

# QAL – Quantum Analogs

## Auswertung

Yudong Sun  
Gruppe L8

25. August 2021

### Teilversuch 1: Lebensdauer eines Teilchen im unendlich tiefen Potentialtopf

#### Teilversuch 1a: Verständnis zur Software SpektrumSLC.exe

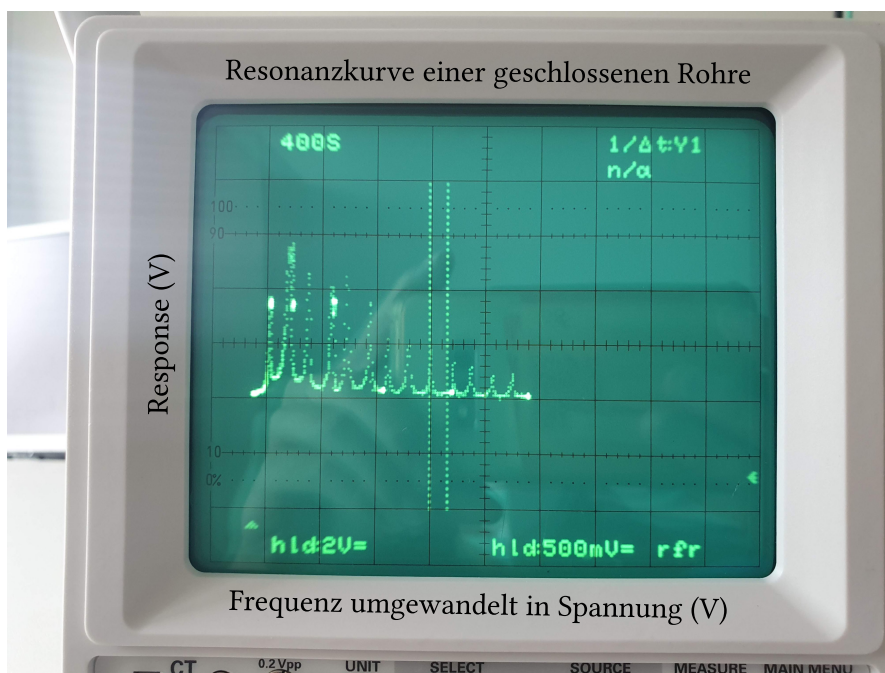


Abbildung 1.1: Resonanzkurve einer geschlossenen Rohre ( $d = (225 \pm 1) \text{ mm}$ )

Diese Resonanzkurve ist auch was theoretisch zu erwarten ist. Da die Rohre geschlossen ist, kann nur stehende Wellen von bestimmten Frequenzen/Wellenlängen entstehen. Bei diesen stehenden Wellen erhalten wir dann ein Maxima für den Response. Somit ergibt sich eine Resonanzkurve mit mehrerer Peaks.

Die Beschreibung der Verarbeitungsschritte des Signals finden Sie im Laborprotokoll.

## Teilversuch 1b: Messung der Lebensdauer eines Teilchen im unendlich tiefen Potentialtopf

Da die Fit Parameters nicht ausgedruckt sind, sind sie hier beschrieben:

Peak	1	2	3	4
Frequency / Hz	5719,715	6853,203	7989,781	9124,208
Amplitude / a.u.	59,0441	41,929	31,0203	22,639
Width / Hz	17,634	18,732	19,371	20,437
Phase / °	-46,7	-1,7	29,9	57,9
Peak	5	6	7	8
Frequency / Hz	10 259,772	11 393,832	12 524,178	13 641,917
Amplitude / a.u.	14,1618	13,2206	9,5492	7,4138
Width / Hz	22,807	23,386	27,648	33,978
Phase / °	63,8	90,7	98,3	133,8

Siehe Laborprotokoll für den Plot. Die Kurveanpassung sieht nach Augenmaß ziemlich gut aus.

### Regelmäßiger Abstand

Wie im letzten Teilversuch beschrieben, entstehen wegen der bestimmten Länge der Rohre nur bei bestimmten Wellenlänge stehende Wellen. Da die Rohre am beiden Enden geschlossen ist, muss die Schallgeschwindigkeit am Randan null sein, was zu einer Maxima im Druck führt. Diesen Druck messen wir dann mit unsere Mikrofon. Solche stehene Wellen können wir mit Abbildung 1 der Anleitung veranschaulichen machen:

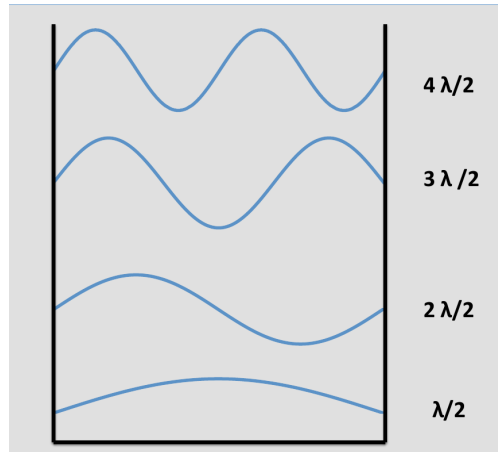


Abbildung 1.2: Stehende Welle bzw. stationäre Zustände in der Rohre/Potentialtopf

Im Fall der Quantenmechanik muss die Aufenthaltswahrscheinlichkeit bei der Rände null sein, sind also hier als Minima der Wellenfunktion repräsentiert.

Im Fall der Akustische Resonanz sind jedoch die Ende bei einem Maximum und nicht Minimum, wie in der obigen Abbildung. Wir transformieren somit die Sinuskurven hier in Kosinuskurven, sodass am Ende Maxima sind.

Die Randbedingung für eine stehende Welle ( $\cong$  stationäre Zustand) bleibt unverändert:

$$L = \frac{n\lambda}{2} = \frac{nv}{2f} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{2L} \times n \quad (1.1)$$

Da hier der Fokus dieses Teilversuchs nicht die stehende Welle ist, sondern die Lebensdauer, machen wir nur eine grobe Abschätzung, ob die Ergebnisse vernünftig sind.

Die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt ungefähr  $343 \text{ m s}^{-1}$  bei  $20^\circ\text{C}$ <sup>1</sup>. Man soll also  $f$  in Vielfaches von

$$\frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m s}^{-1}}{2(0,15 \text{ m})} = 1143 \text{ Hz} \quad (1.2)$$

erhalten.

Peak $i \rightarrow j$	1 $\rightarrow$ 2	2 $\rightarrow$ 3	3 $\rightarrow$ 4	4 $\rightarrow$ 5	5 $\rightarrow$ 6	6 $\rightarrow$ 7	7 $\rightarrow$ 8
$f_j - f_i / \text{Hz}$	1133,488	1136,578	1134,427	1135,564	1134,06	1130,346	1117,739

Wir plotten nun die Frequenz  $f$  gegen die Peak-Nummer  $n$  und führen eine Kurveanpassung zu  $f = mn + c$  durch (Siehe Appendix A.1):

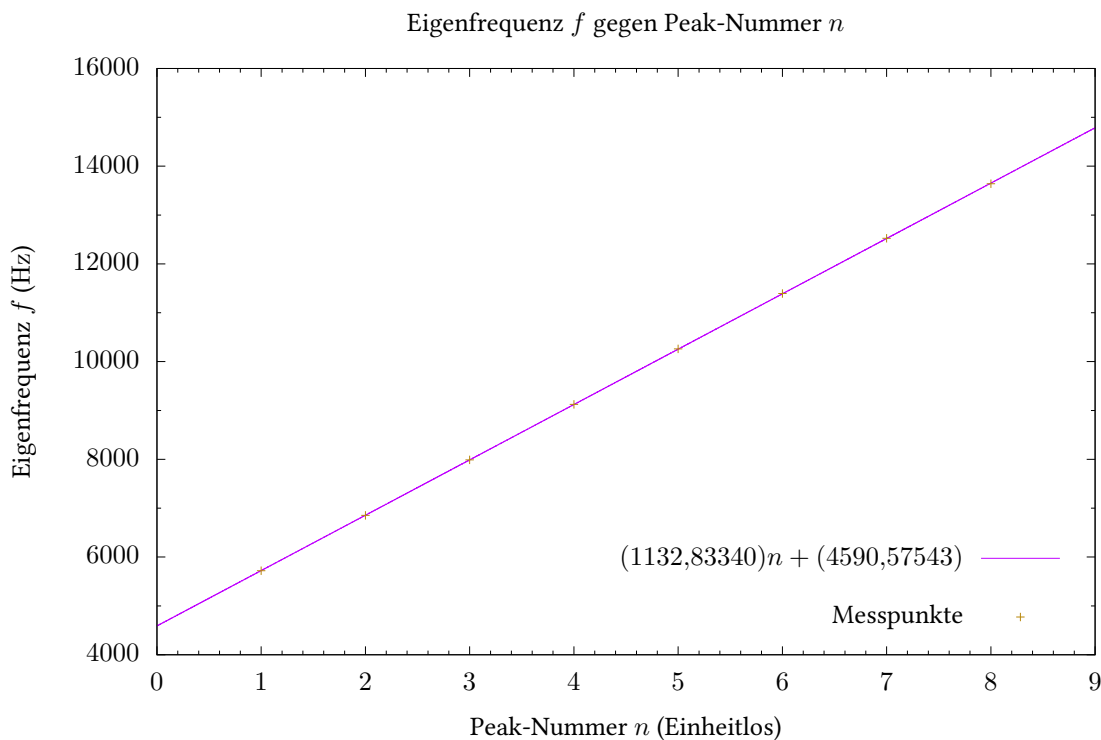


Abbildung 1.3: Kurveanpassung: `rms of residuals` = 6,265 96, klein gegenüber Messwerten

Als Endergebnis erhalten wir  $m = (1132,8 \pm 1,0) \text{ Hz}$ .

<sup>1</sup>[https://www.weather.gov/epz/wxcalc\\_speedofsound](https://www.weather.gov/epz/wxcalc_speedofsound), 25. August 2021

Diese zwei Ergebnisse unterscheidet sich zwar signifikant voneinander, ist aber GröÙenordnungsmäÙig ziemlich nah. Die Abweichung ist wahrscheinlich wegen der nicht genauen Temperatur. AuÙerdem ist der letzte Abstand von 1117,739 Hz ziemlich weit von der anderen Werten. Die Randbedingungen entsprechen vielleicht nicht die Echten im Experiment.

### Abnehmende Amplitude

Man sieht auch vom Plot im Laborprotokoll, dass die Amplitude mit steigenden  $n$  abnimmt. Das ist Analog zu den abnehmenden Koeffizienten der Fouriertransformation im Quantenmechanischen Fall.

### Energieniveau

Die horizontale  $f$ -Achse stellt mit der Resonanzpeaks eine Quantisierung dar. Die Achse kann also für die quantisierte Energieniveau dienen.

### Lebensdauer

In der Akustik ist die Lebensdauer von Reibung bedingt. Die Frequenzen kann man auch nicht direkt in Energie umwandeln. Die Resonanzen sind eine Folge der gedämpfte angetriebene Schwingung, somit bleibt auch eine stehende Welle entstehen, wenn sie vom Lautsprecher weiter angetrieben ist, egal welche Frequenz sie ist.

In der Quantenmechanik geht es um einen statistischen Prozess und kommt aus der Heisenbergischen Unschärferelation. Ein angeregter Zustand zerfällt in endlicher Zeit in den Grundzustand und die Lebensdauer beschreibt die mittlere Zeit, in der der angeregte Zustand angeregt bleibt. Das kann man leider nicht im akustischen Fall nachmachen.

Aus der Heisenbergischen Unschärferelation ist  $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2\pi$ . Da  $\Delta E \propto \Delta f$  ist, ist die Lebensdauer  $\Delta t$  somit propotional zu  $1/\Delta f$ . Wir bringen diese Analogie zu Akustik und plotten nun  $1/\Delta f$  gegen  $n$  und führe eine Kurveanpassung durch:

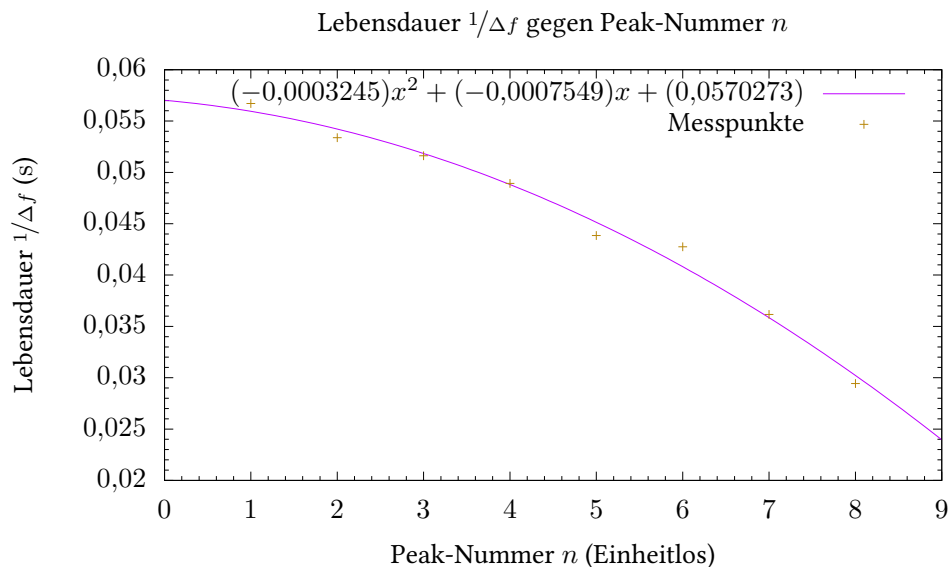


Abbildung 1.4: Lebensdauer in Abhängigkeit von Peak-Nummer, rms of residuals = 0,001 226 63, klein gegenüber Messwerten

Man erkennt hier einen abnehmenden Trend mit steigender Peak-Nummer  $n$ . Aus der Anleitung ist die Energie  $\Gamma = \hbar/\tau$  im quantenmechanischen Fall mit der Lebensdauer verbunden. Also gilt:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad E_n \propto -1/n^2 \quad \Rightarrow \quad \tau \propto n^2 \quad (1.3)$$

Mit steigende Energie soll man dann eine kleinere Lebensdauer erwarten. Das ist auch genau das, was wir hier beobachten können. Die Kurveanpassung, sofern sinnvoll, sieht auch gut aus.

Es ist hier eine Kurveanpassung zu einer quadratischen Funktion (QM) durchgeführt, weil ich keine Theorie zur Abhängigkeit der Lebensdauer mit der Peak-Nummer in der Anleitung oder im Internet gefunden. Wenn solche Abhängigkeit tatsächlich existiert, werde ich mich freuen, wenn wir sie im Nachgespräch klären können.

## **Teilversuch 2: Messung des Elektronenstrom als Funktion der Anodenspannung für Neon**

## **Teilversuch 3: Aufnahme des Spektrums der Neon-Glimmentladung**

## A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 1b

Wir verwenden hier immer die Datei tv1.dat:

```

1  # Peak f/Hz      A/au      width/Hz phase/deg
2  1  5719,715      59,0441  17,634   -46,7
3  2  6853,203      41,929   18,732   -1,7
4  3  7989,781      31,0203  19,371   29,9
5  4  9124,208      22,639   20,437   57,9
6  5  10259,772     14,1618  22,807   63,8
7  6  11393,832     13,2206  23,386   90,7
8  7  12524,178     9,5492   27,648   98,3
9  8  13641,917     7,4138   33,978   133,8

```

### A.1 Regelmäßiger Abstand

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2
3  set term epslatex color size 6in, 4in
4  set output "tv1-1.tex"
5  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7  set title "Eigenfrequenz $f$ gegen Peak-Nummer $n$"
8  set ylabel "Eigenfrequenz $f$ ($\si{hertz})$"
9  set xlabel "Peak-Nummer $n$ (Einheitlos)"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 f(x) = m*x + c
16
17 # (x, y, xdelta, ydelta)
18 fit f(x) "tv1.dat" u 1:2 via m,c
19
20 set xrange [0:9]
21
22 # Linien
23 set key bottom right spacing 2
24
25 titel = "$(" .gprintf("%.5f", m).")n + (" .gprintf("%.5f", c).")$"
26 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
27      "tv1.dat" u 1:2 title "Messpunkte" pointtype 1 lc rgb
      ↪ 'dark-goldenrod'

```

Rohausgabe:

```

1  decimal_sign in locale is ,
2  iter      chisq      delta/lim  lambda  m      c
3  0  8.0386111957e+08   0.00e+00  3.64e+00  1.000000e+00  1.000000e+00
4  1  2.6458314596e+07  -2.94e+06  3.64e-01  1.696155e+03  7.745066e+02

```

```

5      2 1.3959341520e+05 -1.89e+07 3.64e-02 1.184493e+03 4.299721e+03
6      3 2.3566964645e+02 -5.91e+07 3.64e-03 1.132876e+03 4.590334e+03
7      4 2.3557386862e+02 -4.07e+01 3.64e-04 1.132833e+03 4.590575e+03
8      5 2.3557386862e+02 -1.21e-08 3.64e-05 1.132833e+03 4.590575e+03
9 iter      chisq      delta/lim lambda m      c
10
11 After 5 iterations the fit converged.
12 final sum of squares of residuals : 235.574
13 rel. change during last iteration : -1.21011e-13
14
15 degrees of freedom (FIT_NDF) : 6
16 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 6.26596
17 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 39.2623
18
19 Final set of parameters Asymptotic Standard Error
20 =====
21 m = 1132.83 +/- 0.9669 (0.08535%)
22 c = 4590.58 +/- 4.882 (0.1064%)
23
24 correlation matrix of the fit parameters:
25 m c
26 m 1.000
27 c -0.891 1.000

```

## A.2 Lebensdauer

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2
3  set term epslatex color size 5in, 3in
4  set output "tv1-2.tex"
5  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7  set title "Lebensdauer  $\frac{1}{\Delta f}$  gegen Peak-Nummer  $n$ "
8  set ylabel "Lebensdauer  $\frac{1}{\Delta f}$  ( $\text{si}\{\text{second}\}$ )"
9  set xlabel "Peak-Nummer  $n$  (Einheitlos)"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13
14 set xrange [0:9]
15
16 # Linien
17 set key top right spacing 1
18
19 f(x) = A*(x**2) + B*x + C
20
21 # (x, y, xdelta, ydelta)
22 fit f(x) "tv1.dat" u 1:(1/$4) via A,B,C
23

```

```

24 set xrange [0:9]
25
26 # Linien
27 set key top right spacing 1
28
29 titel = "$(" .gprintf("%.7f", A).")x^2 + (" .gprintf("%.7f", B).")x +
    ↪ (" .gprintf("%.7f", C).")$"
30 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
31      "tv1.dat" u 1:($4) title "Messpunkte" pointtype 1 lc rgb
    ↪ 'dark-goldenrod'

```

Rohausgabe:

```

1 decimal_sign in locale is ,
2 iter      chisq      delta/lim  lambda  A          B          C
3   0 1.2036716066e+04   0.00e+00  1.93e+01   1.000000e+00  1.000000e+00
    ↪ 1.000000e+00
4   1 3.8074931117e+01  -3.15e+07  1.93e+00  -9.255086e-02  7.978158e-01
    ↪ 9.542856e-01
5   2 8.1158971534e-01  -4.59e+06  1.93e-01  -1.396507e-02  1.814575e-02
    ↪ 5.220570e-01
6   3 4.8509818146e-04  -1.67e+08  1.93e-02   1.058270e-03  -1.491276e-02
    ↪ 8.751162e-02
7   4 7.5234349161e-06  -6.35e+06  1.93e-03  -3.231487e-04  -7.679649e-04
    ↪ 5.705434e-02
8   5 7.5230564182e-06  -5.03e+00  1.93e-04  -3.244533e-04  -7.548752e-04
    ↪ 5.702728e-02
9   6 7.5230564182e-06  -3.38e-10  1.93e-05  -3.244534e-04  -7.548751e-04
    ↪ 5.702728e-02
10 iter      chisq      delta/lim  lambda  A          B          C
11
12 After 6 iterations the fit converged.
13 final sum of squares of residuals : 7.52306e-06
14 rel. change during last iteration : -3.37775e-15
15
16 degrees of freedom    (FIT_NDF)                : 5
17 rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.00122663
18 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.50461e-06
19
20 Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
21 =====
22 A = -0.000324453                +/- 9.464e-05   (29.17%)
23 B = -0.000754875                +/- 0.0008725   (115.6%)
24 C = 0.0570273                   +/- 0.001711   (3.001%)
25
26 correlation matrix of the fit parameters:
27      A      B      C
28 A      1.000
29 B     -0.976  1.000
30 C      0.830 -0.918  1.000

```