

MZI – Mach-Zender-Interferometer

Auswertung

Yudong Sun
Gruppe I4

5. März 2021

Teilversuch 1: Aufbau eines Mach-Zender-Interferometers

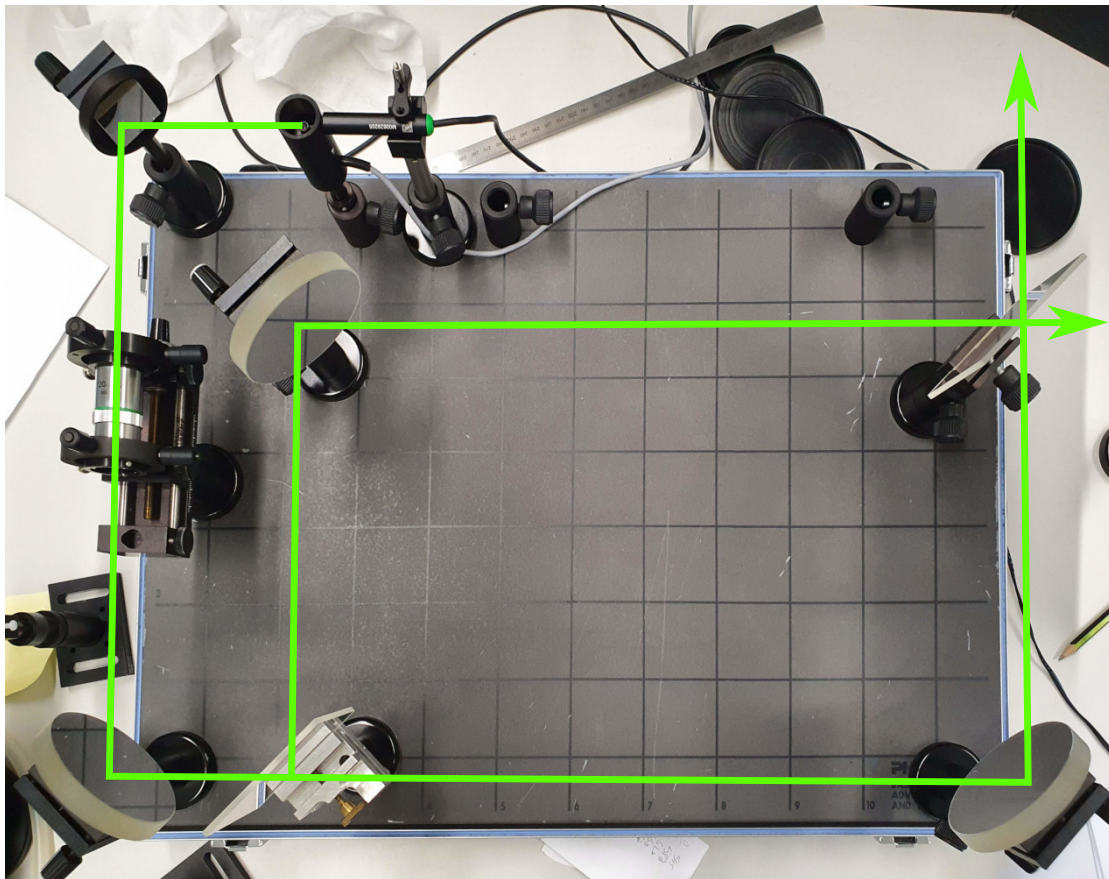


Abbildung 1.1: Mach-Zender-Interferometer Aufbau

Teilversuch 2: Bestimmung des Brechungsindex von Luft

Aus der Anleitung ist der Brechungsindex von Luft gegeben durch:

$$n_{\text{Luft}} = \frac{\lambda P_0}{s} \cdot g + 1 \quad (2.1)$$

mit dem entsprechen Fehler:

$$\Delta n_{\text{Luft}} = n_{\text{Luft}} \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta P_0}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2} \quad (2.2)$$

wobei g die Steigung des Graphs von Δm (die Anzahl der Durchgänge) gegen P (Druck) ist.

Wir plotten zunächst die Messwerten und führe mittels `gnuplot` eine Kurveanpassung der Form $\Delta m = gP + c$ durch (Siehe Appendix A). Ein Messfehler von $\Delta P_i = 1 \text{ hPa}$ wird bei der Kurvenanpassung wegen der hohe Anzahl von Messwerten nicht berücksichtigt.

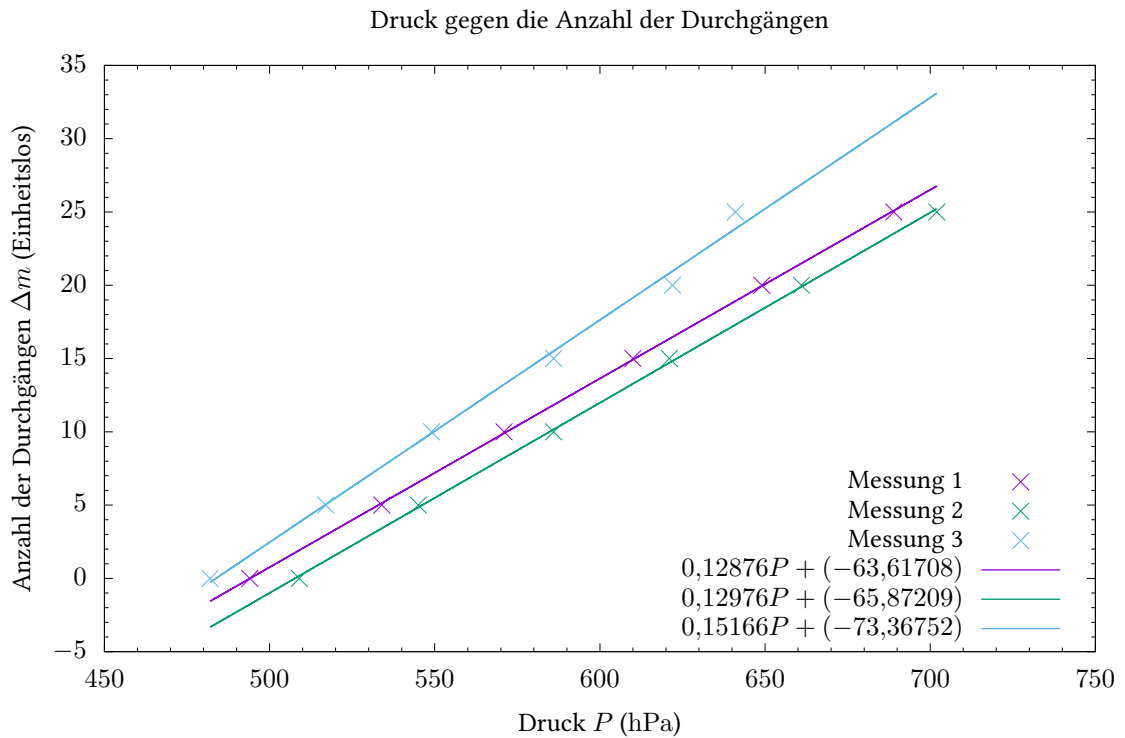


Abbildung 2.1: Druck gegen die Anzahl der Durchgängen

Als Ergebnis erhalten wir:

Messung	g/hPa^{-1}	c	χ_{red}^2
1	$0,128\,76 \pm 0,000\,67$	$-63,617\,08 \pm 0,395\,87$	0,011 69
2	$0,129\,76 \pm 0,001\,47$	$-65,872\,09 \pm 0,894\,62$	0,056 31
3	$0,151\,66 \pm 0,005\,86$	$-73,367\,52 \pm 3,336\,79$	0,650 34

Gerundet:

Messung	g/hPa^{-1}	c
1	$0,1288 \pm 0,0007$	$-63,6 \pm 0,4$
2	$0,1298 \pm 0,0015$	$-65,9 \pm 0,9$
3	$0,152 \pm 0,006$	-73 ± 4

Nun berechnen wir den Mittelwert von g . Wir vernachlässigen jegliche Fehler bei der einzelnen g -Werten und nehmen die statische Schwankung

$$\Delta g = \frac{g_{\max} - g_{\min}}{2}$$

als der Fehler, da diese Schwankung viel größer ist. Es ist in diesem Fall wegen der niedrigen Anzahl von g -Werten nicht sinnvoll, die Standardabweichung zu nehmen.

Wir erhalten somit $\bar{g} = (0,137 \pm 0,012) \text{ hPa}^{-1}$. Im Folgenden ist $g = \bar{g}$.

Mit der Messwerten:

Variable	Wert	Bedeutung
λ	$(520 \pm 20) \text{ nm}$	Wellenlänge des Lasers
P_0	$(9,51 \pm 0,01) \cdot 10^4 \text{ Pa}$	Atmosphärendruck im Raum
s	$(256,38 \pm 0,03) \text{ mm}$	Optische Länge der Küvette
g	$(1,37 \pm 0,12) \cdot 10^{-3} \text{ Pa}^{-1}$	Durchschnittliche Steigung

erhalten wir:

$$n_{\text{Luft}} = \frac{(520 \cdot 10^{-9} \text{ m})(9,51 \cdot 10^4 \text{ Pa})}{256,38 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \cdot (1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}^{-1}) + 1$$

$$= 1,000\,264\,253 \quad (10 \text{ sig. Zif.}) \quad (2.3)$$

$$\Delta n_{\text{Luft}} = (1,000\,264\,253) \sqrt{\left(\frac{20}{520}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{9,51}\right)^2 + \left(\frac{0,03}{256,38}\right)^2 + \left(\frac{0,12}{1,37}\right)^2}$$

$$= 0,10 \quad (2 \text{ sig. Zif.}) \quad (2.4)$$

Somit erhalten wir als Endergebnis: $n_{\text{Luft}} = 1,00 \pm 0,10$.

Dieses Ergebnis stimmt mit der Literaturwert $n_{\text{Luft, Lit}} = 1.000269$ überein. Der Fehler ist aber sehr groß, was hauptsächlich zur

- Unsicherheit in der Wellenlänge des Lasers und
- Unsicherheit bei dem selbstständigen Zählen der Durchgängen

zurückzuführen ist.

Teilversuch 3: Bestimmung des Brechungsindex von CO₂

Aus der Anleitung ist der Brechungsindex von CO₂ gegeben durch:

$$n_{\text{CO}_2} = n_{\text{Luft}} + \frac{N\lambda}{2l} \equiv n_{\text{Luft}} + \varepsilon \quad (3.1)$$

mit dem entsprechenden Fehler:

$$\begin{aligned} \Delta n_{\text{CO}_2} &= \sqrt{(\Delta n_{\text{Luft}})^2 + (\Delta \varepsilon)^2} \\ &= \sqrt{(\Delta n_{\text{Luft}})^2 + \varepsilon^2 \left[\left(\frac{\Delta N}{N} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 \right]} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Aus dem Versuch haben wir einen Durchschnitt von $N = 12 \pm 1$, wobei $\Delta N = 1$ die Schwankung ist. Die Schwankung ist hier als Unsicherheit genommen, da $n = 3$ zu klein einer Datensatz ist, um die statische Unsicherheit als Unsicherheit zu betrachten.

Mit der Werten:

Variable	Wert	Bedeutung
λ	$(520 \pm 20) \text{ nm}$	Wellenlänge des Lasers
l	$(50 \pm 1) \text{ mm}$	Optische Länge der Kapsel
n_{Luft}	$1,00 \pm 0,10$	Brechungsindex von Luft
N	12 ± 1	Durchschnittliche Anzahl von Durchgänge

erhalten wir:

$$n_{\text{CO}_2} = 1,00 + \frac{12(520 \cdot 10^{-9} \text{ m})}{2(50 \cdot 10^{-3} \text{ m})} = 1,000\,062\,4 \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \Delta n_{\text{CO}_2} &= \sqrt{(0,10)^2 + (6,24 \cdot 10^{-5})^2 \left[\left(\frac{1}{12} \right)^2 + \left(\frac{20}{520} \right)^2 + \left(\frac{1}{50} \right)^2 \right]} \\ &= 0,11 \quad (2 \text{ sig. Zif.}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Somit ist $n_{\text{CO}_2} = 1,00 \pm 0,11$, was mit dem Literaturwert von $n_{\text{CO}_2, \text{Lit}} = 1,000\,416$ übereinstimmt. Unserer Mach-Zender-Interferometer ist aber einfach zu ungenau, um ein besseres Ergebnis zu erhalten.

A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 2

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2  # Version >= 5.2
3
4  set term epslatex color size 6in, 4in
5  set output "tv2-plot.tex"
6  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
7
8  set title "Druck gegen die Anzahl der Durchgängen"
9  set ylabel "Anzahl der Durchgängen  $\Delta m$  (Einheitslos)"
10 set xlabel "Druck  $P$  ( $\text{si}\{\text{hecto}\}\text{pascal}$ )"
11
12 set mxtics
13 set mytics
14 set samples 10000
15
16 f(x) = g*x + c
17
18 array A_m[4]
19 array A_m_err[4]
20 array A_c[4]
21 array A_c_err[4]
22 array chisq[4]
23 array titel[4]
24
25 # https://stackoverflow.com/a/17884635
26 do for [t=2:4] {
27     g = 0.130; c = 60; # Reset params
28     fit f(x) "tv2.dat" u t:1 via g,c
29     A_m[t] = g
30     A_m_err[t] = g_err
31     A_c[t] = c
32     A_c_err[t] = c_err
33     chisq[t] = FIT_STDFIT**2
34     titel[t] = "$".gprintf("%.5f", g)."P + ("$.gprintf("%.5f", c).")$"
35 }
36 # Linien
37 set key bottom right vertical maxrows 10 width -8
38
39 plot for [i=2:4] "tv2.dat" u i:1 title "Messung ".(i-1) pointtype 77 lc (i-1)
    ↪ ps 2, for [i=2:4] A_m[i]*x+A_c[i] title titel[i] lc (i-1) lw 2

```

mit tv4.dat:

#	m	P1/hPa	P2/hPa	P3/hPa		5	15	610	621	586
2	0	494	509	482	6	20	649	661	622	
3	5	534	545	517	7	25	689	702	641	
4	10	571	586	549						

Rohausgabe:

```

1  After 5 iterations the fit converged.
2  final sum of squares of residuals : 0.0467405
3  rel. change during last iteration : -2.826e-12
4
5  degrees of freedom    (FIT_NDF)                : 4
6  rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 0.108098
7  variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf    : 0.0116851
8
9  Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
10  =====
11  g              = 0.128757          +/- 0.0006655    (0.5168%)
12  c              = -63.6171          +/- 0.3959      (0.6223%)
13
14  correlation matrix of the fit parameters:
15              g          c
16  g              1.000
17  c             -0.994   1.000
18
19  After 5 iterations the fit converged.
20  final sum of squares of residuals : 0.225243
21  rel. change during last iteration : -9.26777e-13
22
23  degrees of freedom    (FIT_NDF)                : 4
24  rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 0.237299
25  variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf    : 0.0563106
26
27  Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
28  =====
29  g              = 0.129755          +/- 0.001472    (1.135%)
30  c              = -65.8721          +/- 0.8946      (1.358%)
31
32  correlation matrix of the fit parameters:
33              g          c
34  g              1.000
35  c             -0.994   1.000
36
37  After 5 iterations the fit converged.
38  final sum of squares of residuals : 2.60135
39  rel. change during last iteration : -1.65252e-13
40
41  degrees of freedom    (FIT_NDF)                : 4
42  rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 0.806435
43  variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf    : 0.650338
44
45  Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
46  =====
47  g              = 0.151665          +/- 0.005865    (3.867%)

```

```
48 | c                = -73.3675          +/- 3.337          (4.548%)
49 |
50 | correlation matrix of the fit parameters:
51 |           g          c
52 | g          1.000
53 | c        -0.995  1.000
```