

Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München
 Grundpraktikum in Experimentalphysik - Kurs P2
 Blockpraktikum vom 10. Aug. bis 07. Sept. 2020

Versuch:	OSZ	Gruppe:	A1
Vorname:	Corinna Elena	Name:	Wegner

Mit Abgabe der Auswertung wird bestätigt, dass diese eigenständig erstellt wurde!

Punkte der Vorbereitung:	2,0	1,6	1,2	0,8	0,4	0,0
--------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

1. Abgabe	2. Abgabe
-----------	-----------

Alle Teilversuche vollständig ausgewertet?	Ja	Nein	Ja	Nein
Wurden immer korrekte Formeln angegeben und eigene Werte eingesetzt?	Ja	Nein	Ja	Nein
Wurde immer eine Fehlerrechnung durchgeführt?	Ja	Nein	Ja	Nein
Wurde immer eine aussagekräftige Diskussion geführt?	Ja	Nein	Ja	Nein
Sind Endergebnisse immer angegeben und korrekt gerundet?	Ja	Nein	Ja	Nein
Wurden alle Diagramme mit geeignetem Maßstab und Titel eingeklebt?	Ja	Nein	Ja	Nein
Enthalten die Diagramme alle Messwerte, Beschriftungen u. Konstruktionen?	Ja	Nein	Ja	Nein
Auswertung erhalten am:				
Auswertung zurückgegeben am:				
Nacharbeit notwendig bis:				nicht möglich

Wird eine der obigen Fragen bei der ersten Abgabe mit Nein beantwortet ist eine Nacharbeit erforderlich!

Punkte:	Datum, Abtestat:
---------	------------------

Bitte bewahren Sie Ihre Hefte nach dem Praktikum unbedingt auf.

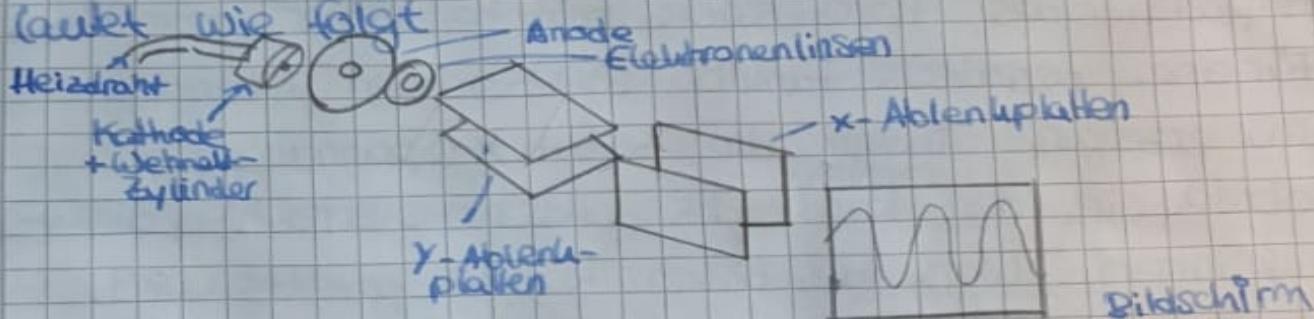
Versuch OSZ - Wechselspannungen und aperiodische Vorgänge

1

Corinna Elena Wagner, 18.08.2020

Oszilloskop

Für rasch ablaufende Vorgänge ist ein Schreiber nicht schnell genug, darum wird ein Elektronenstrahl-
Oszilloskop verwendet. Dieses basiert auf
Elektronenablenkung mit elektrischen Feldern. Der Aufbau
lautet wie folgt:



Durch das Aufheizen vom Heizdräht treten Elektronen aus der Kathode aus (Gleichelektrischer Effekt) und werden durch den Wehneltzylinder fokussiert gebündelt. Sie treffen auf die Anode und werden ~~durch~~ hindurch gelenkt und zusätzlich von den Elektronenlinsen gefokussiert. Dann werden sie auf der Ablenkplatten (elektrische Felder) an die gewünschte Stelle im auf die den Bildschirm projiziert. Weil die Position durch Variation der elektrischen Feldstärke, also wegen $E = \frac{U}{d}$ durch Variation der Spannungen, festgelegt wird, müssen alle Messgrößen vorher in elektrische Spannungen umgerechnet werden.

Die Spannung für die x -Ablenkung sorgt für eine waagerechte zeitliche Linie auf dem Bildschirm. Die Spannung für die y -Ablenkung bewegt den Elektronenstrahl nach oben und unten. Weil die x -Achse in den meisten Fällen die Zeit t angibt, muss die Spannung hierfür zeitlich konstant ändern. Dies wird mit dieser Zeitablenkung wird realisiert durch ein Aufladen eines Kondensators mit konstanter Stromstärke. Für eine periodische Funktion lässt sich ein stehendes Bild erzeugen, indem die Zeitab x -Spannung, sobald sie den Rand des Bildschirms erreicht, direkt auf ihren Wert des linken Randes gesetzt wird. Wegen diesem Verlauf heißt sie Sägezahnspannung. Im Falle einer übereinstimmenden Periodenlänge (oder eines Vielfachen davon) mit der Bildschirmlänge wirkt die Aufzeichnung der Funktion für den Betrachter so, als würde der Bildschirm nur ein Bild zeigen, bei dem sich nichts ändert ^{von links} würde (stehendes Bild). Dies ist allerdings schwer zu erreichen, denn die Längen müssen exakt übereinstimmen. Mit einem Trigger, eine am Oszilloskop einstellbare Einrichtung, kann man es dennoch realisieren. Dieser erkennt eine Triggenschwelle ($\text{ein bestimmter Wert für } \frac{dt}{dt}$), bei dem die Aufzeichnung am Oszilloskop beginnt am linken Bildschirmrand.

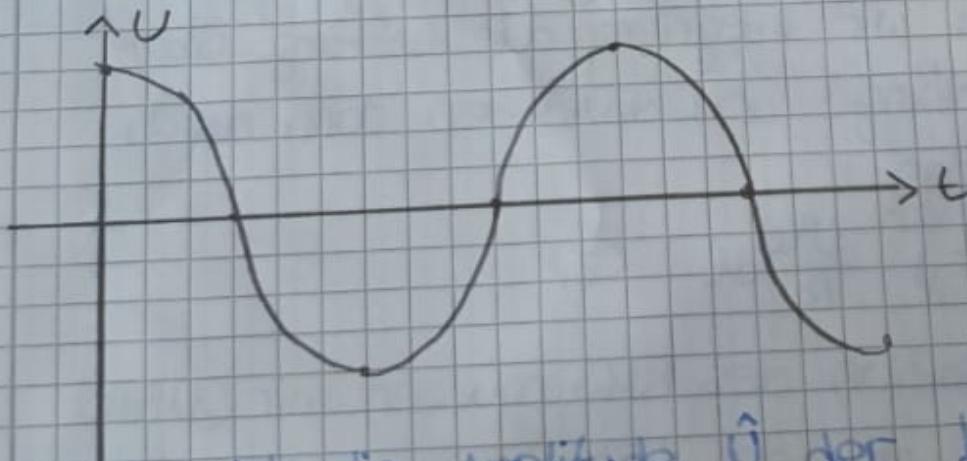
Eingangskopplung: Durch Kapazitäten in den Eingängen des Oszilloskops kann es zur Veränderung gemessener Werte gegen ^{die} realen Werte kommen. 3

Im Eingang ist ein parallel geschalteter Widerstand, wodurch der eingehende Widerstand begrenzt wird.

Stellt man im Oszilloskop „DC“ ein, wird die zu messende Spannung durch einen Eingangssignalverstärker ~~zu~~ gebracht. Die Einstellung „AC“ bewirkt, dass ein Kondensator vorgeschaltet wird. Dies kann man gebrauchen, um vorhandene ~~stör~~-Gleichspannungen aus herauszufiltern. Mit dem Tastkopf kann ein zusätzlicher Widerstand hinzugeschalten werden, um ~~die~~ hohe eingehende Spannungen herabzusetzen und das Oszilloskop zu schützen.

Wechselspannungen

Eine Wechselspannung ist ein zeitlich periodischer Verlauf von Spannung, der durch $U(t) = \hat{U} \cos(\omega t)$ beschrieben werden kann:



Dabei ist die Amplitude \hat{U} der betragsmäßig maximale Wert von $U(t)$. Eine Periode (Phase) beschreibt den Verlauf eines Durchgangs von zwei Punkten zwischen zwei Punkten mit identischen ^{wobei kein später Zeit zwischen ihnen liegt} ~~U-Wert~~ und Steigungswert. ^{Die Periodendauer ist} der ~~Werte~~ Zeit, die für eine Periode benötigt wird.

Die Frequenz f ist die Anzahl an Perioden, die in einer Zeit t durchlaufen wird, geteilt durch.

Die Kreisfrequenz ist definiert als $\omega = 2\pi f$

mit f -Frequenz. Mit dem Oszilloskop kann man

Amplitude A und Periodenlänge T einer Wechselspannung ablesen

Mit einem Voltmeter wird bei einer Wechselspannung ein ~~gemessen~~ zeitlich konstanter Spannungswert angezeigt.

Dieser Wert ist definiert als der Wert, den eine Gleichspannung haben müsste, um an einem Widerstand während einer Periode die gleiche elektrische Leistung umzusetzen" und nennt sich Effektivwert / RMS

Für den Zusammenhang von Leistung P und Spannung U gilt $P = U \cdot I$. Ersetzt man I mit dem Ohmschen Gesetz durch $\frac{U}{R}$, erhält man $P = U^2/R$ (1)

wir suchen ~~die~~ die Leistung

Die Leistung für eine Wechselspannungsperiode erhält man durch Bestimmung des Mittelwerts der Leistung; d.h. wir integrieren die Leistung über eine Periodenlänge und dividieren dann durch die Periodenlänge

$$P_{\text{mittel}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U^2(t)}{R} dt \quad (2)$$

Nach der Definition des RMS müssen wir (1) und (2) gleichsetzen um den Effektivwert U_{eff} zu erhalten

$$\frac{U_{\text{eff}}^2}{R} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U^2(t)}{R} dt \Rightarrow U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (A \cos \omega t)^2 dt} = \frac{A}{2}$$

Phasendifferenz zwischen zwei Wechselspannungen

5

Zwei Wechselspannungen U_1, U_2 können sich in

3 verschiedenen Arten voneinander unterscheiden:

- Amplitude

$$U_1 = U_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1)$$

- Frequenz

$$U_2 = U_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2)$$

- Phasendifferenz zwischen beiden Spannungen

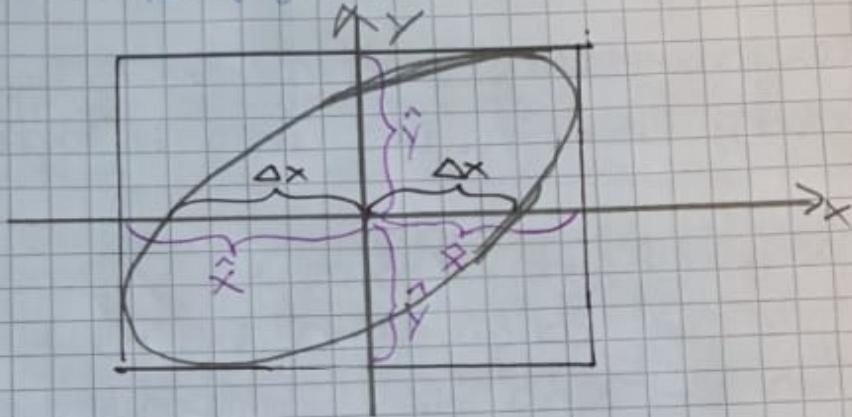
Für die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ gilt

$$\Delta\varphi = \omega \Delta t = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 360^\circ \frac{\Delta t}{T}, \text{ wenn } T_1 = T_2 (\omega_1 = \omega_2)$$

Wenn man nur eine sinusförmige Wechselspannung U betrachtet kann man durch Wahl von t_0 (Zeitnullpunkt) aus der Funktion $U(t)$ das φ eliminieren. Wenn jedoch zwei sinusförmige Wechselspannungen betrachtet werden, bei denen $\varphi_1 \neq \varphi_2$ ist, so muss zwangs-
mäßig φ_1 oder φ_2 ungleich von 0 sein.

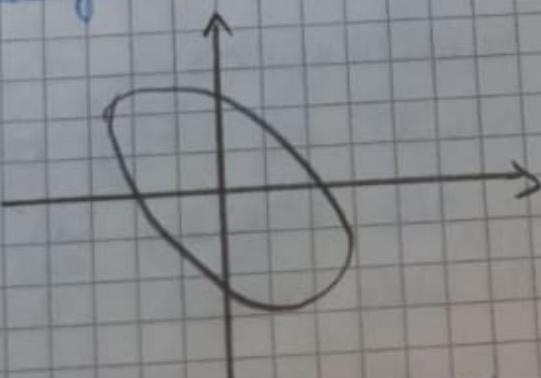
Lissajous Ellipse

Schaltet man für die x-Ablenkung ebenfalls eine zeitlich periodische Spannung $x(t) = A \cos(\omega t)$, so erhält man mit der periodischen y-Ablenkung $y = B \cos(\omega t - \varphi)$ eine Ellipse folgender Form:



Die Form ist abhängig von der Phasendifferenz von x und y.
Für $\varphi=0$ erhält man eine Gerade die von links unten nach rechts oben verläuft.

Legt man um die Ellipse ein Rechteck (vgl. Abbildung), so kann man die Amplituden bestimmen.
Je größer $\Delta\varphi$ von 0° bis 90° ist, desto runder wird die Ellipse. Für 90° ergibt sich ein Kreis (wenn $\hat{x}=\hat{y}$). Wenn $\Delta\varphi$ noch weiter vergrößert wird, erhält man Ellipsen, die von links oben nach rechts unten gehen:



Wenn $\Delta\varphi=180^\circ$ ist, dann erhält man eine von links oben nach rechts unten verlaufende Gerade.

Aus einer Lissajous-Ellipse kann man die Phasenverschiebung wie folgt bestimmen:

Für die Koordinaten eines Punktes auf der Ellipse gilt

Für den Punkt zu $t=0$ - (Leuchtpunkt) gilt, dass er sich zur x-Achse hinbewegt, wenn man φ erhöht

Aus einer Lissajous-Ellipse kann man die Phasenverschiebung bestimmen. Dies wird im folgenden hergeleitet.

Für den Leuchtpunkt gilt $x = \hat{x} \cos \omega t$ $y = \hat{y} \cos(\omega t - \varphi)$

Für $y=0$ gilt $\cos(\omega t - \varphi) = 0$. Die Punkte an denen $y=0$ ist sind die Schnittpunkte der Ellipse mit der x-Achse. Aus $\cos(\omega t - \varphi) = 0$ folgt $\omega t = \varphi \pm 90^\circ$

setzt man dies in die Gleichung für die x ein erhält man $x = \hat{x} \cos(\varphi \pm 90^\circ) = \mp \hat{x} \sin \varphi$.

Der Abstand der beiden Schnittpunkte der x-Achse ist also $\Delta x = 2\hat{x} \sin \varphi$. Liest man $|\Delta x|$ ab

kann man so vier verschiedene Werte für φ bekommen $\pm \varphi_1$ und $\pm \varphi_2$. Das Vorzeichen kann man aus der Ellipse nicht bestimmen, wohl aber, ob φ_1 oder φ_2

der richtige Wert ist: Wie schon bekannt ist die Neigung der Ellipse ausschlaggebend dafür, ob φ größer oder kleiner als 90° ist. Man bestimmt

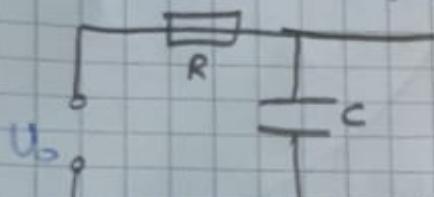
Man schaut sich also die Neigung an und kann dann den richtigen Wert nennen (φ_1 und φ_2

wird je ein Wert größer und der andere kleiner als 90° sein). Man misst also lediglich Δx

und kann nach beschriebenen Verfahren auf die Phasendifferenz φ kommen

Auf- und Entladen eines Kondensators

Mit folgender Schaltung kann man einen Kondensator über einen Widerstand aufladen



Aufladevorgang

für die Kondensatorspannung gilt $U_c = \frac{Q}{C}$, für die Spannung, die am Widerstand abfällt gilt $U_R = RI$ (nach dem Ohmschen Gesetz). Nach der Maschenregel gilt $U_b = U_c + U_R = \frac{Q}{C} + RI$. Es gilt zudem $I = \frac{dQ}{dt}$ und $Q = CU_c$, darum erhalten wir durch Einsetzen folgende Differentialgleichung $U_b = \text{const}$

$$\frac{dU_c}{dt} = -\frac{1}{RC} (U_c - U_b) \Leftrightarrow \frac{d(U_c - U_b)}{dt}$$

Trennung der Variablen $\frac{d(U_c - U_b)}{U_c - U_b} = -\frac{dt}{RC} \Rightarrow U_c = U_b [1 - \exp(-\frac{t}{RC})]$

Also verläuft der Aufladevorgang exponentiell. Der Entladevorgang verläuft ähnlich (exponentiell). Der Kondensator hat nur die Spannung U_b erreicht. Jetzt wird die Spannungsquelle (aus der Abbildung) entfernt. dann gilt nach dem 2. Kirchhoff'schen Gesetz

$$U_R + U_c = 0 = RI + U_c$$

Man erhält

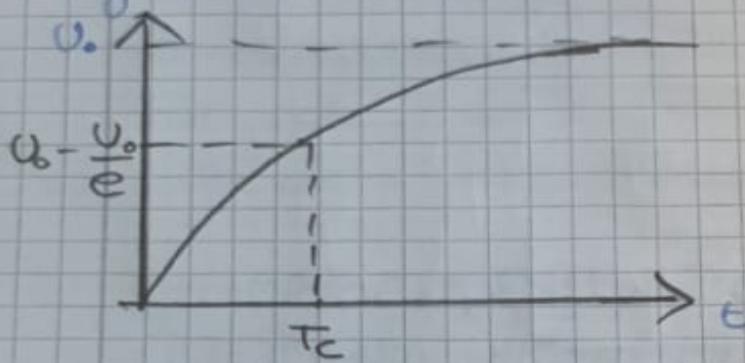
$$U_c = U_b \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

Die Kurven für

Drz. Oszillationen

9

Die Kurven für den Auf- und Entladevorgang sehen so aus:

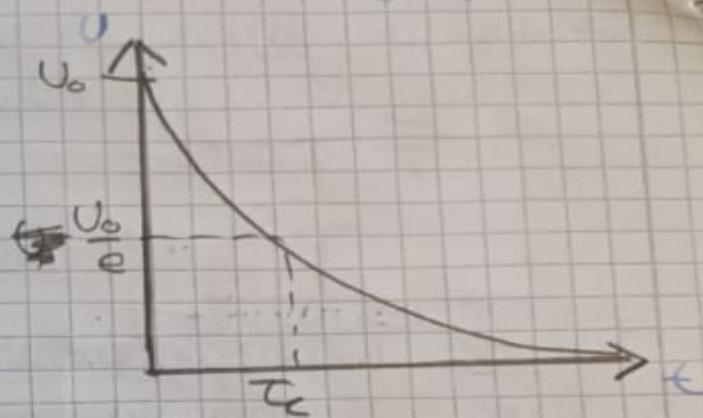


Aufladevorgang

Dabei heißt die Zeit τ_C die Relaxationszeit.

Diese gibt an, wann die Spannung auf $\frac{1}{e}$ abgeklungen ist und ist ein Maß für die Schnelligkeit des Auf- bzw. Entladevorgangs.

$$\text{Es gilt } \tau_C = RC$$



Entladevorgang

Osz: Oszilloskop

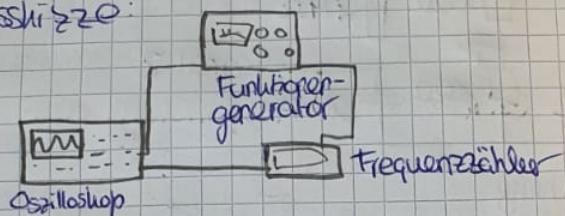
10

Versuchsplanung

Teilversuch 1: Basisbedienelemente des Oszilloskops

Versuchsziel: Erlernen der Bedienung des Oszilloskops

Versuchsschritte:



Versuchsdurchführung:

- Aufbau des Experiments
- Einstellen einer Frequenz zwischen 1kHz und 10kHz
- Helligkeit und Schärfe Einstellen
- AUTO SET drücken
- Einstellen der Ablenkfaktoren
- Einstellen des NM (Normal modus)
- Vertrautmachen mit Trigger NM → stehendes Bild
mit Saatrad kann man Startpunkt verschlieben

Teilversuch 2: Messen einer Amplitude

Versuchsziel: Erlernen der Bedienung der Cursors und Ausmessen einer Amplitude

Versuchsschritte: wie in Teilversuch 1

Versuchsdurchführung:

- Einstellen einer geeigneten Frequenz $f = * 48 \text{ Hz} \pm 1\text{Hz}$
Das Multimeter ist geeignet für Frequenzen: 2Hz bis 99,99kHz
- Ausmessen der Amplitude mit den waagerechten

Cursorlinien Oberer Cursor auf obere Amplituden,
unterer auf untere Amplituden und mit Kurzem Drücken auf I/II fixieren
Das Multimeter zeigt $\Delta V_1 = 2,86 \text{ V}$ an
 $\pm 0,05 \text{ V}$

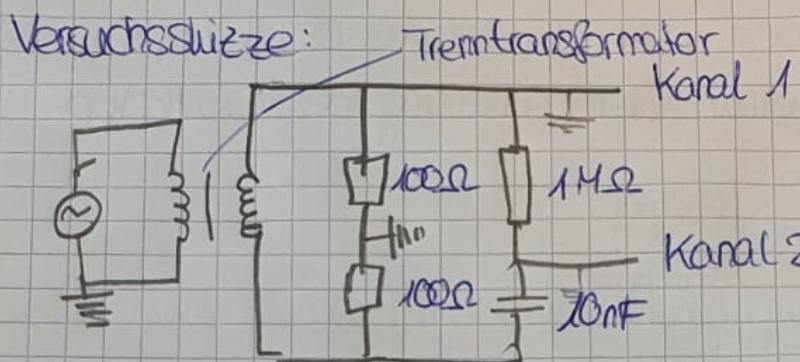
- Effektivwert des Multimeters:

$$V = 0,987 \text{ V} \pm 0,10\% + 3\text{dg}$$

11

Teilversuch 3: Messen einer Phasendifferenz

Versuchsziel: Messen einer Phasendifferenz mit dem



Versuchsdurchführung

- Aufbau des Versuchs nach Slizze
- Messen der Periodendauern von den Spannungen
- Bestimmung der Phasenverschiebung mit t-y - Modus:
 - Bestimmung des Vorzeichens der Phasenverschiebung:

+

- Mit ADD Betrachtung der Interferenz in Abhängigkeit der Phasenverschiebung.

Beobachtungen:

- Amplitude wird kleiner je höher man das Potentiometer dreht (maximale Phasenverschiebung bei $\pm 180^\circ$, wenn Potentiometer maximal)
- Einstellen einer Phasenverschiebung $\varphi \in \{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ\}$

Messungen:

Periodendauer $T = 21,0 \text{ ms} \pm 0,1 \text{ ms}$

Zeitverschiebung $\Delta t = 7,03 \text{ ms} \pm 0,05 \text{ ms}$

Amplitude \hat{x} :

$$\Delta V = 321 \text{ mV} \pm 43 \text{ mV}$$

- Bestimmung der Phasenverschiebung mit Lissajous-Ellipse:

- Messen von $2\Delta x$: $(301 \pm 2) \text{ mV}$
- $2\Delta x = (66,6 \pm 0,8) \text{ mV}$ → Abstand der Schnittpunkte mit \times Achse
- Ausrichtung der Ellipse:

Bestimmung der

- Variation der Nullagen

Beobachtungen (Ablesbarkeit von Δx):

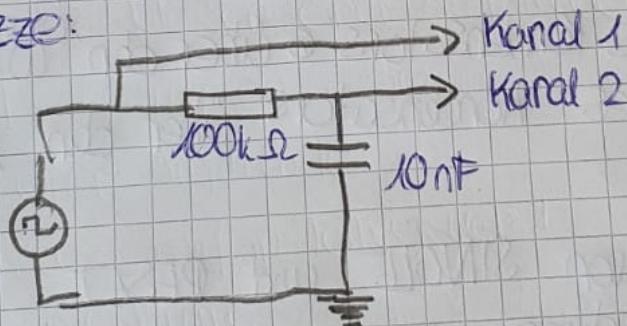
Bei Potentiometer einstellung von 0 ist die Ellipse entartet. Bei voller Einstellung (100) ist die Ellipse

noch nicht "in die andere Richtung entartet" → keine Phasenverschiebung vom Kreis. Bei 80% erhält man ca. einen Kreis

Teilversuch 4: Betrachten des Auf- und Entladevorganges eines Kondensators

Versuchsziel: Kurven für Auf- und Entladevorgangs eines Kondensators periodisch darstellen

Versuchsschaltung:



Versuchsdurchführung $f = 61 \text{ Hz} \pm 1 \text{ Hz}$

- Einstellen von $f = 60 \text{ Hz}$ und Wechselspannung

- Einstellen des Oszilloskops

- Ersetzen des Widerstands durch Potentiometer $1 \text{ M}\Omega$ log

Beobachtungen

Bei Verschiebung des Potentiometers ändert sich

die das Bild von Kanal 2: Bei niedrigem Widerstand erkenn' Rechteckfunktion, bei hohem Widerstand Dreiecksfunktion

13

- Parallelschalten eines weiteren Kondensators

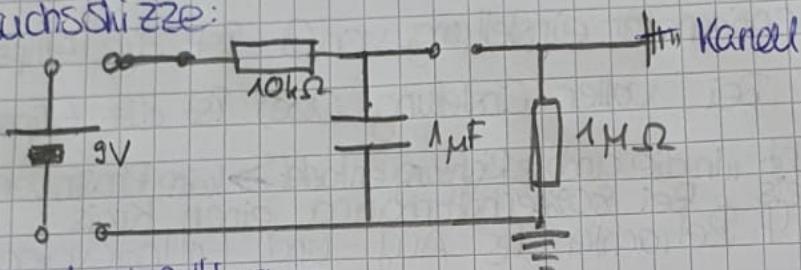
Beobachtungen:

siehe Protokollende

Teilversuch 5: Quantitative Registrierung der Entladekurve eines Kondensators

Versuchsziel: Bestimmung der Relaxationszeit

Versuchsschaltung:



Versuchsdurchführung

- Aufbau des Versuchs

- Vornehmen der Einstellungen am Oszilloskop

- Aktivierung der Speicherfunktion STORE ON

- Aufladen des Kondensators über den $10k\Omega$ Widerstand

- Entladen des Kondensators über den $1M\Omega$ -Widerstand

Widerstand

- Aktivierung von SINGLE und RESET

- Erneute Entladung des Kondensators

- Aufnehmen von t -y-Paaren

t	124ms	156ms	262ms	305ms	340ms	380ms	422ms	488	498ms	584	
y	6,99V	6,03V	5,18	4,66V	4,45V	4,02V	3,74V	3,45V	3,16V	2,78V	

$\Delta t = 5$ ms

$$\Delta y = 0,13V$$

- Einstellungen des Tastkopfes: 1X

- Widerstand: $R = 10k\Omega \pm 1\%$

- Kapazität: $C = 1\mu F$

TV 1: Es wurden 48 Hz eingestellt, weil laut Multimeteranleitung der Fehler im Bereich 45Hz bis 500Hz bei $1,0\% + 3$ digit liegt. Am Multimeter wurde hier $V = 0,987V \pm 1,0\% + 3$ digit abgelesen

TV 4 Beobachtungen:

Weitere Beobachtungen: Parallelschalten des zweiten Kondensators $C = 10nF$ bewirkt, dass die Funktion von Kanal 2 „dreiecksartig“ flach (gleicher Effekt wie bei Erhöhung des Potentiometerwiderstands)

**LMU München
Physikalische Praktika**

Versuch: OSZ

Datum: 18.08.20

Betreuer: Judith Neff

Auswertung OSZ

15

Teilversuch 1: Basisbedienelemente des Oszilloskops

Durch Drehen an den Rädchen kann man die Triggerposition nach oben in y- und x-Richtung verschieben.

Wenn man ein Signal aufzeichnen will (mit Single), dann bewirkt die Position des Triggers, dass die Signalmessung genau dann gestartet wird, wenn die Spannungskurve auf die Triggerposition trifft.

Durch Drehen an zwei Rädchen kann man das Bild auf dem Oszilloskopbildschirm vergrößern oder verkleinern. So kann man z.B. einstellen, dass das Signal von bis $\pm 2V$ auf dem Bildschirm zu sehen ist. Wenn man mit weniger Spannung arbeitet, dröhnt es sich, den Spannungsbereich auf dem Bildschirm kleiner zu stellen, damit die angezeigte Kurve das ganze den ganzen Bildschirm ausfüllt

Teilversuch 2: Messen einer Amplitude

Aus dem Protokoll entnehmen wir

Effektivwert des Multimeters: $U_{\text{eff}} = 0,987V \pm 1,0\%$
 $= (0,987 \pm 0,004)V$

Amplitude (laut Oszilloskop)

$$\Delta U = 2V = (2,868 \pm 0,05)V$$

Damit ist $\hat{U} = \frac{1}{2} \Delta U = (1,43 \pm 0,03)V$

Ein erster Vergleich zeigt $\hat{U} > U_{\text{eff}}$.

Nach Gleichung (2) aus dem Skript gilt:

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

16

Dividiert man U durch $\sqrt{2}$ erhält man,

$$U^* = \frac{U}{\sqrt{2}} = \frac{(1,01 \pm 0,003)V}{\sqrt{2}} = (1,01 \pm 0,21)V$$

Es gilt:

$$U_{\text{min}}^* = U^* - \Delta U^* = (1,01 - 0,21)V = 0,80V$$

$$U_{\text{max}}^* = U^* + \Delta U^* = (1,01 + 0,21)V = 1,22V$$

$$U_{\text{eff,min}} = U_{\text{eff}} - \Delta U_{\text{eff}} = (0,987 \pm 0,004)V = 0,991V$$

$$U_{\text{eff,max}} = U_{\text{eff}} + \Delta U_{\text{eff}} = (0,987 \pm 0,004)V = 0,983V$$

Vergleich der Werte liefert

$$U_{\text{min}}^* < U_{\text{eff,min}} < U_{\text{eff,max}} < U_{\text{max}}^*$$

Das Fehlerintervall von U_{eff} liegt also vollständig innerhalb des Fehlerintervalls von U^* . Wandelt man also die gemessene Amplitude am Oszilloskop in ihrer den Effektivwert U^* der Spannung um, liefert ein Vergleich mit dem am Multimeter gemessenen Effektivwert, dass die Werte "in innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmen".

Teilversuch 3: Messen einer Phasendifferenz

Laut Skript (Seite 6) gilt für die Phasendifferenz

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 360^\circ \frac{\Delta t}{T}$$

Aus dem Protokoll entnehmen wir

$$T = (21,0 \pm 0,1)\text{ms} \quad \Delta t = (7,03 \pm 0,05)\text{ms}$$

Damit erhalten wir

$$\Delta\varphi = \frac{360^\circ}{2\pi} \frac{\Delta t}{T} = \frac{360^\circ}{2\pi} \frac{7,03 \text{ ms}}{21,0 \text{ ms}} = \cancel{-} \frac{1}{T} 120,5^\circ$$

Fehler von $\Delta\varphi$ mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung

$$\Delta(\Delta\varphi) = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \Delta t} \Delta(\Delta t) \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial T} \Delta T \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{360^\circ}{T^2} \Delta(\Delta t) \right)^2 + \left(-\frac{360^\circ \Delta t}{T^2} \Delta T \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{360^\circ}{21,0 \text{ ms}} 0,05 \text{ ms} \right]^2 + \left[\frac{360^\circ \cdot 7,03 \text{ ms}}{(21,0 \text{ ms})^2} 0,1 \text{ ms} \right]^2} = 110^\circ$$

17

Damit ist $\Delta\varphi_{xy} = (120,5 \pm 110)^\circ$ laut der Methode mit t-y-Modus

Bestimmung der Phasenverschiebung mit Lissajous-Ellipse

Dem Protokoll entnehmen wir die Messwerte

$$2 \Delta \hat{x} = (301 \pm 2) \text{ mV}$$

$$2 \Delta x = (66,6 \pm 0,8) \text{ mV}$$

Daraus erhalten wir

$$|\Delta x| = \left| \frac{2 \Delta x}{2} \right| = \left| \frac{(66,6 \pm 0,8) \text{ mV}}{2} \right| = (33,3 \pm 0,4) \text{ mV}$$

Aus Gleichung (3) aus dem Skript erhalten wir

$$\sin \varphi = \pm \frac{|\Delta x|}{2 \hat{x}} \Rightarrow \varphi = \arcsin \left(\pm \frac{|\Delta x|}{2 \hat{x}} \right)$$

$$= \arcsin \left(\pm \frac{33,3 \text{ mV}}{301 \text{ mV}} \right) = \begin{cases} \pm 6,25^\circ \\ \pm 173,6^\circ \end{cases}$$

Fehler von φ mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta \varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial |\Delta x|} \Delta (|\Delta x|) \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \hat{x}} \Delta (\hat{x}) \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\Delta (|\Delta x|)}{|\Delta x| \sqrt{1 - \frac{(\Delta x)^2}{(\hat{x})^2}}} \right)^2 + \left(- \frac{|\Delta x| \Delta (\hat{x})}{\sqrt{1 - \frac{(\Delta x)^2}{(\hat{x})^2}} \cdot 2 \hat{x}} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0,4 \text{ mV}}{(33,3 \text{ mV} \cdot \sqrt{1 - \frac{(33,3 \text{ mV})^2}{(301 \text{ mV})^2}})} \right)^2 + \left(\frac{33,3 \text{ mV} \cdot 2 \text{ mV}}{301 \text{ mV} \cdot \sqrt{1 - \frac{(33,3 \text{ mV})^2}{(301 \text{ mV})^2}}} \right)^2}$$

$$\approx 1^\circ$$

$$\approx 2,71 \approx 22^\circ$$

$$\text{Damit ist } \varphi = \begin{cases} (\pm 6 \pm 22)^\circ & (\pm 6 \pm 1)^\circ \\ (\pm 174 \pm 22)^\circ & \cancel{+ 6} \quad (\pm 174 \pm 1)^\circ \end{cases}$$

Der Ausrichtung der Lissajous Ellipse nach liegt
der φ zwischen 0° und 90° . Das Vorzeichen wurde auf
+ bestimmt. Damit wäre $\varphi_{\text{Lissajous}} = (6 \pm 1)^\circ$ laut
Lissajous Ellipse

18

Ein Vergleich der beiden Werte liefert

$$\varphi_{\text{Lissajous, max}} = (6+1)^\circ = 7^\circ \ll 119,4^\circ = (120,5 \pm 1,1)^\circ = \Delta\varphi_{\text{ty, min}}$$

Auch

$$\begin{aligned}\varphi_{\text{Lissajous}} + 3\Delta\varphi_{\text{Lissajous}} &= (6+3 \cdot 1)^\circ = 9^\circ \ll 117,2^\circ = (120,5 - 3 \cdot 1)^\circ \\ &= \varphi_{\text{ty}} - 3\Delta\varphi_{\text{ty}}\end{aligned}$$

Also liegt überschneiden sich nicht die dreifachen Fehlerintervalle von $\varphi_{\text{Lissajous}}$ und φ_{ty} . Die Werte sind also nicht verträglich.

Mögliche Ursachen für eine Abweichung der Werte könnten eine falsche Vorzeichenbestimmung, oder falsches Ablesen der Werte $\Delta t, T, 2\Delta x_1, 2x$ vom Oszilloskop sein. Da der Unterschied der Werte so groß ist, lässt sich die Abweichung dadurch nicht rechtfertigen. Möglicherweise wurde zwischen ty-Methode und Lissajous-Methode unachtsam am Potentiometer gedreht, sodass die Phasenverschiebung geändert wurde.

19

Teilversuch 4

Eine Vergrößerung des Widerstands bewirkte ein
Abflachen der Kurve. Die Spannung stieg also langsamer.
Grund hierfür ist der in der Vorbereitung hergeleitete
Zusammenhang $U = U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{RC} t\right) \right]$ und die
Relaxationszeit $T = RC$. Diese charakterisiert,
wie schnell der Vorgang verläuft. Für größeres
 R wird auch die Relaxationszeit größer und
somit läuft der Auf- und Entladevorgang des
Kondensators langsamer. Den selben Effekt merkt
man bei Erhöhung der Kapazität durch Parallel-
schalten eines weiteren Kondensators, da die
Relaxationszeit $T \sim C$ ist.

Teilversuch 5

20

- Erstellen einer Liste mit Excel
- Auftragen von $\ln(U)$ gegen t , Optimale Gerade zeichnen

t	t in ms	U in V	$\ln(U)$
	124	6,99	1,94
	196	6,03	1,80
	262	5,19	1,65
	305	4,66	1,54
	340	4,45	1,49
	380	4,02	1,39
	422	3,74	1,32
	458	3,45	1,24
	498	3,16	1,15
	584	2,78	1,02

Aus der Excel-Tabelle erkennt man, dass $\ln(U) - \ln(U_{\min})$ bzw. $\ln(U_{\max}) - \ln(U)$ mit zunehmendem t immer größer werden. Daher wird auch der Fehlerstreifen dort immer

Breiter

Steigung der optimalen Geraden bestimmen
Hierzu zeichne ich ein Steigungsdreieck und bestimme die Steigung mittels:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{1,10 - 1,82}{512 \text{ ms} - 172 \text{ ms}} = -2,12 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ms}}$$

Steigungen der Fehlergeraden

$$a_{\min} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{1,80 - 1,14 - 1,90}{518 \text{ ms} - 170 \text{ ms}} = -1,91 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ms}}$$

$$a_{\max} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{1,10 - 1,84}{500 \text{ ms} - 160 \text{ ms}} = -2,18 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ms}}$$

Damit ergibt sich für die Steigung

21

$$a = -(2,12 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ms}}$$

$$= -(2,12 \pm 0,06) \frac{1}{\text{s}}$$

Die Relaxationszeit T_c ist die Zeit, die benötigt wird um n vom Anfangswert auf $\frac{1}{e}$ des Anfangswertes abklingen zu lassen. Es gilt

$$a = \frac{\Delta \ln(n)}{\Delta t} = \frac{\ln(1) - \ln(\frac{1}{e})}{T_c}$$

$$\Rightarrow T_c = \frac{\ln(1) - \ln(\frac{1}{e})}{a} = -\frac{1}{a}$$

$$\text{Damit ist } T_c = -\frac{1}{a} = \frac{1}{(2,12 \pm 0,06)} \text{ s} = 0,47 \text{ s}$$

$$T_{c,\min} = \frac{1}{(2,12 + 0,06)} \text{ s} = \frac{1}{2,18} \text{ s} = 0,459 \text{ s} \quad 0,46 \text{ s}$$

$$T_{c,\max} = \frac{1}{2,12 - 0,11} \text{ s} = \frac{1}{2,01} \text{ s} = 0,49 \text{ s}$$

$$\text{Damit ist } T_c = (0,47 \pm 0,02) \text{ s}$$

Berechnung von T_c mit den Herstellerangaben

Nach Seite 13 vom Skript gilt

$$T_c = RC$$

Verwendet wurden der Widerstand $R = 1 \text{ M}\Omega \pm 1,0\%$

$$\text{und } C = 1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$$

$$= 10^6 \Omega$$

$$= (1,00 \pm 0,01) \cdot 10^6 \Omega$$

Wir erhalten daher

$$T_c = 100 \cdot 10^6 \Omega \cdot 10^{-9} \text{ F} = 1,00 \text{ s}$$

$$T_{c,\min} = R_{\min} C = 0,99 \cdot 10^6 \Omega \cdot 10^{-9} \text{ F} = 0,99 \text{ s}$$

$$T_{c,\max} = R_{\max} C = 1,01 \cdot 10^6 \Omega \cdot 10^{-9} \text{ F} = 1,01 \text{ s}$$

$$T_c = (1,00 \pm 0,01) \text{ s}$$

Ein Vergleich der Werte liefert

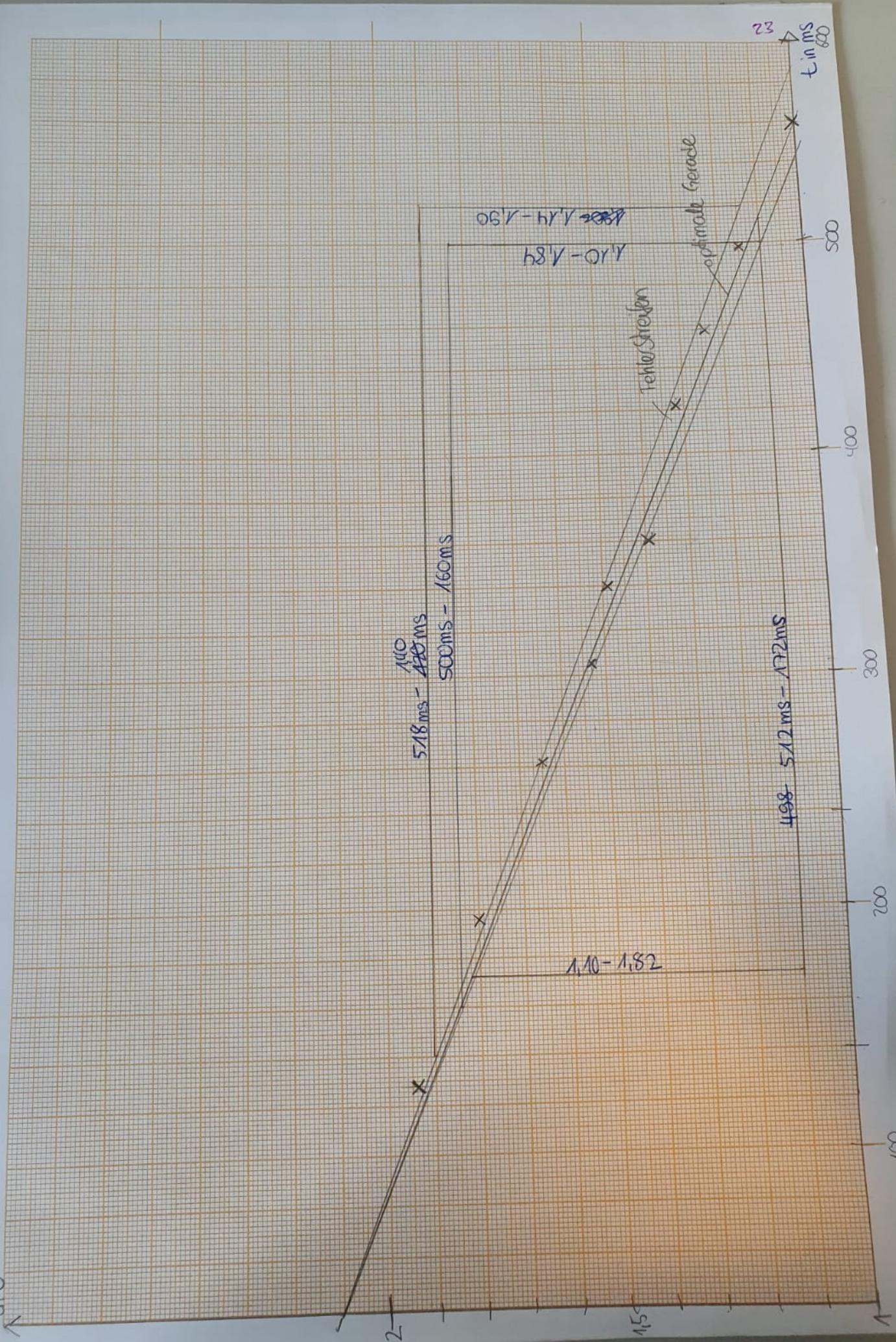
$$T_{C,\text{exp}} + 3 \Delta T_{C,\text{exp}} = 0,47\text{s} + 3 \cdot 0,02\text{s} = 0,53\text{s}$$

$$T_{C,\text{Hersteller}} - 3 \Delta T_{C,\text{Hersteller}} = 1,00\text{s} - 3 \cdot 0,01\text{s} = \overline{0,97\text{s}}$$

$T_{C,\text{exp}}$

Also überschneiden sich nicht die dreifachen Fehlerintervalle. Damit sind die Werte nicht verträglich. Möglicherweise wurden die Ablesefehler am Oszilloskop zu gering geschätzt. Der große Unterschied hat aber auch die Ursache, dass durch Kapazitäten im Oszilloskop und Innenwiderstände in den Kabeln die theoretische Relaxationszeit gegenüber der gemessenen unterscheidet

Teilversuch 5: Natürliche Logarithmen von UV gegen t/ms



t in ms	U in V	Umin in V	Umax in V	In U	In Umin	In Umax	In U-InUmi	In Umax-In U
124	6,99	6,86	7,12	1,944481	1,925707	1,962908	0,018773	0,018427
196	6,03	5,9	6,16	1,796747	1,774952	1,818077	0,021795	0,02133
262	5,19	5,06	5,32	1,646734	1,621366	1,671473	0,025367	0,02474
305	4,66	4,53	4,79	1,539015	1,510722	1,56653	0,028294	0,027515
340	4,45	4,32	4,58	1,492904	1,463255	1,521699	0,029649	0,028795
380	4,02	3,89	4,15	1,391282	1,358409	1,423108	0,032873	0,031826
422	3,74	3,61	3,87	1,319086	1,283708	1,353255	0,035378	0,034169
458	3,45	3,32	3,58	1,238374	1,199965	1,275363	0,038409	0,036989
498	3,16	3,03	3,29	1,150572	1,108563	1,190888	0,042009	0,040316
584	2,78	2,65	2,91	1,022451	0,97456	1,068153	0,047891	0,045702

Teilversuch 5: Zeiten, zugehörige Spannungen
und natürliche Logarithmen der Spannungen