

OSZ – Wechselspannungen und aperiodische Vorgänge (Oszilloskop I) Auswertung

Yudong Sun
Gruppe F2-2

21. August 2020

Teilversuch 1: Basisbedienelemente des Oszilloskops

Die Positionseinstellungen [Y-POS. I] und [Y-POS. II] verschiebt die Kurve vertikal im Bildschirm des Oszilloskops. Die Positionseinstellungen [X-POS.] verschiebt die Kurve horizontal im Bildschirm des Oszilloskops.

Die Ablenkfaktoren [VOLTS/DIV.] bzw. [TIME/DIV.] vergrößert und verkleinert die dargestellte Kurve in die vertikale bzw. horizontale Richtung. Ob es verkleinert oder vergrößert werden, kommt darauf an, in welcher Richtung sie gedreht sind.

Mit diesen zwei Einstellungen kann man die Kurve auf dem Bildschirm beliebig darstellen. Mit Hilfe von AUTOSET sind diese Einstellungen automatisch gestellt, sodass man leicht eine vernünftige Kurve erhält.

Der Trigger ist eine Einstellung für die Spannungswert, an dem das „Sweep“ (Zeitablenkung) anfängt. Damit kann man ein periodisches Signal statisch im Bildschirm darstellen, sodass Messungen gemacht werden kann. Mit dem [Level] Knopf kann man diesen Spannungswert ändern, sodass die Kurve am verschiedene Zeitpunkten anfängt. Man kann auch damit die Aufnahme bei einem ganz bestimmten Punkt eines nicht-periodischen Signals anfangen, was sehr hilfreich sein kann.

Teilversuch 2: Messen einer Amplitude

Aus dem Protokoll ist die Amplitude des Signals wie folgt gemessen:

Gerät	V_{\max}	V_{eff}
Multimeter	$(4,78 \pm 0,06) \text{ V}$	$(3,384 \pm 0,004) \text{ V}$
Oszilloskop	$(4,755 \pm 0,005) \text{ V}$	$(3,376 \pm 0,004) \text{ V}$

wobei $V_{\max} = \sqrt{2}V_{\text{eff}}$.

Die Fehlerintervalle der beiden Werten von V_{\max} und V_{eff} überschneidet sich. Folglich stimmen die Werten miteinander überein. Also sind die beiden Messmethode gleichwertig, wenn man die Amplitude eines Signals bestimmen will.

Teilversuch 3: Messen einer Phasendifferenz

Da man im Analogmodus theoretisch unendlich genau sein kann, hat der Hersteller keine Unsicherheiten für die Messungen gegeben. Wir schätzen somit die Fehler von den jeweiligen Messungen. Der größte Fehler ergibt sich durch das Ablesen, weil man per Augenmaß das Cursor mit der Kurve schneiden muss. Das ist leider eher ungenau und muss berücksichtigt werden.

Im t - y Modus

Aus der Anleitung gilt:

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 2\pi f \Delta t \quad (3.1)$$

$$\Delta\varphi = \varphi \sqrt{\left(\frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (3.2)$$

Die aus dem Oszilloskop gelesenen Werten sind wie folgt:

Variable	Wert	Bedeutung
Δt	$(1,77 \pm 0,01) \text{ ms}$	Zeitverschiebung zwischen beiden Signalen
f	$(100 \pm 1) \text{ Hz}$	Frequenz des Signals

Damit ergibt sich eine Phaseverschiebung von:

$$\varphi = 2\pi(100 \text{ Hz})(1,77 \cdot 10^{-3} \text{ s}) = 1,112 \text{ rad} \quad (4 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.3)$$

$$= 63,7^\circ \quad (1 \text{ N.k.s.}) \quad (3.4)$$

mit dem Fehler

$$\Delta\varphi = \left(2\pi(100 \text{ Hz})(1,77 \cdot 10^{-3} \text{ s})\right) \sqrt{\left(\frac{0,01 \text{ ms}}{1,77 \text{ ms}}\right)^2 + \left(\frac{1 \text{ Hz}}{100 \text{ Hz}}\right)^2} = 0,0128 \text{ rad} = 0,732^\circ \quad (3.5)$$

Somit erhalten wir $\varphi = (1,112 \pm 0,013) \text{ rad} = (63,7 \pm 0,8)^\circ$.

Im x - y Modus

Aus der Anleitung gilt:

$$\sin \varphi = \pm \frac{|\Delta x|}{2\hat{x}} \quad (3.6)$$

Da wir im Bereich $[0^\circ, 90^\circ]$ sind, gilt:

$$\sin \varphi = \frac{|\Delta x|}{2\hat{x}} \quad \Leftrightarrow \quad \varphi = \arcsin \frac{|\Delta x|}{2\hat{x}} \quad (3.7)$$

Mit dem Fehler

$$\Delta\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial(\Delta x)} \Delta(\Delta x)\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\hat{x}} \Delta\hat{x}\right)^2} \quad (3.8)$$

Aus $\Delta x > 0$ gilt

$$\frac{\partial \varphi}{\partial (\Delta x)} = \left(1 - \left[\frac{\Delta x}{2\hat{x}} \right]^2 \right)^{-1/2} \left(-\frac{1}{2\hat{x}} \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \hat{x}} = \left(1 - \left[\frac{\Delta x}{2\hat{x}} \right]^2 \right)^{-1/2} \left(\frac{\Delta x}{2\hat{x}^2} \right) \quad (3.10)$$

$$\Delta \varphi = \left(1 - \left[\frac{\Delta x}{2\hat{x}} \right]^2 \right)^{-1/2} \cdot \frac{1}{2\hat{x}} \cdot \sqrt{(\Delta(\Delta x))^2 + \left(\frac{\Delta x \Delta \hat{x}}{\hat{x}} \right)^2} \quad (3.11)$$

Wir haben aus dem Oszilloskop die folgende Messungen:

Variable	Wert	Bedeutung
$2\hat{x}$	$(1,01 \pm 0,01) \text{ V}$	Maximale Breite des Lissajous-Ellipse
Δx	$(844 \pm 1) \text{ mV}$	Distanz zwischen beiden Nullstellen

Damit ergibt sich eine Phasenverschiebung:

$$\varphi = \arcsin \frac{0,844 \text{ V}}{1,01 \text{ V}} = 0,989 \text{ rad} \quad (3 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.12)$$

$$= 56,68^\circ \quad (2 \text{ N.k.s.}) \quad (3.13)$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= \left(1 - \left[\frac{0,844 \text{ V}}{2(1,01 \text{ V})} \right]^2 \right)^{-1/2} \cdot \frac{1}{2(1,01 \text{ V})} \cdot \sqrt{(0,001 \text{ V})^2 + \left(\frac{(0,844 \text{ V})(0,01 \text{ V})}{1,01 \text{ V}} \right)^2} \\ &= 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0,221^\circ \quad (3 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Also erhalten wir $\varphi = (0,989 \pm 0,004) \text{ rad} = (56,68 \pm 0,23)^\circ$.

Vergleich

Zusammengefasst haben wir:

Modus	Phasenverschiebung	
$t-y$	$(1,112 \pm 0,013) \text{ rad}$	$(63,7 \pm 0,8)^\circ$
$x-y$	$(0,989 \pm 0,004) \text{ rad}$	$(56,68 \pm 0,23)^\circ$

Also unterscheiden sich die Werten signifikant voneinander.

Diese Unterschied liegt vermutlich daran, dass der Fehler für den jeweiligen Messungen unterschätzt war, besonders wenn wir ihn nachträglich geschätzt haben. Wie vorher erwähnt sind die Bestimmungsmethode eher ungenau. Sind die Fehlerintervall größer, dann könnte die Werte vertäglich miteinander sein.

Es ist auch beobachtet, dass die Amplitude des verschobenen Signals kleiner im Vergleich zum Haupt-signal ist. Es ist aber in die Rechnungen für den $x-y$ Modusangenommen, dass die Amplitude beider Signale gleich sind. Somit ist diese Unterschied nicht berücksichtigt und es könnte gut sein, dass beide Werten Δx und \hat{x} davon beeinflusst sind. Das hat dann zu ein geringeres φ geführt.

Teilversuch 4: Betrachten des Auf- und Entladevorgangs eines Kondensators

Die Kurve von [CHI] ändert sich während des gesamten Teilversuchs nicht. Das ist auch erwartet, da die Ausgangsspannung des Frequenzgenerators unabhängig von der Schaltkreis sein soll.

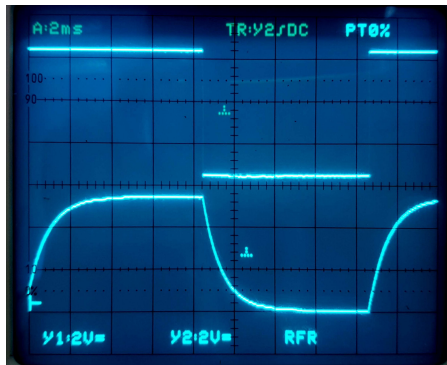


Abbildung 4.1: Kleinerer Widerstand

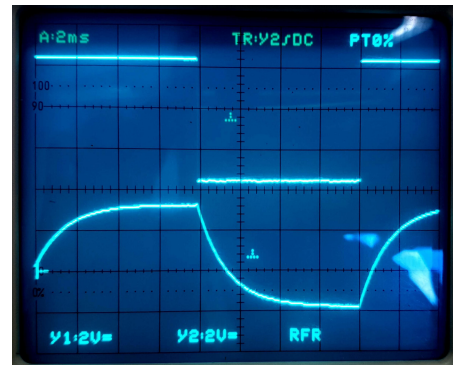


Abbildung 4.2: Höherer Widerstand

Mit zunehmendem Widerstand wurde die Kurve flacher. Intuitiv erfahren die Ladungen mehr Widerstand, wenn sie aus dem Kondensator entlädt wurden. Es braucht deswegen mehr Zeit, um der Kondensator komplett zu entladen, was die Kurve flacher macht. Mit dem zweiten Kondensator im parallel zum Ersten ist die Kurve auch flacher.

Aus der Theorie gilt:

$$U_C = U_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \quad \text{bzw.} \quad t_e = RC \quad (4.1)$$

wobei t_e die Relaxationszeit ist, was ein Maßstab dafür ist, wie schnell der Vorgang verläuft.

Im Experiment ist der Widerstand durch das Drehen am Potentialmeter erhöht. Mit dem anderen Kondensator parallel zum Ersten, erhöht man die Kapazität. Somit sind R bzw. C jeweils größer. Mit zunehmendem Widerstand R bzw. Kapazität C , wird die Relaxationzeit länger, was hier beobachtet ist.

Teilversuch 5: Quantitative Registrierung der Entladekurve eines Kondensators

Aus dem Handbuch des Oszilloskop¹ gibt es zwei verschiedene Quelle von Unsicherheiten:

1. Ablenkoeffizienten (vertikal und horizontal)
2. Speicherauflösung

Wir gehen davon aus, dass das Ablesen mittels des Cursors intern im Oszilloskop erfolgt. Somit spielt die Toleranz bei den Ablenkoeffizienten keine Rolle in den Daten. Folglich ist die Hauptunsicherheit die Speicherauflösung.

Diesbezüglich ist die Speicherauflösung:

<i>Einheit</i>	Auflösung Punkte/Teilung	Einst. _ / Teilung	Δ Wert
Vertikal	25	1 V	$\pm 0,02$ V
Horizontal	200	200 ms	± 1 ms

Da aber bei dem Ablesen von der Zeit nach 1 s nur die erste Nachkommastelle gezeigt wurde, ist die Unsicherheit nach 1 s viel größer und beträgt $0,05 \text{ s} = 50 \text{ ms}$.

Somit haben wir als Messdaten:

t/ms	0	93	163	280	441	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
$\Delta t/\text{ms}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	50	50	50
U_C/V	3,93	3,29	2,93	2,33	1,73	1,57	1,29	1,09	0,88	0,720	0,60	0,520	0,440

mit $\Delta U = 0,02 \text{ V}$.

Aus der Anleitung gilt:

$$U_C = U_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \Leftrightarrow \ln U_C = \left(-\frac{1}{RC}\right)t + \ln U_0 \quad (5.1)$$

Es ist aber wegen des Triggers so, dass der Kondensator bei $t = 0$ schon etwas entlädt hat, somit ergibt sich die modifizierte Gleichung:

$$\ln U_C = \left(-\frac{1}{RC}\right)t + \left(\ln U_0 - \frac{t_0}{RC}\right) \quad (5.2)$$

Der entsprechende Fehler von $\ln U_C$ ist dann laut AMW:

$$\Delta(\ln U_C) = \frac{\Delta U_C}{U_C} \quad (5.3)$$

$\ln(U_C/\text{V})$ wurde dann gegen die Zeit im gnuplot geplottet und eine Kurveanpassung zur

$$\ln(U_C/\text{V}) = mt + c$$

durchgeführt.

¹cdn.rohde-schwarz.com/hameg-archive/HM1507-3.deutsch.pdf

Im `gnuplot` sind die Messpunkten für t ins s umgewandelt, sodass die GröÙeordnung der beiden Achse ähnlich sind. Diese Vorgehensweise hilft bei der Kurveanpassung. Die entsprechende Fehler sind direkt im `gnuplot` berechnet. Siehe Appendix A für die genauer Rechnung.

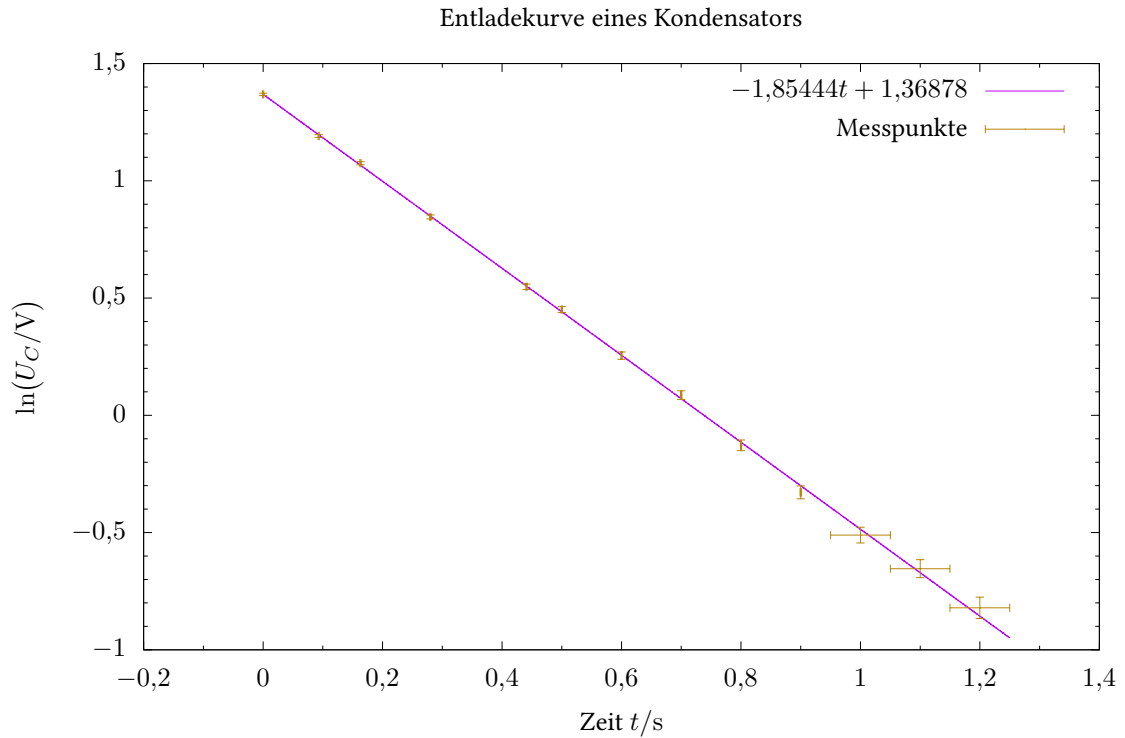


Abbildung 5.1: Entladung einer Kondensators über einen $1\text{ M}\Omega$ Resistor
 $\chi^2_{\text{red}} = 0,476\,632 \implies$ Gute Anpassung

Als Endergebnis erhalten wir:

Variable	Wert	Gerundet
m	$(-1,854\,44 \pm 0,009\,18)\text{ s}^{-1}$	$(-1,854 \pm 0,010)\text{ s}^{-1}$
c	$1,368\,78 \pm 0,002\,74$	$1,3688 \pm 0,0028$

Aus (5.1) gilt somit, dass die Relaxationszeit t_e durch:

$$t_e = RC = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{-1,854\text{ s}^{-1}} = 0,539\,374\text{ s} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (5.4)$$

$$\Delta t_e = \left| \frac{\partial t_e}{\partial m} \Delta m \right| = \frac{\Delta m}{m^2} = \frac{0,010\text{ s}^{-1}}{(-1,854\text{ s}^{-1})^2} = 2,909\,25 \cdot 10^{-3}\text{ s} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (5.5)$$

gegeben ist. Wir erhalten dann als Relaxationszeit $t_e = (0,539 \pm 0,003)\text{ s}$.

Im Experiment waren einen Widerstand von $1\text{ M}\Omega$ und einen Kondensator von $1\text{ }\mu\text{F}$ benutzt. Wir erwarten folglich eine Relaxationszeit von $t_e = (1 \cdot 10^6\text{ }\Omega)(1 \cdot 10^{-6}\text{ F}) = 1\text{ s}$.

Der entsprechende Fehler ist gegeben durch:

$$\begin{aligned}\Delta t_e &= t_e \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} = \sqrt{(1\%)^2 + \left(\frac{10^{-8} \text{ F}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ F}}\right)^2} \\ &= 0,015 \text{ F}\end{aligned}\tag{5.6}$$

Also erhalten wir eine theoretische Relaxationszeit von $t_e = (1,000 \pm 0,015) \text{ s}$.

Theoretische Wert	$(1,000 \pm 0,015) \text{ s}$
Experimentelle Wert	$(0,539 \pm 0,003) \text{ s}$

Im Vergleich ist die erhaltene Relaxationszeit viel kleiner als die erwartete Relaxationszeit, also unterscheiden sich die Werten signifikant voneinander. Das liegt vermutlich daran, dass der effektive Widerstand des Schaltnetz durch die Verwendung vom Tastkopf und Oszilloscope im parallel zum $1 \text{ M}\Omega$ Widerstand verringelt hat. Das wird dann zu einer geringen Relaxationszeit führen, was wir hier tatsächlich beobachtet haben.

Wenn man noch Zusatzexperimente machen kann, kann man den Widerstand von Tastkopf charakterisieren, um zu wissen, ob die gemessene Daten mit der Theorie übereinstimmt.

A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 5

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2
3  set term epslatex color size 6in, 4in
4  set output "tv5-plot.tex"
5  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7  set title "Entladekurve eines Kondensators"
8  set ylabel "$\\ln (U_C / \\si{\\volt})$"
9  set xlabel "Zeit $t/\\si{\\second}$"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 f(x) = m*x + c
16
17 # (x, y, xdelta, ydelta)
18 fit f(x) "tv5.dat" u ($1/1000):(log($2)):(($3/1000):(0.02/$2) xyerrors via m,c
19
20 set key top right spacing 1.3
21 titel = "$".gprintf("%.5f", m). "t + ".gprintf("%.5f", c). "$"
22 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
23      "tv5.dat" u ($1/1000):(log($2)):(($3/1000):(0.02/$2) with xyerrorbars
      ↪ title "Messpunkte" pointtype 0 lc rgb 'dark-goldenrod'

```

mit tv5.dat:

1	# t/ms	U/V	delta t	8	600	1,29	1
2	0	3,93	1	9	700	1,09	1
3	93	3,29	1	10	800	0,880	1
4	163	2,93	1	11	900	0,720	1
5	280	2,33	1	12	1000	0,600	50
6	441	1,73	1	13	1100	0,520	50
7	500	1,57	1	14	1200	0,440	50

Rohausgabe:

```

1  final sum of squares of residuals : 5.24295
2  rel. change during last iteration : -6.37075e-07
3
4  degrees of freedom      (FIT_NDF)                : 11
5  rms of residuals        (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.690385
6  variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.476632
7  p-value of the Chisq distribution (FIT_P)           : 0.918832
8
9  Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
10  =====
11  m                          = -1.85444      +/- 0.009173      (0.4947%)
12  c                          = 1.36878       +/- 0.002734      (0.1997%)

```



```
13 |
14 | correlation matrix of the fit parameters:
15 |           m      c
16 | m      1.000
17 | c     -0.668  1.000
```