

Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München
Grundpraktikum in Experimentalphysik - Kurs P2
Blockpraktikum vom 10. Aug. bis 07. Sept. 2020

Versuch:	VIR@Home	Gruppe:	F2-2					
Vorname:	Yudong	Name:	Sun					
Mit Abgabe der Auswertung wird bestätigt, dass diese eigenständig erstellt wurde!								
Punkte der Vorbereitung:			2,0	1,6	1,2	0,8	0,4	0,0
					1. Abgabe		2. Abgabe	
Alle Teilversuche vollständig ausgewertet?					Ja	Nein	Ja	Nein
Wurden immer korrekte Formeln angegeben und eigene Werte eingesetzt?					Ja	Nein	Ja	Nein
Wurde immer eine Fehlerrechnung durchgeführt?					Ja	Nein	Ja	Nein
Wurde immer eine aussagekräftige Diskussion geführt?					Ja	Nein	Ja	Nein
Sind Endergebnisse immer angegeben und korrekt gerundet?					Ja	Nein	Ja	Nein
Wurden alle Diagramme mit geeignetem Maßstab und Titel eingeklebt?					Ja	Nein	Ja	Nein
Enthalten die Diagramme alle Messwerte, Beschriftungen u. Konstruktionen?					Ja	Nein	Ja	Nein
Auswertung erhalten am:								
Auswertung zurückgegeben am:								
Nacharbeit notwendig bis:					nicht möglich			
Wird eine der obigen Fragen bei der ersten Abgabe mit Nein beantwortet ist eine Nacharbeit erforderlich!								
Punkte:		Datum, Abtestat:						

Bitte bewahren Sie Ihre Hefte nach dem Praktikum unbedingt auf.

VIR@Home – Viskosität und Reynoldszahl

Laborbericht

Yudong Sun
Gruppe F2-2

25. August 2020

Dieser Laborbericht (Lab Report) enthält alle drei Teile einer Versuchsabgabe (Vorbereitung, Protokoll und Auswertung). Die Vorbereitungen sind aufgrund der spezifischen Aufforderung handschriftlich geschrieben. Das Format sieht aber anders als eine normale Abgabe.

Das Experiment war mit Corinna Elena Wegner zusammen durchgeführt.

Inhaltsverzeichnis

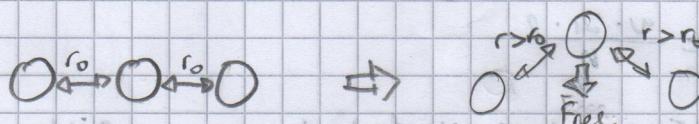
1	Vorbereitung	3
2	Versuchsaufbau und -durchführung	6
2.1	Aufstieg von Luftblasen	6
2.2	Kugelfallviskosimeter	10
3	Messwerten und Auswertung	11
3.1	Aufstieg von Luftblasen	11
3.1.1	Dichte des Spülmittels	11
3.1.2	Viskosität des warmen Spülmittels	13
3.1.3	Viskosität des kalten Spülmittels	16
3.1.4	Diskussion	18
3.2	Kugelfallviskosimeter	20
3.2.1	Viskosität	20
3.2.2	Diskussion	23
A	Quellcode zur Auswertung von Aufstieg von Luftblasen	25
A.1	gnuplot Quellcode für warmes Spülmittel	25
A.2	gnuplot Quellcode für kaltes Spülmittel	26
B	Quellcode zur Auswertung von Kugelfallviskosimeter	28

VIR@Home - Viskosität und Reynoldszahl

Zusammenfassung der physikalischen Grundlagen

1.1 Mikroskopische Bild von Flüssigkeiten

- Moleküle einer Flüssigkeit oder eines Gases (Fluid) bewegen sich innerhalb ihres Volumens relativ frei und ungeordnet.
 \Rightarrow Brownsche / thermische Bewegung.
 \Rightarrow v_{rms} entspricht Temperatur (v_{rms} proportional zur Temperatur)
- Zwischen Moleküle wirken elektrische Kräfte (nur benachbarten Teilchen)
 - \Rightarrow Adhäsionskräften Flüssigkeits-Molekül \Leftrightarrow Molekülen eines angrenzenden Mediums
 - \Rightarrow Kohäsionskräften Flüssigkeits-Molekül \Leftrightarrow Flüssigkeits-Molekül
- Bei bestimmter Abstand r_0 sind die Moleküle im Gleichgewicht. Moleküle bewegen sich dann aufgrund thermischer Bewegungen um diese r_0 .



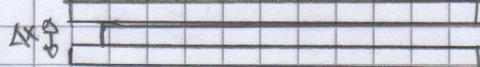
- Kräfte \Rightarrow Eigenschaften

\hookrightarrow sollten sollte die thermische Bewegung einzelner Moleküle zu groß sein, können die Moleküle den Flüssigkeitsverband verlassen (diffundieren)

\hookrightarrow Bei Gasen sind die thermischen Bewegungen deutlich stärker als die Kräfte \Rightarrow hält sich nicht in einem Flüssigkeitsverband.

1.2 Viskosität und Reynoldszahl

- Anziehungskraft führt zur Reibung zwischen Moleküle. Molekilebewegung bei einer strömenden Flüssigkeit wird abgebremst.
- Modellierung: Flüssigkeit in einzelne sehr dünne Schichten unterteilen, die parallel zur Bewegungsrichtung liegen.
 - \hookrightarrow Gegenströmung nicht vermischen: laminare Strömung.
 - \hookrightarrow Gegenströmung vermischen (wirbeln): turbulent.



$$\rightarrow \Delta v$$

Bremsende Kraft F :

$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

wobei A die Fläche der aneinander vorbeigleitenden Schichten ist.

Die Proportionalitätskonstante ist η = Viskosität, $[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$.

$$\Rightarrow F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

- Ist η unabhängig von Geschwindigkeit v \rightarrow Newtonsche Flüssigkeit.
- $\eta(T)$ nimmt mit steigender Temperatur ab.
- Oft: niedrige Strömungsgeschwindigkeit \rightarrow laminar.
höher Strömungsgeschwindigkeit \rightarrow turbulent.
- Oft die Strömung um ein kugelförmiges Objekt laminar oder turbulent sein wird, kann man durch die Reynoldszahl abschätzen:

$$Re = \frac{v \cdot 2r \cdot \rho}{\eta}$$

mit v : Strömungsgeschwindigkeit der Kugel
 r : Kugelradius

ρ : Dichte der Flüssigkeit
 η : Viskosität.

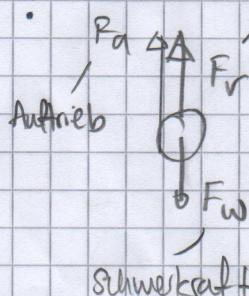
Wenn $Re \geq 2000$, wird eine Strömung ungefähr turbulent.

1.3 wirkende Kräfte auf eine umströmte Kugel

- Kleine Kugel, die sich langsam in einer Flüssigkeit bewegt
 \Rightarrow entsteht keine starke Verwirbelung.
- * Flüssigkeit muss weit ausgedehnt sein \Rightarrow klein Beeinflussung durch Gefäßwand in der Nähe der Kugel.

- Unter solchen Bedingungen kann man das Stokesche Gesetz annehmen:

$$F_r = -6\pi r \eta v$$



$$F_w = m_k g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g \quad \text{mit } \rho_k = \text{Dichte der Kugel.}$$

Bei konstanter Geschwindigkeit gilt

$$F_r = F_w \Leftrightarrow -6\pi r \eta v + \underbrace{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g}_{\text{Stokes}} - \underbrace{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{fl}} g}_{F_G} = \underbrace{\text{Schwerkraft}}_{= F_{\text{Schwerkraft}}}$$

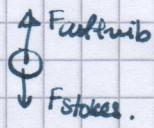
$$\text{umgestellt: } \eta = \frac{2gr^2}{9\nu} (p_k - p_{FZ}) \quad (1.3.1)$$

Technische Einheiten

2.1 Aufstieg von Luftblasen

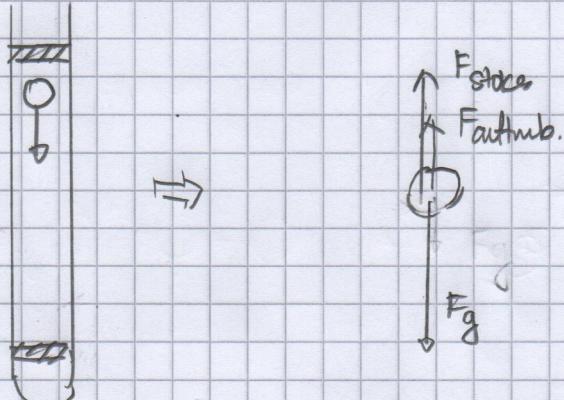
$$F_{\text{Auftrieb}} = -\frac{4}{3}\pi r_{\text{luftblase}}^3 \rho_{\text{Spülfl.}} \cdot g$$

$$\Rightarrow \eta_{\text{Spülfl.}} = \frac{2 \cdot g \rho_{\text{Spülfl.}}}{9 \nu_{\text{luftblase}}} \cdot r_{\text{luftblase}}^2.$$



2.2 Kugelfallviscosimeter

η kann mittels Gleichung (1.3.1) bestimmt werden.



Versuchsaufbau und -durchführung

In allen Experimenten wird das Spülmittel „Limonen Spülmittel“ von Frosch verwendet. Der Handelsname entspricht „FROSCH LIMONEN SPÜLMITTEL EF 750 ML D“.

Aufstieg von Luftblasen

- Versuchsziel** Bestimmung der Viskosität von Spülmittel durch Beobachtung des Blasenaufstiegs in Abhängigkeit von der Temperatur
Messmethode Kamera und das Software osp-tracker¹

1. Bestimmung der Dichte

Zur Bestimmung der Dichte des Spülmittels wird eine halbgefüllte Spülmittelflasche ins Wasser schwimmen gelassen. So funktioniert die Flasche als einen Aräometer. Die Höhe des Wasserpegels wird dann auf das Fläscbe mit einem Marker markiert und die Höheunterschied mittels osp-tracker bestimmt.



Abbildung 2.1: Aräometer Aufbau



Abbildung 2.2: Bestimmung der Höhe des Wasserpegels

Sodass das Volumen des verdrängtes Wassers genauer bekannt ist, ist der 10 L Eimer in einer große Schüssel gelagert. Das verdrängte Wasser ist dann in dieser Schüssel aufgefangen und deren Volumen mit einem Messbecher bestimmt.

Die bestimmte Dichte wird dann mit den vom Hersteller angegebenen Werten und den aus einen Aräometer ermittelten Werten verglichen.

2. Aufstieg von Luftblasen

Das Spülmittel ist dann 1 Stunde lang im Raum gelagert, damit es die Temperatur der Umgebung angenommen hat. Die gemessene Temperatur war $(29 \pm 1)^\circ\text{C}$.

¹physlets.org/tracker/

Anstelle der vorgeschriebenen Schüttelmethode sind Luftblasen durch Pusten in einem Strohhalm produziert. Dadurch ist die Blasenproduktion besser kontrolliert und man muss nicht darauf warten, dass die kleinen Blasen verschwinden, wenn zu viele kleine Blasen durch das Schütteln entstehen, was den Aufstieg von größeren Blasen verhindert. Die Größe der Luftblasen wurden aber dadurch etwa größer sein.

Der Aufstieg der Luftblasen wurden dann mit einem Handycamera bei 60 Bilder pro Sekunde aufgenommen. Das Handy war ein SAMSUNG S10e mit der Auflösung von 1080x1920 Pixels (d.h. vertikale Ausrichtung) und einem Zoomfaktor von 1.0x.



Abbildung 2.3: Experiment Aufbau

Das Handy wird während des Experiments mit einem Klebeband aufrechts gehalten.

Die Auswertung erfolgt dann in **osp-tracker**. Dabei sind die Durchmesser und Positionen gemessen.

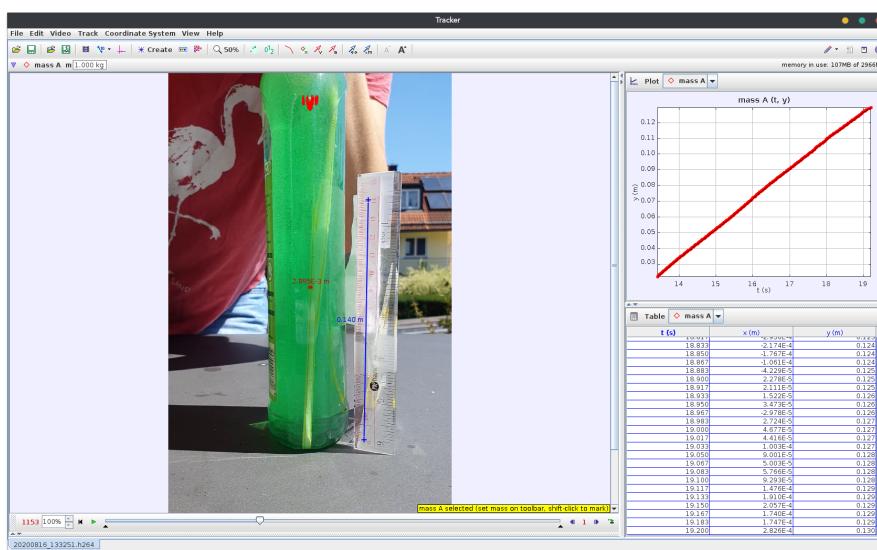


Abbildung 2.4: Auswertung in **osp-tracker**

Der Aufstieg von 10 Luftblasen wurden aufgenommen.



Abbildung 2.5: Ein solcher Aufstieg

Das Spülmittel wurde dann im Gefrierschrank für 2 Stunden gelagert und dann grob geschüttelt, sodass die Temperatur des Spülmittels überall gleich war. Die gemessene Temperaturen waren:

Anfangstemperatur θ_i	$(4 \pm 1)^\circ\text{C}$
Endtemperatur θ_f	$(12 \pm 1)^\circ\text{C}$

Das Experiment wurden dann mit 10 Luftblasen im kalten Spülmittel wiederholt. Es ist beobachtet, dass die Luftblase im kalten Spülmittel wie einen umgekehrten Tropfen aussah.



Abbildung 2.6:
Luftblasen im kalten
Spülmittel

Wegen der unkugelförmigen Form der Luftblasen im kalten Spülmittel, ist ein Kreis am oberen Teil der Blase erst angepasst, bevor die Messungen des Durchmesser durchgeführt sind. Da die Luftblasen in der Bewegungsrichtung immer noch kugelförmig ist, ist das eine gute Annäherung dafür.



Abbildung 2.7: Messungen des Durchmessers im kalten Spülmittel in osp-tracker

Um möglichst wenig Verformung in der Aufnahmen zu haben, ist die Spülmittelflasche von der Seite gefilmt, wo die Wand flacher ist. Die Luftblasen sind auch möglichst nah an der Wand erzeugt. Dies gilt für den ganzen Teilversuch.

Kugelfallviskosimeter

Versuchsziel Bestimmung der Viskosität von Spülmittel bei Raumtemperatur mit einem improvisierten Kugelfallviskosimeter

Messmethode Kamera und das Software osp-tracker

Eine Wasserflasche wurde mit Spülmittel bei $T = (33 \pm 1)^\circ\text{C}$ gefüllt und als Kugelfallviskosimeter verwendet. Stahlkugeln aus einem magnetischen Konstruktionsspielzeug sind dann mit einer Schieblehre gemessen und dann mit Spiritus (70% v/v Ethanol) gereinigt.

Die Stahlkugeln haben folgenden Eigenschaften:

Masse m	$(8,5 \pm 0,2) \text{ g}$
Durchmesser d	$(12,7 \pm 0,1) \text{ mm}$

wobei die Masse m aus einer Messung aus $15m = (127 \pm 3) \text{ g}$ hergeleitet ist.

Die Spülmittelflasche in Abbildung 2.3 wurde mit dem Kugelfallviskosimeter ersetzt und die Stahlkugel ins Spülmittel fallen gelassen. Dazu sind die Kugeln nach der Reinigung nur mit Pinzette behandelt. Der Fallverlauf wurde dann mit dem gleichen Handy und der gleichen Einstellungen wie in dem vorherigen Versuch aufgenommen.

Die Messung der Zeit und Position erfolgt danach im osp-tracker, da die Fallzeiten zu kurz sind.

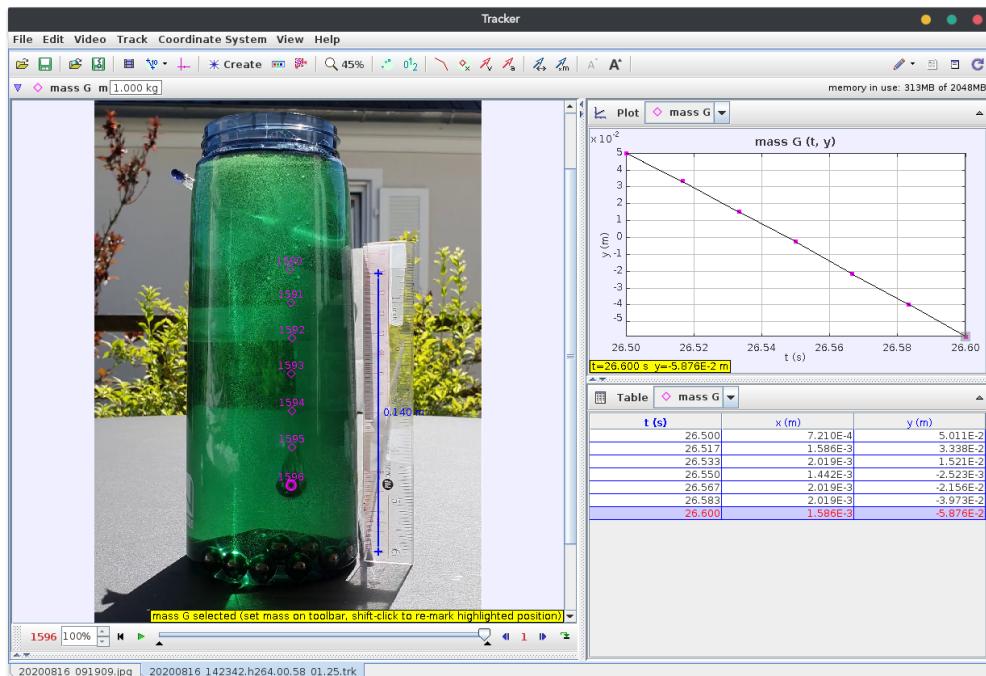


Abbildung 2.8: Auswertung in osp-tracker

Diese Messungen sind für insgesamt 9 Stahlkugeln wiederholt.

Messwerten und Auswertung

Aufstieg von Luftblasen

Dichte des Spülmittels

Nach dem Archimedischen Prinzip ist die Auftriebskraft, die die Flasche ins Wasser hält, gleich die Gewicht des verdrängten Wassers. Somit gilt:

$$F_A = \rho_{\text{wasser}} V_{\text{wasser}} g \quad (3.1.1)$$

Da die Flasche im Wasser schwimmt, also ist die Flasche im Gleichgewicht und es gilt:

$$F_G = F_A \quad (3.1.2)$$

$$\rho_{\text{spüli}} V_{\text{spüli}} g = \rho_{\text{wasser}} V_{\text{wasser}} g \quad (3.1.3)$$

$$\rho_{\text{spüli}} = \rho_{\text{wasser}} \frac{V_{\text{wasser}}}{V_{\text{spüli}}} \quad (3.1.4)$$

Dabei ist die Volumen des verdrängtes Wassers als $V_{\text{wasser}} = (650 \pm 50) \text{ cm}^3$.

Wir nehmen an, dass der Flasche die Querschnittsfläche für den unteren Teil überall gleich ist, somit ist das Volumen proportional zur Höhe und wir erhalten:

$$\rho_{\text{spüli}} = \rho_{\text{wasser}} \frac{h_{\text{wasser}}}{h_{\text{spüli}}} \quad (3.1.5)$$

mit dem entsprechenden Fehler:

$$\Delta \rho_{\text{spüli}} = \rho_{\text{spüli}} \sqrt{\left(\frac{\Delta h_{\text{wasser}}}{h_{\text{wasser}}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta h_{\text{spüli}}}{h_{\text{spüli}}} \right)^2} \quad (3.1.6)$$

Aus osp-tracker und The Engineering Toolbox² haben wir als Werten:

Höhe des Wasserpegels	h_{wasser}	$(0,160 \pm 0,005) \text{ m}$
Höhe des Spülmittels	$h_{\text{spüli}}$	$(0,147 \pm 0,005) \text{ m}$
Wasserdichte bei 29 °C	ρ_{wasser}	$995,96 \text{ kg m}^{-3}$

Damit gilt:

$$\rho_{\text{spüli}} = 995,96 \text{ kg m}^{-3} \frac{0,160 \text{ m}}{0,147 \text{ m}} = 1084,04 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{6 sig. Zif.}) \quad (3.1.7)$$

$$\Delta \rho = 995,96 \text{ kg m}^{-3} \frac{0,160 \text{ m}}{0,147 \text{ m}} \sqrt{\left(\frac{0,005 \text{ m}}{0,160 \text{ m}} \right)^2 + \left(\frac{0,005 \text{ m}}{0,147 \text{ m}} \right)^2} = 50,0714 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{6 sig. Zif.}) \quad (3.1.8)$$

Folglich haben wir eine Dichte von $\rho_{\text{spüli}} = (1080 \pm 60) \text{ kg m}^{-3} = (1,08 \pm 0,06) \text{ g cm}^{-3}$.

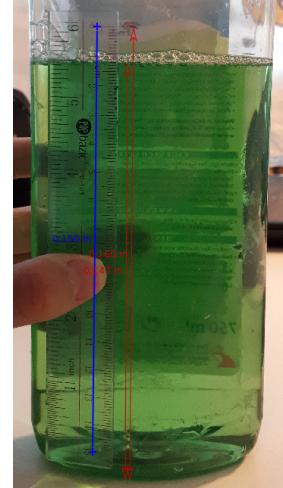


Abbildung 3.1: Messungen der Höhe des Wasserpegels in osp-tracker

²www.engineeringtoolbox.com/water-density-specific-weight-d_595.html?vA=29&units=C#

Im Vergleich zum Literaturwert³ haben wir:

Quelle	Temperatur	Wert/g cm ⁻³
Experiment	(29 ± 1) °C	1,08 ± 0,06
Aräometer	≈ 23 °C	1,024 ± 0,001
Hersteller	20 °C	1,025

Die von Aräometer ermittelte Dichte stimmt mit dem Literaturwert überein. Unser experimenteller Wert ist aber nur verträglich mit der anderen zwei Werten. Dieser Unterschied liegt vermutlich daran, dass das Gewicht der Flasche nicht berücksichtigt war. Am Boden der Flasche gibt es auch eine Aussparung, was auch nicht berücksichtigt war.

³daten.oehme-lorito.de/sdb/frosch%20geschirrsp%C3%BClmittel%20limonen.pdf, Seite 6

Viskosität des warmen Spülmittels

Die Aufnahmen wurden erst mit `ffmpeg` geschnitten, bevor sie im `osp-tracker` geladen sind. Dadurch ist die Anzahl der Frames für jeden Verlauf niedrig gehalten und `osp-tracker` kann somit schneller die Videos verarbeiten.

Zur Messung des Durchmessers $2r$ wurden 5 Messungen mit der „Measuring Tape“ Funktion in `osp-tracker` durchgeführt. Der Mittelwert und die Standardabweichung wurden dann mit LibreOffice Calc berechnet. Dazu sind die Funktionen `AVERAGE` und `STDEV` verwendet. Die Standardabweichung entspricht dann die Unsicherheit des Durchmessers:

Blase	$2r_1/\text{mm}$	$2r_2/\text{mm}$	$2r_3/\text{mm}$	$2r_4/\text{mm}$	$2r_5/\text{mm}$	$\overline{(2r)}/\text{mm}$
1	2,753	2,810	2,890	2,814	2,920	$2,84 \pm 0,07$
2	2,664	2,629	2,632	2,593	2,645	$2,633 \pm 0,027$
3	3,033	3,073	3,014	2,973	3,117	$3,04 \pm 0,06$
4	2,675	2,769	2,725	2,501	2,545	$2,64 \pm 0,12$
5	3,423	3,463	3,539	3,547	3,502	$3,49 \pm 0,06$
6	3,537	3,586	3,597	3,501	3,595	$3,56 \pm 0,05$
7	7,351	6,899	6,953	7,407	6,916	$7,11 \pm 0,26$
8	5,511	5,774	5,368	5,721	5,472	$5,57 \pm 0,18$
9	2,939	2,640	2,693	2,724	2,770	$2,75 \pm 0,12$
10	3,641	3,797	3,858	3,733	3,668	$3,74 \pm 0,09$

Die erhaltene Zeit-Position Daten aus `osp-tracker` sind mit `gnuplot` geplottet und es wurde eine Kurvenanpassung zur $y = mt + c$ für jede Blase durchgeführt. Da `osp-tracker` keine explizite Unsicherheit ermittelt, vernachlässigen wir sie für die Kurvenanpassung.

Für das genaue `gnuplot` Code, siehe Appendix A.1.

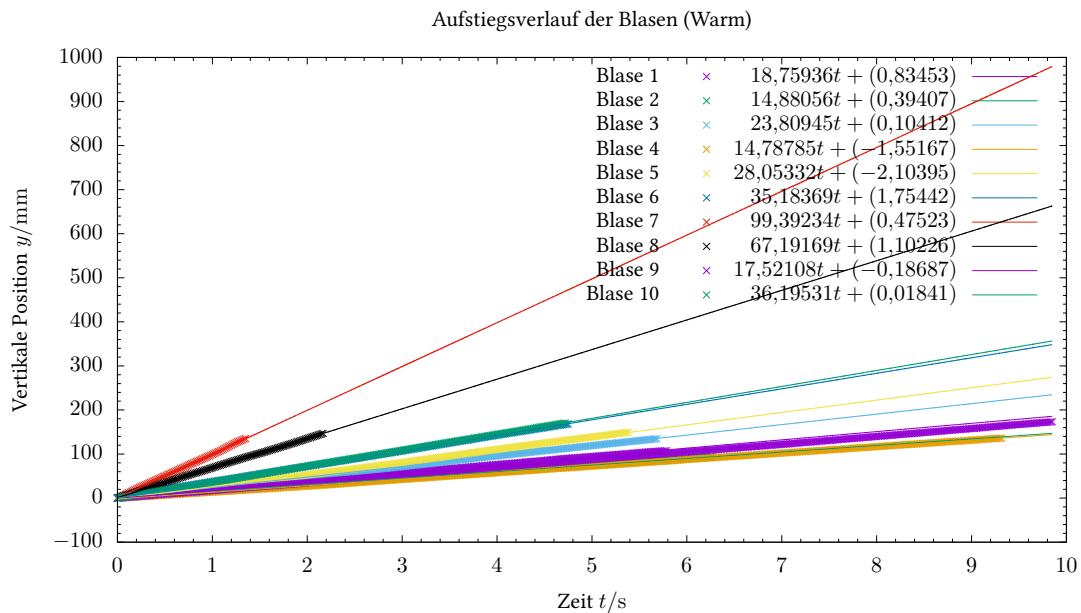


Abbildung 3.2: Aufstieg der Luftblasen im warmen Spülmittel ([Daten](#))

Als Endergebnis erhalten wir:

Blase Nr.	$m/\text{mm s}^{-1}$	c/mm	χ^2_{red}
1	$18,759\,36 \pm 0,016\,79$	$0,834\,53 \pm 0,056\,11$	0,275 05
2	$14,880\,56 \pm 0,003\,10$	$0,394\,07 \pm 0,011\,23$	0,011 94
3	$23,809\,45 \pm 0,010\,52$	$0,104\,12 \pm 0,034\,53$	0,102 42
4	$14,787\,85 \pm 0,007\,70$	$-1,551\,67 \pm 0,041\,44$	0,241 11
5	$28,053\,32 \pm 0,032\,72$	$-2,103\,95 \pm 0,101\,76$	0,842 66
6	$35,183\,69 \pm 0,018\,51$	$1,754\,42 \pm 0,050\,80$	0,185 49
7	$99,392\,34 \pm 0,140\,13$	$0,475\,23 \pm 0,109\,55$	0,250 57
8	$67,191\,69 \pm 0,086\,85$	$1,102\,26 \pm 0,108\,85$	0,392 51
9	$17,521\,08 \pm 0,004\,86$	$-0,186\,87 \pm 0,027\,67$	0,113 64
10	$36,195\,31 \pm 0,008\,80$	$0,018\,41 \pm 0,023\,99$	0,041 08

Aus der niedrigen χ^2_{red} sind alle Kurveanpassungen gut. m entspricht in diesem Fall die Geschwindigkeit v . Laut der Anleitung gilt:

$$\eta_{\text{spüli}} = \frac{2 \cdot g \rho_{\text{spüli}}}{9 \cdot v_{\text{Luftblase}}} \cdot r_{\text{Luftblase}}^2 = \frac{g \cdot \rho_{\text{spüli}}}{18 \cdot v_{\text{Luftblase}}} \cdot (2r_{\text{Luftblase}})^2 \quad (3.1.9)$$

$$\Delta \eta_{\text{spüli}} = \eta_{\text{spüli}} \sqrt{\left(\frac{\Delta \rho_{\text{spüli}}}{\rho_{\text{spüli}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v_{\text{Luftblase}}}{v_{\text{Luftblase}}}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta (2r_{\text{Luftblase}})}{2r_{\text{Luftblase}}}\right)^2} \quad (3.1.10)$$

Die Viskositäten und die entsprechenden Fehler wurden dann mittels LibreOffice Calc anhand (3.1.9) und (3.1.10) berechnet. Die genaue Rechnung sind wegen Übersichtlichkeit hier ausgelassen.

Als Ergebnis erhalten wir:

Blase Nr. i	$2r_i/\text{mm}$	$v_i/\text{mm s}^{-1}$	$\eta_i/\text{mPa s}$
1	$2,84 \pm 0,07$	$18,759 \pm 0,017$	253 ± 19
2	$2,633 \pm 0,027$	$14,881 \pm 0,004$	274 ± 17
3	$3,04 \pm 0,06$	$23,809 \pm 0,011$	228 ± 16
4	$2,64 \pm 0,12$	$14,788 \pm 0,008$	280 ± 30
5	$3,49 \pm 0,06$	$28,053 \pm 0,04$	256 ± 17
6	$3,56 \pm 0,05$	$35,183 \pm 0,02$	212 ± 14
7	$7,11 \pm 0,26$	$99,392 \pm 0,15$	299 ± 28
8	$5,57 \pm 0,18$	$67,191 \pm 0,09$	272 ± 24
9	$2,75 \pm 0,12$	$17,521 \pm 0,005$	254 ± 27
10	$3,74 \pm 0,09$	$36,195 \pm 0,009$	227 ± 17

Der Mittelwert $\bar{\eta}$ ist dann gegeben durch:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \eta_i \quad \text{mit} \quad \Delta \bar{\eta} = \frac{1}{10} \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (\Delta \eta_i)^2} \quad (3.1.11)$$

und die Standardabweichung:

$$s(\eta) = \sqrt{\frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^{10} (\eta_i - \bar{\eta})^2} \quad (3.1.12)$$

Die genauen Rechnungen erfolgen anhand (3.1.11) und (3.1.12) in LibreOffice Calc und sind wegen Übersichtlichkeit hier ausgelassen. Für den Mittelwert und die Standardabweichung sind die Funktionen AVERAGE und STDEV.S direkt verwendet. Wir erhalten:

Mittelwert	$\bar{\eta}$	255,5 mPas
Unsicherheit des Mittelwertes	$\Delta\bar{\eta}$	6,9 mPas
Standardabweichung	$s(\eta)$	28 mPas

wobei $\Delta\bar{\eta}$ und $s(\eta)$ beides auf 2 signifikanten Ziffern aufgerundet sind.

Da die Standardabweichung größer als die Unsicherheit des Mittelwertes ist, nehmen wir die Standardabweichung als Fehler und erhalten für $T = (29 \pm 1)^\circ\text{C}$ eine Viskosität von $\eta = (256 \pm 28) \text{ mPas}$.

Viskosität des kalten Spülmittels

Wir wiederholen nun alle Rechnungen für das kalte Spülmittel. Sodass die Variablen nicht durcheinander kommen, sind die Auswertung zum kalten Spülmittel hier im zweiten Abschnitt geteilt.

Es ist davon ausgegangen, dass die Dichte des Spülmittels nicht Temperaturabhängig ist.

Messung der Durchmesser

Im Allgemein sind die Durchmesser für das kalte Spülmittel größer, da es schwieriger war, eine Blase im Spülmittel zu pusten.

Blase	$2r_1/\text{mm}$	$2r_2/\text{mm}$	$2r_3/\text{mm}$	$2r_4/\text{mm}$	$2r_5/\text{mm}$	$\overline{(2r)}/\text{mm}$
1	8,164	8,244	8,149	8,256	8,284	$8,23 \pm 0,06$
2	8,082	8,039	8,067	8,107	7,993	$8,05 \pm 0,05$
3	11,80	12,01	12,11	11,54	11,99	$11,91 \pm 0,26$
4	13,50	13,46	13,70	14,09	13,66	$13,73 \pm 0,27$
5	8,508	8,550	8,663	8,466	8,497	$8,54 \pm 0,09$
6	9,846	9,806	9,702	9,746	9,798	$9,76 \pm 0,05$
7	10,74	10,90	10,76	10,94	10,82	$10,86 \pm 0,09$
8	8,979	8,913	9,058	8,873	8,892	$8,93 \pm 0,09$
9	9,062	9,031	8,886	9,133	9,042	$9,02 \pm 0,11$
10	8,966	9,070	9,082	9,053	9,173	$9,09 \pm 0,06$

Geschwindigkeit mittels gnuplot

Für das genaue gnuplot Code, siehe Appendix A.2.

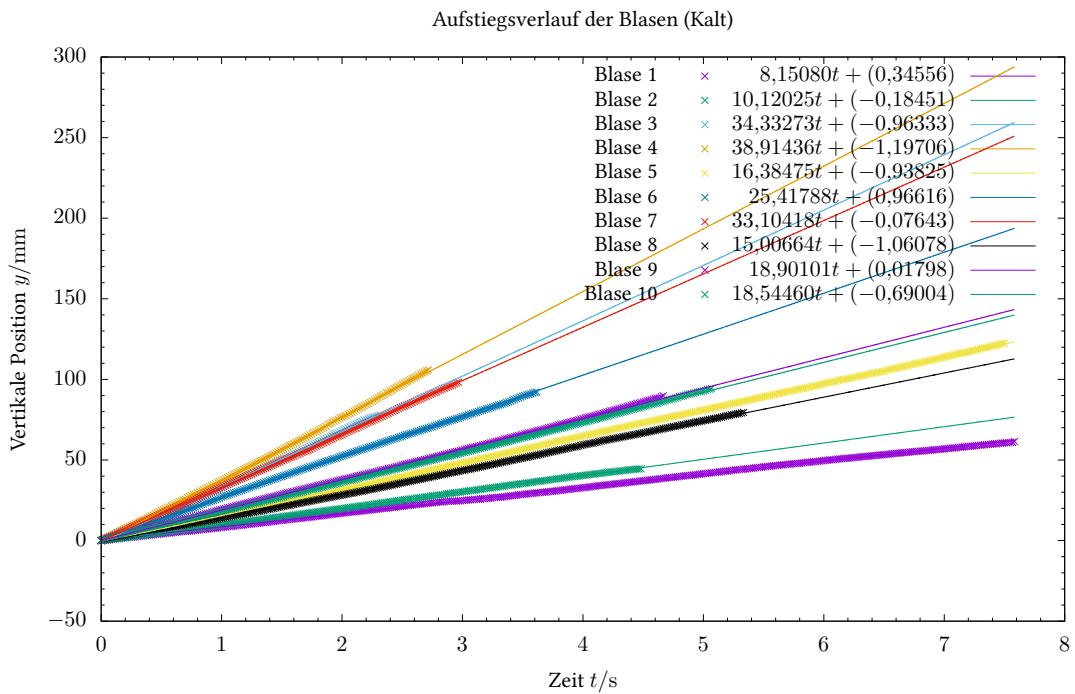


Abbildung 3.3: Aufstieg der Luftblasen im kalten Spülmittel ([Daten](#))

Als Endergebnis erhalten wir:

Blase Nr.	$m/\text{mm s}^{-1}$	c/mm	χ^2_{red}
1	$8,150\,80 \pm 0,008\,13$	$0,345\,56 \pm 0,035\,60$	0,144 95
2	$10,120\,25 \pm 0,006\,86$	$-0,184\,51 \pm 0,017\,77$	0,021 44
3	$34,332\,73 \pm 0,049\,27$	$-0,963\,33 \pm 0,066\,02$	0,154 18
4	$38,914\,36 \pm 0,069\,53$	$-1,197\,06 \pm 0,109\,23$	0,493 63
5	$16,384\,75 \pm 0,008\,54$	$-0,938\,25 \pm 0,037\,01$	0,154 91
6	$25,417\,88 \pm 0,038\,70$	$0,966\,16 \pm 0,080\,91$	0,359 20
7	$33,104\,18 \pm 0,020\,57$	$-0,076\,43 \pm 0,035\,28$	0,056 17
8	$15,006\,64 \pm 0,019\,69$	$-1,060\,78 \pm 0,060\,68$	0,296 91
9	$18,901\,01 \pm 0,018\,44$	$0,017\,98 \pm 0,049\,73$	0,174 65
10	$18,544\,60 \pm 0,015\,97$	$-0,690\,04 \pm 0,046\,76$	0,167 51

Aus der niedrigen χ^2_{red} sind alle Kurveanpassungen gut.

Viskosität mittels LibreOffice Calc

Wir berechnen nun die Viskosität η mittels (3.1.9) und (3.1.10) in LibreOffice Calc:

Blase Nr. i	$2r_i/\text{mm}$	$v_i/\text{mm s}^{-1}$	$\eta_i/\text{mPa s}$
1	$8,23 \pm 0,06$	$8,151 \pm 0,009$	4890 ± 290
2	$8,05 \pm 0,05$	$10,12 \pm 0,07$	3770 ± 220
3	$11,91 \pm 0,26$	$34,33 \pm 0,05$	2430 ± 180
4	$13,73 \pm 0,27$	$38,91 \pm 0,07$	2850 ± 200
5	$8,54 \pm 0,09$	$16,385 \pm 0,009$	2620 ± 160
6	$9,76 \pm 0,05$	$25,42 \pm 0,04$	2210 ± 130
7	$10,86 \pm 0,09$	$33,104 \pm 0,021$	2100 ± 130
8	$8,93 \pm 0,09$	$15,01 \pm 0,20$	3130 ± 190
9	$9,02 \pm 0,11$	$18,901 \pm 0,019$	2530 ± 160
10	$9,09 \pm 0,06$	$18,545 \pm 0,016$	2620 ± 150

und den Mittelwert, die Unsicherheit des Mittelwertes (mittels Gleichung (3.1.11)) und die Standardabweichung (mittels Gleichung (3.1.12)) in LibreOffice Calc:

Mittelwert	$\bar{\eta}$	2915 mPa s
Unsicherheit des Mittelwertes	$\Delta\bar{\eta}$	60 mPa s
Standardabweichung	$s(\eta)$	850 mPa s

wobei $\Delta\bar{\eta}$ und $s(\eta)$ beides auf 2 signifikanten Ziffern aufgerundet sind.

Da die Standardabweichung größer als die Unsicherheit des Mittelwertes ist, nehmen wir die Standardabweichung als Fehler. Da das Spülmittel am Anfang und am Ende unterschiedliche Temperaturen hat, berechnen wir nun den Mittelwert:

$$T' = \frac{4^\circ\text{C} + 12^\circ\text{C}}{2} = 8^\circ\text{C} \quad (3.1.13)$$

$$\Delta T' = \frac{1}{2} \sqrt{(1^\circ\text{C})^2 + (1^\circ\text{C})^2} = 0,8^\circ\text{C} \quad (3.1.14)$$

und erhalten für $T' = (8,0 \pm 0,8)^\circ\text{C}$ eine Viskosität von $\eta = (2900 \pm 900) \text{ mPa s}$.

Diskussion

Zusammengefasst mit der Herstellerangabe zur Viskosität⁴ haben wir:

Quelle	Temperatur/°C	Viskosität/mPas
Experiment	29 ± 1	256 ± 28
Experiment	8,0 ± 0,8	2900 ± 900
Hersteller	ca. 20	1000

Da die Fehler ziemlich groß war (11% beim Warmen, 31% beim Kalten), ist es nicht sehr aussagekräftig im dreifachen Fehlerintervall zu vergleichen. Wir vergleichen somit immer nur im einfachen Fehlerintervall der Werten. Die Fehler könnten kleiner sein, wenn wir statt der Standardabweichung, der Fehler der Steigung zur optimalen Gerade der folgenden Gleichung verwenden:

$$r_{\text{Luftblase}}^2 = \left(\frac{2}{9g} \cdot \frac{\eta_{\text{spüli}}}{\rho_{\text{spüli}}} \right) v_{\text{Luftblase}} + c \quad (3.1.15)$$

$\frac{\eta_{\text{spüli}}}{\rho_{\text{spüli}}}$ ist dabei die kinematische Viskosität.

c ist nur da, sodass die Kurveanpassung möglichst allgemein ist. Es soll eigentlich 0 sein.

Die Viskosität des kalten Spülmittels ist deutlich größer als die Viskosität des warmen Spülmittels, was auch erwartet ist. Bei niedriger Temperaturen haben die Moleküle weniger kinetische Energie, somit brauchen die Moleküle mehr äußere Energie, um die elektrischen Kräfte zwischen benachbarten Teilchen zu überwinden.

Die Viskosität des warmen Spülmittels stimmt aber nicht mit der Herstellerangabe überein. Dabei ist der experimentelle Wert kleiner als der Literaturwert. Es ist aber zu bemerken, dass die Temperatur beim Experiment auch deutlich höher als die Temperatur im Literatur. Ob es tatsächlich einen Fehler im Experiment gibt oder es einfach der Temperaturverlauf der Viskosität zurückzuführen ist, kann man ohne Zusatzexperiment schwer schlussfolgern.

Die Messung, die am stärksten zur Unsicherheit des Ergebnisses beiträgt, ist die Messung der Dichte des Spülmittels, da der prozentuale Fehler am größten ist. Ein systematischer Fehler bei der Bestimmung ist die mögliche Verzerrung, die aus dem Objektiv und Winkel des Kamerablicks entsteht. Bei verschiedenen Objektiven kann Längen unterschiedlich lang sein. Diese Verzerrung muss man durch die genaue Charakterisierung des Objektiv bestimmen, was hier aus zeitlichen Gründen nicht gemacht war.

Die Reynoldszahl ist gegeben durch:

$$R_e = \frac{v \cdot 2r \cdot \rho_{\text{spüli}}}{\eta_{\text{spüli}}} \quad (3.1.16)$$

$$\Delta R_e = R_e \sqrt{\left(\frac{\Delta v}{v} \right)^2 + \left(\frac{\Delta(2r)}{(2r)} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \rho_{\text{spüli}}}{\rho_{\text{spüli}}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \eta_{\text{spüli}}}{\eta_{\text{spüli}}} \right)^2} \quad (3.1.17)$$

Wir berechnen nun alle Reynoldszahlen mit Hilfe von LibreOffice Calc und nehmen an, dass die Dichte des Spülmittels nicht Temperaturabhängig ist.

⁴daten.oehme-lorito.de/sdb/frosch%20geschirrsp%C3%BClmittel%20limonen.pdf, Seite 6

Aus LibreOffice Calc gilt:

Warm					
Blase Nr. i	$2r_i/\text{mm}$	$v_i/\text{mm s}^{-1}$	$\eta_i/\text{mPa s}$	R_e	
1	$2,84 \pm 0,07$	$18,759 \pm 0,017$	253 ± 19	$0,227 \pm 0,022$	
2	$2,633 \pm 0,027$	$14,881 \pm 0,004$	274 ± 17	$0,154 \pm 0,013$	
3	$3,04 \pm 0,06$	$23,809 \pm 0,011$	228 ± 16	$0,34 \pm 0,04$	
4	$2,64 \pm 0,12$	$14,788 \pm 0,008$	280 ± 30	$0,152 \pm 0,020$	
5	$3,49 \pm 0,06$	$28,05 \pm 0,04$	256 ± 17	$0,41 \pm 0,04$	
6	$3,56 \pm 0,05$	$35,18 \pm 0,02$	212 ± 14	$0,64 \pm 0,06$	
7	$7,11 \pm 0,26$	$99,39 \pm 0,15$	299 ± 28	$2,5 \pm 0,3$	
8	$5,57 \pm 0,18$	$67,19 \pm 0,09$	272 ± 24	$1,49 \pm 0,17$	
9	$2,75 \pm 0,12$	$17,521 \pm 0,005$	254 ± 27	$0,205 \pm 0,027$	
10	$3,74 \pm 0,09$	$36,195 \pm 0,009$	227 ± 17	$0,64 \pm 0,07$	

Kalt					
Blase Nr. i	$2r_i/\text{mm}$	$v_i/\text{mm s}^{-1}$	$\eta_i/\text{mPa s}$	R_e	
1	$8,23 \pm 0,06$	$8,151 \pm 0,009$	4890 ± 290	$0,0148 \pm 0,0013$	
2	$8,05 \pm 0,05$	$10,12 \pm 0,07$	3770 ± 220	$0,0233 \pm 0,0019$	
3	$11,91 \pm 0,26$	$34,33 \pm 0,05$	2430 ± 180	$0,182 \pm 0,018$	
4	$13,73 \pm 0,27$	$38,91 \pm 0,07$	2850 ± 200	$0,202 \pm 0,019$	
5	$8,54 \pm 0,09$	$16,385 \pm 0,009$	2620 ± 160	$0,058 \pm 0,005$	
6	$9,76 \pm 0,05$	$25,42 \pm 0,04$	2210 ± 130	$0,121 \pm 0,010$	
7	$10,86 \pm 0,09$	$33,104 \pm 0,021$	2100 ± 130	$0,185 \pm 0,016$	
8	$8,93 \pm 0,09$	$15,01 \pm 0,20$	3130 ± 190	$0,046 \pm 0,004$	
9	$9,02 \pm 0,11$	$18,901 \pm 0,019$	2530 ± 160	$0,073 \pm 0,007$	
10	$9,09 \pm 0,06$	$18,545 \pm 0,016$	2620 ± 150	$0,069 \pm 0,006$	

Da alle Reynoldzahlen kleiner als 2000 ist, ist die Strömung wirklich laminar.

Kugelfallviskosimeter

Viskosität

Die Position-Zeit Daten sind im gnuplot geplottet (Siehe Appendix B) und eine Kurveanpassung zur $y = mt + c$ durchgeführt. Da alle Positionen manuell bestimmt sind, ist einen Fehler von $\Delta y = \pm 5 \text{ mm}$ dazu addiert. Es ist davon ausgegangen, dass die Kugeln mit konstanten Geschwindigkeit durch das Spülmittel fällt, was möglicherweise wegen der Blase hinter der Kugel nicht der Fall ist:



Abbildung 3.4: Blase hinter der Stahlkugel

Fallverlauf der Stahlkugeln

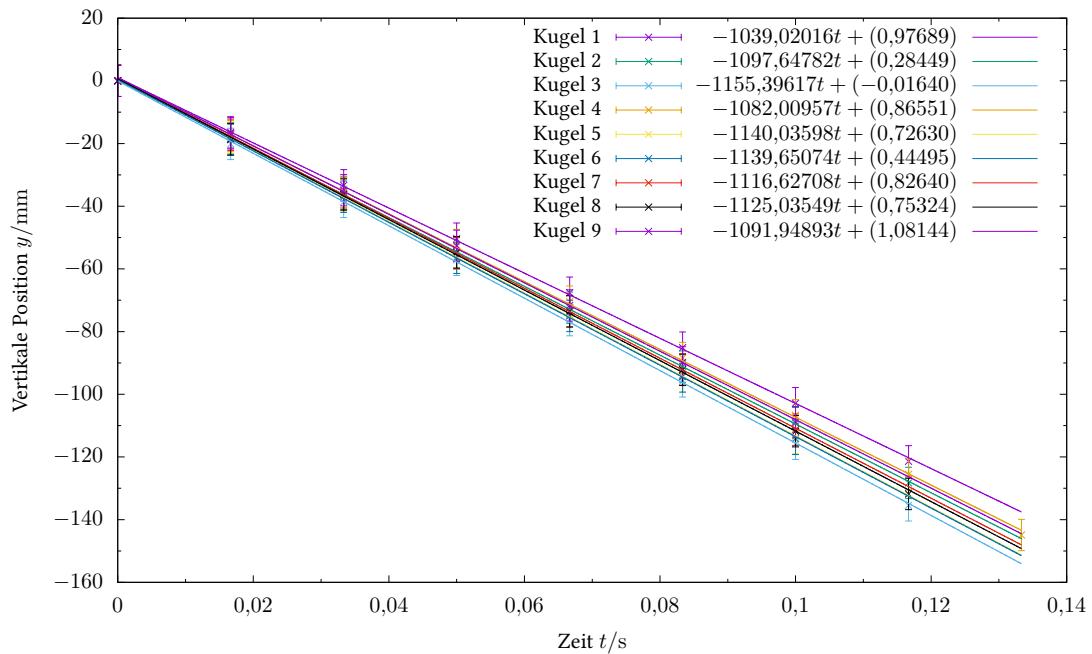


Abbildung 3.5: Fall der Stahlkugel im Spülmittel ([Daten](#))

Da es zu viele Datenpunkten gibt, sind sie hier ausgelassen.

Als Ergebnis erhalten wir:

Kugel Nr.	$m/\text{mm s}^{-1}$	c/mm	χ^2_{red}
1	$-1039,020\,16 \pm 7,118\,91$	$0,976\,89 \pm 0,496\,34$	0,023 65
2	$-1097,647\,82 \pm 4,589\,63$	$0,284\,49 \pm 0,320\,00$	0,009 83
3	$-1155,396\,17 \pm 5,687\,88$	$-0,016\,40 \pm 0,396\,57$	0,015 10
4	$-1082,009\,57 \pm 7,082\,12$	$0,865\,51 \pm 0,561\,96$	0,033 44
5	$-1140,035\,98 \pm 6,288\,36$	$0,726\,30 \pm 0,377\,88$	0,012 30
6	$-1139,650\,74 \pm 6,023\,26$	$0,444\,95 \pm 0,361\,95$	0,011 29
7	$-1116,627\,08 \pm 6,068\,14$	$0,826\,40 \pm 0,364\,65$	0,011 46
8	$-1125,035\,49 \pm 8,152\,66$	$0,753\,24 \pm 0,568\,42$	0,031 02
9	$-1091,948\,93 \pm 8,576\,18$	$1,081\,44 \pm 0,515\,36$	0,022 88

Aus der kleiner χ^2_{red} -en sind die Anpassungen gut. m entspricht in diesem Fall die Geschwindigkeit der Kugeln und c die Anfangsgeschwindigkeit bei $t = 0$. c soll kleiner als 0 sein, was hier im Allgemein nicht der Fall ist. Das könnte man wahrscheinlich zur Unsicherheit bei der Punktebestimmung zurückführen.

Nach geeigneter Rundung erhalten wir den Betrag der Fallgeschwindigkeiten:

Kugel Nr.	$v_i/\text{mm s}^{-1}$
1	1039 ± 8
2	1098 ± 5
3	1155 ± 6
4	1082 ± 8
5	1140 ± 7
6	1140 ± 7
7	1117 ± 7
8	1125 ± 9
9	1092 ± 9

Wir berechnen nun den Mittelwert, die Unsicherheit des Mittelwerts und die Standardabweichung der Fallgeschwindigkeit. Dazu sind die Funktionen AVERAGE und STDEV.S verwendet. Die Unsicherheit des Mittelwerts ist gegeben durch:

$$\Delta\bar{v} = \frac{1}{9} \sqrt{\sum_{i=1}^9 (\Delta v_i)^2} \quad (3.2.1)$$

Somit haben wir:

Mittelwert	\bar{v}	$1109,8 \text{ mm s}^{-1}$
Unsicherheit des Mittelwertes	$\Delta\bar{v}$	$2,5 \text{ mm s}^{-1}$
Standardabweichung	$s(v)$	37 mm s^{-1}

wobei $\Delta\bar{v}$ und $s(v)$ beides auf 2 signifikanten Ziffern aufgerundet sind.

Da die Standardabweichung größer als die Unsicherheit des Mittelwertes ist, nehmen wir die Standardabweichung als Fehler der Fallgeschwindigkeit an und erhalten $v = (1110 \pm 40) \text{ mm s}^{-1}$.

Wir berechnen zunächst die Dichte der Kugeln ρ_K . Es gilt:

$$\rho_K = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3m}{4\pi r^3} = \frac{6m}{\pi(2r)^3} = \frac{6m}{\pi d^3} \quad (3.2.2)$$

$$\Delta\rho_K = \rho_K \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(3 \cdot \frac{\Delta d}{d}\right)^2} \quad (3.2.3)$$

Mit den Werten:

Variable	Wert	Bedeutung
m	$(8,5 \pm 0,2) \text{ g}$	Masse einer Kugel
d	$(12,7 \pm 0,1) \text{ mm}$	Durchmesser einer Kugel

erhalten wir:

$$\rho_K = \frac{6(8,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg})}{\pi(12,7 \cdot 10^{-3} \text{ m})^3} = 7925,18 \text{ kg m}^{-3} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.2.4)$$

$$\Delta\rho_K = \frac{6(8,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg})}{\pi(12,7 \cdot 10^{-3} \text{ m})^3} \sqrt{\left(\frac{0,2 \text{ g}}{8,5 \text{ g}}\right)^2 + \left(3 \cdot \frac{0,1 \text{ mm}}{12,7 \text{ mm}}\right)^2} = 264,235 \text{ kg m}^{-3} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.2.5)$$

$$\Rightarrow \rho_K = (7930 \pm 270) \text{ kg m}^{-3} = (7,930 \pm 0,270) \text{ g cm}^{-3} \quad (3.2.6)$$

Dieser Wert stimmen mit der gegebene Dichte von Stahl $\rho = 7,9 \text{ g cm}^{-3}$ überein.

Aus der Anleitung und AMW gilt:

$$\eta = \frac{2gr^2}{9v} (\rho_K - \rho_{\text{spüli}}) = \frac{g(2r)^2}{18v} (\rho_K - \rho_{\text{spüli}}) = \frac{gd^2}{18v} (\rho_K - \rho_{\text{spüli}}) \quad (3.2.7)$$

$$\begin{aligned} \Delta\eta &= \eta \sqrt{\left(2 \cdot \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\rho_k - \rho_{\text{spüli}})}{\rho_k - \rho_{\text{spüli}}}\right)^2} \\ &= \eta \sqrt{\left(2 \cdot \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + \frac{(\Delta\rho_k)^2 + (\Delta\rho_{\text{spüli}})^2}{(\rho_k - \rho_{\text{spüli}})^2}} \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

Dazu ist die relative Unsicherheit $\Delta\eta/\eta$ gegeben durch:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \sqrt{\left(2 \cdot \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + \frac{(\Delta\rho_k)^2 + (\Delta\rho_{\text{spüli}})^2}{(\rho_k - \rho_{\text{spüli}})^2}} \quad (3.2.9)$$

Wir gehen davon aus, dass die Dichte des Spülmittels Temperaturunabhängig ist.

Mit der Werten:

Variable	Wert	Bedeutung
d	$(0,0127 \pm 0,0001) \text{ m}$	Durchmesser einer Kugel
v	$(1,11 \pm 0,04) \text{ m s}^{-1}$	Mittlere Fallgeschwindigkeit
ρ_K	$(7930 \pm 270) \text{ kg m}^{-3}$	Dichte der Kugel
$\rho_{\text{sp\"{u}li}}$	$(1080 \pm 60) \text{ kg m}^{-3}$	Dichte des Sp\"{u}lmittels
g	$9,81 \text{ m s}^{-2}$	Erdbeschleunigung

erhalten wir:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{(9,81 \text{ m s}^{-2})(0,0127 \text{ m})^2}{18(1,11 \text{ m s}^{-1})} \left(7930 \text{ kg m}^{-3} - 1080 \text{ kg m}^{-3} \right) \\ &= 0,542\,465 \text{ Pa s} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

$$\begin{aligned} \Delta\eta &= (0,542\,465 \text{ Pa s}) \sqrt{\left(2 \cdot \frac{0,1 \text{ mm}}{12,7 \text{ mm}} \right)^2 + \left(\frac{0,04 \text{ m s}^{-1}}{1,11 \text{ m s}^{-1}} \right)^2 + \frac{(270 \text{ kg m}^{-3})^2 + (60 \text{ kg m}^{-3})^2}{(7930 \text{ kg m}^{-3} - 1080 \text{ kg m}^{-3})^2}} \\ &= 0,0306 \text{ Pa s} \quad (3 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

Folglich haben wir eine Viskosität von $\eta = (0,54 \pm 0,03) \text{ Pa s} = (540 \pm 30) \text{ mPa s}$ erhalten.

Diskussion

Zusammengefasst:

Quelle	Temperatur/°C	Viskosität/mPa s
Aufstieg von Luftblasen	29 ± 1	256 ± 28
Kugelfallviskosimeter	33 ± 1	540 ± 30
Hersteller	ca. 20	1000

Also unterscheiden sich die Werten signifikant voneinander. Wie im vorherigen Teilversuch wissen wir ohne Zusatzexperiment nicht, ob der Unterschied zwischen der Herstellerangabe und unseren experimentell bestimmten Werten daran liegt, dass die Temperatur unterschiedlich sind. Aber was unerwartet ist, dass die Viskosität, die aus den Kugelfallviskosimeter bestimmt war, deutlich größer als die, die aus den Aufstieg von Luftblasen bestimmt war. Das kann man nicht mit dem Temperatur erklären, da die Temperatur bei diesem Teilversuch etwa größer als den Vorherigen war, also soll die Viskosität kleiner statt größer sein.

Es könnte sein, dass es bei dem vorherigen Teilversuch Randeffekte gibt, die die Reibung reduziert haben, was zu einer niedrigeren Viskosität führen würde. Außerdem waren die Stahlkugeln im Experiment nicht erst im Spülmittel untertaucht, bevor sie losgelassen wurden. Die Anfangsgeschwindigkeiten waren also nicht gut kontrolliert und gesteuert, was möglicherweise einen großen Einfluss auf die Viskosität hatte.

Der improvisierte Kugelfallviskosimeter war vermutlich auch zu klein dafür, dass die Kugel eine konstante Geschwindigkeit erreichen kann. Die Geschwindigkeit war ziemlich schnell und die Messzeiten zu kurz, um es feststellen zu können, ob die Kugel wirklich eine konstante Geschwindigkeit hat oder sind diese Messpunkte nur eine lineare Approximation, wenn die Zeit sehr kurz sind.

Die Luftblasen hinter der Kugel deutet auch darauf hin, dass die Strömung turbulent sein könnten. Wir

berechnen zunächst die Renoldzahl:

$$R_e = \frac{v \cdot d \cdot \rho_{\text{sp\"uli}}}{\eta} = \frac{1,11 \text{ m s}^{-1} \cdot 0,0127 \text{ m} \cdot 1080 \text{ kg m}^{-3}}{0,54 \text{ Pa s}} = 28,194 \ll 2000 \quad (3.2.12)$$

Es ist aber hier davon ausgegangen, dass η wirklich richtig ist. Somit k\"onnen die Str\"omung laminar sein (aus R_e), oder turbulent sein (aus Luftblase).

Hat man die Zeit, das Experiment zu wiederholen, dann sollte die Temperatur m\"oglichst konstant gehalten (bspw. mittels eines Temperierbads). Dann w\"urden die Ergebnisse vielleicht mehr aussagekr\"ftig.

A Quellcode zur Auswertung von Aufsteig von Luftblasen

Die genaue Auswertung im LibreOffice Calc finden Sie in diesem Anhang.

A.1 gnuplot Quellcode für warmes Spülmittel

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2  # Version >= 5.2
3
4  set term epslatex color size 7in, 4in
5  set output "tv1-plot-warm.tex"
6  set decimalsign ","
7
8  set title "Aufstiegsverlauf der Blasen (Warm)"
9  set ylabel "Vertikale Position $y/\\"si{\milli\meter}\$"
10 set xlabel "Zeit $t/\\"si{\second}\$"
11
12 set mxtics
13 set mytics
14 set samples 10000
15
16 f(x) = m*x + c # Linear fit
17
18 array A_m[10]
19 array A_m_err[10]
20 array A_c[10]
21 array A_c_err[10]
22 array chisq[10]
23 array titel[10]
24 array input_mp[10]
25 array titel_mp[10]
26
27 # https://stackoverflow.com/a/17884635
28 do for [t=1:10] {
29     inp = "B".t.".dat"
30     input_mp[t] = inp
31     titel_mp[t] = "Blase ".t
32
33     m = 1; c = 1;
34     fit f(x) inp u 1:($2 * 1000) via m,c # Change to mm
35     A_m[t] = m
36     A_m_err[t] = m_err
37     A_c[t] = c
38     A_c_err[t] = c_err
39     chisq[t] = FIT_STDFIT**2
40     titel[t] = "$.gprintf(\"%.5f\", m).\"t + (.gprintf(\"%.5f\", c).\"$"
41 }
42
43 set key right vertical maxrows 10 width -8

```

```

44
45 plot for [i=1:10] input_mp[i] u 1:(\$2 * 1000) title titel_mp[i] pointtype 77
→   lc i, for [i=1:10] A_m[i]*x+A_c[i] title titel[i] lc i
46
47 # Raw data output
48 print A_m
49 print A_m_err
50
51 # LaTeX table output
52 print "\\toprule"
53 print "Blase Nr. & $m/\\si{\\milli\\meter\\per\\second} &
→   $c/\\si{\\milli\\meter} & $\\chi^2_\\text{red} \\midrule"
54 print "\\midrule"
55 do for [t=1:10] {
56     print "\\t$ .t.$ & \\num{.gprintf(\"%.5f",
57     →   A_m[t])."( .gprintf(\"%.0f", A_m_err[t]*10**5).)" } &
58     →   \\num{.gprintf(\"%.5f", A_c[t])."( .gprintf(\"%.0f",
59     →   A_c_err[t]*10**5).)" }." & \\num{.gprintf(\"%.5f", chisq[t]).}"
60     →   \\bottomrule"
61
62     print "\\bottomrule"
63
64     # Raw data output in table form
65     print "# Nr\\tm/mm \\tm_err/mm"
66     do for [t=1:10] {
67         print "" .t."\\t".sprintf("%.10f", A_m[t])."\\t".sprintf("%.10f",
68         →   A_m_err[t])
69     }

```

Die Daten stehen als Anhang dieses PDF-Dokuments zur Verfügung.

A.2 gnuplot Quellcode für kaltes Spülmittel

```

1#!/usr/bin/env gnuplot
2# Version >= 5.2
3
4set term epslatex color size 7in, 4.5in
5set output "tv1-plot-cold.tex"
6set decimalsign ","
7
8set title "Aufstiegsverlauf der Blasen (Kalt)"
9set ylabel "Vertikale Position $y/\\si{\\milli\\meter}"
10set xlabel "Zeit $t/\\si{\\second}"
11
12set mxtics
13set mytics
14set samples 10000
15
16f(x) = m*x + c # Linear fit
17

```

```

18 array A_m[10]
19 array A_m_err[10]
20 array A_c[10]
21 array A_c_err[10]
22 array chisq[10]
23 array titel[10]
24 array input_mp[10]
25 array titel_mp[10]

26
27 # https://stackoverflow.com/a/17884635
28 do for [t=1:10] {
29     inp = "B".t.".dat"
30     input_mp[t] = inp
31     titel_mp[t] = "Blase ".t

32
33     m = 1; c = 1;
34     fit f(x) inp u 1:($2 * 1000) via m,c # Change to mm
35     A_m[t] = m
36     A_m_err[t] = m_err
37     A_c[t] = c
38     A_c_err[t] = c_err
39     chisq[t] = FIT_STDFIT**2
40     titel[t] = "$ .gprintf("%.5f", m).t + (.gprintf("%.5f", c).)"$"
41 }
42
43 set key right vertical maxrows 10 width -8
44
45 plot for [i=1:10] input_mp[i] u 1:($2 * 1000) title titel_mp[i] pointtype 77
46     lc i, for [i=1:10] A_m[i]*x+A_c[i] title titel[i] lc i

47 # Raw data output
48 print A_m
49 print A_m_err

50
51 # LaTeX table output
52 print "\\toprule"
53 print "Blase Nr. & $m/\si{\milli\meter\per\second} &
54     \\\\" &
55 print "\\midrule"
56 do for [t=1:10] {
57     print "\t$."t."$ & \\num{" .gprintf("%.5f",
58         A_m[t])."(.gprintf("%.0f", A_m_err[t]*10**5).)" &
59         \\num{" .gprintf("%.5f", A_c[t])."(.gprintf("%.0f",
60         A_c_err[t]*10**5).)" ." & \\num{" .gprintf("%.5f", chisq[t])."}"
61         \\\\"
62 }
63 print "\\bottomrule"
64
65 # Raw data output in table form

```

```

61   print "# Nr\tm/mm \tm_err/mm"
62   do for [t=1:10] {
63     print "" . t . "\t" . sprintf("%.10f", A_m[t]) . "\t" . sprintf("%.10f",
64       → A_m_err[t])
65   }

```

Die Daten stehen als Anhang dieses PDF-Dokuments zur Verfügung.

B Quellcode zur Auswertung von Kugelfallviskosimeter

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2  # Version >= 5.2
3
4  set term epslatex color size 7in, 4.5in
5  set output "tv2-plot.tex"
6  set decimalsign ","
7
8  set title "Fallverlauf der Stahlkugeln"
9  set ylabel "Vertikale Position $y/\si{\milli\meter}"
10 set xlabel "Zeit $t/\si{\second}"
11
12 set mxtics
13 set mytics
14 set samples 10000
15
16 f(x) = m*x + c # Linear fit
17
18 array A_m[10]
19 array A_m_err[10]
20 array A_c[10]
21 array A_c_err[10]
22 array chisq[10]
23 array titel[10]
24 array input_mp[10]
25 array titel_mp[10]
26
27 # https://stackoverflow.com/a/17884635
28 do for [t=1:9] {
29   inp = "B" . t . ".dat"
30   input_mp[t] = inp
31   titel_mp[t] = "Kugel " . t
32
33   m = 1; c = 1;
34   fit f(x) inp u 1:(\$2 * 1000):(5) yerrors via m,c # Change to mm
35   A_m[t] = m
36   A_m_err[t] = m_err
37   A_c[t] = c
38   A_c_err[t] = c_err
39   chisq[t] = FIT_STDFIT**2

```

```

40         titel[t] = "$".gprintf("%.5f", m)."t + (.gprintf("%.5f", c).)"$"
41     }
42
43     set key right vertical maxrows 10 width -7
44
45     plot for [i=1:9] input_mp[i] u 1:(\$2 * 1000):(5) with yerrorbars title
46     ↪ titel_mp[i] pointtype 77 lc i, for [i=1:9] A_m[i]*x+A_c[i] title titel[i]
47     ↪ lc i
48
49     # Raw data output
50     print A_m
51     print A_m_err
52
53     # LaTeX table output
54     print "\\toprule"
55     print "Kugel Nr. & $m/\\si{\\milli\\meter\\per\\second} &
56     ↪ $c/\\si{\\milli\\meter} & $\\chi^2_\\text{red} \\\\"
57     print "\\midrule"
58     do for [t=1:9] {
59         print "\\t$ .t."$ & \\num{.gprintf("%.5f",
60         ↪ A_m[t])."( .gprintf("%.0f", A_m_err[t]*10**5).)} &
61         ↪ \\num{.gprintf("%.5f", A_c[t])."( .gprintf("%.0f",
62         ↪ A_c_err[t]*10**5).)}." & \\num{.gprintf("%.5f", chisq[t]).}
63         ↪ \\\\""
64     }
65     print "\\bottomrule"
66
67     # Raw data output in table form
68     print "# Nr\\tm/mm \\tm_err/mm"
69     do for [t=1:9] {
70         print ".t."\\t".sprintf("%.10f", A_m[t])."\\t".sprintf("%.10f",
71         ↪ A_m_err[t])
72     }

```

Die Daten stehen als Anhang dieses PDF-Dokuments zur Verfügung.

Die genaue Auswertung im LibreOffice Calc finden Sie in diesem Anhang.