlen ein Überlauf oder ein Übertrag stattfinden? Bitte begründen Sie Ihre Antwort. Erklären Sie auch den Unterschied.

(a) Größte : 0111 1111 = $\boxed{127}$

Kleinste : 1000 0000 +1

0111 1111 +1

1000 0000 ⇒ $\boxed{-128}$

Null : 0000 0000 → Eindeutig

2^7 . . . . 2^1 2^0

2^{n-1} !

(b)(i)

```
   1001 0001
 + 1001 1011
 -----------
 (1)0010 1100
```

32 8 4 = 44

positive Zahl

Just ignore

overflow !!

hier +1 (?) ⇒ Warum? X only if 1-er komplement, then need to add 1 (since 0 double)

(ii) Ein Überlauf hat stattgefunden, denn man addiert zwei negative Zahlen, aber erhält als Ergebnis eine positive Zahl.

(c) Übertrag.

Eine negative Zahl wird mit eine positive Zahl addiert. Dabei kann kein Überlauf entstehen ⇒ not possible to reach Grenzen.

[Überlauf]: Anzahl Bits nicht genug, um Ergebnis darzustellen.

[Übertrag]: Eine Nebeneffekt der 2-er Komplement Darstellung,

Overflow

-128 |———| 127 → Overflow

But if we add 2 negative numbers, wouldn't we always get a carry over?

```
   111     -3
 + 101     -1
 -----    ---
 (1)100    -4
```

Sign matches result

1) Sign/magnitude

$\underline{\underline{0}}\,101 = 5$

$\underline{\underline{1}}\,101 = -5$

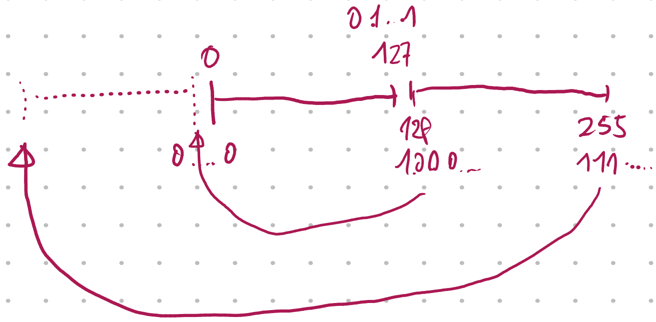
aber 2 Darstellung von 0
und nicht leicht zu rechnen

2) 1-er Komplement

⇒ Operator

(1-er komplement auf ein Bitmuster)

$K_1(1010) = 0101$

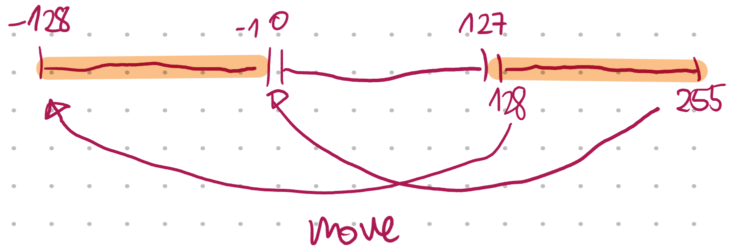


$011 = 3$ 1er Darstellung von 3 (NOT 1er komp of 3)

3) 2-er Komplement

$K_2(1010) = 0110$

(Das 2-er komplement von 1010)



$\boxed{\begin{array}{l} \underline{\underline{1}}\,0\,0\,1\,1 \\ \downarrow \\ -2^4 \end{array}}$

2-er Komplement Darstellung von -13

✗ (Das 2-er komplement von -13)

Schnell zu berechnen !!

If 1-er komplement ; need to add 1 for übertrag

In 15 years ! 1st time no Einfachauswahlaufgabe

Tip: IEEE 754 converter

Aufgabe Ü14: Gleitkommazahlen

(– Pkt.)

a. Geben Sie die Dezimaldarstellung der folgenden Gleitkommazahlen an. Interpretieren Sie die Kommazahl und den Exponenten jeweils als Sign/Magnitude Darstellung. Also das jeweils erste Bit von Mantisse und Exponent gilt als Vorzeichenbit.

(i) $(011,01)_2 \cdot 2^{(0101)_2}$ $\quad + (11,01)_2 \cdot 2^{+(101)_2}$

(ii) $(110,11)_2 \cdot 2^{(0011)_2}$

(iii) $(111,01)_2 \cdot 2^{(1011)_2}$

b. Geben Sie die Darstellung folgender Zahlen als Gleitkommazahl nach IEEE 754 in einfacher (32-Bit) Genauigkeit an. Hinweis: nach dem IEEE 754 Standard gilt folgendes:

$$(-1)^S \cdot (1 + \text{Signifikant}) \cdot 2^{(\text{Exponent}-\text{Bias})}$$

wobei der Standard $\quad (0)_{10}$?

- für das Vorzeichen S ein Bit,
- für den Signifikanten (Mantisse) 23 Bit bei einfacher und 52 Bit bei doppelter Genauigkeit,
- für den Exponenten 8 Bit bei einfacher und 11 Bit bei doppelter Genauigkeit

reserviert und den Bias auf $127 = 2^{8-1} - 1$ bei einfacher bzw. auf $1023 = 2^{11-1} - 1$ bei doppelter Genauigkeit setzt.

(i) $(15,75)_{10}$

(ii) $(-0,75)_{10}$

(a)(i) Exponent $= (0101)_2 = 5$

Zahl $= (011,01)_2 \cdot 2^5$

$3,25 = \cancel{3,1} \cdot 2^5 \quad 2^{-1} \quad 2^{-2}$

$= \cancel{99,2}$ ✗

(ii) Zahl $= (110,11)_2 \cdot 2^{(0011)_2}$

$= -2,\cancel{8} \cdot 2^3$

$= -18,4$ ✗

(iii) Zahl $= (111.01)_2 \cdot 2^{(1011)_2}$

$= -3,\cancel{1} \cdot 2^{-3}$

$= -0,3875$ ✗

(b) $(15,75)_{10} = (8+4+2+1) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$

$= (1111,11)_2$ ✓

$= (1,11111)_2 \cdot 2^3$

$= (1,11111)_2 \cdot 2^{3+127} = (1000\ 0010)_2$

$(-0,75)_{10} = -1 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$

$= (0,11)_2$

$= (1,1)_2 \cdot 2^{-1+127} = (0111\ 1110)_2 \quad 126$

(i)

```
31  30  29  28  27  26  25  24  23  22  21  20  19  18  17  16  15  14  13  12  11  10  09  08  07  06  05  04  03  02  01  00
0   1   0   0   0   0   0   1   0   1   1   1   1   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
s   ---------- Exponent ----------  ------------------------------------------------- Significant ------------------------------------------
```

(ii)

```
31  30  29  28  27  26  25  24  23  22  21  20  19  18  17  16  15  14  13  12  11  10  09  08  07  06  05  04  03  02  01  00
1   0   1   1   1   1   1   1   0   1   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0   0
s   ---------- Exponent ----------  ------------------------------------------------- Significant ------------------------------------------
```

Because $0111\ 1111 = 127$

c. Wandeln Sie folgende Zahl, die in Gleitkommadarstellung (IEEE 754) gegeben ist, in ihre Dezimaldarstellung um.

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	Exponent								Significand																						

-1 $\quad 134 = 134 - 127 = 7$ $\quad 1{,}0001$

$\Rightarrow$ Zahl $= (-1) \cdot (1{,}0001)_2 \cdot 2^7$

$= (-1) \cdot (1 + \frac{1}{2^4}) \cdot 2^7$

$= -136$ ✓

↘ Shift bits ↗ Easier in Binary !

$10001000 = 2^3 + 2^7 = -136$

⟨Notes⟩

(a) (i) $+(11{,}01)_2 \cdot 2^{+(101)_2}$

$= (11{,}01)_2 \cdot 2^5 = (1101000)_2 = (104)_{10}$

move 5 DP

(ii) $-(10{,}11)_2 \cdot 2^{(011)_2} = -(10111)_2 = (-22)_2$

(iii) $(111{,}01)_2 \cdot 2^{(1011)_2}$

$= -(11{,}01)_2 \cdot 2^{-(011)_2} = -(11{,}01) \cdot 2^{-3}$

shift 3 links $\hookrightarrow = -(0{,}01101)_2 = 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-5} = (0{,}40625)_2$

$2^0 \quad 2^{-2} \quad 2^{-3} \quad 2^{-5}$

① Exponent
② Shift bits / decimal
③ Calculate

How to darstellen $(0)_{10}$ and $(1)_{10}$?