

# BEU – Beugung Auswertung

Yudong Sun  
Gruppe I4

14. März 2021

## Teilversuch 1: Fraunhofer-Beugung am variablen Einfachspalt

Als wir die Spaltbreite schrittweise reduzieren, sehen wir erst den Übergang zwischen Fresnel- und Fraunhofer-Beugung und dann die Fraunhofer-Beugung, was wir im Versuch beobachten und erklären sollen.

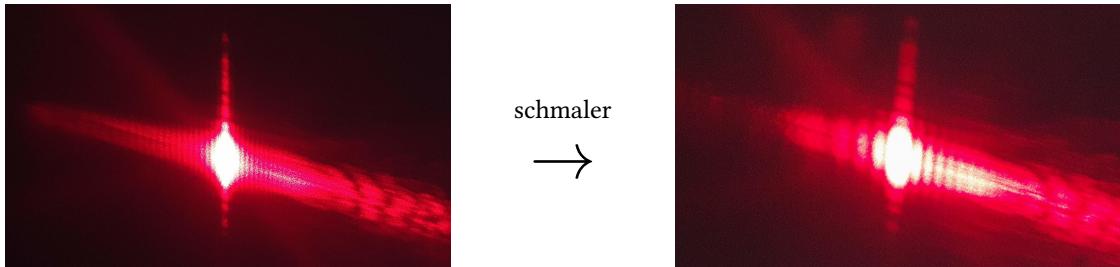


Abbildung 1.1: Fresnel-Fraunhofer Übergang

Das Laserlicht war im Versuch zu hell, um das Fresnelsche Beugungsmuster sehen zu können.

Im Fall der Fraunhoferschen Beugung erfüllt der Abstand zwischen Quelle und Blende<sup>1</sup>  $R$  die Relation:

$$R \gg \frac{b^2}{\lambda} \quad (1.1)$$

wobei  $b$  die Spaltbreite und  $\lambda$  die Wellenlänge unseres Lasers ist. Man kann unter dieser Bedingung die Kugelwellen als ebene Wellen annähern und die Lage der Intensitätminima im Beugungsbild durch einfache geometrische Betrachtung bestimmen<sup>2</sup>. Es treten somit Minima auf, wenn es gilt:

$$b \sin \theta = m\lambda \implies \frac{b}{\lambda} \sin \theta = m \quad m \in \mathbb{Z} \quad (1.2)$$

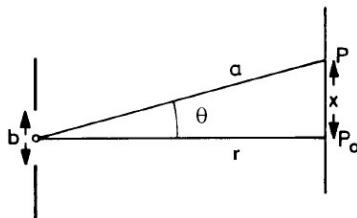


Abbildung 1.2: Abbildung aus Anleitung BEU Seite 10 §1.6  
Abbildung 7 links

<sup>1</sup>in diesem Fall kleiner als der Abstand zwischen Blend und Beobachtungsort

<sup>2</sup>Anleitung BEU Seite 9 §1.6

Ist nun der Abstand vom Spalt zum Beobachtungspunkt auf dem Schirm  $a$  viel größer als der Abstand vom Zentrum der Beugungsmuster zur Beobachtungspunkt  $x$ , dann ist der Winkel  $\theta$  klein und es gilt die Kleinwinkelnäherung mit  $\sin \theta \approx \theta$  und wir erhalten:

$$\frac{b}{\lambda} \theta = m \quad (1.3)$$

In diesem Fall ist  $a$  dann näherungsweise  $\approx r$ , der Abstand vom Spalt zum Schirm. Im Bogenmaß gilt somit, dass  $x = r\theta$  bzw.  $\theta = x/r$ . Eingesetzt erhalten wir:

$$\frac{b}{\lambda} \cdot \frac{x}{r} = m \implies x_m = m \cdot \frac{r\lambda}{b} \quad (1.4)$$

Der Abstand zwischen 2 Minima ist dann gegeben durch:

$$\Delta x = \frac{r\lambda}{b} \quad (1.5)$$

die Minima sind also äquidistant, was wir im Versuch auch beobachtet haben.

Wenn man Spaltbreite verkleinert, war der Beugungsmuster mehr ausgedehnt und der Abstand zwischen die Minima nimmt zu. Das entspricht auch unsere Erwartungen, da  $\Delta x$  proportional zu  $\frac{1}{b}$  ist.

## Teilversuch 2: Übergang von Fraunhofer- zu Fresnel-Beugung

- Wie lässt sich am Intensitätsverlauf die Anzahl der beteiligten Fresnel-Zonen bestimmen?

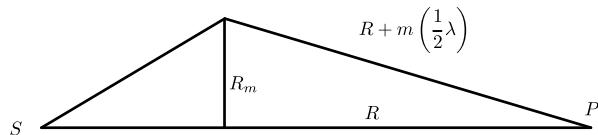
Man kann die Anzahl der beteiligten Fresnel-Zonen (im Zentrum) bestimmen, indem man die Anzahl der Peaks aufzählt.

In meinem Versuch war 11 Peaks beobachtet, also gibt es 5 Peaks und 5 Täler auf beiden Seiten des Zentralpeaks. Jedes Peak bezeichnet eine ungerade Anzahl von Fresnel-Zonen und jeder Tal eine gerade Anzahl. Wo die Intensität an beide Seite abnimmt, sind keine Fresnel-Zone mehr beteiligt. Mit dem Peak im Zentrum ergibt sich somit 11 beteiligten Fresnel-Zonen. Aus Symmetriegründen kann man auch die Anzahl der Peaks direkt zählen, um die Anzahl der beteiligten Fresnel-Zonen zu bestimmen.

- Nehmen Sie parallele Beleuchtung des Spalts an und leiten Sie aus geometrischen Überlegungen die folgende Formel für den Radius  $R_m$  der  $m$ -ten Fresnelschen Zone ab:

$$R_m = \sqrt{m \cdot R \cdot \lambda} \quad (2.1)$$

Betrachten wir nun das Dreieck von die Quelle  $S$  zum Beobachtungspunkt  $P$ :



Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$\left(R + \frac{m}{2}\lambda\right)^2 = R_m^2 + R^2 \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} R_m^2 &= \left(R + \frac{m}{2}\lambda\right)^2 - R^2 = \left[R^2 + \frac{m^2}{2}\lambda^2 + 2R\left(\frac{m}{2}\lambda\right)\right] - R^2 \\ &= mR\lambda + \frac{m^2}{2}\lambda^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

In unserer Betrachtung ist  $R \gg \lambda$ , also gilt die Annäherung:

$$R_m^2 \approx mR\lambda \implies R_m = \sqrt{mR\lambda} \quad (2.4)$$

was zu zeigen ist.

- Welche Spaltbreite ergibt sich somit beim Aufspalten der Zentralmaximums des Fraunhoferschen Beugungsbildes in zwei Maxima, die durch ein minimum getrennt sind? Berechnen Sie diesen Wert. Ist er realistisch?

Beim Aufspalten der Zentralmaximums des Fraunhoferschen Beugungsbildes in zwei Maxima ist genau zwei Fresnel-Zone beteiligt. Die Spaltbreite muss somit  $2 \cdot R_2$  entsprechen.

In dem Versuch ist  $R = (30,0 \pm 0,5)$  cm. Da wir während des Versuchs keine Aufwärmezeit berücksichtigt haben, könnte die Wellenlänge des Laser ( $\lambda = 632,9$  nm) vom Erwartungswert schwanken. Wir wollen hier aber nur eine Abschätzung machen, deswegen sind alle Fehler vernachlässigt.

Die benötigte Spaltbreite ist somit gegeben durch:

$$\begin{aligned} b &= 2 \cdot R_2 = 2\sqrt{2R\lambda} = 2\sqrt{2(0,300 \text{ m}) (632,9 \cdot 10^{-9} \text{ m})} \\ &= 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,23 \text{ mm} \quad (3 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Diese Breite ist realistisch.

### Teilversuch 3: Fraunhofer-Beugung am Einfachspalt

Die möglichen Fehlerquellen sind:

- Die Messung der Abstand  $R$  war ziemlich ungenau, da es schwer ist, das Mittel des Spaltes per Augenmaß zu bestimmen. Man kann auch schwer feststellen, ob das Maßband senkrecht zum Spalt und CCD-Kamera steht, oder sogar, ob der Spalt überhaupt parallel zur CCD Kamera ist.
- Der Laserstrahl war leicht nach unten gekippt. Deswegen trifft er nicht senkrecht auf der Spalte, was zur Änderung im Beugungsmuster führen kann.
- Die Variablen  $b$ ,  $\lambda$  und  $R$  haben hohe Korrelationen, da viele Wertepaare das gleiche Verhältnis ergibt. Obwohl wir während des Fits im MATLAB die obere und untere Beschränkungen festgelegt haben, gibt es immer noch viel Spielraum. Beispielsweise ist die gefundene Wellenlänge des Lasers 676,8 nm, was viel länger im Vergleich zu unserem Literaturwert ist. Die Unsicherheiten aus MATLAB sind deswegen ziemlich hoch, mit einer Unsicherheit bei der Fitparameter  $b$  von  $\approx \pm 48 \cdot 10^{-4}$  m.

- Es könnte auch sein, dass die Umgebungsbeleuchtung nicht gleichmäßig auf der CCD-Kamera fällt, was das Fit-Paramter  $c$  nicht berücksichtigen kann.

## Teilversuch 4: Babinet'sches Theorem

### Spalt/Streifen

Das Beugungsmuster vom Spalt ist viel schöner als das vom Strich. Es gab viel Rauschen und für jedem Peak im Beugungsmuster des Spaltes gibt es viele kleine Peaks im Beugungsmuster des Striches. Grob kann man aber erkennen, dass die Peak-Intensitäten der beiden Beugungsmustern vielleicht an dem gleichen Positionen liegen (was unsere Theorie besagt). Der Abstand zwischen jeder dieser einhüllenden Maximalen bleibt aber ungefähr gleich.

Im Experiment war aber eine Verschiebung in dem Beugungsmuster zu erkennen. Ob das an einem experimentellen Fehler (zum Beispiel beim Umdrehen des Glasplättchens) oder an einer physikalisch grundlegende Ursache liegt, weiß ich leider nicht. Im Nachhinein sollte ich das ungeschobene Beugungsmuster des Striches auch ausgedrucken lassen, aber leider habe ich das Kamera schon geschoben.

### Loch/Punkt

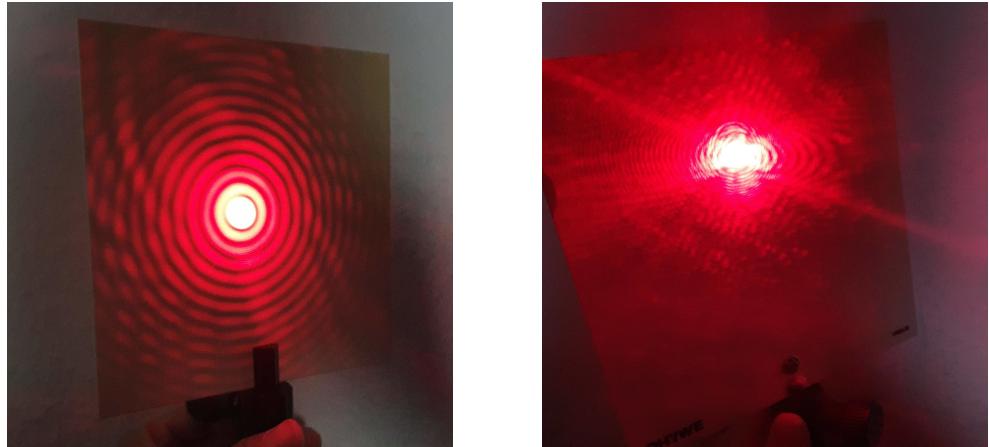


Abbildung 4.1: Beugungsmuster vom Loch (links) und Punkt (rechts)

Das Beugungsmuster mit dem Loch hat einen höheren Kontrast im Vergleich zu dem mit dem Punkt. Dies könnte daran liegen, dass der Punkt nicht genau mittig im Laserstrahl stand. Es gibt aber im beiden Fällen etwa konzentrische kreisförmige Interferenzstreifen. Laut dem Babinet'schen Theorem sollen komplementäre Blende das gleiche Interferenzmuster erzeugen. Da der Punkt und das Loch komplementär zueinander sind, entspricht unsere Beobachtung unsere Erwartungen.

Im Fall des Punkts ist das Beugungsmuster sehr verzehrt und unsymmetrisch. Das Grund weiß ich nicht genau, aber vermutlich liegt es an dem Glasplättchen, das nicht senkrecht zum Laserstrahl lag.

Im Allgemein aber: je ferner man ist vom Zentrum, desto dunkler unseres Interferenzmuster ist. Dies liegt daran, dass der Strahl Gaussförmig ist und die Intensität nimmt mit zunehmender Radius vom Zentrum.

Man erkennt außerdem (besonders im Fall des Lochs), dass es anscheinend ein einhüllende Beugungsmuster außenrum gibt. Das könnte ein Artefakt des ursprünglichen Laserstrahl sein. Genau kann ich leider nicht erklären.

## Teilversuch 5: Fraunhofer-Beugung an Doppelspalt und Mehrfachspalt

Aus zeitlichen Gründen ist dieses Teilversuch für alle von Marlene Schramm durchgeführt. Die Bilder für den Doppelspalt sind von Marlene Schramm aufgenommen und die Bilder für den Mehrfachspalt sind von mir aufgenommen.

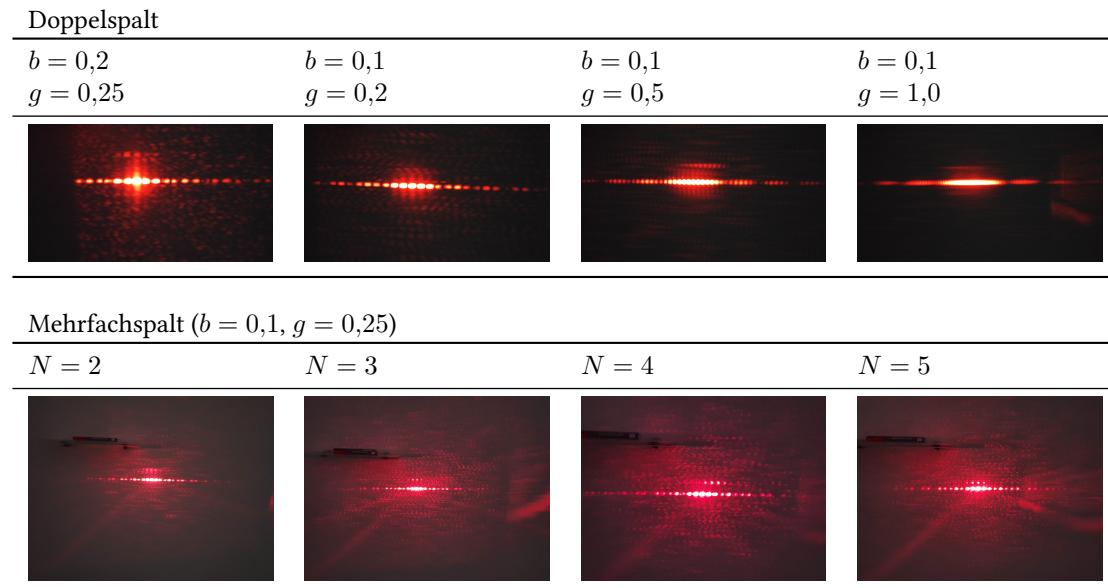


Abbildung 5.1: Beugungsmuster von Doppelspalt und Mehrfachspalt am Wand

Aus der Anleitung gilt die Gleichung:

$$I(\phi) = \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi} \right)^2 \left( \frac{\sin\left(\frac{N\pi g}{\lambda} \sin \phi\right)}{\sin\left(\frac{\pi g}{\lambda} \sin \phi\right)} \right)^2 \quad (5.1)$$

Es gibt hier zwei Faktoren, die zur Intensität dieses Mustersbeiträgt. Der erste Faktor ist die sinc Funktion, die aus einem Einzelspalt stammt. Die Intensität ist also immer von dieser einhüllende Faktor begrenzt. Wir beobachten in allen Beugungsmuster, dass die Intensität abnimmt, je ferner man vom Zentrum ist. Dieser Faktor erklärt dieses Phänomen. Außerdem erkennt man deswegen, dass das einhüllende Intensitätsprofil bei  $b = 0,2$  schmäler ist als bei  $b = 0,1$ , da die Breite dieser Einhüllende direkt vom  $b$  abhängt.

Im Fall des Doppelspalts gilt:

$$I(\phi) = \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \phi} \right)^2 \left( \frac{\sin\left(\frac{2\pi g}{\lambda} \sin \phi\right)}{\sin\left(\frac{\pi g}{\lambda} \sin \phi\right)} \right)^2 \quad (5.2)$$

Mit dem gleichen  $b$  und unterschiedlichem  $g$  ist nur die 2. Faktor entscheidend und zwar:

$$I(\phi) \propto \left( \frac{\sin\left(\frac{2\pi g}{\lambda} \sin \phi\right)}{\sin\left(\frac{\pi g}{\lambda} \sin \phi\right)} \right)^2 \quad (5.3)$$

Der Parameter  $g$  entscheidet also wie breit jede einzelne Maxima ist. Je größer das  $g$ , desto kleiner das einzelne Maximum ist. Das ist genau was wir bei den rechten 3 Bildern der ersten Reihe erkennen. Bei  $g = 1,0$  sind die Maxima so schmal, dass die Kamera wegen der Intensität des Laserstrahls sogar nicht gut unterscheiden konnte.

Im Fall des Mehrfachspalts mit gleichen  $b$  und  $g$  gilt:

$$I(\phi) \propto \left( \frac{\sin\left(\frac{N\pi g}{\lambda} \sin \phi\right)}{\sin\left(\frac{\pi g}{\lambda} \sin \phi\right)} \right)^2 \quad (5.4)$$

Der Parameter  $N$  entscheidet wiederum wie breit jede einzelne Maxima ist, aber da es nur im Zähler steht, ist das Effekt deutlich kleiner, was auch im Versuch zu beobachten ist.

## Teilversuch 6: Fresnel Beugung an der Kante

Aus der Anleitung soll die Transmission so aussehen:

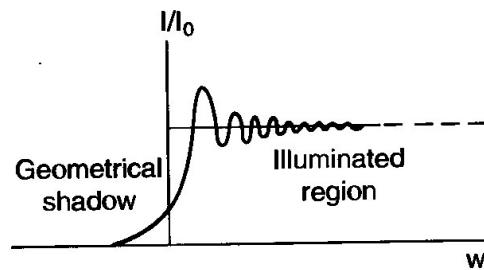


Abbildung 6.1: Abbildung aus Anleitung BEU Seite 14 §1.9 Abbildung 10 rechts

Also zeigt die Intensität auf der Lichtseite Maxima und Minima. Die Amplitude dieser Oszillation soll auch mit zunehmender Entfernung vom Schatten abnehmen.

Das ist genau was wir im Experiment beobachtet haben. Ein Unterschied ist aber, dass die Transmission mit zunehmender Pixelzahl zunimmt. Das liegt vermutlich daran, dass den Laserstrahl eine endliche Durchmesser hat.