

MAG – Magnetisches Feld Auswertung

Yudong Sun
Gruppe F2-2

19. August 2020

Teilversuch 1: Sichtbarmachen der Magnetfeldlinien mit Hilfe von Eisenspänen

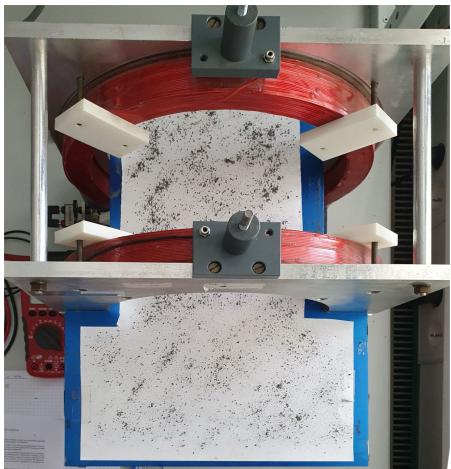


Abbildung 1.1: Ohne Magnetfeld

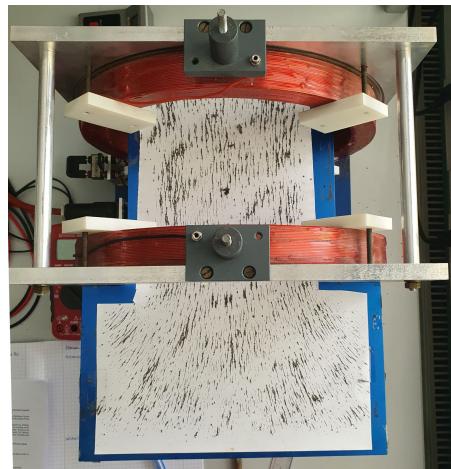


Abbildung 1.2: Mit Magnetfeld

Teilversuch 2: Drehmoment des Feldes auf eine stromdurchflossene Spule

Fehler bei der Winkelmessung $\Delta\alpha = 2^\circ$

Fehler bei der Winkelmessung $\Delta\beta = 1,0^\circ$

$\alpha/^\circ$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\beta/^\circ$	295,0	315,0	337,0	358,5	377,0	395,0	413,0	425,5	437,5	449,0
$(\beta - \beta_0)/^\circ$	0,0	20,0	42,0	63,5	82,0	100,0	118,0	130,5	142,5	154,0
$\varphi/^\circ$	0,0	-10,0	-22,0	-33,5	-42,0	-50,0	-58,0	-60,5	-62,5	-64,0

wobei $\varphi = \alpha - (\beta - \beta_0)$.

Die entsprechende Fehler zur $\sin(\alpha/^\circ)$ und φ sind wie folgt gegeben:

$$\Delta \sin(\alpha/^\circ) = \left| \cos(\alpha/^\circ) \right| \cdot \frac{\Delta \alpha}{180^\circ} \cdot \pi \quad (2.1)$$

$$\Delta \varphi = \sqrt{(\Delta \alpha)^2 + (\Delta \beta)^2 + (\Delta \beta_0)^2} = \sqrt{(2^\circ)^2 + (1,0^\circ)^2 + (1,0^\circ)^2} = 2,5^\circ \quad (2.2)$$

φ wurde dann gegen $\sin(\alpha/^\circ)$ im gnuplot geplottet und eine Kurveanpassung zur $\varphi = m \sin \alpha + c$ durchgeführt. Die entsprechende Fehler sind direkt im gnuplot berechnet. Siehe Appendix A für die genauer Rechnung.

Im Experiment war die Markierung für Winkel α wegen des Aufbaus schwer abzulesen. Somit ist der Fehler eher groß und sind hier bei der Kurvenanpassung nicht vernachlässigt.

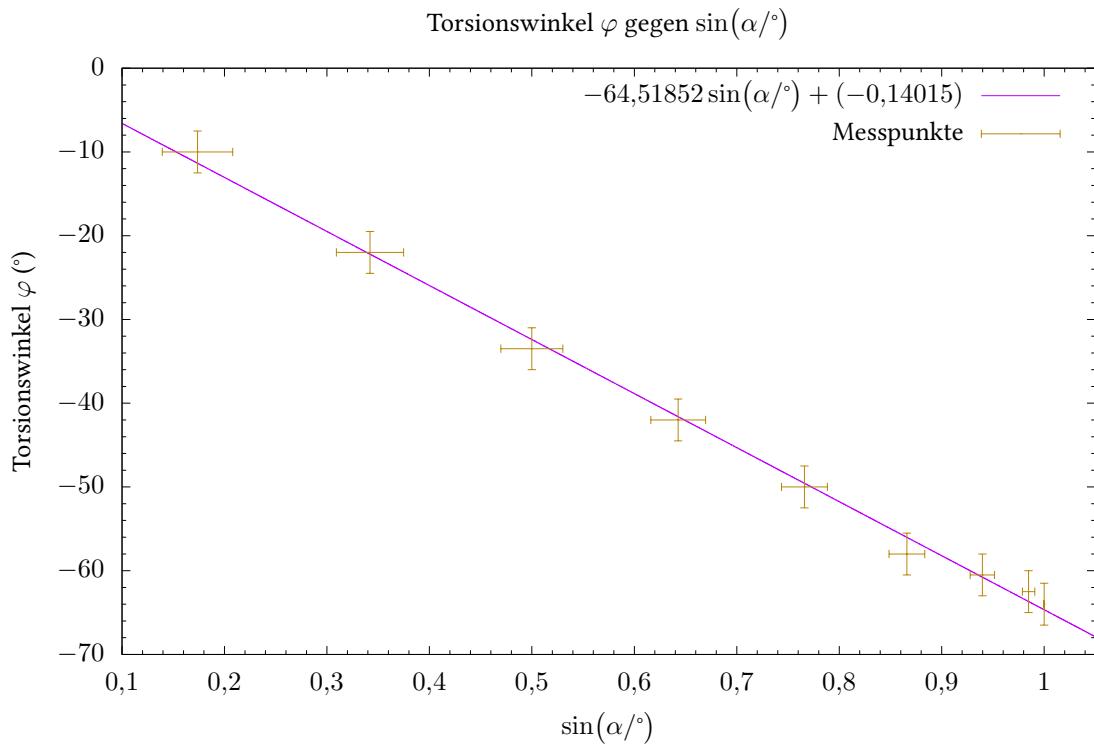


Abbildung 2.1: Drehmoment auf stromdurchflossene Spule
 $\chi^2_{\text{red}} = 0,163\,741 \implies$ Gute Anpassung

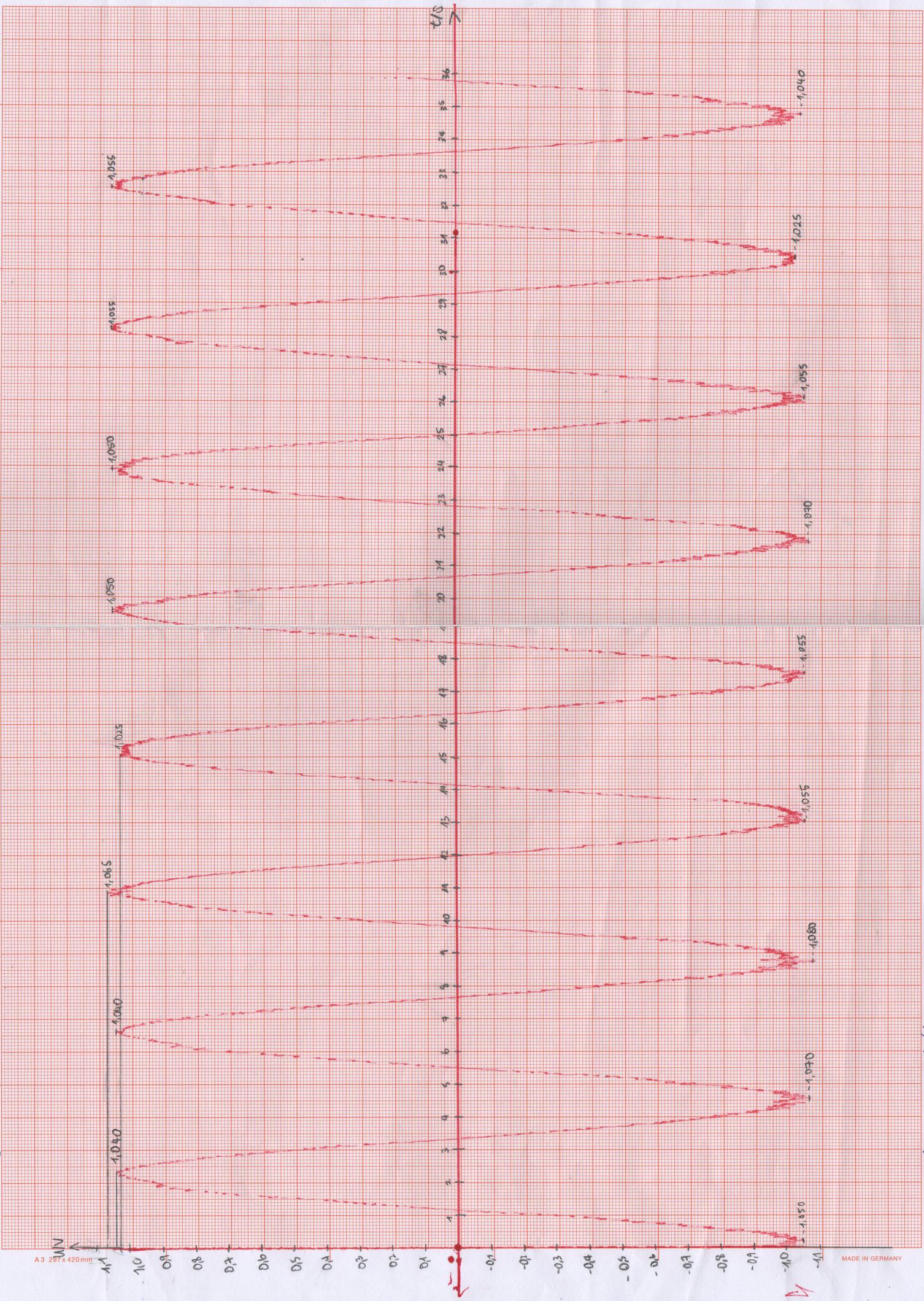
Als Endergebnis erhalten wir:

Variable	Wert	Gerundet
m	$(-64,519 \pm 1,445)^\circ$	$(-64,5 \pm 1,5)^\circ$
c	$(-0,140 \pm 1,145)^\circ$	$(-0,1 \pm 1,2)^\circ$

c ist der Ordinateabschnitt und 0 liegt tatsächlich im Fehlerintervall von c , also liegen die Messpunkte im Rahmen der Fehlergrenzen auf einer durch den Nullpunkt gehenden Geraden.

Aus der gute Kurvenanpassung folgt also, dass die Messergebnisse mit der Theorie übereinstimmt.

Galvaneum (3) 17. Aug. 2020 Yuxiang Sun



Teilversuch 3: Induktion durch Drehen einer Spule in einem Magnetfeld

Die Amplitude U_0 sind von der Graph gelesen und wir erhalten als Messwerten:

U_0/V	1,040	1,040	1,065	1,025	1,050	1,050	1,055	1,055	1,050
U_0/V	1,070	1,080	1,055	1,055	1,070	1,055	1,025	1,040	

Der Mittelwert und Standardabweichung werden dann mittels Python berechnet (Siehe Appendix B). Da es viele Messwerten gibt, ist der Fehler durch die Standardabweichung gegeben und die einzelne Ablesefehler sind nicht berücksichtigt. Wir erhalten:

$$\overline{U_0} \quad (1,052 \pm 0,015) \text{ V}$$

Aus Abschnitt 1.2 der Anleitung gilt:

$$B = \frac{\overline{U_0}}{NA\omega} \quad \Delta B = B \sqrt{\left(\frac{\Delta \overline{U_0}}{\overline{U_0}} \right)^2} = B \left(\frac{\Delta \overline{U_0}}{\overline{U_0}} \right) \quad (3.1)$$

da N , A und ω als Fehlerfrei betrachtet werden.

Wir berechnen zunächst ω :

$$\omega = 2\pi f = (2\pi \text{ rad}) \left(\frac{16.6 \text{ RPM}}{60 \text{ Hz}} \cdot 50 \text{ Hz} \right) \cdot \frac{1}{60} \frac{\text{Hz}}{\text{RPM}} = 1,4486 \text{ rad s}^{-1} \quad (5 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.2)$$

Mit der Messwerten:

Variable	Wert	Bedeutung
$\overline{U_0}$	$(1,052 \pm 0,015) \text{ V}$	Durchschnittliche Amplitude
N	82 800	Windungszahl der Induktionsspule
A	$23,5 \text{ cm}^2$	Querschnittsfläche der Induktionsspule
ω	$1,4486 \text{ s}^{-1}$	Rotationsgeschwindigkeit der Induktionsspule

erhalten wir:

$$B = \frac{1,052 \text{ V}}{(82800)(2,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2)(1,4486 \text{ s}^{-1})} = 3,73224 \cdot 10^{-3} \text{ T} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.3)$$

$$\Delta B = 3,73224 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \frac{0,015 \text{ V}}{1,052 \text{ V}} = 5,32163 \cdot 10^{-5} \text{ T} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.4)$$

Somit ist die Flussdichte $|\vec{B}| = (3,73 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \text{ T}$.

Nun berechnen wir den theoretischen Wert von der Flussdichte B . Nach Abschnitt 1.1 gilt:

$$B = \mu_0 \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \frac{NI}{r} = 2\mu_0 \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \frac{NI}{R} \quad (3.5)$$

$$\Delta B = B \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2} \quad (3.6)$$

wobei $R = 2r$ der Durchmesser der Helmholtzspule ist.

Zu R benutzen wir den Mittelwert zwischen den äußereren (R_a) und inneren (R_i) Durchmesser der Helmholtzspule. Dazu gibt es für jeden Durchmesser 3 Messungen, also ist R gegeben durch:

$$R = \frac{\frac{1}{3}(R_{a1} + R_{a2} + R_{a3}) + \frac{1}{3}(R_{i1} + R_{i2} + R_{i3})}{2} = \frac{R_{a1} + R_{a2} + R_{a3} + R_{i1} + R_{i2} + R_{i3}}{6} \quad (3.7)$$

$$\Delta R = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta R_a)^2 + (\Delta R_i)^2} \quad (3.8)$$

Dabei sind ΔR_a und ΔR_i wegen der mehrmaligen Messungen gegeben durch die Standardabweichung $s = \sqrt{\frac{1}{3-1} \sum_{j=1}^3 (x_j - \bar{x})^2}$. Die Ablesefehler ($\pm 0,2$ cm) wurden nicht berücksichtigt.

j	1	2	3	\bar{x}	s
R_a/cm	30,0	29,9	30,0	29,9667	0,0577
R_i/cm	25,1	25,2	25,2	25,1667	0,0577

Es gilt somit:

$$R = \frac{30,0 + 29,9 + 30,0 + 25,1 + 25,2 + 25,2}{6} \text{ cm} = 27,5667 \text{ cm} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.9)$$

$$\Delta R = \frac{1}{2} \sqrt{(R_a)^2 + (R_i)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} (0,06 \text{ cm}) = 0,0424 \text{ cm} \quad (3 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.10)$$

Also erhalten wir $R = (27,57 \pm 0,05) \text{ cm}$.

Mit der Werten:

Variable	Wert	Bedeutung
I	$(0,970 \pm 0,013) \text{ A}$	Feldstromstärke
R	$(27,57 \pm 0,05) \text{ cm}$	Durchmesser der Helmholtzspule
N	528	Windungszahl der Helmholtzspule
μ_0	$1,257 \cdot 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$	Magnetische Feldkonstante

erhalten wir:

$$B = 2 \cdot (1,257 \cdot 10^{-6} \text{ N A}^{-2}) \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \frac{(528)(0,970 \text{ A})}{0,2757 \text{ m}} = 3,34171 \cdot 10^{-3} \text{ T} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.11)$$

$$\Delta B = 1,67086 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,013 \text{ A}}{0,970 \text{ A}} \right)^2 + \left(\frac{0,05 \text{ cm}}{27,57 \text{ cm}} \right)^2} = 4,51941 \cdot 10^{-5} \text{ T} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (3.12)$$

Somit soll die Flussdichte theoretisch $|\vec{B}| = (3,34 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \text{ T}$ sein.

Zusammengefasst haben wir:

Experimental	$(3,73 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \text{ T}$
Theoretisch	$(3,34 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \text{ T}$

Also unterscheiden sich die Werten signifikant voneinander.

Ein Grund dafür könnte sein, dass die Durchmesser während des Experiments falsch bestimmt waren. Der Aufbau der Helmholtzspule hat es schwer gemacht, eine genaue Messung des Durchmessers zu machen. Es könnte auch sein, dass die beiden Helmholtzspulen nicht die gleiche Dimensionen hatten. Wenn der Durchmesser etwas kleiner geworden wäre, dann würde die berechnete Flussdichte auch größer sein, was näher an dem Experimentalwert ist.

Aus Konstruktion könnte man auch den Abstand zwischen der beiden Helmholtzspulen statt des tatsächlichen Durchmessers bzw. Radius von den Spulen gemessen haben, was während der Experiment nicht gemacht wurde. Hätte diese Messung stattgefunden, dann könnte man eventuell einen besseren Wert von R erhalten.

Außerdem ist die Messung von den Amplituden wegen der großen Schwankungen am maximalen bzw. minimalen Punkten eher ungenau. Auf dem Millimeter-Papier sieht man auch dazu die deutliche Geräusche bei der Wendepunkten. Ist die tatsächliche Amplitude kleiner, dann wird die berechnete Stromfluss B auch kleiner sein, was näher an dem theoretischen Wert ist.

Die Winkelgeschwindigkeit ω hat aber keinen Einfluss auf dem Ergebnis, wenn man seine eigene Messung macht. Aus der Zeichnung auf dem Millimeter-Papier gab es 3 Perioden zwischen $t = 12 \text{ s}$ und $t = 25 \text{ s}$, also ist die Winkelgeschwindigkeit als $\omega = 2\pi/T = 1,44997 \text{ rad s}^{-1}$ gemessen. Ist diesen Wert verwendet, dann erhält man wieder $B = (3,73 \pm 0,06) \text{ T}$, was keinen Unterschied macht.

Gäbe es keinen Rechenfehler, dann ist dieses Ergebnis sonst ohne Zusatzexperiment schwer zu erklären.

Teilversuch 4: Induktion durch ein zeitlich veränderliches Magnetfeld

Aus dem Ohmschen Gesetz gilt:

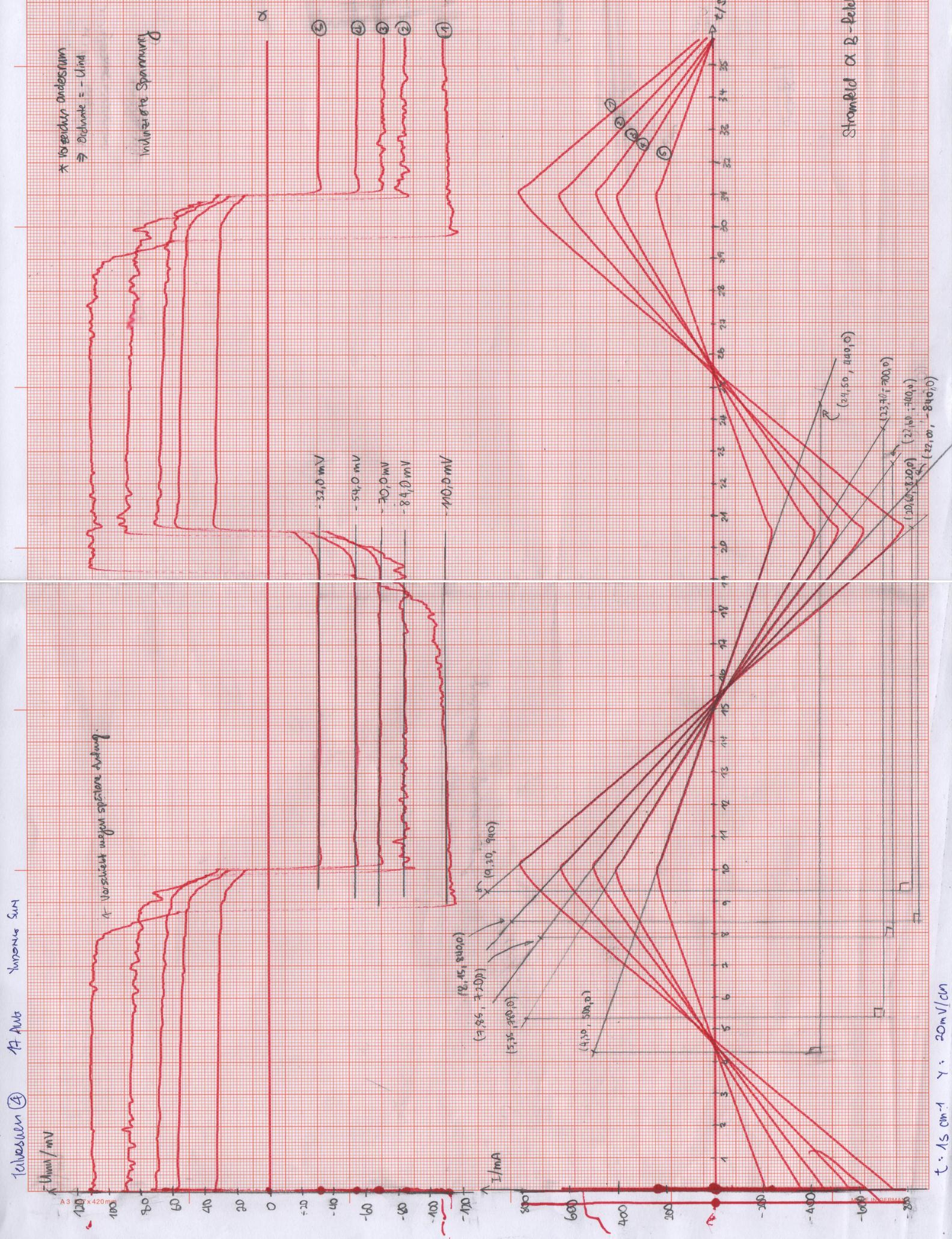
$$U = IR \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{U}{R} \quad (4.1)$$

Im Experiment haben wir als Widerstand $(0,150 \pm 0,002) \Omega$, somit skalieren wir die Abszisse mit $1/0,150 \Omega$:

$$y - \text{Skala} = \frac{20 \text{ mV cm}^{-1}}{0,150 \Omega} = 133 \frac{1}{3} \text{ mA cm}^{-1} = \frac{400 \text{ mA}}{3 \text{ cm}} \quad (4.2)$$

Aus dem Schreiberdiagramme

Kurve	Punkt 1	Punkt 2	Steigung/mA s ⁻¹	U_{ind}
①	(9,30, 940,0)	(20,60, -820,0)	-155,8	110,0
②	(8,15, 840,0)	(22,00, -840,0)	-121,3	84,0
③	(7,85, 720,0)	(22,60, -740,0)	-98,98	70,0
④	(5,35, 780,0)	(23,70, -700,0)	-80,65	54,0
⑤	(4,30, 500,0)	(24,50, -440,0)	-46,53	32,0



Aus dem Induktionsgesetz gilt:

$$\begin{aligned} U_{\text{ind}} &= -N_{\text{ind}} \frac{d}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{A}) = -N_{\text{ind}} A \frac{dB}{dt} = -N_{\text{ind}} A \mu_0 \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{N}{r} \cdot \frac{dI}{dt} \\ \Rightarrow U_{\text{ind}} &= \left[-\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{2\mu_0 N_{\text{ind}} N A}{R} \right] \cdot \frac{dI}{dt} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Also ist U_{ind} proportional zu $\frac{dI}{dt}$, mit R = Durchmesser wie im Teilversuch 3.

Die induzierte Spannung U_{ind} wurde dann gegen die Steigung $\frac{dI}{dt}$ im gnuplot geplottet und eine Kurveanpassung zur $U_{\text{ind}} = m \frac{dI}{dt} + c$ durchgeführt. Der Fehler der jeweiligen Punkten sind hier nicht berücksichtigt:

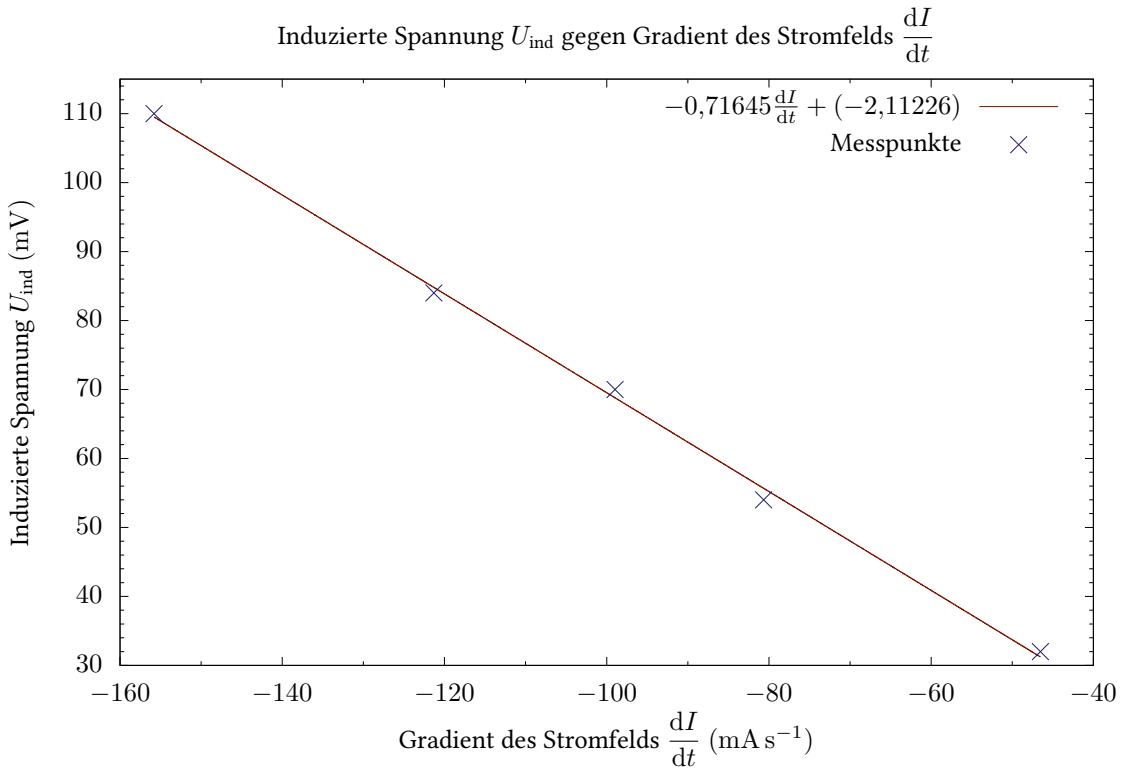


Abbildung 4.1: Überprüfung des Induktionsgesetzes
 $\chi^2_{\text{red}} = 1,89758 \implies$ Verträgliche Anpassung

Als Endergebnis erhalten wir:

Variable	Wert	Gerundet
m	$(-0,71645 \pm 0,01671) \text{ mV s mA}^{-1}$	$(-0,716 \pm 0,017) \text{ mV s mA}^{-1}$
c	$(-2,112 \pm 1,791) \text{ mV}$	$(-2,1 \pm 1,8) \text{ mV}$

Die Gerade soll durch den Nullpunkt liegen, was verträglich mit unserem Ergebnis ist, da Null im Dreifachen des Fehlerintervalls von c liegt.

Der theoretische Wert von m ist gegeben durch:

$$m = -\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{2\mu_0 N_{\text{ind}} NA}{R} \quad (4.4)$$

$$\Delta m = m \frac{\Delta R}{R} \quad (4.5)$$

Mit der Werten:

Variable	Wert	Bedeutung
R	$(27,57 \pm 0,05) \text{ cm}$	Durchmesser der Helmholtzspule
A	$23,5 \text{ cm}^2$	Fläche der Induktionsspule
N_{ind}	82 800	Windungszahl der Induktionsspule
N	528	Windungszahl der Helmholtzspule
μ_0	$1,257 \cdot 10^{-6} \text{ N A}^{-2}$	Magnetische Feldkonstante

erhalten wir:

$$m = -\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{2(1,257 \cdot 10^{-6} \text{ N A}^{-2})(82 800)(528)(2,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2)}{(0,2757 \text{ m})} \\ = -0,670 341 \text{ V s A}^{-1} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (4.6)$$

$$\Delta m = (0,670 341 \text{ V s A}^{-1}) \frac{0,05 \text{ cm}}{27,57 \text{ cm}} = 1,215 71 \cdot 10^{-3} \text{ V s A}^{-1} \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (4.7)$$

$$\Rightarrow m = (-0,6703 \pm 0,0013) \text{ V s A}^{-1} = (-0,6703 \pm 0,0013) \text{ mV s mA}^{-1} \quad (4.8)$$

Zusammengefasst haben wir:

Experimental	$(-0,716 \pm 0,017) \text{ H}$
Theoretisch	$(-0,6703 \pm 0,0013) \text{ H}$

Der theoretische Wert liegt also im Dreifachen des Fehlerintervalls von dem experimental bestimmten Wert. Die zwei Werten sind damit verträglich miteinander und es gilt das Induktionsgesetz.

A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 2

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2
3  set term epslatex color size 6in, 4in
4  set output "tv2-plot.tex"
5  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7  set title "Torsionswinkel $\\varphi$ gegen $\\sin(\\alpha/\\si{\\degree})$"
8  set ylabel "Torsionswinkel $\\varphi$ ($\\si{\\degree}$)"
9  set xlabel "$\\sin(\\alpha/\\si{\\degree})$"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 set xrange[0.1:1.05]
16
17 f(x) = m*x + c
18
19 # (x, y, xdelta, ydelta)
20 fit f(x) "tv2.dat" u
21   ↪ (sin(((\$1)/180)*pi)):2:(cos(((\$1)/180)*pi)*2*(pi/180)):(2.5) xyerrors via
22   ↪ m,c
23
24 set key top right spacing 1.3
25
26 titel = "$".gprintf("%.5f", m)." \\sin(\\alpha/\\si{\\degree})" +
27   ↪ (".".gprintf("%.5f", c).")$"
plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
28   "tv2.dat" u (sin(((\$1)/180)*pi)):2:(cos(((\$1)/180)*pi)*2*(pi/180)):(2.5)
29   ↪ with xyerrorbars title "Messpunkte" pointtype 0 lc rgb
30   ↪ 'dark-goldenrod'
```

mit tv2.dat:

#alpha	phi		7	50	-50,0
# 0	0,0		8	60	-58,0
10	-10,0		9	70	-60,5
20	-22,0		10	80	-62,5
30	-33,5		11	90	-64,0
40	-42,0				

Rohausgabe:

```

1 final sum of squares of residuals : 1.14619
2 rel. change during last iteration : -5.81173e-16
3
4 degrees of freedom (FIT_NDF) : 7
5 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.404649
6 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.163741
```

```

7   p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.992114
8
9   Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
10  =====            =====
11  m      = -64.5185      +/- 1.445      (2.24%)
12  c      = -0.140149      +/- 1.145      (816.9%)
13
14   correlation matrix of the fit parameters:
15     m       c
16  m      1.000
17  c      -0.942  1.000

```

B Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 3

Python Code zur Berechnung des Mittelwerts und der Standardabweichung

```

1  #!/usr/bin/env python3
2
3  import mpmath as mp
4
5  arr = ["1.04", "1.04", "1.065", "1.025", "1.05", "1.05", "1.055", "1.055",
6      ↪ "1.05", "1.07", "1.08", "1.055", "1.055", "1.07", "1.055", "1.025",
7      ↪ "1.04"]
8  mparr = [mp.mpf(x) for x in arr]
9
10 s = mp.fsum(mparr)
11 mittelwert = mp.fdiv(s, len(mparr))
12
13 difference = [mp.fsub(x, mittelwert) for x in mparr]
14 stdev = mp.sqrt(mp.fdiv(mp.fsum(difference, squared=True),
15      ↪ mp.fsub(len(mparr), 1)))
16
17 print("Mittelwert:\t\t", mittelwert)
18 print("Standardabweichung:\t", stdev)

```

Rohausgabe:

```

1  Mittelwert:      1.05176470588235
2  Standardabweichung: 0.0148892973800173

```

C gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 4

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2
3  set term epslatex color size 6in, 4in
4  set output "tv4-plot.tex"
5  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7  set title "Induzierte Spannung $U_{\text{ind}}$ gegen Gradient des
    ↪ Stromfelds $\displaystyle \frac{dV}{I}(t)$"

```

```

8 set ylabel "Induzierte Spannung $U_{\text{ind}}$ $(\text{milli}\text{volt})$"
9 set xlabel "Gradient des Stromfelds $\text{\\displaystyle } \frac{\text{d}V}{\text{d}x}\text{[t]}$"
10    $\text{(\text{milliampere}}\text{/per}\text{second})$"
11
12 set mxtics
13 set mytics
14 set samples 10000
15
16 set yrangle [30:115]
17
18 f(x) = m*x + c
19
20 # (x, y, xdelta, ydelta)
21 fit f(x) "tv4.dat" u 1:2 via m,c
22
23 set key top right spacing 1.3
24
25 titel = "$".gprintf("%.5f", m)." \dv{I}{t} + (" .gprintf("%.5f", c)." )$"
26 plot f(x) title titel lc rgb 'orangered4', \
27     "tv4.dat" u 1:2 title "Messpunkte" pointtype 2 pointsize 2 lc rgb
28     'midnight-blue'

```

mit tv4.dat:

```

1 # dI/dt U_ind
2 -155,8 110,0
3 -121,3 84,0
4 -98,98 70,0
5 -80,65 54,0
6 -46,53 32,0

```

Rohausgabe:

```

1 final sum of squares of residuals : 5.69274
2 rel. change during last iteration : -2.16867e-13
3
4 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
5 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 1.37753
6 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.89758
7
8 Final set of parameters Asymptotic Standard Error
9 ===== =====
10 m = -0.716451 +/- 0.01671 (2.332%)
11 c = -2.11226 +/- 1.791 (84.78%)
12
13 correlation matrix of the fit parameters:
14      m   c
15 m  1.000
16 c  0.939  1.000

```