

**Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München**  
**Grundpraktikum in Experimentalphysik - Kurs P2**  
**Blockpraktikum vom 10. Aug. bis 07. Sept. 2020**

<b>Versuch:</b>	VIR@Home	<b>Gruppe:</b>	F2-2					
<b>Vorname:</b>	Yudong	<b>Name:</b>	Sun					
Mit Abgabe der Auswertung wird bestätigt, dass diese eigenständig erstellt wurde!								
Punkte der Vorbereitung:			2,0	1,6	1,2	0,8	0,4	0,0
					1. Abgabe		2. Abgabe	
Alle Teilversuche vollständig ausgewertet?					Ja	Nein	Ja	Nein
Wurden immer korrekte Formeln angegeben und eigene Werte eingesetzt?					Ja	Nein	Ja	Nein
Wurde immer eine Fehlerrechnung durchgeführt?					Ja	Nein	Ja	Nein
Wurde immer eine aussagekräftige Diskussion geführt?					Ja	Nein	Ja	Nein
Sind Endergebnisse immer angegeben und korrekt gerundet?					Ja	Nein	Ja	Nein
Wurden alle Diagramme mit geeignetem Maßstab und Titel eingeklebt?					Ja	Nein	Ja	Nein
Enthalten die Diagramme alle Messwerte, Beschriftungen u. Konstruktionen?					Ja	Nein	Ja	Nein
Auswertung erhalten am:								
Auswertung zurückgegeben am:								
Nacharbeit notwendig bis:					nicht möglich			
Wird eine der obigen Fragen bei der ersten Abgabe mit Nein beantwortet ist eine Nacharbeit erforderlich!								
Punkte:		Datum, Abtestat:						

Bitte bewahren Sie Ihre Hefte nach dem Praktikum unbedingt auf.

# VIR@Home – Viskosität und Reynoldszahl

## Laborbericht

Yudong Sun  
Gruppe F2-2

25. August 2020

Dieser Laborbericht (Lab Report) enthält alle drei Teile einer Versuchsabgabe (Vorbereitung, Protokoll und Auswertung). Die Vorbereitungen sind aufgrund der spezifischen Aufforderung handschriftlich geschrieben. Das Format sieht aber anders als eine normale Abgabe.

Das Experiment war mit Corinna Elena Wegner zusammen durchgeführt.

### Inhaltsverzeichnis

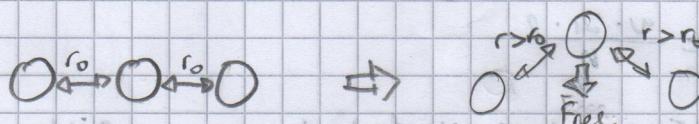
<b>1</b>	<b>Vorbereitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Versuchsaufbau und -durchführung</b>	<b>6</b>
2.1	Aufstieg von Luftblasen . . . . .	6
2.2	Kugelfallviskosimeter . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Messwerten und Auswertung</b>	<b>11</b>
3.1	Aufstieg von Luftblasen . . . . .	11
3.1.1	Dichte des Spülmittels . . . . .	11
3.1.2	Viskosität des warmen Spülmittels . . . . .	13
3.1.3	Viskosität des kalten Spülmittels . . . . .	16
3.1.4	Diskussion . . . . .	18
3.2	Kugelfallviskosimeter . . . . .	20
3.2.1	Viskosität . . . . .	20
3.2.2	Diskussion . . . . .	20
<b>A</b>	<b>Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 1</b>	<b>21</b>
A.1	gnuplot Quellcode für warmes Spülmittel . . . . .	21
A.2	gnuplot Quellcode für kaltes Spülmittel . . . . .	22

## VIR@Home - Viskosität und Reynoldszahl

### Zusammenfassung der physikalischen Grundlagen

#### 1.1 Mikroskopische Bild von Flüssigkeiten

- Moleküle einer Flüssigkeit oder eines Gases (Fluid) bewegen sich innerhalb ihres Volumens relativ frei und ungeordnet.  
 $\Rightarrow$  Brownsche / thermische Bewegung.  
 $\Rightarrow$   $v_{rms}$  entspricht Temperatur ( $v_{rms}$  proportional zur Temperatur)
- Zwischen Moleküle wirken elektrische Kräfte (nur benachbarten Teilchen)
  - $\Rightarrow$  Adhäsionskräften      Flüssigkeits-Molekül  $\Leftrightarrow$  Molekülen eines angrenzenden Mediums
  - $\Rightarrow$  Kohäsionskräften      Flüssigkeits-Molekül  $\Leftrightarrow$  Flüssigkeits-Molekül
- Bei bestimmter Abstand  $r_0$  sind die Moleküle im Gleichgewicht. Moleküle bewegen sich dann aufgrund thermischer Bewegungen um diese  $r_0$ .



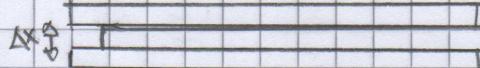
- Kräfte  $\Rightarrow$  Eigenschaften

$\hookrightarrow$  sollten sollte die thermische Bewegung einzelner Moleküle zu groß sein, können die Moleküle den Flüssigkeitsverband verlassen (diffundieren)

$\hookrightarrow$  Bei Gasen sind die thermische Bewegungen deutlich stärker als die Kräfte  $\Rightarrow$  hält sich nicht in einem Flüssigkeitsverband.

#### 1.2 Viskosität und Reynoldszahl

- Anziehungskraft führt zur Reibung zwischen Moleküle. Molekülbewegung bei einer strömenden Flüssigkeit wird abgebremst.
- Modellierung: Flüssigkeit in einzelne sehr dünne Schichten unterteilen, die parallel zur Bewegungsrichtung liegen.
  - $\hookrightarrow$  Gegenströmung nicht vermischen: laminare Strömung.
  - $\hookrightarrow$  Gegenströmung vermischen (wirbeln): turbulent.



$$\rightarrow \Delta v$$

Bremsende Kraft  $F$ :

$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

wobei  $A$  die Fläche der aneinander vorbeigleitenden Schichten ist.

Die Proportionalitätskonstante ist  $\eta$  = Viskosität,  $[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$ .

$$\Rightarrow F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

- Ist  $\eta$  unabhängig von Geschwindigkeit  $v$   $\rightarrow$  Newtonsche Flüssigkeit.
- $\eta(T)$  nimmt mit steigender Temperatur ab.
- Oft: niedrige Strömungsgeschwindigkeit  $\rightarrow$  laminar.  
höher Strömungsgeschwindigkeit  $\rightarrow$  turbulent.
- Oft die Strömung um ein kugelförmiges Objekt laminar oder turbulent sein wird, kann man durch die Reynoldszahl abschätzen:

$$Re = \frac{v \cdot 2r \cdot \rho}{\eta}$$

mit  $v$ : Strömungsgeschwindigkeit der Kugel  
 $r$ : Kugelradius

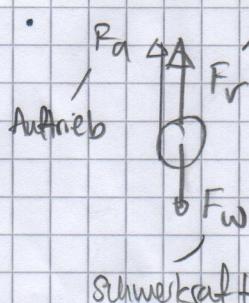
$\rho$ : Dichte der Flüssigkeit  
 $\eta$ : Viskosität.

Wenn  $Re \geq 2000$ , wird eine Strömung ungefähr turbulent.

### 1.3 wirkende Kräfte auf eine umströmte Kugel

- Kleine Kugel, die sich langsam in einer Flüssigkeit bewegt  
 $\Rightarrow$  entsteht keine starke Verwirbelung.
- \* Flüssigkeit muss weit ausgedehnt sein  $\Rightarrow$  klein Beeinflussung durch Gefäßwand in der Nähe der Kugel.
- Unter solchen Bedingungen kann man das Stokesche Gesetz annehmen:

$$F_r = -6\pi r \eta v$$



$$F_w = m_k g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g \quad \text{mit } \rho_k = \text{Dichte der Kugel.}$$

Bei konstanter Geschwindigkeit gilt

$$F_r = F_w \Leftrightarrow -6\pi r \eta v + \underbrace{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g}_{\text{Stokes}} - \underbrace{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{fl}} g}_{F_G} = \underbrace{\text{Schwerkraft}}_{= F_{\text{G}}}$$

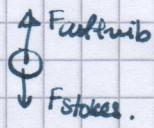
$$\text{umgestellt: } \eta = \frac{2gr^2}{9\nu} (p_k - p_{FZ}) \quad (1.3.1)$$

### Technische Einheiten

#### 2.1 Aufstieg von Luftblasen

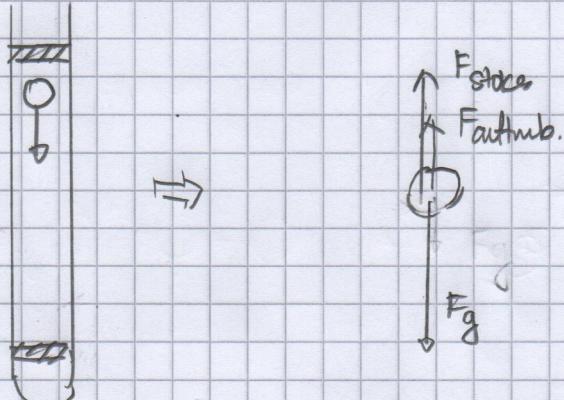
$$F_{\text{Auftrieb}} = -\frac{4}{3}\pi r_{\text{luftblase}}^3 \rho_{\text{Spülfl.}} \cdot g$$

$$\Rightarrow \eta_{\text{Spülfl.}} = \frac{2 \cdot g \rho_{\text{Spülfl.}}}{9 \nu_{\text{luftblase}}} \cdot r_{\text{luftblase}}^2.$$



#### 2.2 Kugelfallviscosimeter

$\eta$  kann mittels Gleichung (1.3.1) bestimmt werden.



## Versuchsaufbau und -durchführung

In allen Experimenten wird das Spülmittel „Limonen Spülmittel“ von Frosch verwendet. Der Handelsname entspricht „FROSCH LIMONEN SPÜLMITTEL EF 750 ML D“.

### Aufstieg von Luftblasen

- Versuchsziel** Bestimmung der Viskosität von Spülmittel durch Beobachtung des Blasenaufstiegs in Abhängigkeit von der Temperatur  
**Messmethode** Kamera und das Software osp-tracker<sup>1</sup>

#### 1. Bestimmung der Dichte

Zur Bestimmung der Dichte des Spülmittels wird eine halbgefüllte Spülmittelflasche ins Wasser schwimmen gelassen. So funktioniert die Flasche als einen Aräometer. Die Höhe des Wasserpegels wird dann auf das Fläscbe mit einem Marker markiert und die Höheunterschied mittels osp-tracker bestimmt.



Abbildung 2.1: Aräometer Aufbau



Abbildung 2.2: Bestimmung der Höhe des Wasserpegels

Sodass das Volumen des verdrängtes Wassers genauer bekannt ist, ist der 10 L Eimer in einer große Schüssel gelagert. Das verdrängte Wasser ist dann in dieser Schüssel aufgefangen und deren Volumen mit einem Messbecher bestimmt.

Die bestimmte Dichte wird dann mit den vom Hersteller angegebenen Werten und den aus einen Aräometer ermittelten Werten verglichen.

#### 2. Aufstieg von Luftblasen

Das Spülmittel ist dann 1 Stunde lang im Raum gelagert, damit es die Temperatur der Umgebung angenommen hat. Die gemessene Temperatur war  $(29 \pm 1)^\circ\text{C}$ .

---

<sup>1</sup>[physlets.org/tracker/](http://physlets.org/tracker/)

Anstelle der vorgeschriebenen Schüttelmethode sind Luftblasen durch Pusten in einem Strohhalm produziert. Dadurch ist die Blasenproduktion besser kontrolliert und man muss nicht darauf warten, dass die kleinen Blasen verschwinden, wenn zu viele kleine Blasen durch das Schütteln entstehen, was den Aufstieg von größeren Blasen verhindert. Die Größe der Luftblasen wurden aber dadurch etwa größer sein.

Der Aufstieg der Luftblasen wurden dann mit einem Handycamera bei 60 Bilder pro Sekunde aufgenommen. Das Handy war ein SAMSUNG S10e mit der Auflösung von 1080x1920 Pixels (d.h. vertikale Ausrichtung) und einem Zoomfaktor von 1.0x.



Abbildung 2.3: Experiment Aufbau

Das Handy wird während des Experiments mit einem Klebeband aufrechts gehalten.

Die Auswertung erfolgt dann in **osp-tracker**. Dabei sind die Durchmesser und Positionen gemessen.

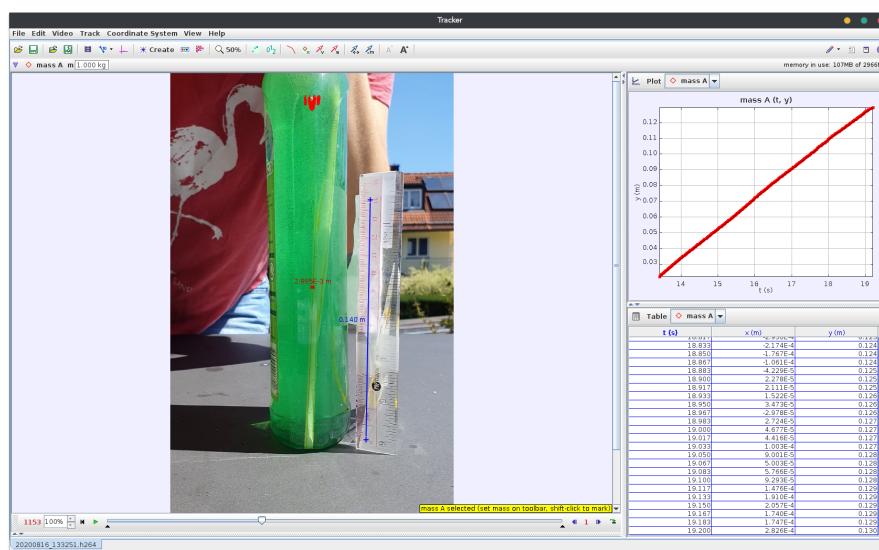


Abbildung 2.4: Auswertung in **osp-tracker**

Der Aufstieg von 10 Luftblasen wurden aufgenommen.



Abbildung 2.5: Ein solcher Aufstieg

Das Spülmittel wurde dann im Gefrierschrank für 2 Stunden gelagert und dann grob geschüttelt, sodass die Temperatur des Spülmittels überall gleich war. Die gemessene Temperaturen waren:

Anfangstemperatur $\theta_i$	$(4 \pm 1)^\circ\text{C}$
Endtemperatur $\theta_f$	$(12 \pm 1)^\circ\text{C}$

Das Experiment wurden dann mit 10 Luftblasen im kalten Spülmittel wiederholt. Es ist beobachtet, dass die Luftblase im kalten Spülmittel wie einen umgekehrten Tropfen aussah.



Abbildung 2.6:  
Luftblasen im kalten  
Spülmittel

Wegen der unkugelförmigen Form der Luftblasen im kalten Spülmittel, ist ein Kreis am oberen Teil der Blase erst angepasst, bevor die Messungen des Durchmesser durchgeführt sind. Da die Luftblasen in der Bewegungsrichtung immer noch kugelförmig ist, ist das eine gute Annäherung dafür.



Abbildung 2.7: Messungen des Durchmessers im kalten Spülmittel in osp-tracker

Um möglichst wenig Verformung in der Aufnahmen zu haben, ist die Spülmittelflasche von der Seite gefilmt, wo die Wand flacher ist. Die Luftblasen sind auch möglichst nah an der Wand erzeugt. Dies gilt für den ganzen Teilversuch.

## Kugelfallviskosimeter

**Versuchsziel** Bestimmung der Viskosität von Spülmittel bei Raumtemperatur mit einem improvisierten Kugelfallviskosimeter

**Messmethode** Kamera und das Software osp-tracker

Eine Wasserflasche wurde mit Spülmittel bei  $T = (33 \pm 1)^\circ\text{C}$  gefüllt und als Kugelfallviskosimeter verwendet. Stahlkugeln aus einem magnetischen Konstruktionsspielzeug sind dann mit einer Schieblehre gemessen und dann mit Spiritus (70% v/v Ethanol) gereinigt.

Die Stahlkugeln haben folgenden Eigenschaften:

Masse $m$	$(8,5 \pm 0,2) \text{ g}$
Durchmesser $d$	$(12,7 \pm 0,1) \text{ mm}$

wobei die Masse  $m$  aus einer Messung aus  $15m = (127 \pm 3) \text{ g}$  hergeleitet ist.

Die Spülmittelflasche in Abbildung 2.3 wurde mit dem Kugelfallviskosimeter ersetzt und die Stahlkugel ins Spülmittel fallen gelassen. Dazu sind die Kugeln nach der Reinigung nur mit Pinzette behandelt. Der Fallverlauf wurde dann mit dem gleichen Handy und der gleichen Einstellungen wie in dem vorherigen Versuch aufgenommen.

Die Messung der Zeit und Position erfolgt danach im osp-tracker.

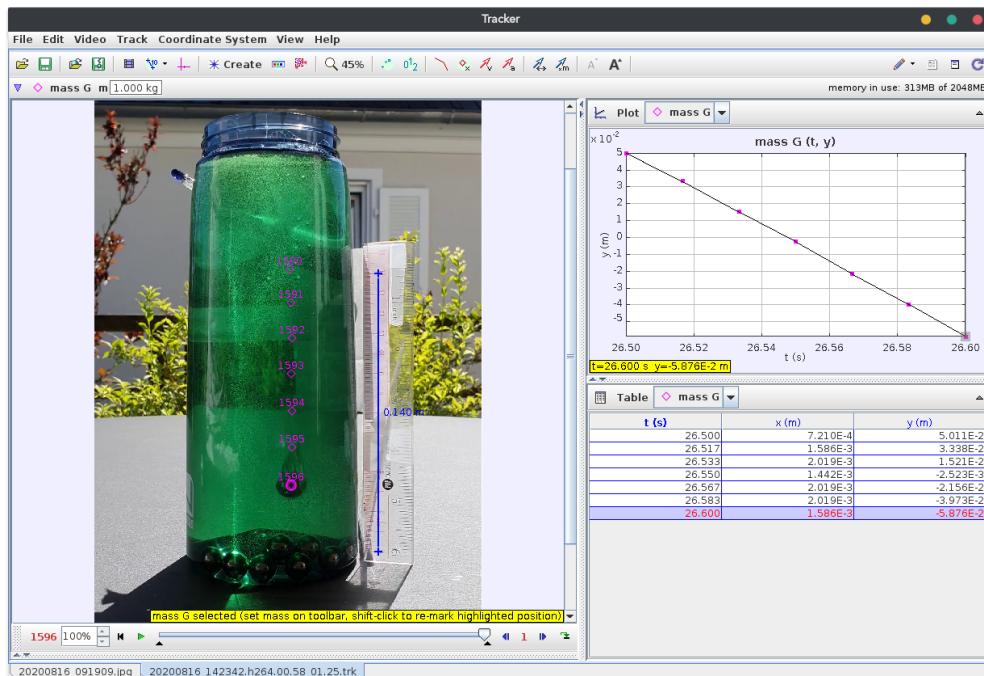


Abbildung 2.8: Auswertung in osp-tracker

Diese Messungen sind für insgesamt 9 Stahlkugeln wiederholt.

## Messwerten und Auswertung

### Aufstieg von Luftblasen

#### Dichte des Spülmittels

Nach dem Archimedischen Prinzip ist die Auftriebskraft, die die Flasche ins Wasser hält, gleich die Gewicht des verdrängten Wassers. Somit gilt:

$$F_A = \rho_{\text{wasser}} V_{\text{wasser}} g \quad (3.1.1)$$

Da die Flasche im Wasser schwimmt, also ist die Flasche im Gleichgewicht und es gilt:

$$F_G = F_A \quad (3.1.2)$$

$$\rho_{\text{spüli}} V_{\text{spüli}} g = \rho_{\text{wasser}} V_{\text{wasser}} g \quad (3.1.3)$$

$$\rho_{\text{spüli}} = \rho_{\text{wasser}} \frac{V_{\text{wasser}}}{V_{\text{spüli}}} \quad (3.1.4)$$

Dabei ist die Volumen des verdrängtes Wassers als  $V_{\text{wasser}} = (650 \pm 50) \text{ cm}^3$ .

Wir nehmen an, dass der Flasche die Querschnittsfläche für den unteren Teil überall gleich ist, somit ist das Volumen proportional zur Höhe und wir erhalten:

$$\rho_{\text{spüli}} = \rho_{\text{wasser}} \frac{h_{\text{wasser}}}{h_{\text{spüli}}} \quad (3.1.5)$$

mit dem entsprechenden Fehler:

$$\Delta \rho_{\text{spüli}} = \rho_{\text{spüli}} \sqrt{\left( \frac{\Delta h_{\text{wasser}}}{h_{\text{wasser}}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta h_{\text{spüli}}}{h_{\text{spüli}}} \right)^2} \quad (3.1.6)$$

Aus osp-tracker und The Engineering Toolbox<sup>2</sup> haben wir als Werten:

Höhe des Wasserpegels	$h_{\text{wasser}}$	$(0,160 \pm 0,005) \text{ m}$
Höhe des Spülmittels	$h_{\text{spüli}}$	$(0,147 \pm 0,005) \text{ m}$
Wasserdichte bei 29 °C	$\rho_{\text{wasser}}$	$995,96 \text{ kg m}^{-3}$

Damit gilt:

$$\rho_{\text{spüli}} = 995,96 \text{ kg m}^{-3} \frac{0,160 \text{ m}}{0,147 \text{ m}} = 1084,04 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{6 sig. Zif.}) \quad (3.1.7)$$

$$\Delta \rho = 995,96 \text{ kg m}^{-3} \frac{0,160 \text{ m}}{0,147 \text{ m}} \sqrt{\left( \frac{0,005 \text{ m}}{0,160 \text{ m}} \right)^2 + \left( \frac{0,005 \text{ m}}{0,147 \text{ m}} \right)^2} = 50,0714 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{6 sig. Zif.}) \quad (3.1.8)$$

Folglich haben wir eine Dichte von  $\rho_{\text{spüli}} = (1080 \pm 60) \text{ kg m}^{-3} = (1,08 \pm 0,06) \text{ g cm}^{-3}$ .

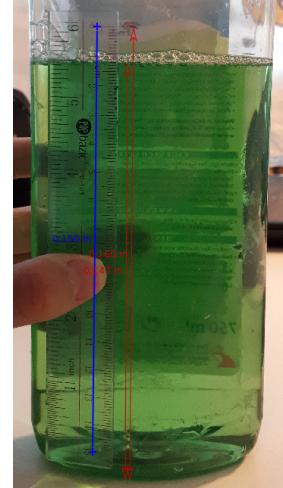


Abbildung 3.1: Messungen der Höhe des Wasserpegels in osp-tracker

<sup>2</sup>[www.engineeringtoolbox.com/water-density-specific-weight-d\\_595.html?vA=29&units=C#](http://www.engineeringtoolbox.com/water-density-specific-weight-d_595.html?vA=29&units=C#)

Im Vergleich zum Literaturwert<sup>3</sup> haben wir:

Quelle	Temperatur	Wert/g cm <sup>-3</sup>
Experiment	(29 ± 1) °C	1,08 ± 0,06
Aräometer	≈ 23 °C	1,024 ± 0,001
Hersteller	20 °C	1,025

Die von Aräometer ermittelte Dichte stimmt mit dem Literaturwert überein. Unser experimenteller Wert ist aber nur verträglich mit der anderen zwei Werten. Dieser Unterschied liegt vermutlich daran, dass das Gewicht der Flasche nicht berücksichtigt war. Am Boden der Flasche gibt es auch eine Aussparung, was auch nicht berücksichtigt war.

---

<sup>3</sup>[daten.oehme-lorito.de/sdb/frosch%20geschirrsp%C3%BClmittel%20limonen.pdf](http://daten.oehme-lorito.de/sdb/frosch%20geschirrsp%C3%BClmittel%20limonen.pdf), Seite 6

### Viskosität des warmen Spülmittels

Die Aufnahmen wurden erst mit `ffmpeg` geschnitten, bevor sie im `osp-tracker` geladen sind. Dadurch ist die Anzahl der Frames für jeden Verlauf niedrig gehalten und `osp-tracker` kann somit schneller die Videos verarbeiten.

Zur Messung des Durchmessers  $2r$  wurden 5 Messungen mit der „Measuring Tape“ Funktion in `osp-tracker` durchgeführt. Der Mittelwert und die Standardabweichung wurden dann mit LibreOffice Calc berechnet. Dazu sind die Funktionen `AVERAGE` und `STDEV` verwendet. Die Standardabweichung entspricht dann die Unsicherheit des Durchmessers:

Blase	$2r_1/\text{mm}$	$2r_2/\text{mm}$	$2r_3/\text{mm}$	$2r_4/\text{mm}$	$2r_5/\text{mm}$	$\overline{(2r)}/\text{mm}$
1	2,753	2,810	2,890	2,814	2,920	$2,84 \pm 0,07$
2	2,664	2,629	2,632	2,593	2,645	$2,633 \pm 0,027$
3	3,033	3,073	3,014	2,973	3,117	$3,04 \pm 0,06$
4	2,675	2,769	2,725	2,501	2,545	$2,64 \pm 0,12$
5	3,423	3,463	3,539	3,547	3,502	$3,49 \pm 0,06$
6	3,537	3,586	3,597	3,501	3,595	$3,56 \pm 0,05$
7	7,351	6,899	6,953	7,407	6,916	$7,11 \pm 0,26$
8	5,511	5,774	5,368	5,721	5,472	$5,57 \pm 0,18$
9	2,939	2,640	2,693	2,724	2,770	$2,75 \pm 0,12$
10	3,641	3,797	3,858	3,733	3,668	$3,74 \pm 0,09$

Die erhaltene Zeit-Position Daten aus `osp-tracker` sind mit `gnuplot` geplottet und es wurde eine Kurvenanpassung zur  $y = mt + c$  für jede Blase durchgeführt. Da `osp-tracker` keine explizite Unsicherheit ermittelt, vernachlässigen wir sie für die Kurvenanpassung.

Für das genaue `gnuplot` Code, siehe Appendix A.1.

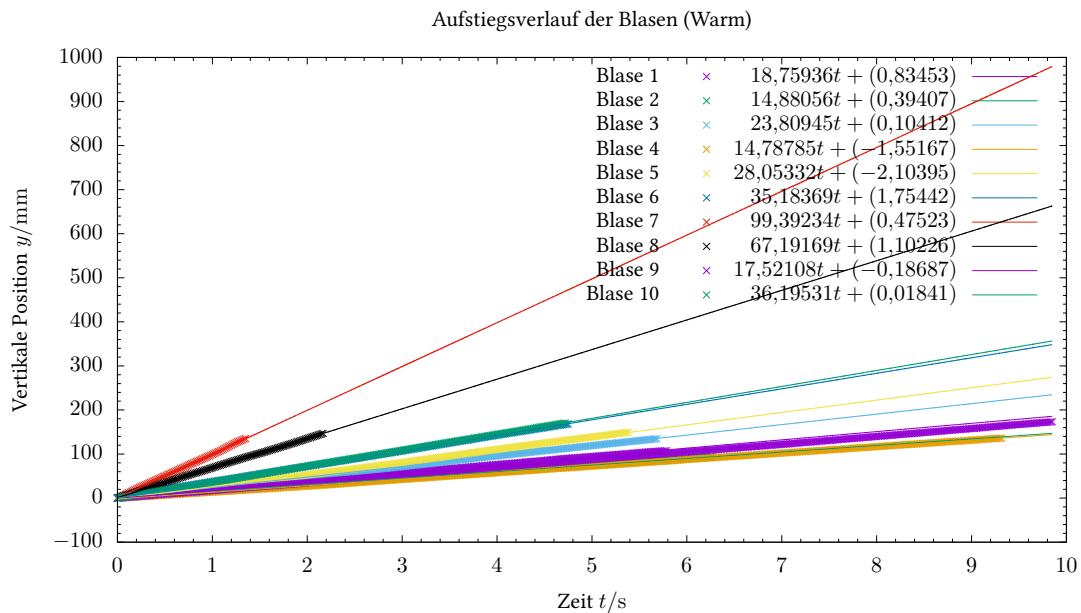


Abbildung 3.2: Aufstieg der Luftblasen im warmen Spülmittel ([Daten](#))

Als Endergebnis erhalten wir:

Blase Nr.	$m/\text{mm s}^{-1}$	$c/\text{mm}$	$\chi^2_{\text{red}}$
1	$18,759\,36 \pm 0,016\,79$	$0,834\,53 \pm 0,056\,11$	0,275 05
2	$14,880\,56 \pm 0,003\,10$	$0,394\,07 \pm 0,011\,23$	0,011 94
3	$23,809\,45 \pm 0,010\,52$	$0,104\,12 \pm 0,034\,53$	0,102 42
4	$14,787\,85 \pm 0,007\,70$	$-1,551\,67 \pm 0,041\,44$	0,241 11
5	$28,053\,32 \pm 0,032\,72$	$-2,103\,95 \pm 0,101\,76$	0,842 66
6	$35,183\,69 \pm 0,018\,51$	$1,754\,42 \pm 0,050\,80$	0,185 49
7	$99,392\,34 \pm 0,140\,13$	$0,475\,23 \pm 0,109\,55$	0,250 57
8	$67,191\,69 \pm 0,086\,85$	$1,102\,26 \pm 0,108\,85$	0,392 51
9	$17,521\,08 \pm 0,004\,86$	$-0,186\,87 \pm 0,027\,67$	0,113 64
10	$36,195\,31 \pm 0,008\,80$	$0,018\,41 \pm 0,023\,99$	0,041 08

Aus der niedrigen  $\chi^2_{\text{red}}$  sind alle Kurveanpassungen gut.  $m$  entspricht in diesem Fall die Geschwindigkeit  $v$ . Laut der Anleitung gilt:

$$\eta_{\text{spüli}} = \frac{2 \cdot g \rho_{\text{spüli}}}{9 \cdot v_{\text{Luftblase}}} \cdot r_{\text{Luftblase}}^2 = \frac{g \cdot \rho_{\text{spüli}}}{18 \cdot v_{\text{Luftblase}}} \cdot (2r_{\text{Luftblase}})^2 \quad (3.1.9)$$

$$\Delta \eta_{\text{spüli}} = \eta_{\text{spüli}} \sqrt{\left(\frac{\Delta \rho_{\text{spüli}}}{\rho_{\text{spüli}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v_{\text{Luftblase}}}{v_{\text{Luftblase}}}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta (2r_{\text{Luftblase}})}{2r_{\text{Luftblase}}}\right)^2} \quad (3.1.10)$$

Die Viskositäten und die entsprechenden Fehler wurden dann mittels LibreOffice Calc anhand (3.1.9) und (3.1.10) berechnet. Die genaue Rechnung sind wegen Übersichtlichkeit hier ausgelassen.

Als Ergebnis erhalten wir:

Blase Nr. $i$	$2r_i/\text{mm}$	$v_i/\text{mm s}^{-1}$	$\eta_i/\text{mPa s}$
1	$2,84 \pm 0,07$	$18,759 \pm 0,017$	$253 \pm 19$
2	$2,633 \pm 0,027$	$14,881 \pm 0,004$	$274 \pm 17$
3	$3,04 \pm 0,06$	$23,809 \pm 0,011$	$228 \pm 16$
4	$2,64 \pm 0,12$	$14,788 \pm 0,008$	$280 \pm 30$
5	$3,49 \pm 0,06$	$28,053 \pm 0,04$	$256 \pm 17$
6	$3,56 \pm 0,05$	$35,183 \pm 0,02$	$212 \pm 14$
7	$7,11 \pm 0,26$	$99,392 \pm 0,15$	$299 \pm 28$
8	$5,57 \pm 0,18$	$67,191 \pm 0,09$	$272 \pm 24$
9	$2,75 \pm 0,12$	$17,521 \pm 0,005$	$254 \pm 27$
10	$3,74 \pm 0,09$	$36,195 \pm 0,009$	$227 \pm 17$

Der Mittelwert  $\bar{\eta}$  ist dann gegeben durch:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \eta_i \quad \text{mit} \quad \Delta \bar{\eta} = \frac{1}{10} \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (\Delta \eta_i)^2} \quad (3.1.11)$$

und die Standardabweichung:

$$s(\eta) = \sqrt{\frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^{10} (\eta_i - \bar{\eta})^2} \quad (3.1.12)$$

Die genauen Rechnungen erfolgen anhand (3.1.11) und (3.1.12) in LibreOffice Calc und sind wegen Übersichtlichkeit hier ausgelassen. Für den Mittelwert und die Standardabweichung sind die Funktionen AVERAGE und STDEV.S direkt verwendet. Wir erhalten:

Mittelwert	$\bar{\eta}$	255,5 mPas
Unsicherheit des Mittelwertes	$\Delta\bar{\eta}$	6,9 mPas
Standardabweichung	$s(\eta)$	28 mPas

wobei  $\Delta\bar{\eta}$  und  $s(\eta)$  beides auf 2 signifikanten Ziffern aufgerundet sind.

Da die Standardabweichung größer als die Unsicherheit des Mittelwertes ist, nehmen wir die Standardabweichung als Fehler und erhalten für  $T = (29 \pm 1)^\circ\text{C}$  eine Viskosität von  $\eta = (256 \pm 28) \text{ mPas}$ .

### Viskosität des kalten Spülmittels

Wir wiederholen nun alle Rechnungen für das kalte Spülmittel. Sodass die Variablen nicht durcheinander kommen, sind die Auswertung zum kalten Spülmittel hier im zweiten Abschnitt geteilt.

Es ist davon ausgegangen, dass die Dichte des Spülmittels nicht Temperaturabhängig ist.

#### *Messung der Durchmesser*

Im Allgemein sind die Durchmesser für das kalte Spülmittel größer, da es schwieriger war, eine Blase im Spülmittel zu pusten.

Blase	$2r_1/\text{mm}$	$2r_2/\text{mm}$	$2r_3/\text{mm}$	$2r_4/\text{mm}$	$2r_5/\text{mm}$	$\overline{(2r)}/\text{mm}$
1	8,164	8,244	8,149	8,256	8,284	$8,23 \pm 0,06$
2	8,082	8,039	8,067	8,107	7,993	$8,05 \pm 0,05$
3	11,80	12,01	12,11	11,54	11,99	$11,91 \pm 0,26$
4	13,50	13,46	13,70	14,09	13,66	$13,73 \pm 0,27$
5	8,508	8,550	8,663	8,466	8,497	$8,54 \pm 0,09$
6	9,846	9,806	9,702	9,746	9,798	$9,76 \pm 0,05$
7	10,74	10,90	10,76	10,94	10,82	$10,86 \pm 0,09$
8	8,979	8,913	9,058	8,873	8,892	$8,93 \pm 0,09$
9	9,062	9,031	8,886	9,133	9,042	$9,02 \pm 0,11$
10	8,966	9,070	9,082	9,053	9,173	$9,09 \pm 0,06$

#### *Geschwindigkeit mittels gnuplot*

Für das genaue gnuplot Code, siehe Appendix A.2.

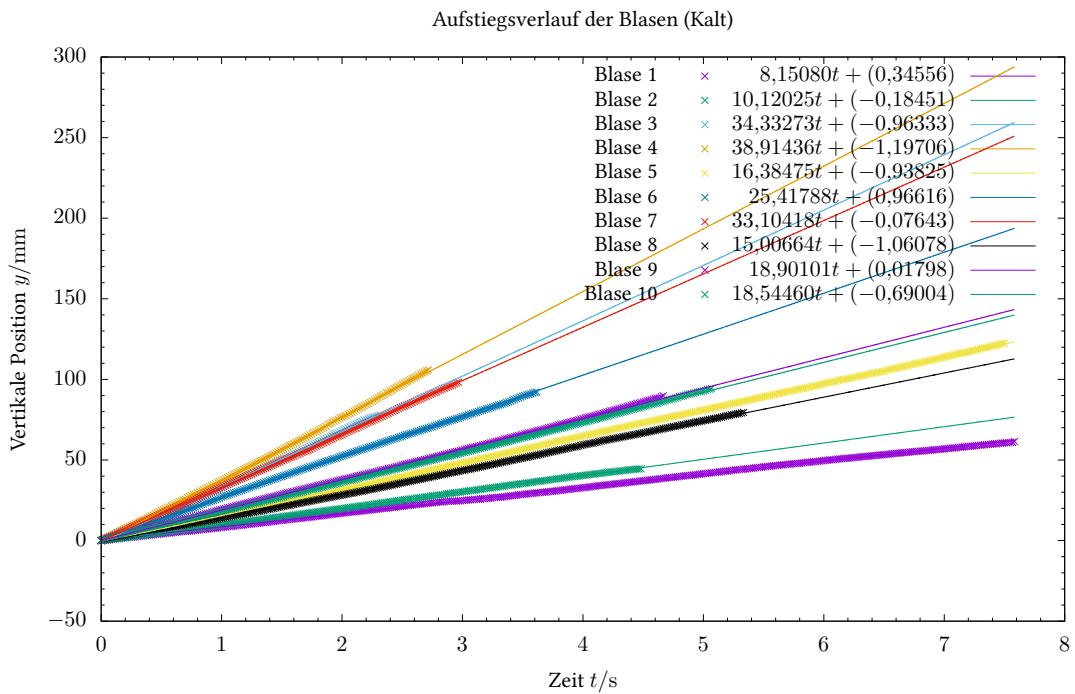


Abbildung 3.3: Aufstieg der Luftblasen im kalten Spülmittel ([Daten](#))

Als Endergebnis erhalten wir:

Blase Nr.	$m/\text{mm s}^{-1}$	$c/\text{mm}$	$\chi^2_{\text{red}}$
1	$8,150\,80 \pm 0,008\,13$	$0,345\,56 \pm 0,035\,60$	0,144 95
2	$10,120\,25 \pm 0,006\,86$	$-0,184\,51 \pm 0,017\,77$	0,021 44
3	$34,332\,73 \pm 0,049\,27$	$-0,963\,33 \pm 0,066\,02$	0,154 18
4	$38,914\,36 \pm 0,069\,53$	$-1,197\,06 \pm 0,109\,23$	0,493 63
5	$16,384\,75 \pm 0,008\,54$	$-0,938\,25 \pm 0,037\,01$	0,154 91
6	$25,417\,88 \pm 0,038\,70$	$0,966\,16 \pm 0,080\,91$	0,359 20
7	$33,104\,18 \pm 0,020\,57$	$-0,076\,43 \pm 0,035\,28$	0,056 17
8	$15,006\,64 \pm 0,019\,69$	$-1,060\,78 \pm 0,060\,68$	0,296 91
9	$18,901\,01 \pm 0,018\,44$	$0,017\,98 \pm 0,049\,73$	0,174 65
10	$18,544\,60 \pm 0,015\,97$	$-0,690\,04 \pm 0,046\,76$	0,167 51

Aus der niedrigen  $\chi^2_{\text{red}}$  sind alle Kurveanpassungen gut.

#### Viskosität mittels LibreOffice Calc

Wir berechnen nun die Viskosität  $\eta$  mittels (3.1.9) und (3.1.10) in LibreOffice Calc:

Blase Nr. $i$	$2r_i/\text{mm}$	$v_i/\text{mm s}^{-1}$	$\eta_i/\text{mPa s}$
1	$8,23 \pm 0,06$	$8,151 \pm 0,009$	$4890 \pm 290$
2	$8,05 \pm 0,05$	$10,12 \pm 0,07$	$3770 \pm 220$
3	$11,91 \pm 0,26$	$34,33 \pm 0,05$	$2430 \pm 180$
4	$13,73 \pm 0,27$	$38,91 \pm 0,07$	$2850 \pm 200$
5	$8,54 \pm 0,09$	$16,385 \pm 0,009$	$2620 \pm 160$
6	$9,76 \pm 0,05$	$25,42 \pm 0,04$	$2210 \pm 130$
7	$10,86 \pm 0,09$	$33,104 \pm 0,021$	$2100 \pm 130$
8	$8,93 \pm 0,09$	$15,01 \pm 0,20$	$3130 \pm 190$
9	$9,02 \pm 0,11$	$18,901 \pm 0,019$	$2530 \pm 160$
10	$9,09 \pm 0,06$	$18,545 \pm 0,016$	$2620 \pm 150$

und den Mittelwert, die Unsicherheit des Mittelwertes (mittels Gleichung (3.1.11)) und die Standardabweichung (mittels Gleichung (3.1.12)) in LibreOffice Calc:

Mittelwert	$\bar{\eta}$	2915 mPa s
Unsicherheit des Mittelwertes	$\Delta\bar{\eta}$	60 mPa s
Standardabweichung	$s(\eta)$	850 mPa s

wobei  $\Delta\bar{\eta}$  und  $s(\eta)$  beides auf 2 signifikanten Ziffern aufgerundet sind.

Da die Standardabweichung größer als die Unsicherheit des Mittelwertes ist, nehmen wir die Standardabweichung als Fehler. Da das Spülmittel am Anfang und am Ende unterschiedliche Temperaturen hat, berechnen wir nun den Mittelwert:

$$T' = \frac{4^\circ\text{C} + 12^\circ\text{C}}{2} = 8^\circ\text{C} \quad (3.1.13)$$

$$\Delta T' = \frac{1}{2} \sqrt{(1^\circ\text{C})^2 + (1^\circ\text{C})^2} = 0,8^\circ\text{C} \quad (3.1.14)$$

und erhalten für  $T' = (8,0 \pm 0,8)^\circ\text{C}$  eine Viskosität von  $\eta = (2900 \pm 900) \text{ mPa s}$ .

## Diskussion

Zusammengefasst mit der Herstellerangabe zur Viskosität<sup>4</sup> haben wir:

Quelle	Temperatur/°C	Viskosität/mPa s
Experiment	$29 \pm 1$	$256 \pm 28$
Experiment	$8,0 \pm 0,8$	$2900 \pm 900$
Hersteller	ca. 20	1000

Da die Fehler ziemlich groß war (11% beim Warmen, 31% beim Kalten), ist es nicht sehr aussagekräftig im dreifachen Fehlerintervall zu vergleichen. Wir vergleichen somit immer nur im einfachen Fehlerintervall der Werten. Die Fehler könnten kleiner sein, wenn wir statt der Standardabweichung, der Fehler der Steigung zur optimalen Gerade der folgenden Gleichung verwenden:

$$r_{\text{Luftblase}}^2 = \left( \frac{2}{9g} \cdot \frac{\eta_{\text{spüli}}}{\rho_{\text{spüli}}} \right) v_{\text{Luftblase}} + c \quad (3.1.15)$$

$\frac{\eta_{\text{spüli}}}{\rho_{\text{spüli}}}$  ist dabei die kinematische Viskosität.

$c$  ist nur da, sodass die Kurveanpassung möglichst allgemein ist. Es soll eigentlich 0 sein.

Die Viskosität des kalten Spülmittels ist deutlich größer als die Viskosität des warmen Spülmittels, was auch erwartet ist. Bei niedriger Temperatur haben die Moleküle weniger kinetische Energie, somit brauchen die Moleküle mehr äußere Energie, um die elektrischen Kräfte zwischen benachbarten Teilchen zu überwinden.

Die Viskosität des warmen Spülmittels stimmt aber nicht mit der Herstellerangabe überein. Dabei ist der experimentelle Wert kleiner als der Literaturwert. Es ist aber zu bemerken, dass die Temperatur beim Experiment auch deutlich höher als die Temperatur im Literatur. Ob es tatsächlich einen Fehler im Experiment gibt oder es einfach der Temperaturverlauf der Viskosität zurückzuführen ist, kann man ohne Zusatzexperiment schwer schlussfolgern.

Die Messung, die am stärksten zur Unsicherheit des Ergebnisses beiträgt, ist die Messung der Dichte des Spülmittels, da der prozentuale Fehler am größten ist. Ein systematischer Fehler bei der Bestimmung ist die mögliche Verzerrung, die aus dem Objektiv und Winkel des Kameraherstellers entsteht. Bei verschiedenen Objektiven kann Längen unterschiedlich lang sein. Diese Verzerrung muss man durch die genaue Charakterisierung des Objektiv bestimmen, was hier aus zeitlichen Gründen nicht gemacht war.

Die Reynoldszahl ist gegeben durch:

$$R_e = \frac{v \cdot 2r \cdot \rho_{\text{spüli}}}{\eta_{\text{spüli}}} \quad (3.1.16)$$

$$\Delta R_e = R_e \sqrt{\left( \frac{\Delta v}{v} \right)^2 + \left( \frac{\Delta(2r)}{(2r)} \right)^2 + \left( \frac{\Delta \rho_{\text{spüli}}}{\rho_{\text{spüli}}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta \eta_{\text{spüli}}}{\eta_{\text{spüli}}} \right)^2} \quad (3.1.17)$$

Wir berechnen nun alle Reynoldszahlen mit Hilfe von LibreOffice Calc und nehmen an, dass die Dichte des Spülmittels nicht Temperaturabhängig ist.

<sup>4</sup>[daten.oehme-lorito.de/sdb/frosch%20geschirrsp%C3%BClmittel%20limonen.pdf](http://daten.oehme-lorito.de/sdb/frosch%20geschirrsp%C3%BClmittel%20limonen.pdf), Seite 6

Aus LibreOffice Calc gilt:

Warm					
Blase Nr. $i$	$2r_i/\text{mm}$	$v_i/\text{mm s}^{-1}$	$\eta_i/\text{mPa s}$	$R_e$	
1	$2,84 \pm 0,07$	$18,759 \pm 0,017$	$253 \pm 19$	$0,227 \pm 0,022$	
2	$2,633 \pm 0,027$	$14,881 \pm 0,004$	$274 \pm 17$	$0,154 \pm 0,013$	
3	$3,04 \pm 0,06$	$23,809 \pm 0,011$	$228 \pm 16$	$0,34 \pm 0,04$	
4	$2,64 \pm 0,12$	$14,788 \pm 0,008$	$280 \pm 30$	$0,152 \pm 0,020$	
5	$3,49 \pm 0,06$	$28,05 \pm 0,04$	$256 \pm 17$	$0,41 \pm 0,04$	
6	$3,56 \pm 0,05$	$35,18 \pm 0,02$	$212 \pm 14$	$0,64 \pm 0,06$	
7	$7,11 \pm 0,26$	$99,39 \pm 0,15$	$299 \pm 28$	$2,5 \pm 0,3$	
8	$5,57 \pm 0,18$	$67,19 \pm 0,09$	$272 \pm 24$	$1,49 \pm 0,17$	
9	$2,75 \pm 0,12$	$17,521 \pm 0,005$	$254 \pm 27$	$0,205 \pm 0,027$	
10	$3,74 \pm 0,09$	$36,195 \pm 0,009$	$227 \pm 17$	$0,64 \pm 0,07$	

Kalt					
Blase Nr. $i$	$2r_i/\text{mm}$	$v_i/\text{mm s}^{-1}$	$\eta_i/\text{mPa s}$	$R_e$	
1	$8,23 \pm 0,06$	$8,151 \pm 0,009$	$4890 \pm 290$	$0,0148 \pm 0,0013$	
2	$8,05 \pm 0,05$	$10,12 \pm 0,07$	$3770 \pm 220$	$0,0233 \pm 0,0019$	
3	$11,91 \pm 0,26$	$34,33 \pm 0,05$	$2430 \pm 180$	$0,182 \pm 0,018$	
4	$13,73 \pm 0,27$	$38,91 \pm 0,07$	$2850 \pm 200$	$0,202 \pm 0,019$	
5	$8,54 \pm 0,09$	$16,385 \pm 0,009$	$2620 \pm 160$	$0,058 \pm 0,005$	
6	$9,76 \pm 0,05$	$25,42 \pm 0,04$	$2210 \pm 130$	$0,121 \pm 0,010$	
7	$10,86 \pm 0,09$	$33,104 \pm 0,021$	$2100 \pm 130$	$0,185 \pm 0,016$	
8	$8,93 \pm 0,09$	$15,01 \pm 0,20$	$3130 \pm 190$	$0,046 \pm 0,004$	
9	$9,02 \pm 0,11$	$18,901 \pm 0,019$	$2530 \pm 160$	$0,073 \pm 0,007$	
10	$9,09 \pm 0,06$	$18,545 \pm 0,016$	$2620 \pm 150$	$0,069 \pm 0,006$	

Da alle Reynoldzahlen kleiner als 2000 ist, ist die Strömung wirklich laminar.

**Kugelfallviskosimeter**

**Viskosität**

**Diskussion**

## A Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 1

### A.1 gnuplot Quellcode für warmes Spülmittel

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2  # Version >= 5.2
3
4  set term epslatex color size 7in, 4in
5  set output "tv1-plot-warm.tex"
6  set decimalsign ","
7
8  set title "Aufstiegsverlauf der Blasen (Warm)"
9  set ylabel "Vertikale Position $y/\text{\si{\milli\meter}}$"
10 set xlabel "Zeit $t/\text{\si{\second}}$"
11
12 set mxtics
13 set mytics
14 set samples 10000
15
16 f(x) = m*x + c # Linear fit
17
18 array A_m[10]
19 array A_m_err[10]
20 array A_c[10]
21 array A_c_err[10]
22 array chisq[10]
23 array titel[10]
24 array input_mp[10]
25 array titel_mp[10]
26
27 # https://stackoverflow.com/a/17884635
28 do for [t=1:10] {
29     inp = "B".t.".dat"
30     input_mp[t] = inp
31     titel_mp[t] = "Blase ".t
32
33     m = 1; c = 1;
34     fit f(x) inp u 1:(\$2 * 1000) via m,c # Change to mm
35     A_m[t] = m
36     A_m_err[t] = m_err
37     A_c[t] = c
38     A_c_err[t] = c_err
39     chisq[t] = FIT_STDFIT**2
40     titel[t] = "$".gprintf("%.5f", m)."t + (" .gprintf("%.5f", c).")$"
41 }
42
43 set key right vertical maxrows 10 width -8
44
45 plot for [i=1:10] input_mp[i] u 1:(\$2 * 1000) title titel_mp[i] pointtype 77
   ↵ lc i, for [i=1:10] A_m[i]*x+A_c[i] title titel[i] lc i

```

```

46
47 # Raw data output
48 print A_m
49 print A_m_err
50
51 # LaTeX table output
52 print "\\toprule"
53 print "Blase Nr. & $m/\\si{\\milli\\meter\\per\\second} &
54   \rightarrow $c/\\si{\\milli\\meter} & $\\chi^2_\\text{red} \\\""
55 print "\\midrule"
56 do for [t=1:10] {
57     print "\\t$."t."$ & \\num{.gprintf(\".5f",
58     \rightarrow A_m[t]).(\".gprintf(\".0f", A_m_err[t]*10**5).")} &
59     \rightarrow \\num{.gprintf(\".5f", A_c[t]).(\".gprintf(\".0f",
60     \rightarrow A_c_err[t]*10**5).")}." & \\num{.gprintf(\".5f", chisq[t])."}
61     \rightarrow \\\"\\\""
62 }
63 print "\\bottomrule"
64
65 # Raw data output in table form
66 print "# Nr\\tm/mm \\tm_err/mm"
67 do for [t=1:10] {
68     print "\\t."t."sprintf(\".10f", A_m[t]).\"t.\"sprintf(\".10f",
69     \rightarrow A_m_err[t])
70 }

```

Die Daten stehen als Anhang dieses PDF-Dokuments zur Verfügung.

## A.2 gnuplot Quellcode für kaltes Spülmittel

```

1#!/usr/bin/env gnuplot
2# Version >= 5.2
3
4set term epslatex color size 7in, 4.5in
5set output "tvi-plot-cold.tex"
6set decimalsign ","
7
8set title "Aufstiegsverlauf der Blasen (Kalt)"
9set ylabel "Vertikale Position $y/\\si{\\milli\\meter}"
10set xlabel "Zeit $t/\\si{\\second}"
11
12set mxtics
13set mytics
14set samples 10000
15
16f(x) = m*x + c # Linear fit
17
18array A_m[10]
19array A_m_err[10]
20array A_c[10]

```

```

21  array A_c_err[10]
22  array chisq[10]
23  array titel[10]
24  array input_mp[10]
25  array titel_mp[10]

26
27 # https://stackoverflow.com/a/17884635
28 do for [t=1:10] {
29     inp = "B".t.".dat"
30     input_mp[t] = inp
31     titel_mp[t] = "Blase ".t

32
33     m = 1; c = 1;
34     fit f(x) inp u 1:($2 * 1000) via m,c # Change to mm
35     A_m[t] = m
36     A_m_err[t] = m_err
37     A_c[t] = c
38     A_c_err[t] = c_err
39     chisq[t] = FIT_STDFIT**2
40     titel[t] = $" .gprintf("%.5f", m).t + (.gprintf("%.5f", c).")$"
41 }

42
43 set key right vertical maxrows 10 width -8

44
45 plot for [i=1:10] input_mp[i] u 1:($2 * 1000) title titel_mp[i] pointtype 77
46     ↵ lc i, for [i=1:10] A_m[i]*x+A_c[i] title titel[i] lc i

47 # Raw data output
48 print A_m
49 print A_m_err

50
51 # LaTeX table output
52 print "\\toprule"
53 print "Blase Nr. & $m/\\"si{\\milli\\meter\\per\\second} &
54     ↵ $c/\\"si{\\milli\\meter} & $\\chi^2_\\text{red} \\\"\\"
55 print "\\midrule"
56 do for [t=1:10] {
57     print "\\t$".t."$ & \\num{".gprintf("%.5f",
58         ↵ A_m[t])."(.gprintf("%.0f", A_m_err[t]*10**5).")} &
59         ↵ \\num{".gprintf("%.5f", A_c[t])."(.gprintf("%.0f",
60             ↵ A_c_err[t]*10**5).")}" & \\num{".gprintf("%.5f", chisq[t])."}"
61         ↵ \\\"\\"
62 }
63 print "\\bottomrule"

64 # Raw data output in table form
65 print "# Nr\tm/mm \tm_err/mm"
66 do for [t=1:10] {

```

```
63     print "" . t . "\t" . sprintf("%.10f", A_m[t]) . "\t" . sprintf("%.10f",  
64         ↵ A_m_err[t])  
    }
```

Die Daten stehen als Anhang dieses PDF-Dokuments zur Verfügung.