Rechnerarchitektur (SS20)
Online-Hausarbeit 6

Yudong Sun
12141043

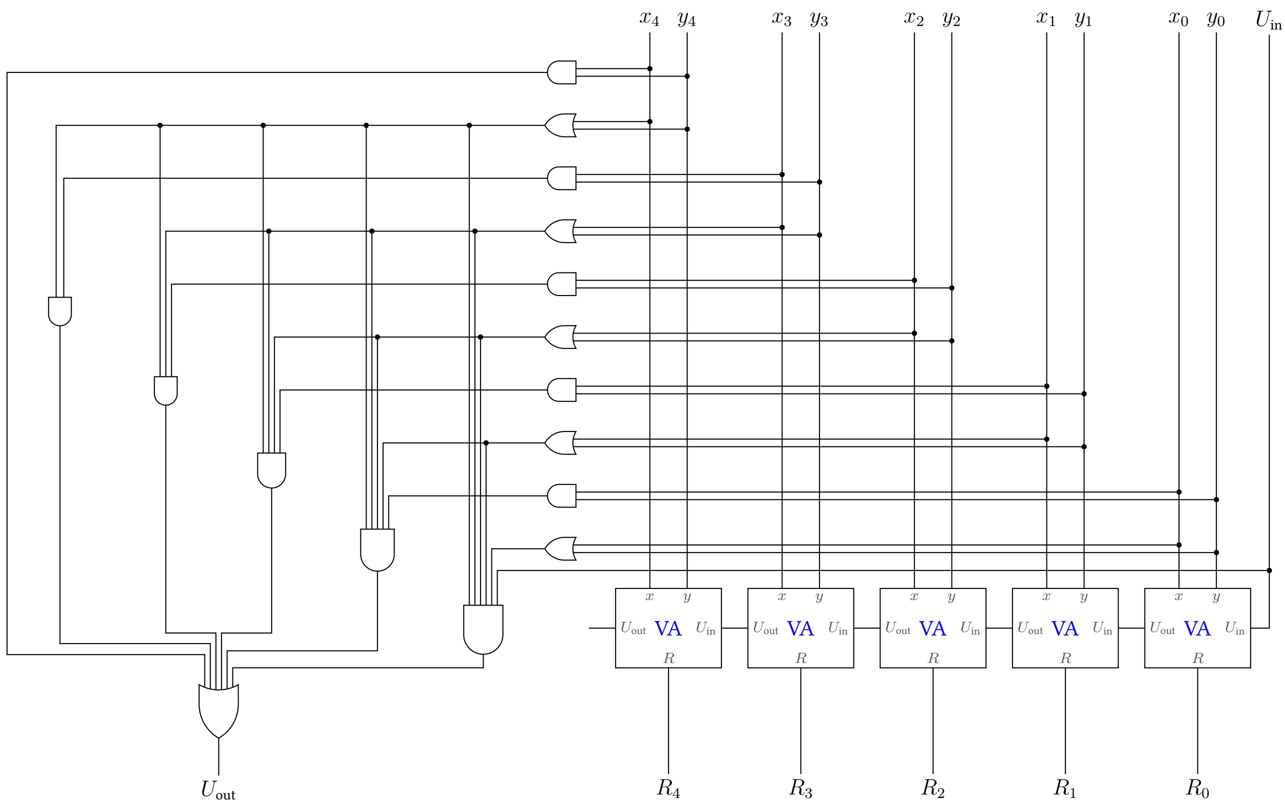
12. Juli 2020

[OH12] (a)

$$\begin{array}{cccccc} & x_4 & x_3 & x_2 & x_1 & x_0 \\ + & y_4 & y_3 & y_2 & y_1 & y_0 \\ \hline U_{\text{out}} & R_4 & R_3 & R_2 & R_1 & R_0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} U_{\text{out}} = x_4 y_4 & \\ & + (x_4 + y_4)\, x_3 y_3 \\ & + (x_4 + y_4)(x_3 + y_3)\, x_2 y_2 \\ & + (x_4 + y_4)(x_3 + y_3)(x_2 + y_2)\, x_1 y_1 \\ & + (x_4 + y_4)(x_3 + y_3)(x_2 + y_2)(x_1 + y_1)\, x_0 y_0 \\ & + (x_4 + y_4)(x_3 + y_3)(x_2 + y_2)(x_1 + y_1)(x_0 + y_0)\, U_{\text{in}} \end{aligned}$$

(b) Es wird angenommen, dass man den eingehenden Übertrag auch betrachten muss:



(c) Setze 12141043 in der Formel:

$$
\begin{aligned}
z &= \left(\left(\frac{\text{Matr. Nr}}{2} \cdot 10\right) \mod 1000\right) + 25 \\
&= \left(\left(\frac{12141043}{2} \cdot 10\right) \mod 1000\right) + 25 \\
&= (60705215 \mod 1000) + 25 \\
&= 215 + 25 \\
&= 240
\end{aligned}
$$

Ein Carry-Look-Ahead-Addierer mit einer Größe der Bit-Gruppen von $g = 5$ braucht insgesamt

$$3 \times 10\,\text{ps} = 30\,\text{ps} \tag{1}$$

für U_{out} (3 Stufen) und

$$5 \times 70\,\text{ps} = 350\,\text{ps} \tag{2}$$

für R_0 bis R_4 (fünf Volladdierer, jeweils mit $T_{\text{VA}} = 70\,\text{ps}$). Da es mehrere Carry-Look-Ahead-Addierer hintereinander geschaltet werden, ist es egal, ob der erste

Carry-Look-Ahead-Addierer einen Volladdier oder einen Halbaddier für die erste Ziffer R_0 benutzt. Wir brauchen also insgesamt:

$$\begin{aligned} T_{\text{CLA}} &= \left(\frac{240}{5} - 1\right) T_{(U\text{out})} + 350\,\text{ps} \\ &= 47 \times 30\,\text{ps} + 350\,\text{ps} \\ &= 1760\,\text{ps} \end{aligned}$$

Für ein Ripple-Carry-Addiernetz brauchen wir aber einen Halbaddierer für die erste Ziffer. Da es in der Aufgabestellung aber nicht gegeben war, berechnen wir zunächst die Verzögerung eines Halbaddierers der Form:

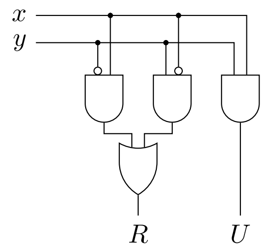


Abbildung 1: Halbaddierer

Angenommen, dass ein NOT-Gatter auch eine Verzögerung von $10\,\text{ps}$ verursacht, dann haben wir:

$$T_{\text{HA}} = 3 \times 10\,\text{ps} = 30\,\text{ps} \tag{3}$$

Somit braucht ein Ripple-Carry-Addiernetz, das zwei 240-stellige Dualzahlen addieren kann, insgesamt:

$$\begin{aligned} T_{\text{RC}} &= (240 - 1) \times T_{\text{VA}} + T_{\text{HA}} \\ &= 239 \times 70\,\text{ps} + 30\,\text{ps} \\ &= 16\,760\,\text{ps} \end{aligned}$$

Stehen es nur Volladdierer zur Verfügung, dann braucht ein Ripple-Carry-Addiernetz insgesamt:

$$\begin{aligned} T'_{\text{RC}} &= 240 \times T_{\text{VA}} \\ &= 240 \times 70\,\text{ps} \\ &= 16\,800\,\text{ps} \end{aligned}$$

[OH13] (a) Die Funktionstafel für die gewünschte Schaltung ist gegeben durch:

p	x_1	x_0	y_1	y_0
0	0	0	D	D
0	0	1	D	D
0	1	0	D	D
0	1	1	D	D
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

(b) Da die Ausgänge der Schaltung für $p = 0$ egal sind, betrachten wir nur die untere Hälfte der Funktionstabelle und konstruieren die Schaltung so, dass die Schaltung immer das Predecessor liefert, egal $p = 0$ oder $p = 1$ ist. Als boolsche Funktionen sind y_0 und y_1 somit gegeben durch:

$$y_0 = \overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_1\overline{x_0} = \overline{x_0} \tag{4}$$
$$y_1 = \overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_1x_0 \tag{5}$$

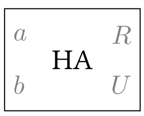
In einem Halbaddierer mit Eingänge a und b sind die Ausgänge R und U gegeben durch:

$$R = \bar{a}b + a\bar{b} \tag{6}$$
$$U = ab \tag{7}$$

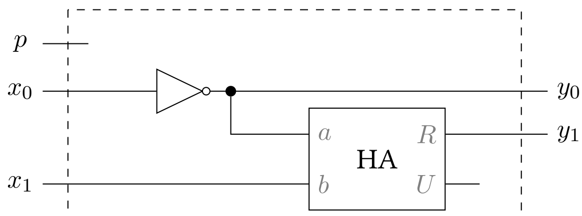
Ist nun $a = \overline{x_0}$ und $b = x_1$, dann gilt:

$$R = \overline{\overline{x_0}}x_1 + \overline{x_0}\,\overline{x_1} = \overline{x_1}\,\overline{x_0} + x_1x_0 = y_1 \tag{8}$$

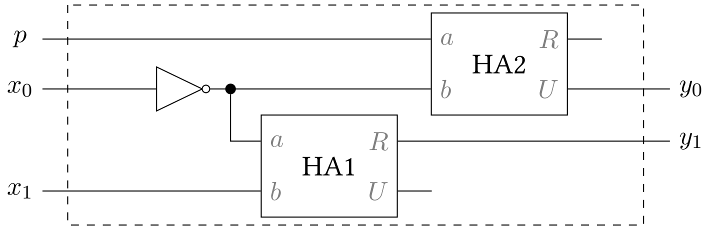
Wir benutzten nun den in Abbildung 1 aus Teilaufgabe (c) beschriebenen Halbaddierer mit der Schaltsymbol:



Die Predecessor-Funktion kann somit durch Halbaddierer und `NOT`-Gatter realisert werden:



Wenn man aber unbedingt die p-Eingang benutzen wollen, dann kann die Predecessor-Funktion wie folgt realisert werden:



mit $y_0 = (p \wedge \overline{x_0})$, was $\overline{x_0}$ liefert für $p = 1$.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass die abgegebene Lösung alleinig durch mich angefertigt wurde und ohne die Hilfe Dritter entstanden ist. Insbesondere habe ich keine Lösungen von Dritten teilweise oder gänzlich abgegeben.

12141043, Yudong Sun	Singapur, den 12. Juli 2020
Matrikelnummer, Name	Ort, Datum

Unterschrift