

# Tutorialsblatt 5

## Zu den Modulen C, D, G

**Tutorium:** Die Aufgaben werden in Tutorien-Videos vorgestellt, die am 20. Mai 2020 (17 Uhr) veröffentlicht werden.

### Aufgabe T14: Boolesche Aussagen

(– Pkt.)

In dieser Aufgabe sind Beispiele für aussagenlogische Ausdrücke  $z = f(x, y)$  gegeben. Stellen Sie für jedes Beispiel die Wahrheitstabelle auf und ordnen Sie dem Beispiel eine der 16 zweistelligen Boolesche Funktionen von Seite 52 des Skriptes zu! Entscheiden Sie zudem, ob es günstiger wäre, die Funktion in DNF oder KNF anzugeben und geben Sie die jeweilige DNF oder KNF an!

- a. x bedeutet: Es regnet.  
y bedeutet: Ich habe einen Schirm dabei.  
z bedeutet: Ich kann nach draußen gehen ohne nass zu werden.
- b. x bedeutet: Es ist ein Gang eingelegt (die Kupplung soll nicht beachtet werden).  
y bedeutet: Das Gaspedal wird betätigt.  
z bedeutet: Das Fahrzeug bewegt sich nach vorn. *car does not move forward if no gas pedel*
- c. x bedeutet: Es ist nicht windig.  
y bedeutet: Die Sonne scheint. *kite*  
z bedeutet: Ich kann einen Drachen steigen lassen.
- d. x bedeutet: Der Zug kommt zu spät.  
y bedeutet: Es steht ein Taxi als Alternativverbindung zur Verfügung.  
z bedeutet: Ich komme zu spät zu meinem Termin.
- e. x bedeutet: Team X zieht am Tau. *rope*  
y bedeutet: Team Y zieht am Tau.  
z bedeutet: Es gewinnt eines der Teams (beide sind gleich stark) beim Tauziehen.

x	y	0	AND	$x\bar{y}$	x	$\bar{x}y$	y	$\leftrightarrow$	OR	NOR	=	$\bar{y}$	$\bar{x}y$	$\bar{x}$	$\bar{x}\bar{y}$	NAND	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
		$f_0$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	$f_{14}$	$f_{15}$

(a)

x	y	z
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$f_{13} = \bar{x}\bar{y}$$

$$\text{KNF} = (\bar{x} \vee \bar{y})$$

(b)

x	y	z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$f_1 = \text{AND}$$

$$\text{DNF} = (x \wedge y)$$

(c)

x	y	z
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

$$f_{12} = \bar{x}$$

$$\text{DNF} = \bar{x}\bar{y} + \bar{x}y$$

$$\text{KNF} = (\bar{x} \vee y)(\bar{x} \vee \bar{y})$$

Egal

(d)

x	y	z
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$$f_2 = x\bar{y}$$

$$\text{DNF} = x\bar{y}$$

(e)

x	y	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f_6 = \leftrightarrow \text{ XOR}$$

$$\text{DNF} = \bar{x}y + x\bar{y}$$

$$\text{KNF} = (x \vee y)(\bar{x} \vee \bar{y})$$

## Aufgabe T15: Encoder

(– Pkt.)

Ein Encoder besitzt die umgekehrte Funktionalität eines Dekoders. Er besitzt 4 Eingänge  $I_0, I_1, I_2, I_3$  und die zwei Ausgänge  $Out_0$  und  $Out_1$ . Es wird angenommen, dass stets genau einer der Eingänge mit einer 1 belegt ist. Ist ein Eingang  $I_j$  mit einer 1 belegt, so ist  $(Out_1, Out_0)$  die duale Darstellung der Dezimalzahl  $j$ . Bearbeiten Sie dazu folgende Teilaufgaben:

- Bestimmen Sie die Schaltfunktion des 4-zu-2-Encoders. Verwenden Sie dabei die Bezeichnungen gemäß der obigen Beschreibung.
- Zeichnen Sie das Schaltnetz eines 4-zu-2-Encoders gemäß der obigen Beschreibung eines 4-zu-2-Encoders! *Hinweis:* Die Erstellung der zugehörigen Wahrheitstabelle kann hierbei hilfreich sein.

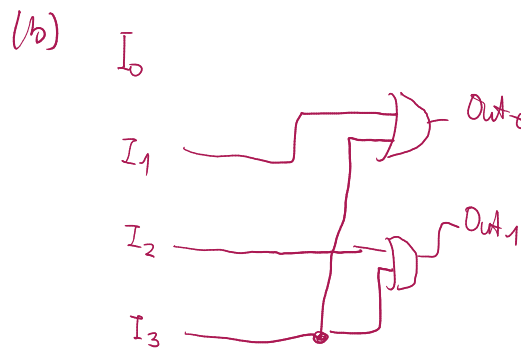
(a)

$I_0$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$Out_0$	$Out_1$
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1

↑  
 $j=0$

$$Out_0 = I_1 \vee I_3$$

$$Out_1 = I_2 \vee I_3$$

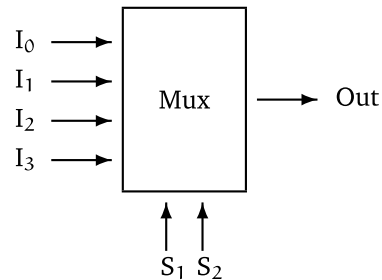


## Aufgabe T16: Multiplexer

(– Pkt.)

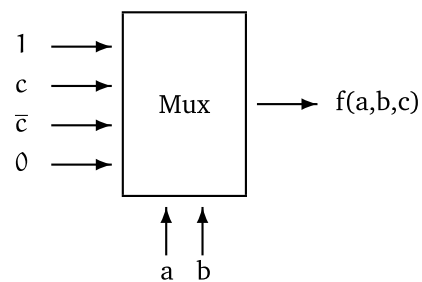
Für einen 4-Eingaben-Multiplexer gilt folgende verkürzte Funktionstabelle:

$S_1$	$S_2$	Out
0	0	$I_0$
0	1	$I_1$
1	0	$I_2$
1	1	$I_3$



Mit Hilfe eines 4-Eingaben-Multiplexers kann die Boolesche Funktion  $f(a, b, c)$  dargestellt werden, indem dessen Eingänge bzw. Steuerleitungen wie folgt belegt werden.

	a	b	c	$f(a, b, c)$
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

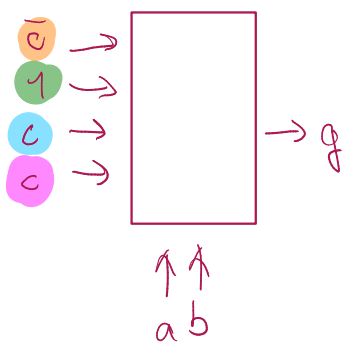


Geben Sie analog zum Beispiel eine Belegung der Eingänge eines 4-Eingaben-Multiplexers ( $I_0, \dots, I_3$ ) sowie der Steuerleitungen  $S_1$  und  $S_2$  an, so dass dieser die Boolesche Funktion

$$g(a, b, c) = (\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}) + (\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}) + (\bar{a} \cdot b \cdot c) + (a \cdot \bar{b} \cdot c) + (a \cdot b \cdot c) \quad \text{KNF}$$

realisiert.

Sie dürfen ausschließlich die Werte  $a, b, c, \bar{c}$  sowie 0 und 1 benutzen. Es dürfen keine weiteren Bausteine oder Gatter verwendet werden.



a	b	c	g
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

## Aufgabe T17: Resolutionsregel

(– Pkt.)

Vereinfachen Sie den folgenden Booleschen Term unter Anwendung der Resolutionsregel soweit wie möglich:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4$$

Geben Sie dabei **alle** notwendigen Zwischenschritte an!

Resolutionsregel

$$h = (\underbrace{a \wedge b \wedge c}_{(*)} \vee \underbrace{a \wedge b \wedge \bar{c}}_{(*)})$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4 \\ &= (\bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4) + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4 \quad \Rightarrow \text{Double to fit} \\ &= (\bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4) + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + [x_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4] \\ &= (\bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4) + (x_1 x_3 x_4) + x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4 \\ &= (\bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4) + (x_1 x_3 x_4) + (x_1 x_2 x_4) \end{aligned}$$