

FFR – Fresnelsche Formeln der Reflexion

Auswertung

Yudong Sun
Gruppe I4

10. März 2021

Teilversuch 1: Bestimmung des Brechungsindex aus dem Reflexionskoeffizient für polarisiertes Licht

Wir berechnen zunächst den Fehler der einzelnen Multimetermessung mit:

$$\Delta I = 5\% \text{ Rdg} + 1 \text{ Dgt} \quad (1.1)$$

Beispielrechnung

Für die erste Messung der Messreihe des senkrechten Fall:

$$4,50 \text{ V} \times \frac{0.5}{100} + 0,01 \text{ V} = 0,0325 \text{ V} = 0,04 \text{ V} \quad (1 \text{ sig. Zif.}) \quad (1.2)$$

Die Normierung erhält man durch $\tilde{I} = \frac{I}{I_0}$ mit dem Fehler:

$$\Delta \tilde{I} = \tilde{I} \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_0}{I_0}\right)^2} \quad (1.3)$$

wobei I und I_0 entsprechend mit $1/\text{Verstärkungsfaktor}$ skaliert ist. Der Fehler der Eingangsintensitäten sind wegen Schwankungen während des Versuchs als $\Delta I_0 = 0,05 \text{ V}$ abgeschätzt.

Beispielrechnung

Für die erste Messung der Messreihe des senkrechten Fall:

$$\tilde{I} = \frac{4,50 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1,23 \cdot 10^{-1} \text{ V}} = 0,0365854 \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{I} &= \frac{4,50 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1,23 \cdot 10^{-1} \text{ V}} \sqrt{\left(\frac{0,04}{4,50}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{1,23}\right)^2} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-3} \quad (2 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Somit erhalten wir $\tilde{I} = 0,366 \pm 0,016$.

Um die Reflektionskoeffizienten zu erhalten müssen wir noch den Würzel ziehen ($\zeta = \sqrt{\tilde{I}}$) mit dem Fehler:

$$\Delta\zeta = \sqrt{\left(\frac{\partial\zeta}{\partial\tilde{I}}\Delta\tilde{I}\right)^2} = \frac{\Delta\tilde{I}}{2\sqrt{\tilde{I}}} \quad (1.6)$$

Hier werden immer die genaue Werten von $\Delta\tilde{I}$ und \tilde{I} verwendet, um Rundungsfehler zu vermeiden.

Beispielrechnung

Für die erste Messung der Messreihe des senkrechten Fall:

$$\zeta = \sqrt{\frac{4,50 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1,23 \cdot 10^{-1} \text{ V}}} = 0,191\,273 \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \Delta\zeta &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4,50 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1,23 \cdot 10^{-1} \text{ V}}} \sqrt{\left(\frac{0,04}{4,50}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{1,23}\right)^2} \\ &= 4 \cdot 10^{-3} \quad (1 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Somit erhalten wir $\zeta = 0,191 \pm 0,004$.

Alle weitere Rechnung erfolgen im LibreOffice Calc. Rundung erfolgt mit der Funktion ROUNDSIG bzw. ROUND.

Senkrechter Fall (Polarisationsfilter bei $\theta = 0^\circ$)

Mit $\alpha = \frac{\varphi}{2}$:

$\alpha/^\circ$	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0
I/V	4,50	4,70	4,92	5,34	6,05	6,19	7,25	8,34
$\Delta I/\text{V}$	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,06
Verstärkung /10 $^\square$	3	3	3	3	3	3	3	3
\tilde{I}/V	0,0366	0,0382	0,0400	0,0434	0,0492	0,0503	0,0589	0,0678
$\Delta\tilde{I}/\text{V}$	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0021	0,0021	0,0025	0,0028
ζ^\perp	0,191	0,195	0,200	0,208	0,222	0,224	0,243	0,260
$\Delta\zeta^\perp$	0,004	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,006	0,006
$\alpha/^\circ$	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0
I/V	9,59	1,152	1,483	1,762	2,184	2,558	3,770	4,36
$\Delta I/\text{V}$	0,06	0,007	0,009	0,010	0,012	0,014	0,029	0,04
Verstärkung /10 $^\square$	3	2	2	2	2	2	2	2
\tilde{I}/V	0,078	0,094	0,121	0,143	0,178	0,208	0,307	0,354
$\Delta\tilde{I}/\text{V}$	0,004	0,004	0,005	0,006	0,008	0,009	0,013	0,015
ζ^\perp	0,279	0,306	0,347	0,378	0,421	0,456	0,554	0,595
$\Delta\zeta^\perp$	0,006	0,007	0,008	0,008	0,009	0,010	0,012	0,013

Es ist ein Fehler von $\Delta\alpha = 2,5^\circ$ zu berücksichtigen.

Nun tragen wir ζ^\perp gegen α und führe eine Kurveanpassung mit der (modifizierten) Gleichung (8) aus der Anleitung:

$$\zeta^\perp = \frac{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha\right)^2}{n^2 - 1} \quad (1.9)$$

mittles `gnuplot` durch (Siehe Appendix A.1). Da die Brechungsindex n von Flintglas definitiv größer als 1 ist, muss man hier die in Gleichung (8) stehende 1 und n^2 im Nenner tauschen, sodass man positive Werte erhält. Als Anfangswert ist der Literaturwert¹ von $n = 1,55$ verwendet.

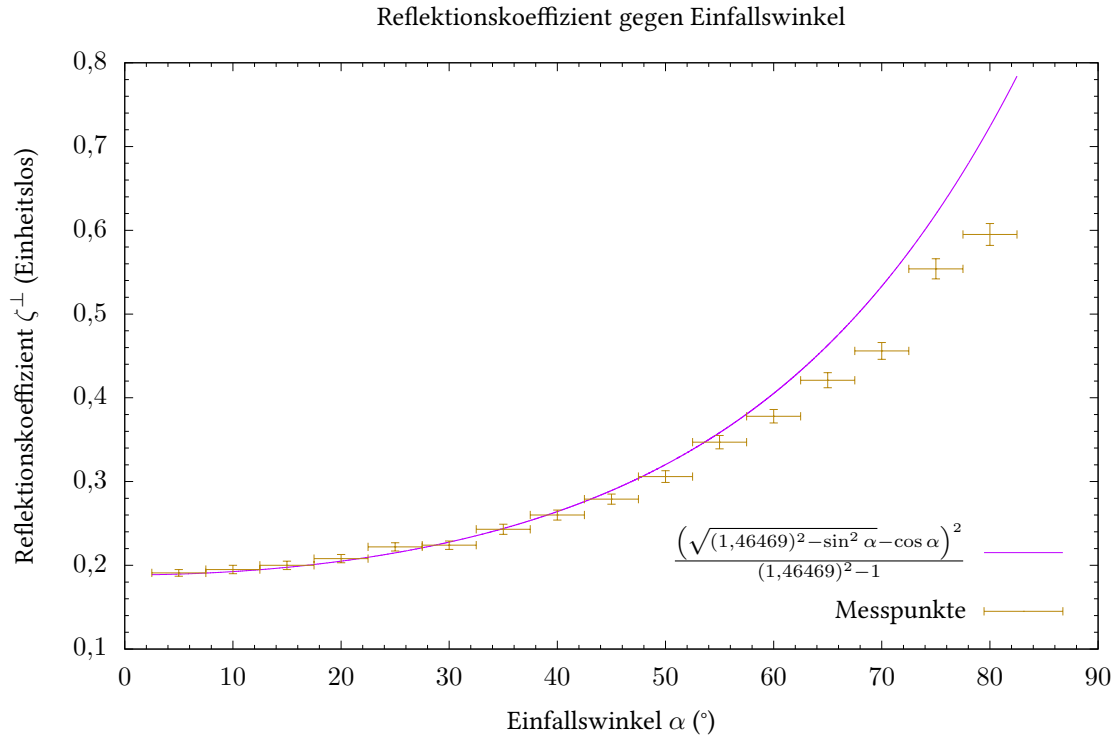


Abbildung 1.1: Reflexionskoeffizient gegen Einfallswinkel ($\chi^2_{\text{red}} = 1.07006 \approx 1 \Rightarrow$ Gute Anpassung)

Als Endergebnis erhalten wir $n = 1,464\,69 \pm 0,006\,59 = 1,465 \pm 0,007$. Aus dem Fit ist ζ^\perp bei senkrechtem Einfall ($\alpha = 0^\circ$) gegeben durch:

$$\zeta^\perp = \frac{(n-1)^2}{n^2-1} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1,465-1}{1,465+1} = 0,188\,641 \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} \Delta\zeta^\perp &= \sqrt{\left(\frac{\partial\zeta^\perp}{\partial n}\Delta n\right)^2} = \frac{(n+1)(1) - (n-1)(1)}{(n+1)^2}\Delta n \\ &= \frac{2\Delta n}{(n+1)^2} = \frac{2(0,007)}{(1,465+1)^2} = 2,4 \cdot 10^{-3} \quad (2 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Also erhalten wir $\zeta^\perp(0^\circ) = 0,1886 \pm 0,0024$. Es gibt hier keinen Minimum.

¹www.rp-photonics.com/flint_glasses.html

Paralleler Fall (Polarisationsfilter bei $\theta = 90^\circ$)Mit $\alpha = \frac{\varphi}{2}$:

$\alpha/^\circ$	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0
I/V	5,49	5,40	5,19	4,77	4,24	3,90	2,983
$\Delta I/V$	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,016
Verstärkung / 10^\square	3	3	3	3	3	3	3
\tilde{I}/V	0,0416	0,0409	0,0393	0,0361	0,0321	0,0295	0,0226
$\Delta \tilde{I}/V$	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0013	0,0012	0,0009
ζ^\parallel	0,204	0,202	0,198	0,190	0,179	0,172	0,1503
$\Delta \zeta^\parallel$	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,0029
$\alpha/^\circ$	40,0	45,0	50,0	52,5	55,0	57,5	60,0
I/V	2,477	1,673	9,76	7,20	3,81	2,167	2,466
$\Delta I/V$	0,014	0,010	0,06	0,05	0,03	0,012	0,014
Verstärkung / 10^\square	3	3	4	4	4	4	4
\tilde{I}/V	0,0188	0,0127	0,007 39	0,005 45	0,002 89	0,001 64	0,001 87
$\Delta \tilde{I}/V$	0,0008	0,0005	0,000 29	0,000 22	0,000 12	0,000 07	0,000 08
ζ^\parallel	0,1370	0,1126	0,0860	0,0739	0,0537	0,0405	0,0432
$\Delta \zeta^\parallel$	0,0027	0,0022	0,0017	0,0015	0,0011	0,0008	0,0009
$\alpha/^\circ$	62,5	65,0	67,5	70,0	75,0	80,0	
I/V	4,59	9,85	1,907	4,11	1,008	1,677	
$\Delta I/V$	0,04	0,06	0,011	0,04	0,007	0,010	
Verstärkung / 10^\square	4	4	3	3	2	2	
\tilde{I}/V	0,003 48	0,007 46	0,0144	0,0311	0,076	0,127	
$\Delta \tilde{I}/V$	0,000 14	0,000 29	0,0006	0,0013	0,003	0,005	
ζ^\parallel	0,0590	0,0864	0,1202	0,176	0,276	0,356	
$\Delta \zeta^\parallel$	0,0012	0,0017	0,0024	0,004	0,006	0,007	

Es ist ein Fehler von $\Delta\alpha = 2,5^\circ$ zu berücksichtigen.

Wir bemerken zunächst, dass ζ^\parallel laut der Theorie je nach Einfallswinkel α unterschiedliche Vorzeichen haben. Um das Vorzeichen der experimentellen ζ^\parallel -Werten bei dem Fit vernachlässigen zu können, tragen wir nun $\tilde{I} = \left(\zeta^\parallel\right)^2$ gegen α anstatt ζ^\parallel und führe eine Kurveanpassung mit der (modifizierten) Gleichung (9) aus der Anleitung:

$$\tilde{I} = \left(\zeta^\parallel\right)^2 = \left(\frac{n^2 \cos(\alpha) - \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}{n^2 \cos(\alpha) + \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \right)^2 \quad (1.12)$$

mittles `gnuplot` durch (Siehe Appendix A.2). Als Anfangswert ist der Literaturwert² von $n = 1,55$ verwendet.

²www.rp-photonics.com/flint_glasses.html

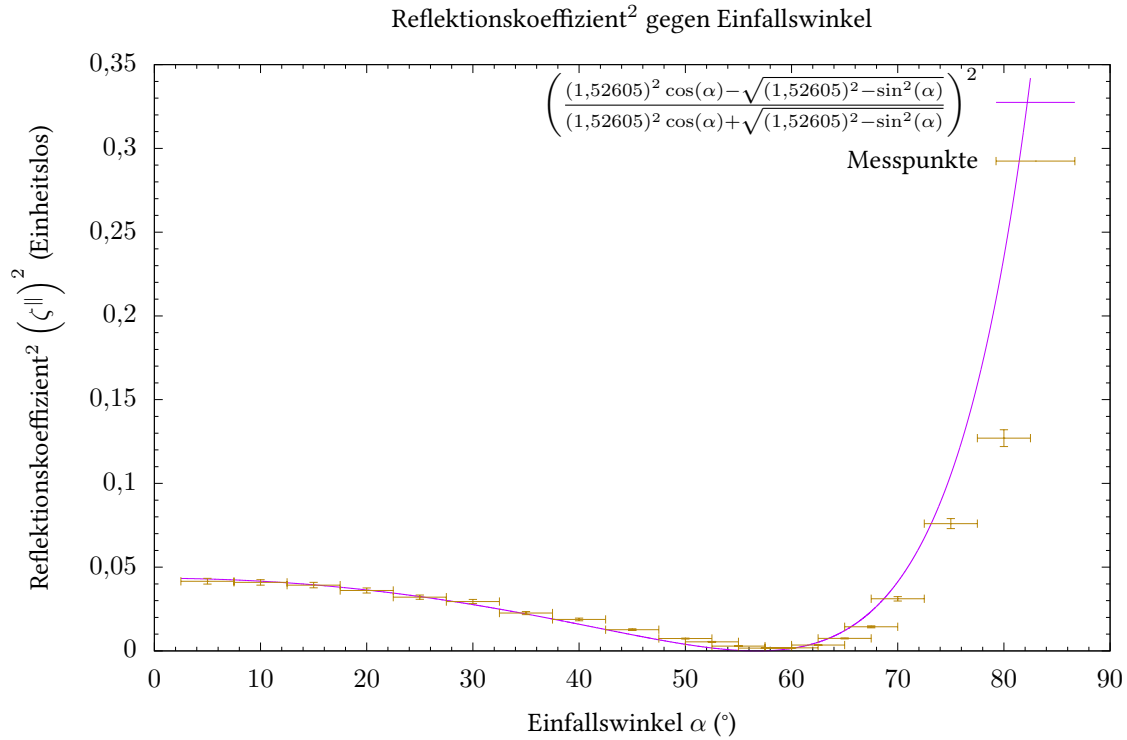


Abbildung 1.2: Reflexionskoeffizient² gegen Einfallswinkel ($\chi_{\text{red}}^2 = 1.58636 \approx 1 \Rightarrow$ Gute Anpassung)

Als Endergebnis erhalten wir $n = 1,526\,05 \pm 0,008\,79 = 1,526 \pm 0,009$. Aus dem Fit ist ζ^{\parallel} bei senkrechtem Einfall ($\alpha = 0^\circ$) gegeben durch:

$$\zeta^{\parallel} = \frac{n^2 - n}{n^2 + n} = \frac{n - 1}{n + 1} = \frac{1,526 - 1}{1,526 + 1} = 0,208\,234 \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} \Delta \zeta^{\parallel} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \zeta^{\parallel}}{\partial n} \Delta n \right)^2} = \frac{(n+1)(1) - (n-1)(1)}{(n+1)^2} \Delta n \\ &= \frac{2\Delta n}{(n+1)^2} = \frac{2(0,009)}{(1,526+1)^2} = 2,9 \cdot 10^{-3} \quad (2 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (1.14)$$

Also erhalten wir $\zeta^{\parallel}(0^\circ) = 0,2082 \pm 0,0029$. Da es schwer ist, um das Minimum aus dem Graphik abzulesen, verwenden wir WolframAlpha³.

Wir erhalten somit den Wert $\alpha_p = 0,990\,699 \text{ rad} = 56,8^\circ$. Es war leider zeitlich schwer, mit dieser Methode auch den Fehler von α_p zu bestimmen. Dazu muss man erst herausfinden, was für ein Effekt die Variation von n auf dem Ergebnis hat.

Das gemessene Minimum war bei $\alpha_p = (57,5 \pm 2,5)^\circ$. Dieser Wert stimmt mit dem Minimum aus dem

³[https://www.wolframalpha.com/input/?i=minimum of \(\(1.526*1.526*cos\(x\)-sqrt\(1.526*1.526 - sin\(x\)*sin\(x\)\)\)/\(1.526*1.526*cos\(x\)+sqrt\(1.526*1.526 - sin\(x\)*sin\(x\)\)\)\)**2 with x from 0 to 1.57](https://www.wolframalpha.com/input/?i=minimum+of+((1.526*1.526*cos(x)-sqrt(1.526*1.526-sin(x)*sin(x)))/(1.526*1.526*cos(x)+sqrt(1.526*1.526-sin(x)*sin(x))))**2+with+x+from+0+to+1.57)

Fit überein und der Brechungsindex (und dessen Fehler) daraus ist gegeben durch:

$$n = \tan(\alpha_p) = \tan 57,5^\circ = 1,569\,69 \quad (6 \text{ sig. Zif.}) \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} \Delta n &= \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial \alpha_p} \Delta \alpha_p\right)^2} = (\Delta \alpha_p) \sec^2 \alpha_p = \frac{\Delta \alpha_p}{\cos^2 \alpha_p} \\ &= \frac{2,5 \cdot \frac{\pi}{180}}{\cos^2(57,5^\circ)} = 0,16 \quad (2 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (1.16)$$

Somit erhalten wir $n = 1,57 \pm 0,16$.

Diskussion

Wir berechnen zunächst aus der angegebenen Reflexionskoeffizienten in Tabelle 1 der Anleitung die theoretische Brechungsindex des Flintglases. Es gilt beim senkrechten Einfall ($\alpha = 0^\circ$), dass:

$$\begin{aligned} \zeta^\parallel &= \zeta^\perp = \frac{n-1}{n+1} = 0,240 \\ n-1 &= 0,240 (n+1) \\ n(1-0,240) &= 1+0,240 \\ n &= \frac{1+0,240}{1-0,240} = 1,63 \quad (3 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Zusammengefasst haben wir aus unseren Ergebnisse vom Teilversuch 1:

Methode	n
ζ^\perp	$1,465 \pm 0,007$
ζ^\parallel	$1,526 \pm 0,009$
α_p	$1,57 \pm 0,16$
Anleitung	1,63

Die experimentelle Werten stimmen miteinander überein, aber nur n aus α_p ist mit der Literaturwert aus der Anleitung verträglich. Hierfür verwenden wir nicht den Literaturwert aus dem Internet, da die Brechungsindizes von Flintgläsern je nach Materie sehr unterschiedlich sind. Wir gehen somit davon aus, dass der Wert aus der Anleitung das richtige Flintglas entspricht.

Der Unterschied zwischen den Literaturwert und den experimentell gemessenenen Wert kann vermutlich an den folgenden Fehlerquellen liegen:

- Der Laserstrahl war nicht komplett horizontal, was die Richtung der Polarisation im Vergleich zur Reflektionsebene ändern könnten. Das heißt, dass der senkrechten bzw. parallelen Fall nicht wirklich senkrecht und parallel sind. Das hat zur Folge, dass die Fresnelsche Gleichung nicht komplett anwendbar waren.
- Das Licht im Raum war hell und könnten zur Fehler bei der Messungen führen. Obwohl wir die Nullausgleich gemacht haben, ist der Beitrag von der Raumbeleuchtung je nach Ausrichtung des Prismas unterschiedlich. Da die Beleuchtung auch durch Reflexion polarisiert werden kann, könnte es bei kleiner Messwerten (besonders mit 10^3 oder 10^4 Verstärkungen) einen großen Einfluss haben.

- Die Polarisationsfilter sind auch nicht perfekt. Wenn die beide Polarisatoren senkrecht stehen, gibt es immer noch ein bisschen Licht, das durch kommt. Dieses Effekt war während des Versuchs leider nicht charakterisiert und deswegen wissen auch nicht, wie dieses Effekt zur unseren Ergebnissen beigetragen haben.

Teilversuch 2: Messung der Drehungswinkel der Polarisations-ebene in Abhängigkeit vom Einfallswinkel

Wir setzen zunächst eine Vorzeichenkonvention fest: eine Drehung im Gegenuhrzeigesinn ist positiv und eine Drehung im Uhrzeigesinn ist negativ. Somit ist der Polarisator P_1 um $\delta = (-45,0 \pm 0,5)^\circ$ eingestellt. Aus der Anleitung haben wir $\Psi = \delta - \omega$ mit

$$\Psi = \arctan \left(-\frac{\cos \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin^2 \alpha} \right) \quad (2.1)$$

Wenn man die Gleichung (2.1) für $n = 1,5$ plottet, sieht man, dass bei $\alpha = 0^\circ$, die Winkeländerung $\Psi \approx -90^\circ$ ist. Das ergibt auch Sinn, da die Händigkeit eines zirkular polarisierten Licht sich bei einer senkrechten Reflexion ändert. Wir wissen, dass diese Drehung im Gegenuhrzeigesinn sein soll, also stimmt dieses negatives Vorzeichen mit unserer Vorzeichenkonvention (da $\Psi = \delta - \omega \equiv \theta_{\text{Initial}} - \theta_{\text{Final}} = -(\theta_{\text{Final}} - \theta_{\text{Initial}})$).

Es ist hier auch zu bemerken, dass hier nur die Differenz zwischen P_1 und P_2 wichtig ist. In diesem Fall stimmen die Winkel hier nicht mit der Winkel aus der Anleitung. In der Anleitung ist der Winkel δ und ω von der E^\parallel -Achse gemessen. Im Experiment sind sie aber von der E^\perp -Achse gemessen. Also gilt mit der Anleitungskonvention:

$$\delta = 90^\circ - (45,0 \pm 0,5)^\circ = (45,0 \pm 0,5)^\circ \quad (2.2)$$

$$\omega = (90^\circ - P_2) + 90^\circ = 180^\circ - P_2 \quad (2.3)$$

Gemessene P_2 senkrecht zur Polarisationssebene

Im unserer Konvention ist aber mit einer Drehung im Gegenuhrzeigesinn:

$$\delta = (-45,0 \pm 0,5)^\circ \quad (2.4)$$

$$\omega = -P_2 + 90^\circ \quad (2.5)$$

In beiden Fälle ist die Vorzeichenkonvention gleich: Drehung im Gegenuhrzeigesinn = positiv.

Daraus folgt, dass unseres Ψ (und dessen Fehler) gegeben durch ist:

$$\Psi = \delta - \omega = -45,0^\circ - (-P_2 + 90^\circ) = P_2 - 135,0^\circ \quad (2.6)$$

$$\Delta \Psi = \sqrt{(\Delta \delta)^2 + (\Delta \omega)^2} \quad (2.7)$$

Beispielrechnung

Für $\alpha = (15,0 \pm 2,5)^\circ$ ist:

$$\Psi = 46,0^\circ - 135,0^\circ = -89,0^\circ \quad (2.8)$$

Die weitere Rechnungen erfolgen im LibreOffice Calc.

Mit $\alpha = \frac{\pi}{2}$:

$\alpha/^\circ$	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0
$\Psi/^\circ$	-89,0	-87,0	-84,5	-81,0	-76,5	-73,0	-67,0	-60,0
$\alpha/^\circ$	52,5	55,0	57,5	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0
$\Psi/^\circ$	-56,5	-52,0	-48,0	-43,0	-35,0	-25,0	-14,5	-11,0

mit $\Delta\Psi = \sqrt{(\Delta\delta)^2 + (\Delta\omega)^2} = \sqrt{2(0,5^2)} = 0,8^\circ$. Es ist ein Fehler von $\Delta\alpha = 2,5^\circ$ auch zu berücksichtigen.

Nun plotten wir die Daten mit `gnuplot` und führe eine Kurveanpassung mit Gleichung (2.1) durch (siehe Appendix B). Wie vorher ist $n = 1,55$ als Anfangswert verwendet.

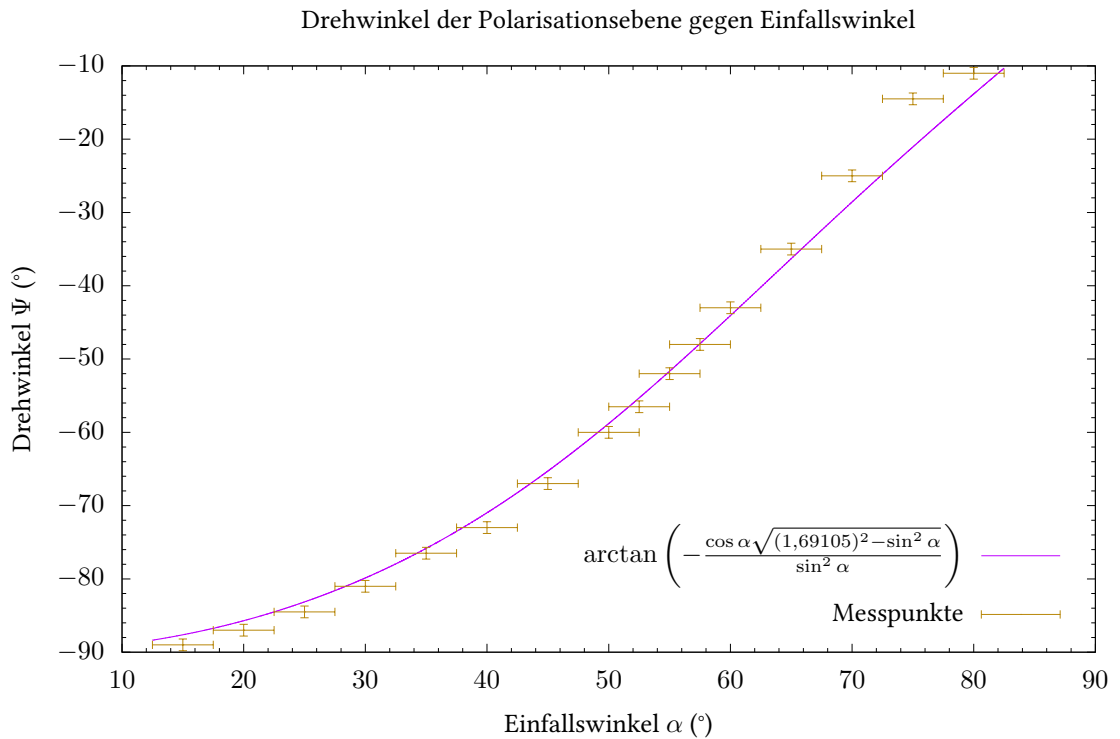


Abbildung 2.1: Drehwinkel der Polarisationssebene gegen Einfallswinkel ($\chi_{\text{red}}^2 = 0.609812$)

Als Endergebnis erhalten wir: $n = 1,691\,05 \pm 0,042\,92 = 1,69 \pm 0,05$. Die Anpassung hat ein $\chi_{\text{red}}^2 = 0.609812 < 1$, was eine mögliche Überanpassung bedeutet. Von unserem Plot ist aber klar, dass das nicht der Fall ist. Die Anpassung ist also eine gute Anpassung.

Diskussion

Zusammengefasst haben wir:

Methode	n
ζ^\perp	$1,465 \pm 0,007$
ζ^\parallel	$1,526 \pm 0,009$
α_p	$1,57 \pm 0,16$
Drehwinkel der Polarisationssebene	$1,69 \pm 0,05$
Anleitung	1,63

Der Brechungsindex, den wir im Teilversuch 2 berechnet haben, ist verträglich mit dem Literaturwert aus der Anleitung. Diese beide Werten unterscheiden sich nur knapp (0,01 außerhalb des Fehlerintervalls). Offensichtlich ist die Methode im Teilversuch 2 die genauere Methode, um die Brechungsindex zu berechnen. Da wir hier immer nur das Minimum gefunden haben, ohne es beachten zu müssen, was die genaue Multimetermessung ist, ist dieser Methode von Raumbeleuchtung nur wenig betroffen. Es gab aber immer noch einen Unterschied und die mögliche Fehlerquellen sind:

- Der Laserstrahl war nicht komplett horizontal (cf. Teilversuch 1)
- Der Prismatisch muss bei jeder Messung erst vom Pfostenhalter freigesetzt werden, bevor man ihn drehen kann, was zur Ungenauigkeiten führen könnte. Die Endposition des Primas könnte deswegen nicht senkrecht zur Laserstrahl sein.
- Die Polarisationsfiltern standen eventuell nicht perfekt senkrecht zum Laserstrahl, was die Strahlrichtung und Polarisation eventuell ändern könnte.
- Bei mancher Winkel war es den genaue Winkel α wegen Parallaxfehler unter einer unter einer Schraube schwer zu treffen.

Um die Genauigkeit zu verbessern könnte man beispielsweise eine Postklammer verwendet werden, sodass man die Tischebene erhalten bleibt während man den Prismatisch dreht.

A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 1

A.1 Senkrechter Fall

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2
3  set term epslatex color size 6in, 4in
4  set output "tv1-senkrecht.tex"
5  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7  set title "Reflektionskoeffizient gegen Einfallswinkel"
8  set ylabel "Reflektionskoeffizient  $\zeta$  (Einheitslos)"
9  set xlabel "Einfallswinkel  $\alpha$  ( $^\circ$ )"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 f(x) = ((sqrt(n**2 - (sin(pi*x/180))**2) - cos(pi*x/180))**2)/(n**2 - 1)
16
17 n = 1.55
18 # (x, y, xdelta, ydelta)
19 fit f(x) "senkrecht.dat" u 1:2:(2.5):3 xyerrors via n
20
21 # Linien
22 set key bottom right spacing 2
23
24 titel = " $\frac{\left(\sqrt{(\text{.gprintf}(\text{'\%.5f'}, n).\text{'\%'}^2 - \sin^2\alpha - \cos\alpha\right)^2}{(\text{.gprintf}(\text{'\%.5f'}, n).\text{'\%'}^2 - 1)}$ "
    ↪
25 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
26     "senkrecht.dat" u 1:2:(2.5):3 with xerrorbars title "Messpunkte"
    ↪ pointtype 0 lc rgb 'dark-goldenrod'

```

mit senkrecht.dat:

1	#alpha/deg	Zeta	deltaZeta	10	45	0,279	0,006
2	5	0,191	0,004	11	50	0,306	0,007
3	10	0,195	0,005	12	55	0,347	0,008
4	15	0,200	0,005	13	60	0,378	0,008
5	20	0,208	0,005	14	65	0,421	0,009
6	25	0,222	0,005	15	70	0,456	0,010
7	30	0,224	0,005	16	75	0,554	0,012
8	35	0,243	0,006	17	80	0,595	0,013
9	40	0,260	0,006				

Rohausgabe:

```

1  After 3 iterations the fit converged.
2  final sum of squares of residuals : 16.0509
3  rel. change during last iteration : -1.47495e-06
4

```

```

5 | degrees of freedom      (FIT_NDF)                : 15
6 | rms of residuals       (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 1.03444
7 | variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.07006
8 | p-value of the Chisq distribution (FIT_P)          : 0.378676
9 |
10 | Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
11 | =====
12 | n                                = 1.46469          +/- 0.00659      (0.4499%)

```

A.2 Paralleler Fall

```

1 | #!/usr/bin/env gnuplot
2 |
3 | set term epslatex color size 6in, 4in
4 | set output "tv1-parallel.tex"
5 | set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6 |
7 | set title "Reflektionskoeffizient$^2$ gegen Einfallswinkel"
8 | set ylabel "Reflektionskoeffizient$^2$ $\left(\zeta^{\parallel}\right)^2$
9 |   ↳ (Einheitslos)"
10 | set xlabel "Einfallswinkel $\alpha$ ($\si{\degree})"
11 |
12 | set mxtics
13 | set mytics
14 | set samples 10000
15 |
16 | f(x) = ((n*cos(x*pi/180)-sqrt(n*n - sin(x*pi/180)*sin(x*pi/180))) /
17 |   ↳ (n*cos(x*pi/180)+sqrt(n*n - sin(x*pi/180)*sin(x*pi/180))))**2
18 |
19 | n = 1.55
20 | # (x, y, xdelta, ydelta)
21 | fit f(x) "parallel.dat" u 1:2:(2.5):3 xyerrors via n
22 |
23 | # Linien
24 | set key top right spacing 2
25 |
26 | titel = "$\left(\frac{.gprintf("%.5f", n).)^2\cos(\alpha) -
27 |   ↳ \sqrt{(.gprintf("%.5f", n).)^2-\sin^2(\alpha)}}{(.gprintf("%.5f",
28 |   ↳ n).)^2\cos(\alpha) + \sqrt{(.gprintf("%.5f",
29 |   ↳ n).)^2-\sin^2(\alpha)}}\right)^2$"
30 | plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
31 |   "parallel.dat" u 1:2:(2.5):3 with xerrorbars title "Messpunkte"
32 |   ↳ pointtype 0 lc rgb 'dark-goldenrod'

```

mit parallel.dat:

#	α/deg	\tilde{I}	$\delta \tilde{I}$			
1	5	0,0416	0,0017	5	20	0,0361 0,0015
2	10	0,0409	0,0016	6	25	0,0321 0,0013
3	15	0,0393	0,0016	7	30	0,0295 0,0012
4				8	35	0,0226 0,0009

9	40	0,0188	0,0008	16	62,5	0,00348	0,00014
10	45	0,0127	0,0005	17	65	0,00746	0,00029
11	50	0,00739	0,00029	18	67,5	0,0144	0,0006
12	52,5	0,00545	0,00022	19	70	0,0311	0,0013
13	55	0,00289	0,00012	20	75	0,076	0,003
14	57,5	0,00164	0,00007	21	80	0,127	0,005
15	60	0,00187	0,00008				

Rohausgabe:

```

1  After 3 iterations the fit converged.
2  final sum of squares of residuals : 30.1409
3  rel. change during last iteration : -8.25091e-16
4
5  degrees of freedom      (FIT_NDF)                : 19
6  rms of residuals        (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 1.25951
7  variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf  : 1.58636
8  p-value of the Chisq distribution (FIT_P)            : 0.0500322
9
10 Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
11 =====
12 n                                = 1.52605          +/- 0.008781      (0.5754%)

```

B gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 2

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2
3  set term epslatex color size 6in, 4in
4  set output "tv2-plot.tex"
5  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7  set title "Drehwinkel der Polarisationssebene gegen Einfallswinkel"
8  set ylabel "Drehwinkel  $\Psi$  ( $^{\circ}$ )"
9  set xlabel "Einfallswinkel  $\alpha$  ( $^{\circ}$ )"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 f(x) = (180/pi)*atan(-(cos(x*pi/180)*sqrt(n*n -
16   ↪ sin(x*pi/180)*sin(x*pi/180)))/(sin(x*pi/180)*sin(x*pi/180)))
17
18 n = 1.55
19 # (x, y, xdelta, ydelta)
20 fit f(x) "tv2.dat" u 1:2:(2.5):(0.8) xyerrors via n
21
22 # Linien
23 set key bottom right spacing 2

```

```

24 | titel = "$\\arctan \\left(- \\frac{\\cos\\alpha \\sqrt{(.gprintf("%.5f",
    ↪ n).^2-\\sin^2\\alpha}\\{\\sin^2\\alpha} \\right)$"
25 | plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
26 | "tv2.dat" u 1:2:(2.5):(0.8) with xerrorbars title "Messpunkte" pointtype
    ↪ 0 lc rgb 'dark-goldenrod'

```

mit tv2.dat:

1	# alpha/deg Psi/deg	10	52,5	-56,5
2	15,0 -89,0	11	55,0	-52,0
3	20,0 -87,0	12	57,5	-48,0
4	25,0 -84,5	13	60,0	-43,0
5	30,0 -81,0	14	65,0	-35,0
6	35,0 -76,5	15	70,0	-25,0
7	40,0 -73,0	16	75,0	-14,5
8	45,0 -67,0	17	80,0	-11,0
9	50,0 -60,0			

Rohausgabe:

```

1 | After 5 iterations the fit converged.
2 | final sum of squares of residuals : 9.14718
3 | rel. change during last iteration : -1.04167e-06
4 |
5 | degrees of freedom (FIT_NDF) : 15
6 | rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.780905
7 | variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.609812
8 | p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.869697
9 |
10 | Final set of parameters Asymptotic Standard Error
11 | =====
12 | n = 1.69105 +/- 0.04292 (2.538%)

```