OSZ – Wechselspannungen und aperiodische Vorgänge (Oszilloskop I) Auswertung

Yudong Sun
Gruppe F2-2

21. August 2020

Teilversuch 1: Basisbedienelemente des Oszilloskops

Die Positionseinstellungen `[Y-POS.I]` und `[Y-POS.II]` verschiebt die Kurve vertikal im Bildschirm des Oszilloskops. Die Positionseinstellungen `[X-POS.]` verschiebt die Kurve horizontal im Bildschirm des Oszilloskops.

Die Ablenkfaktoren `[VOLTS/DIV.]` bzw. `[TIME/DIV.]` vergrößert und verkleinert die dargestellte Kurve in die vertikale bzw. horizontale Richtung. Ob es verkleinert oder vergrößert werden, kommt darauf an, in welcher Richtung sie gedreht sind.

Mit diesen zwei Einstellungen kann man die Kurve auf dem Bildschirm beliebig darstellen. Mit Hilfe von `AUTOSET` sind diese Einstellungen automatisch gestellt, sodass man leicht eine vernünftige Kurve erhaltet.

Der Trigger ist eine Einstellung für die Spannungswert, an dem das „Sweep“ (Zeitablenkung) anfängt. Damit kann man ein periodisches Signal statisch im Bildschirm darstellen, sodass Messungen gemacht werden kann. Mit dem `[Level]` Knopf kann man diesen Spannungswert ändern, sodass die Kurve am verschiedene Zeitpunkten anfängt. Man kann auch damit die Aufnahme bei einem ganz bestimmten Punkt eines nicht-periodischen Signals anfangen, was sehr hilfreich sein kann.

Teilversuch 2: Messen einer Amplitude

Aus dem Protokoll ist die Amplitude des Signals wie folgt gemessen:

Gerät	V_{max}	V_{eff}
Multimeter	$(4{,}78 \pm 0{,}06)$ V	$(3{,}384 \pm 0{,}004)$ V
Oszilloskop	$(4{,}755 \pm 0{,}005)$ V	$(3{,}376 \pm 0{,}004)$ V

wobei $V_{\text{max}} = \sqrt{2} V_{\text{eff}}$.

Die Fehlerintervalle der beiden Werten von V_{max} und V_{eff} überschneidet sich. Folglich stimmen die Werten miteinander überein. Also sind die beiden Messmethode gleichwertig, wenn man die Amplitude eines Signals bestimmen will.

Teilversuch 3: Messen einer Phasendifferenz

Da man im Analogmodus theoretisch unendlich genau sein kann, hat der Hersteller keine Unsicherheiten für die Messugen gegeben. Wir schätzen somit die Fehler von den jeweiligen Messungen. Der größste Fehler ergibt sich durch das Ablesen, weil man per Augenmaß das Cursor mit der Kurve schneiden muss. Das ist leider eher ungenau und muss berücksichtigt werden.

Im t-y Modus

Aus der Anleitung gilt:

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 2\pi f \Delta t \tag{3.1}$$

$$\Delta\varphi = \varphi \sqrt{\left(\frac{\Delta(\Delta t)}{(\Delta t)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \tag{3.2}$$

Die aus dem Oszilloskop gelesene Werten sind wie folgt:

Variable	Wert	Bedeutung
Δt	$(1{,}77 \pm 0{,}01)\,\mathrm{ms}$	Zeitverschiebung zwischen beiden Signalen
f	$(100 \pm 1)\,\mathrm{Hz}$	Frequenz des Signals

Damit ergibt sich eine Phaseverschiebung von:

$$\varphi = 2\pi(100\,\mathrm{Hz})(1{,}77 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}) = 1{,}112\,\mathrm{rad} \qquad \text{(4 sig. Zif.)} \tag{3.3}$$

$$= 63{,}7^\circ \qquad \text{(1 N.k.s.)} \tag{3.4}$$

mit dem Fehler

$$\Delta\varphi = \left(2\pi(100\,\mathrm{Hz})(1{,}77 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s})\right) \sqrt{\left(\frac{0{,}01\,\mathrm{ms}}{1{,}77\,\mathrm{ms}}\right)^2 + \left(\frac{1\,\mathrm{Hz}}{100\,\mathrm{Hz}}\right)^2} = 0{,}0128\,\mathrm{rad} = 0{,}732^\circ \tag{3.5}$$

Somit erhalten wir $\varphi = (1{,}112 \pm 0{,}013)\,\mathrm{rad} = (63{,}7 \pm 0{,}8)^\circ$.

Im x-y Modus

Aus der Anleitung gilt:

$$\sin\varphi = \pm\frac{|\Delta x|}{2\hat{x}} \tag{3.6}$$

Da wir im Bereich $[0^\circ, 90^\circ]$ sind, gilt:

$$\sin\varphi = \frac{|\Delta x|}{2\hat{x}} \qquad \Leftrightarrow \qquad \varphi = \arcsin\frac{|\Delta x|}{2\hat{x}} \tag{3.7}$$

Mit dem Fehler

$$\Delta\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial(\Delta x)}\Delta(\Delta x)\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\hat{x}}\Delta\hat{x}\right)^2} \tag{3.8}$$

Aus $\Delta x > 0$ gilt

$$\frac{\partial\varphi}{\partial(\Delta x)} = \left(1 - \left[\frac{\Delta x}{2\hat{x}}\right]^2\right)^{-1/2} \left(-\frac{1}{2\hat{x}}\right) \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\hat{x}} = \left(1 - \left[\frac{\Delta x}{2\hat{x}}\right]^2\right)^{-1/2} \left(\frac{\Delta x}{2\hat{x}^2}\right) \tag{3.10}$$

$$\Delta\varphi = \left(1 - \left[\frac{\Delta x}{2\hat{x}}\right]^2\right)^{-1/2} \cdot \frac{1}{2\hat{x}} \cdot \sqrt{\left(\Delta(\Delta x)\right)^2 + \left(\frac{\Delta x \Delta\hat{x}}{\hat{x}}\right)^2} \tag{3.11}$$

Wir haben aus dem Oszilloskop die folgende Messungen:

Variable	Wert	Bedeutung
$2\hat{x}$	$(1{,}01 \pm 0{,}01)\,\mathrm{V}$	Maximale Breite des Lissajous-Ellipse
Δx	$(844 \pm 1)\,\mathrm{mV}$	Distanz zwischen beiden Nullstellen

Damit ergibt sich eine Phasenverschiebung:

$$\varphi = \arcsin\frac{0{,}844\,\mathrm{V}}{1{,}01\,\mathrm{V}} = 0{,}989\,\mathrm{rad} \qquad \text{(3 sig. Zif.)} \tag{3.12}$$

$$= 56{,}68^\circ \qquad \text{(2 N.k.s.)} \tag{3.13}$$

mit

$$\Delta\varphi = \left(1 - \left[\frac{0{,}844\,\mathrm{V}}{2(1{,}01\,\mathrm{V})}\right]^2\right)^{-1/2} \cdot \frac{1}{2(1{,}01\,\mathrm{V})} \cdot \sqrt{(0{,}001\,\mathrm{V})^2 + \left(\frac{(0{,}844\,\mathrm{V})(0{,}01\,\mathrm{V})}{1{,}01\,\mathrm{V}}\right)^2}$$
$$= 3{,}85 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad} = 0{,}221^\circ \qquad \text{(3 sig. Zif.)} \tag{3.14}$$

Also erhalten wir $\varphi = (0{,}989 \pm 0{,}004)\,\mathrm{rad} = (56{,}68 \pm 0{,}23)^\circ$.

Vergleich

Zusammengefasst haben wir:

Modus	Phasenverschiebung	
t-y	$(1{,}112 \pm 0{,}013)\,\mathrm{rad}$	$(63{,}7 \pm 0{,}8)^\circ$
x-y	$(0{,}989 \pm 0{,}004)\,\mathrm{rad}$	$(56{,}68 \pm 0{,}23)^\circ$

Also unterscheiden sich die Werten signifikant voneinander.

Diese Unterschied liegt vermutlich daran, dass der Fehler für den jeweiligen Messungen unterschätzt war, besonders wenn wir ihn nachträglich geschätzt haben. Wie vorher erwähnt sind die Bestimmungsmethode eher ungenau. Sind die Fehlerintervall größer, dann könnte die Werte verträglich miteinander sein.

Es ist auch beobachtet, dass die Amplitude des verschobenen Signals kleiner im Vergleich zum Hauptsignal ist. Es ist aber in die Rechnungen für den x-y Modusangenommen, dass die Amplitude beider Signale gleich sind. Somit ist diese Unterschied nicht berücksichtigt und es könnte gut sein, dass beide Werten Δx und $\hat{x}$ davon beeinflusst sind. Das hat dann zu ein geringeres φ geführt.

Teilversuch 4: Betrachten des Auf- und Entladevorgangs eines Kondesators

Teilversuch 5: Quantitative Registrierung der Entladekurve eines Kondensators

Aus dem Handbuch des Oszilloskop[1] gibt es zwei verscheidene Quelle von Unsicherheiten:

1. Ablenkkoeffizienten (vertikal und horizontal)
2. Speicherauflösung

Wir gehen davon aus, dass das Ablesen mittels des Cursors intern im Oszilloskop erfolgt. Somit spielt die Tolerenz bei den Ablenkkoeffizienten keine Rolle in den Daten. Folglich ist die Hauptunsicherheit die Speicherauflösung.

Diesbezüglich ist die Speicherauflösung:

Einheit	Auflösung Punkte/Teilung	Einst. _ / Teilung	Δ Wert
Vertikal	25	1 V	$\pm 0{,}02$ V
Horizontal	200	200 ms	± 1 ms

Da aber bei dem Ablesen von der Zeit nach 1 s nur die erste Nachkommastelle gezeigt wurde, ist die Unsicherheit nach 1 s viel größer und beträgt $0{,}05\,\text{s} = 50\,\text{ms}$.

Somit haben wir als Messdaten:

t/ms	0	93	163	280	441	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
$\Delta t/\text{ms}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	50	50	50
U_C/V	3,93	3,29	2,93	2,33	1,73	1,57	1,29	1,09	0,88	0,720	0,60	0,520	0,440

mit $\Delta U = 0{,}02\,\text{V}$.

Aus der Anleitung gilt:

$$U_C = U_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \qquad \Leftrightarrow \qquad \ln U_C = \left(-\frac{1}{RC}\right) t + \ln U_0 \tag{5.1}$$

Es ist aber wegen des Triggers so, dass der Kondesator bei $t = 0$ schon etwas entlädt hat, somit ergibt sich die modifizierte Gleichung:

$$\ln U_C = \left(-\frac{1}{RC}\right) t + \left(\ln U_0 - \frac{t_0}{RC}\right) \tag{5.2}$$

Der entsprechende Fehler von $\ln U_C$ ist dann laut AMW:

$$\Delta(\ln U_C) = \frac{\Delta U_C}{U_C} \tag{5.3}$$

$\ln\left(U_C/\text{V}\right)$ wurde dann gegen die Zeit im `gnuplot` geplottet und eine Kurveanpassung zur $\ln U_C = mt + c$ durchgeführt.

[1] cdn.rohde-schwarz.com/hameg-archive/HM1507-3_deutsch.pdf

Im `gnuplot` sind die Messpunkten für t ins s umgewandelt, sodass die Größeordunung der beiden Achse ähnlich sind. Diese Vorgehensweise hilft bei der Kurveanpassung. Die entsprechende Fehler sind direkt im `gnuplot` berechnet. Siehe Appendix A für die genauer Rechnung.

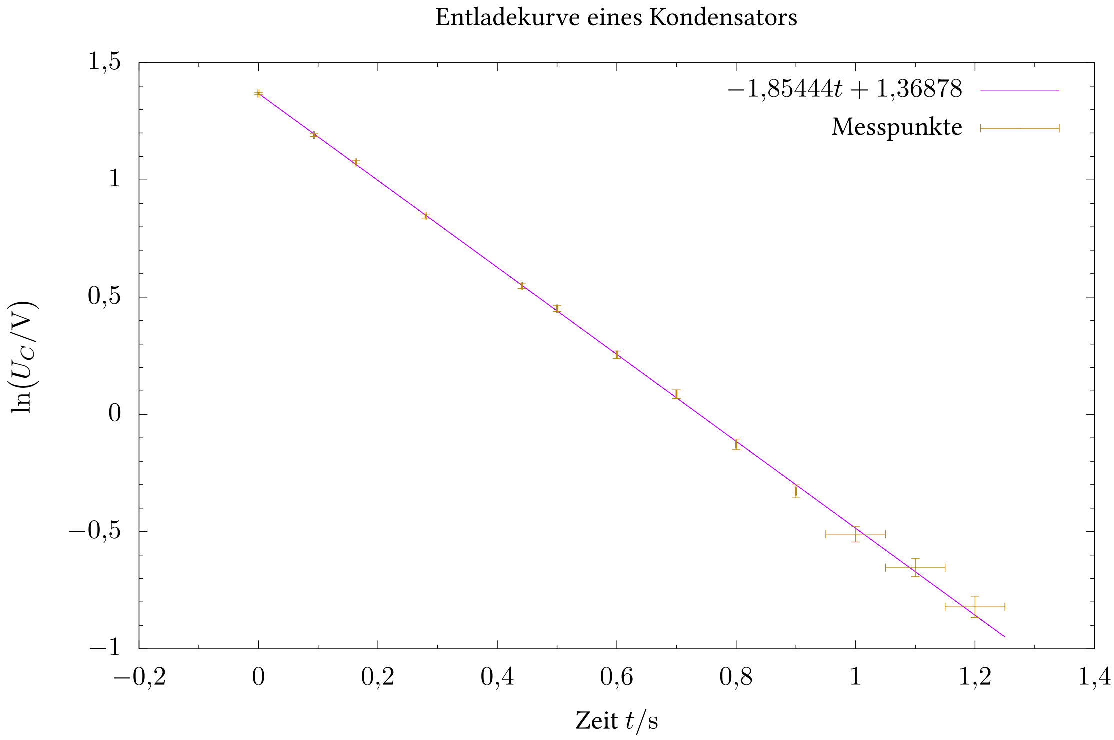

Abbildung 5.1: Entladung einer Kondensators über einen 1 MΩ Resistor
$\chi^2_{\text{red}} = 0{,}476\,632 \implies$ Gute Anpassung

Als Endergebnis erhalten wir:

Variable	Wert	Gerundet
m	$(-1{,}854\,44 \pm 0{,}009\,18)\,\mathrm{s}^{-1}$	$(-1{,}854 \pm 0{,}010)\,\mathrm{s}^{-1}$
c	$1{,}368\,78 \pm 0{,}002\,74$	$1{,}3688 \pm 0{,}0028$

Aus (5.1) gilt somit, dass die Relaxationszeit t_e durch:

$$t_e = RC = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{-1{,}854\,\mathrm{s}^{-1}} = 0{,}539\,374\,\mathrm{s} \quad \text{(6 sig. Zif.)} \tag{5.4}$$

$$\Delta t_e = \left|\frac{\partial t_e}{\partial m}\Delta m\right| = \frac{\Delta m}{m^2} = \frac{0{,}010\,\mathrm{s}^{-1}}{(-1{,}854\,\mathrm{s}^{-1})^2} = 2{,}909\,25 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s} \quad \text{(6 sig. Zif.)} \tag{5.5}$$

gegeben ist. Wir erhalten dann als Relaxationszeit $t_e = (0{,}539 \pm 0{,}003)\,\mathrm{s}$.

Im Experiment waren einen Widerstand von $1\,\mathrm{M\Omega}$ und einen Kondensator von $1\,\mathrm{\mu F}$ benutzt. Wir erwarten folglich eine Relaxationszeit von $t_e = (1 \cdot 10^6\,\Omega)(1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}) = 1\,\mathrm{s}$.

Der entsprechende Fehler ist gegeben durch:

$$\Delta t_e = t_e\sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} = \sqrt{(1\%)^2 + \left(\frac{10^{-8}\,\mathrm{F}}{1\cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}}\right)^2}$$
$$= 0{,}015\,\mathrm{F} \tag{5.6}$$

Also erhalten wir eine theoretische Relaxationszeit von $t_e = (1{,}000 \pm 0{,}015)\,\mathrm{s}$.

Theoretische Wert	$(1{,}000 \pm 0{,}015)\,\mathrm{s}$
Experimentelle Wert	$(0{,}539 \pm 0{,}003)\,\mathrm{s}$

Im Vergleich ist die erhaltene Relaxationszeit viel kleiner als die erwartete Relaxationszeit, also unterscheiden sich die Werten signifikant voneinander. Das liegt vermütlich daran, dass der effektive Widerstand des Schaltnetz durch die Verwendung vom Tastkopf und Oszilloscope im parallel zum $1\,\mathrm{M\Omega}$ Widerstand verringelt hat. Das wird dann zu einer geringen Relaxationszeit führen, was wir hier tatsächlich beobachtet haben.

Wenn man noch Zusatzexperimente machen kann, kann man den Widerstand von Tastkopf charakterisieren, um zu wissen, ob die gemessene Daten mit der Theorie übereinstimmt.

A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 5

```
#!/usr/bin/env gnuplot

set term epslatex color size 6in, 4in
set output "tv5-plot.tex"
set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'

set title "Entladekurve eines Kondensators"
set ylabel "$\\ln (U_C / \\si{\\volt})$"
set xlabel "Zeit $t/\\si{\\second}$"

set mxtics
set mytics
set samples 10000

f(x) = m*x + c

# (x, y, xdelta, ydelta)
fit f(x) "tv5.dat" u ($1/1000):(log($2)):($3/1000):(0.02/$2) xyerrors via m,c

set key top right spacing 1.3

titel = "$".gprintf("%.5f", m)."t + ".gprintf("%.5f", c)."$"
plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
    "tv5.dat" u ($1/1000):(log($2)):($3/1000):(0.02/$2) with xyerrorbars title "Messpunkte" pointtype 0 lc rgb 'dark-goldenrod'
```

mit tv2.dat:

```
# t/ms  U/V     delta t
0       3,93    1
93      3,29    1
163     2,93    1
280     2,33    1
441     1,73    1
500     1,57    1
600     1,29    1
700     1,09    1
800     0,880   1
900     0,720   1
1000    0,600   50
1100    0,520   50
1200    0,440   50
```

Rohausgabe:

```
final sum of squares of residuals : 5.24295
rel. change during last iteration : -6.37075e-07

degrees of freedom    (FIT_NDF)                        : 11
rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 0.690385
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf   : 0.476632
p-value of the Chisq distribution (FIT_P)              : 0.918832

Final set of parameters            Asymptotic Standard Error
=======================            ==========================
m               = -1.85444         +/- 0.009173     (0.4947%)
```

```
c               = 1.36878          +/- 0.002734     (0.1997%)

correlation matrix of the fit parameters:
                m      c
m               1.000
c              -0.668  1.000
```