

QAL – Quantum Analogs

Auswertung

Yudong Sun
Gruppe L8

25. August 2021

Teilversuch 1: Lebensdauer eines Teilchen im unendlich tiefen Potentialtopf

Teilversuch 1a: Verständnis zur Software SpektrumSLC.exe

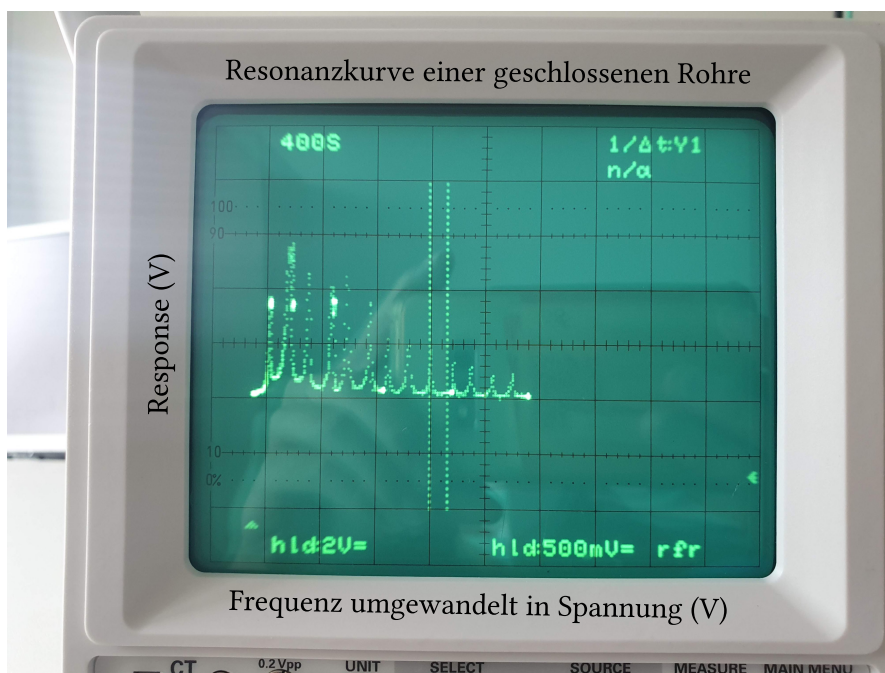


Abbildung 1.1: Resonanzkurve einer geschlossenen Rohre ($d = (225 \pm 1) \text{ mm}$)

Diese Resonanzkurve ist auch was theoretisch zu erwarten ist. Da die Rohre geschlossen ist, kann nur stehende Wellen von bestimmten Frequenzen/Wellenlängen entstehen. Bei diesen stehenden Wellen erhalten wir dann ein Maxima für den Response. Somit ergibt sich eine Resonanzkurve mit mehrerer Peaks.

Die Beschreibung der Verarbeitungsschritte des Signals finden Sie im Laborprotokoll.

Teilversuch 1b: Messung der Lebensdauer eines Teilchen im unendlich tiefen Potentialtopf

Da die Fit Parameter nicht ausgedruckt sind, sind sie hier beschrieben:

Peak	1	2	3	4
Frequency / Hz	5719,715	6853,203	7989,781	9124,208
Amplitude / a.u.	59,0441	41,929	31,0203	22,639
Width / Hz	17,634	18,732	19,371	20,437
Phase / °	-46,7	-1,7	29,9	57,9

Peak	5	6	7	8
Frequency / Hz	10 259,772	11 393,832	12 524,178	13 641,917
Amplitude / a.u.	14,1618	13,2206	9,5492	7,4138
Width / Hz	22,807	23,386	27,648	33,978
Phase / °	63,8	90,7	98,3	133,8

Siehe Laborprotokoll für den Plot. Die Kurveanpassung sieht nach Augenmaß ziemlich gut aus.

Regelmäßiger Abstand

Wie im letzten Teilversuch beschrieben, entstehen wegen der bestimmten Länge der Rohre nur bei bestimmten Wellenlänge stehende Wellen. Da die Rohre am beiden Enden geschlossen ist, muss die Schallgeschwindigkeit am Rande null sein, was zu einer Maxima im Druck führt. Diesen Druck messen wir dann mit unsere Mikrofon. Solche stehende Wellen können wir mit Abbildung 1 der Anleitung veranschaulichen machen:

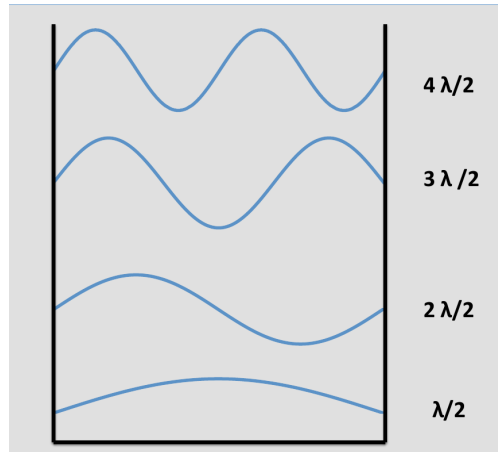


Abbildung 1.2: Stehende Welle bzw. stationäre Zustände in der Rohre/Potentialtopf

Im Fall der Quantenmechanik muss die Aufenthaltswahrscheinlichkeit bei der Rände null sein, sind also hier als Minima der Wellenfunktion repräsentiert.

Im Fall der Akustische Resonanz sind jedoch die Ende bei einem Maximum und nicht Minimum, wie in der obigen Abbildung. Wir transformieren somit die Sinuskurven hier in Kosinuskurven, sodass am Ende Maxima sind.

Die Randbedingung für eine stehende Welle (\cong stationäre Zustand) bleibt unverändert:

$$L = \frac{n\lambda}{2} = \frac{nv}{2f} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{2L} \times n \quad (1.1)$$

Da hier der Fokus dieses Teilversuchs nicht die stehende Welle ist, sondern die Lebensdauer, machen wir nur eine grobe Abschätzung, ob die Ergebnisse vernünftig sind.

Die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt ungefähr 343 m s^{-1} bei 20°C ¹. Man soll also f in Vielfaches von

$$\frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m s}^{-1}}{2(0,15 \text{ m})} = 1143 \text{ Hz} \quad (1.2)$$

erhalten.

Peak $i \rightarrow j$	1 \rightarrow 2	2 \rightarrow 3	3 \rightarrow 4	4 \rightarrow 5	5 \rightarrow 6	6 \rightarrow 7	7 \rightarrow 8
$f_j - f_i / \text{Hz}$	1133,488	1136,578	1134,427	1135,564	1134,06	1130,346	1117,739

Wir plotten nun die Frequenz f gegen die Peak-Nummer n und führen eine Kurveanpassung zu $f = mn + c$ durch (Siehe Appendix A.1):

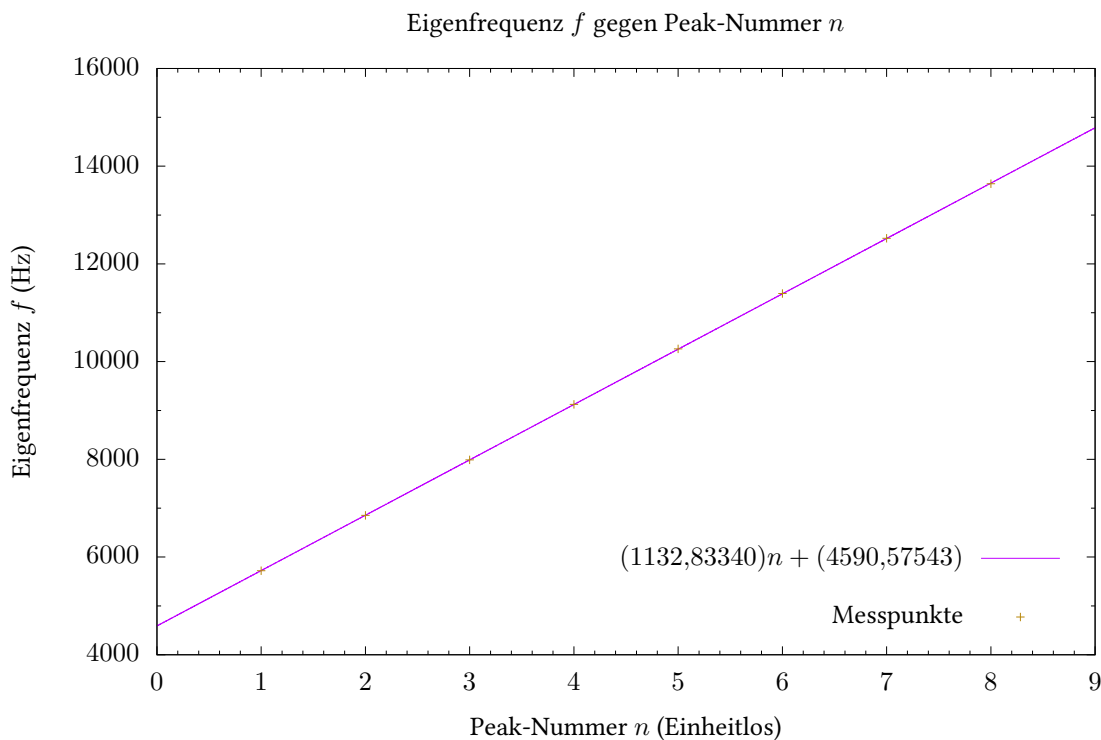


Abbildung 1.3: Kurveanpassung: `rms of residuals` = 6,265 96, klein gegenüber Messwerten

Als Endergebnis erhalten wir $m = (1132,8 \pm 1,0) \text{ Hz}$.

¹https://www.weather.gov/epz/wxcalc_speedofsound, 25. August 2021

Diese zwei Ergebnisse unterscheidet sich zwar signifikant voneinander, ist aber GröÙenordnungsmäÙig ziemlich nah. Die Abweichung ist wahrscheinlich wegen der nicht genauen Temperatur. AuÙerdem ist der letzte Abstand von 1117,739 Hz ziemlich weit von der anderen Werten. Die Randbedingungen entsprechen vielleicht nicht die Echten im Experiment.

Abnehmende Amplitude

Man sieht auch vom Plot im Laborprotokoll, dass die Amplitude mit steigenden n abnimmt. Das ist Analog zu den abnehmenden Koeffizienten der Fouriertransformation im Quantenmechanischen Fall.

Energieniveau

Die horizontale f -Achse stellt mit der Resonanzpeaks eine Quantisierung dar. Die Achse kann also für die quantisierte Energieniveau dienen.

Lebensdauer

In der Akustik ist die Lebensdauer von Reibung bedingt. Die Frequenzen kann man auch nicht direkt in Energie umwandeln. Die Resonanzen sind eine Folge der gedämpfte angetriebene Schwingung, somit bleibt auch eine stehende Welle entstehen, wenn sie vom Lautsprecher weiter angetrieben ist, egal welche Frequenz sie ist.

In der Quantenmechanik geht es um einen statistischen Prozess und kommt aus der Heisenbergischen Unschärferelation. Ein angeregter Zustand zerfällt in endlicher Zeit in den Grundzustand und die Lebensdauer beschreibt die mittlere Zeit, in der der angeregte Zustand angeregt bleibt. Das kann man leider nicht im akustischen Fall nachmachen.

Aus der Heisenbergischen Unschärferelation ist $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2\pi$. Da $\Delta E \propto \Delta f$ ist, ist die Lebensdauer Δt somit proportional zu $1/\Delta f$. Wir bringen diese Analogie zu Akustik und plotten nun $1/\Delta f$ gegen n und führe eine Kurveanpassung durch:

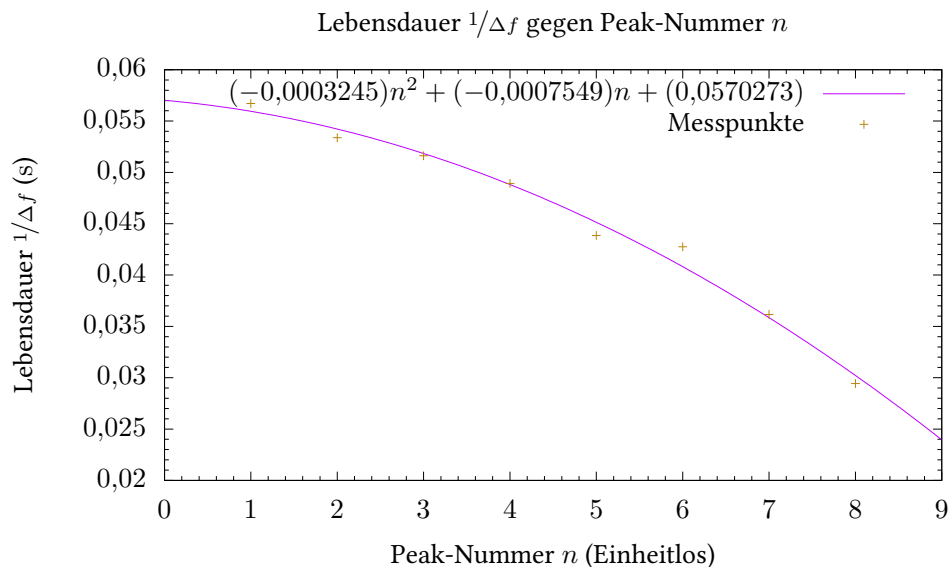


Abbildung 1.4: Lebensdauer in Abhängigkeit von Peak-Nummer, rms of residuals = 0,001 226 63, klein gegenüber Messwerten

Man erkennt hier einen abnehmenden Trend mit steigender Peak-Nummer n . Aus der Anleitung ist die Energie $\Gamma = \hbar/\tau$ im quantenmechanischen Fall mit der Lebensdauer verbunden. Also gilt:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad \Rightarrow \quad E_n \propto -\frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \tau \propto n^2 \quad (1.3)$$

Mit steigende Energie soll man dann eine kleinere Lebensdauer erwarten. Das ist auch genau das, was wir hier beobachten können. Die Fehlerbalken werden auch nicht berücksichtigt, weil dies vom Fit-Software nicht gegeben ist. Die Kurveanpassung, sofern sinnvoll, sieht auch gut aus.

Es ist hier eine Kurveanpassung zu einer quadratischen Funktion (QM) durchgeführt, weil ich keine Theorie zur Abhängigkeit der Lebensdauer mit der Peak-Nummer in der Anleitung oder im Internet gefunden. Wenn solche Abhängigkeit tatsächlich existiert, werde ich mich freuen, wenn wir sie im Nachgespräch klären können.

Teilversuch 2: Kugelflächenfunktionen im Spärlichen Resonator

Teilversuch 2a: Zuordnung der Legendrepolynome durch Bestimmung der Nullstellen

Alle Frequenzen sind mittels digitale Signalgenerator eingestellt, somit ist keine Unsicherheit gegeben. Man sieht aber auf dem Oszilloskop schon einige Abweichungen/Geräusch von Signal.

Eine Fehler von $\Delta V = \pm 0,002 \text{ V}$ ist abgeschätzt.

$\alpha/^\circ$	$\theta/^\circ$	f/Hz	3,663 Spannung/V	4,950 Spannung/V	6,190 Spannung/V
180	180		0,373	0,539	-0,303
170	172,933	425 610 738	0,356	0,528	-0,279
160	165,893	955 739 434	0,331	0,474	-0,211
150	158,909	418 821 001	0,295	0,375	-0,103
140	152,009	109 282 217	0,243	0,244	0,011
130	145,224	563 330 281	0,189	0,091	0,103
120	138,590	377 890 729	0,138	-0,052	0,169
110	132,145	070 558 482	0,031	-0,151	0,187
100	125,931	958 320 35	0,031	-0,225	0,169
90	120		0,042	-0,259	0,117
80	114,404	497 337 886	0,780	-0,269	0,046
70	109,207	479 725 344	-0,128	-0,236	0,029
60	104,477	512 185 93	-0,105	-0,185	-0,071
50	100,288	585 136 763	-0,182	-0,119	-0,091
40	96,717	713 464 180 4	-0,167	-0,055	-0,085
30	93,840	965 716 258 1	-0,189	-0,099	-0,065
20	91,727	941 072 350 5	-0,202	-0,069	-0,040
10	90,435	230 002 469 9	-0,205	-0,099	-0,030
0	90		-0,210	-0,112	0,032

Insbesondere es ist während der Plotting auffällig, dass die Vorzeichen für $f = 4,950 \text{ Hz}$ und $6,190 \text{ Hz}$ andersrum sein sollten, also sind die Messwerte während der Kurveanpassung entsprechend angepasst.

Aus Gleichung (43) der Anleitung gilt:

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{2}\cos(\alpha) - \frac{1}{2}\right) \quad (2.1)$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \sqrt{\left(\frac{\partial\theta}{\partial\alpha}\Delta\alpha\right)^2} = \frac{\sin(\alpha)\Delta\alpha}{\sqrt{-\cos^2(\alpha) + 2\cos(\alpha) + 3}} \quad (2.2)$$

wobei alle Winkel in Formel in Radian sind. Somit ergibt sich aus $\Delta\alpha = \pm 1^\circ$:

Frequenz f/Hz	3,663	4,950	6,190	6,190	6,190
Nullstelle $\theta/^\circ$	$125,3 \pm 0,7$	$141,2 \pm 0,7$	$90,1 \pm 0,6$	$110,2 \pm 0,7$	$152,7 \pm 0,7$
Nullstelle $\theta_{\text{Lit}}/^\circ$	125,26	140,77	?	109,88	149,44

Alle Rechnungen erfolgt in LibreOffice Calc.

Die zugeordnete Legendrepolynome haben $l - m$ Nullstellen. Aus dem spätere Teilversuch 2b wissen wir, dass es hier um $m = 0$ handelt. Wir vergleichen die Werte oben mit der Literaturwerte auf Seite 32 der Anleitung und erhalten:

Frequenz f/Hz	3,663	4,950	6,190
Ordnung l	2	3	4

Die Nullstelle bei $\theta = (90,1 \pm 0,6)^\circ$ ist anscheinend eine Fehlmessung, weil es für $l = 4$ keine Nullstelle bei diesem Winkel θ gibt. Das könnte daran liegen, dass $\alpha = (5 \pm 1)^\circ$ sehr nah am Rand der Skala ist und dass der Aufbau die Legendrepolynome nicht perfekt simulieren kann. Die Ordnungen sind auch im Laborprotokoll zum Teilversuch 2b vermerkt.

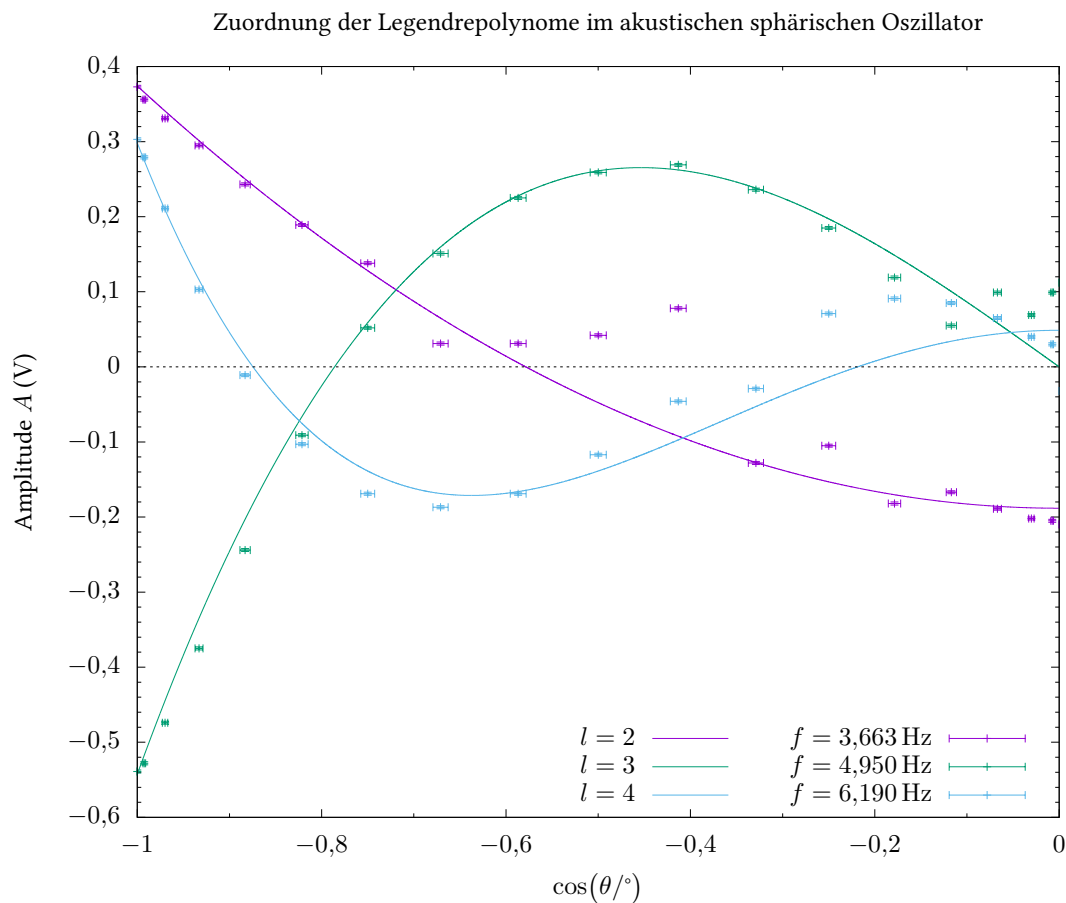
Für die Kurveanpassung brauchen wir noch die Fehlerbalken:

$$\cos(\theta) = \frac{1}{2}\cos(\alpha) - \frac{1}{2} \quad (2.3)$$

$$\Rightarrow \Delta\cos(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\partial\cos(\theta)}{\partial\alpha}\Delta\alpha\right)^2} = \left|\frac{-\sin(\alpha)\Delta\alpha}{2}\right| \quad (2.4)$$

Wir passen nun die Kurven an in gnuplot (Siehe Appendix B):

Ordnung l	Fit-Funktion	Anfangswerte
2	$Ax^2 + B$	$A = 1.5, B = -0.5$
3	$Cx^3 + Dx$	$C = 2.5, D = -1.5$
4	$Ex^4 + Fx^2 + G$	$E = 35/8, F = -30/8, G = 3/8$



Es scheint, dass das Vorzeichen einiger Messungen falsch bestimmt waren, zum Beispiel: bei der zwei lila Punkten zwischen $-0,5$ und $-0,4$.

Als Fit-Ergebnis haben wir:

Ordnung l	Fit Variablen			χ^2_{red}
2	$A = 0,562 \pm 0,020$	$B = -0,188 \pm 0,010$		140,555
3	$C = 1,42 \pm 0,09$	$D = -0,88 \pm 0,08$		296,633
4	$E = 1,33 \pm 0,12$	$F = -1,08 \pm 0,12$	$G = 0,049 \pm 0,014$	224,661

Aus $\chi^2_{\text{red}} \gg 1$ sind die Kurveanpassungen eher schlecht. Das liegt vermutlich daran, dass die Messmethode eher ungenau ist. Da es um Schallwellen handelt, kommt es auch viele Störungen von außen. Die Wärme von der Hände könnte auch die Temperatur im Resonator über den Versuchsverlauf ändern, sodass die Schallgeschwindigkeit sich ändert. Es war auch während des Versuchs beobachtet, dass die Spannung sich mit der Zeit langsam geändert hat, ohne dass ich irgendwas gemacht hatte.

Wir vergleichen nun die erhaltenen Ergebnisse. Um irgendeinen Skalierungsfaktor zu vermeiden, schauen wir die Verhältnisse zwischen den Variablen an. Der Fehler ist dann gegeben durch:

$$\Delta\left(\frac{x}{y}\right) = \left|\frac{x}{y}\right| \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \quad (2.5)$$

Variable	Literatur	Experimentell	Bemerkung
A/B	-3	$-2,99 \pm 0,20$	stimmen überein
D/C	-0,6	$-0,62 \pm 0,07$	stimmen überein
E/F	-1,166 67	$-1,23 \pm 0,18$	stimmen überein
E/G	11,666 7	27 ± 9	verträglich
F/G	-10	22 ± 7	verträglich

Die Abweichungen sind vermutlich der oben beschriebenen Fehlerquellen zufolge.

Die Nullstellen der Fit werden mit WolframAlpha berechnet. Dabei ist die Fehler aus zeitlichen Gründen vernachlässigt.

l	2	3	4	4
Manuell/°	$125,3 \pm 0,7$	$141,2 \pm 0,7$	$110,2 \pm 0,7$	$152,7 \pm 0,7$
Fit/°	125,34	141,93	102,69	150,92

Sie stimmen also überein bzw. für $(110,2 \pm 0,7)^\circ$ verträglich.

Teilversuch 2b: Bestimmung der l -Quantenzahl durch zweidimensionale Darstellung der Messergebnisse als Orbitalform

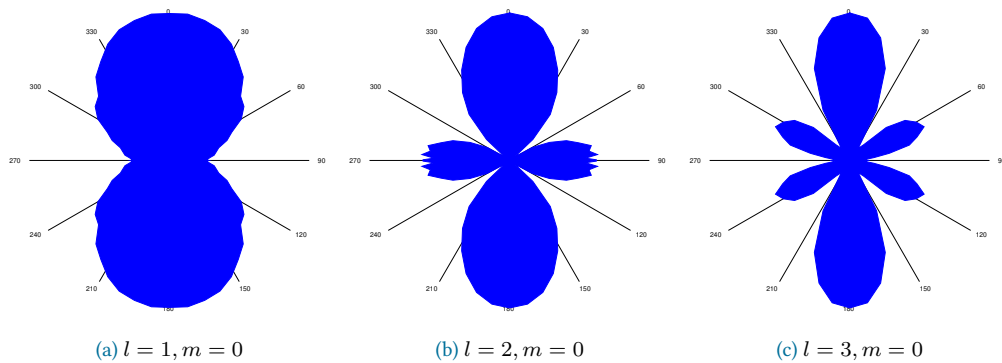


Abbildung 2.2: Teilversuch 2b

Abweichungen z.B. bei Abbildung 2.2b sind vermutlich wegen Störungen während der Messungen.

Wie können die l -Quantenzahl bestimmen, indem wir die Anzahl der Nullstellen zählen, wenn wir θ von 0° bis 180° . Die Anzahl der Nullstellen ist genau l .

Andere Auswertungen siehe Laborprotokoll.

Teilversuch 3: Bestimmung der m -Quantenzahl

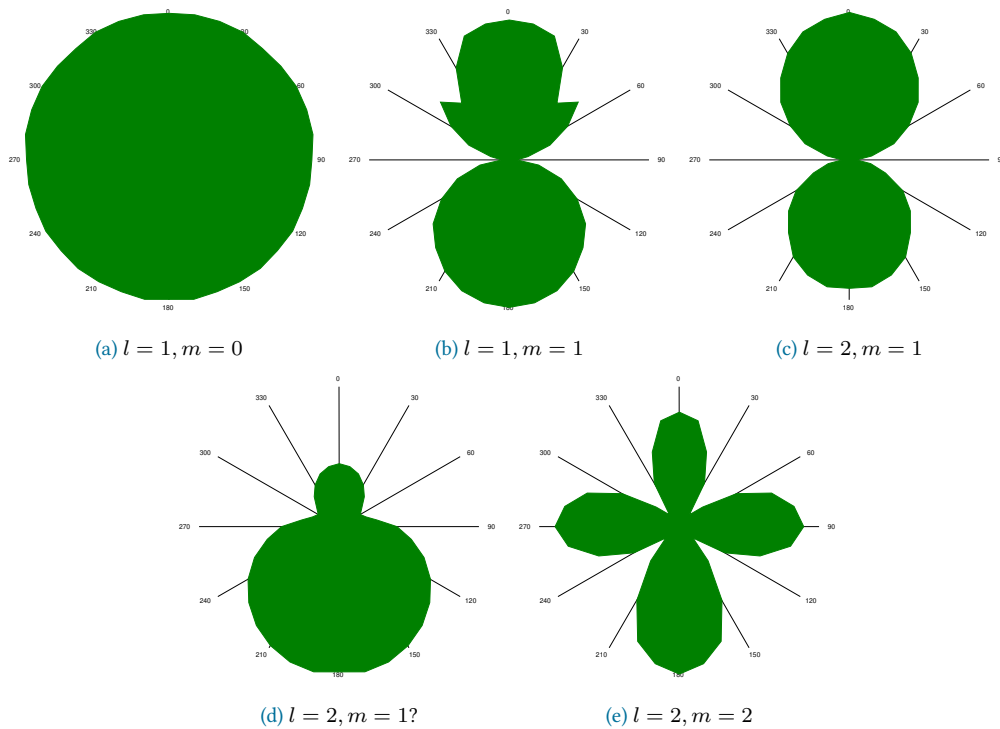


Abbildung 3.1: Teilversuch 2b

Die Peak in Abbildung 3.1d hat wahrscheinlich keine große Bedeutung. Sieht wie ein Übergangszustand aus. Abbildung 3.1b ist etwa unsymmetrisch. Der Fehler könnte an Störungen während der Messung liegen, oder der nicht perfekte Resonator.

Die Abschwächung bei $\varphi = 0^\circ$ ist vermutlich der Geometrie der sphärischen Resonator zufolge. Der Mikrofon liegt direkt oberhalb von der Lautsprecher. Es könnte also sein, dass die Schallwellen schon abgeschwächt ist, wenn sie zurück reflektiert und die Mikrofon erreichen. Wir hören auch während des Versuch was vom Resonator. Die Reflektionen sind also bestimmt nicht perfekt.

A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 1b

Wir verwenden hier immer die Datei tv1.dat:

```

1  # Peak f/Hz      A/au      width/Hz phase/deg
2  1  5719,715      59,0441  17,634   -46,7
3  2  6853,203      41,929   18,732   -1,7
4  3  7989,781      31,0203  19,371   29,9
5  4  9124,208      22,639   20,437   57,9
6  5  10259,772     14,1618  22,807   63,8
7  6  11393,832     13,2206  23,386   90,7
8  7  12524,178     9,5492   27,648   98,3
9  8  13641,917     7,4138   33,978   133,8

```

A.1 Regelmäßiger Abstand

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2
3  set term epslatex color size 6in, 4in
4  set output "tv1-1.tex"
5  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7  set title "Eigenfrequenz $f$ gegen Peak-Nummer $n$"
8  set ylabel "Eigenfrequenz $f$ ($\si{hertz})"
9  set xlabel "Peak-Nummer $n$ (Einheitlos)"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 f(x) = m*x + c
16
17 # (x, y, xdelta, ydelta)
18 fit f(x) "tv1.dat" u 1:2 via m,c
19
20 set xrange [0:9]
21
22 # Linien
23 set key bottom right spacing 2
24
25 titel = "$(" .gprintf("%.5f", m).")n + (" .gprintf("%.5f", c).")$"
26 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
27      "tv1.dat" u 1:2 title "Messpunkte" pointtype 1 lc rgb
      ↪ 'dark-goldenrod'

```

Rohausgabe:

```

1  decimal_sign in locale is ,
2  iter      chisq      delta/lim  lambda  m      c
3      0 8.0386111957e+08  0.00e+00  3.64e+00  1.000000e+00  1.000000e+00
4      1 2.6458314596e+07 -2.94e+06  3.64e-01  1.696155e+03  7.745066e+02

```

```

5      2 1.3959341520e+05 -1.89e+07 3.64e-02 1.184493e+03 4.299721e+03
6      3 2.3566964645e+02 -5.91e+07 3.64e-03 1.132876e+03 4.590334e+03
7      4 2.3557386862e+02 -4.07e+01 3.64e-04 1.132833e+03 4.590575e+03
8      5 2.3557386862e+02 -1.21e-08 3.64e-05 1.132833e+03 4.590575e+03
9      iter      chisq      delta/lim  lambda    m      c
10
11      After 5 iterations the fit converged.
12      final sum of squares of residuals : 235.574
13      rel. change during last iteration : -1.21011e-13
14
15      degrees of freedom      (FIT_NDF)      : 6
16      rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)      : 6.26596
17      variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf      : 39.2623
18
19      Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
20      =====
21      m      = 1132.83      +/- 0.9669      (0.08535%)
22      c      = 4590.58      +/- 4.882      (0.1064%)
23
24      correlation matrix of the fit parameters:
25
26      m      c
27      m      1.000
28      c      -0.891 1.000

```

A.2 Lebensdauer

```

1      #!/usr/bin/env gnuplot
2
3      set term epslatex color size 5in, 3in
4      set output "tv1-2.tex"
5      set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7      set title "Lebensdauer  $\frac{1}{\Delta f}$  gegen Peak-Nummer  $n$ "
8      set ylabel "Lebensdauer  $\frac{1}{\Delta f}$  ( $\text{si}\{\text{second}\}$ )"
9      set xlabel "Peak-Nummer  $n$  (Einheitlos)"
10
11      set mxtics
12      set mytics
13
14      set xrange [0:9]
15
16      # Linien
17      set key top right spacing 1
18
19      f(x) = A*(x**2) + B*x + C
20
21      # (x, y, xdelta, ydelta)
22      fit f(x) "tv1.dat" u 1:(1/$4) via A,B,C
23

```

```

24 set xrange [0:9]
25
26 titel = "$(".gprintf("%.7f", A).")n^2 + ($.gprintf("%.7f", B).")n +
    ↳ ($.gprintf("%.7f", C).")$"
27 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
28      "tv1.dat" u 1:($4) title "Messpunkte" pointtype 1 lc rgb
    ↳ 'dark-goldenrod'

```

Rohausgabe:

```

1 decimal_sign in locale is ,
2 iter      chisq      delta/lim  lambda  A          B          C
3   0 1.2036716066e+04   0.00e+00  1.93e+01  1.000000e+00  1.000000e+00
    ↳ 1.000000e+00
4   1 3.8074931117e+01  -3.15e+07  1.93e+00  -9.255086e-02  7.978158e-01
    ↳ 9.542856e-01
5   2 8.1158971534e-01  -4.59e+06  1.93e-01  -1.396507e-02  1.814575e-02
    ↳ 5.220570e-01
6   3 4.8509818146e-04  -1.67e+08  1.93e-02  1.058270e-03  -1.491276e-02
    ↳ 8.751162e-02
7   4 7.5234349161e-06  -6.35e+06  1.93e-03  -3.231487e-04  -7.679649e-04
    ↳ 5.705434e-02
8   5 7.5230564182e-06  -5.03e+00  1.93e-04  -3.244533e-04  -7.548752e-04
    ↳ 5.702728e-02
9   6 7.5230564182e-06  -3.38e-10  1.93e-05  -3.244534e-04  -7.548751e-04
    ↳ 5.702728e-02
10 iter      chisq      delta/lim  lambda  A          B          C
11
12 After 6 iterations the fit converged.
13 final sum of squares of residuals : 7.52306e-06
14 rel. change during last iteration : -3.37775e-15
15
16 degrees of freedom      (FIT_NDF)                : 5
17 rms of residuals        (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.00122663
18 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf  : 1.50461e-06
19
20 Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
21 =====
22 A = -0.000324453                +/- 9.464e-05 (29.17%)
23 B = -0.000754875                +/- 0.0008725 (115.6%)
24 C = 0.0570273                   +/- 0.001711 (3.001%)
25
26 correlation matrix of the fit parameters:
27      A      B      C
28 A      1.000
29 B     -0.976  1.000
30 C      0.830 -0.918  1.000

```

B gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 2a

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2  # Ver > 5.0
3
4  set term epslatex color size 6in, 5in
5  set output "tv2a.tex"
6  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
7
8  set title "Zuordnung der Legendrepolynome im akustischen sphärischen
   ↳ Oszillator"
9  set ylabel "Amplitude  $A$  ( $\text{si}\{\text{volt}\}$ )"
10 set xlabel " $\cos(\theta/\text{si}\{\text{degree}\})$ "
11
12 set mxtics
13 set mytics
14 set samples 10000
15
16 # Linien
17 set key bottom right spacing 1 vertical maxrows 3
18
19 # (x, y, xdelta, ydelta)
20
21 #  $l = 2$ 
22 A = 1.5
23 B = -0.5
24 two(x) = A*(x**2) + B
25 fit two(x) "tv2a.dat" u
   ↳ (cos( $2\pi/180$ )):3:((abs(sin( $1\pi/180$ ))*( $\pi/180$ ))/2):(0.002) xyerrors
   ↳ via A,B
26
27 #  $l = 3$ 
28 C = 2.5
29 D = -1.5
30 thr(x) = C*(x**3) + D*x
31 fit thr(x) "tv2a.dat" u
   ↳ (cos( $2\pi/180$ )):(-4):((abs(sin( $1\pi/180$ ))*( $\pi/180$ ))/2):(0.002)
   ↳ xyerrors via C,D
32
33 #  $l = 4$ 
34 E = 35/8
35 F = -30/8
36 G = 3/8
37 fou(x) = E*(x**4) + F*(x**2) + G
38 fit fou(x) "tv2a.dat" u
   ↳ (cos( $2\pi/180$ )):(-5):((abs(sin( $1\pi/180$ ))*( $\pi/180$ ))/2):(0.002)
   ↳ xyerrors via E,F,G
39
40 set xrange [-1:0]

```

```

41
42 zero(x) = 0
43
44 plot two(x) title "$1 = 2$" lc 1, \
45     thr(x) title "$1 = 3$" lc 2, \
46     fou(x) title "$1 = 4$" lc 3, \
47     "tv2a.dat" u
48     ↪ (cos($2*pi/180)):3:((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002)
49     ↪ with xyerrorbars title "$f = \\SI{3.663}{\\hertz}" pointtype 1
50     ↪ lc 1, \
51     "tv2a.dat" u
52     ↪ (cos($2*pi/180)):(-$4):((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002)
53     ↪ with xyerrorbars title "$f = \\SI{4.950}{\\hertz}" pointtype 1
54     ↪ lc 2, \
55     "tv2a.dat" u
56     ↪ (cos($2*pi/180)):(-$5):((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002)
57     ↪ with xyerrorbars title "$f = \\SI{6.190}{\\hertz}" pointtype 1
58     ↪ lc 3, \
59     zero(x) notitle lc 0 dashtype 2

```

mit tv2a.dat:

#	alpha	Theta	A3,663	A4,950	A6,190
180	180		0,373	0,539	-0,303
170	172,933425610738		0,356	0,528	-0,279
160	165,893955739434		0,331	0,474	-0,211
150	158,909418821001		0,295	0,375	-0,103
140	152,009109282217		0,243	0,244	0,011
130	145,224563330281		0,189	0,091	0,103
120	138,590377890729		0,138	-0,052	0,169
110	132,145070558482		0,031	-0,151	0,187
100	125,93195832035		0,031	-0,225	0,169
90	120		0,042	-0,259	0,117
80	114,404497337886		0,078	-0,269	0,046
70	109,207479725344		-0,128	-0,236	0,029
60	104,47751218593		-0,105	-0,185	-0,071
50	100,288585136763		-0,182	-0,119	-0,091
40	96,7177134641804		-0,167	-0,055	-0,085
30	93,8409657162581		-0,189	-0,099	-0,065
20	91,7279410723505		-0,202	-0,069	-0,040
10	90,4352300024699		-0,205	-0,099	-0,030
0	90		-0,210	-0,112	0,032

Rohausgabe:

decimal_sign	in locale is					
iter	chisq	delta/lim	lambda	A	B	
0	2.2621666168e+05	0.00e+00	1.69e+02	1.500000e+00	-5.000000e-01	
1	5.3737530732e+03	-4.11e+06	1.69e+01	6.422966e-01	-2.323545e-01	
2	2.3911229122e+03	-1.25e+05	1.69e+00	5.624771e-01	-1.888014e-01	
*	2.3957600618e+03	1.94e+02	1.69e+01	5.609106e-01	-1.871726e-01	

```

7      * 2.3957496346e+03  1.93e+02  1.69e+02  5.609124e-01 -1.871739e-01
8      * 2.3948172563e+03  1.54e+02  1.69e+03  5.610817e-01 -1.872931e-01
9      3 2.3899805447e+03 -4.78e+01  1.69e+02  5.624960e-01 -1.885994e-01
10     * 2.3948910783e+03  2.05e+02  1.69e+03  5.610678e-01 -1.872803e-01
11     4 2.3895084324e+03 -1.98e+01  1.69e+02  5.624520e-01 -1.884293e-01
12     * 2.3949704135e+03  2.28e+02  1.69e+03  5.610530e-01 -1.872678e-01
13     5 2.3894310123e+03 -3.24e+00  1.69e+02  5.623721e-01 -1.882840e-01
14     * 2.3950504733e+03  2.35e+02  1.69e+03  5.610382e-01 -1.872559e-01
15     * 2.3895856667e+03  6.47e+00  1.69e+04  5.622736e-01 -1.881583e-01
16     6 2.3894306231e+03 -1.63e-02  1.69e+03  5.623713e-01 -1.882825e-01

```

```

17 iter      chisq      delta/lim  lambda  A      B

```

```

19 After 6 iterations the fit converged.
20 final sum of squares of residuals : 2389.43
21 rel. change during last iteration : -1.6292e-07

```

```

23 degrees of freedom    (FIT_NDF)                : 17
24 rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 11.8556
25 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 140.555
26 p-value of the Chisq distribution (FIT_P)          : 0

```

```

28 Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
29 =====
30 A                = 0.562371      +/- 0.01948      (3.463%)
31 B                = -0.188283     +/- 0.009369     (4.976%)

```

```

33 correlation matrix of the fit parameters:

```

```

34           A      B
35 A          1.000
36 B        -0.550  1.000
37 iter      chisq      delta/lim  lambda  C      D
38   0 6.8004691709e+04  0.00e+00  2.52e+02  2.500000e+00 -1.500000e+00
39   1 1.2665710204e+04 -4.37e+05  2.52e+01  1.864706e+00 -1.285964e+00
40   2 5.0427861826e+03 -1.51e+05  2.52e+00  1.419580e+00 -8.772429e-01
41   * 5.0446081044e+03  3.61e+01  2.52e+01  1.419225e+00 -8.759170e-01
42   * 5.0445960294e+03  3.59e+01  2.52e+02  1.419233e+00 -8.759240e-01
43   * 5.0438877175e+03  2.18e+01  2.52e+03  1.419671e+00 -8.763376e-01
44   3 5.0427639528e+03 -4.41e-01  2.52e+02  1.419799e+00 -8.771336e-01
45 iter      chisq      delta/lim  lambda  C      D

```

```

47 After 3 iterations the fit converged.
48 final sum of squares of residuals : 5042.76
49 rel. change during last iteration : -4.40825e-06

```

```

51 degrees of freedom    (FIT_NDF)                : 17
52 rms of residuals      (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 17.223
53 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 296.633
54 p-value of the Chisq distribution (FIT_P)          : 0

```

```

56 Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
57 =====
58 C              = 1.4198          +/- 0.08216      (5.787%)
59 D              = -0.877134       +/- 0.07131      (8.13%)
60
61 correlation matrix of the fit parameters:
62           C      D
63 C          1.000
64 D         -0.926  1.000
65 Warning: Initial value of parameter 'G' is zero.
66 Please provide non-zero initial values for the parameters, at least of
67 the right order of magnitude. If the expected value is zero, then use
68 the magnitude of the expected error. If all else fails, try 1.0
69
70 iter      chisq      delta/lim  lambda  E      F      G
71 0 1.4868085942e+05  0.00e+00  3.47e+02  4.000000e+00 -3.000000e+00
72   ↪ 1.000000e-30
73 1 5.4399328634e+04 -1.73e+05  3.47e+01  2.990366e+00 -2.628173e+00
74   ↪ -2.157971e-02
75 2 4.0466122302e+03 -1.24e+06  3.47e+00  1.371726e+00 -1.101485e+00
76   ↪ 3.274239e-02
77 3 3.6038790464e+03 -1.23e+04  3.47e-01  1.328256e+00 -1.078075e+00
78   ↪ 4.834482e-02
79 4 3.5949231593e+03 -2.49e+02  3.47e-02  1.332287e+00 -1.082677e+00
80   ↪ 4.878546e-02
81 5 3.5945790710e+03 -9.57e+00  3.47e-03  1.332548e+00 -1.082845e+00
82   ↪ 4.870758e-02
83 * 3.5946177780e+03  1.08e+00  3.47e-02  1.332531e+00 -1.082824e+00
84   ↪ 4.870451e-02
85 * 3.5946177780e+03  1.08e+00  3.47e-01  1.332531e+00 -1.082824e+00
86   ↪ 4.870451e-02
87 * 3.5946177779e+03  1.08e+00  3.47e+00  1.332531e+00 -1.082824e+00
88   ↪ 4.870451e-02
89 * 3.5946177735e+03  1.08e+00  3.47e+01  1.332531e+00 -1.082824e+00
90   ↪ 4.870451e-02
91 * 3.5946173377e+03  1.06e+00  3.47e+02  1.332531e+00 -1.082824e+00
92   ↪ 4.870453e-02
93 * 3.5945973011e+03  5.07e-01  3.47e+03  1.332542e+00 -1.082835e+00
94   ↪ 4.870529e-02
95 * 3.5945796770e+03  1.69e-02  3.47e+04  1.332549e+00 -1.082845e+00
96   ↪ 4.870738e-02
97 * 3.5945790791e+03  2.24e-04  3.47e+05  1.332548e+00 -1.082845e+00
98   ↪ 4.870758e-02
99 * 3.5945790711e+03  2.25e-06  3.47e+06  1.332548e+00 -1.082845e+00
100   ↪ 4.870758e-02
101 * 3.5945790710e+03  2.30e-08  3.47e+07  1.332548e+00 -1.082845e+00
102   ↪ 4.870758e-02
103 * 3.5945790710e+03  1.67e-09  3.47e+08  1.332548e+00 -1.082845e+00
104   ↪ 4.870758e-02

```



```

88      6 3.5945790710e+03 -1.39e-10 3.47e+07 1.332548e+00 -1.082845e+00
      ↪ 4.870758e-02
89      iter      chisq      delta/lim  lambda  E      F      G
90
91      After 6 iterations the fit converged.
92      final sum of squares of residuals : 3594.58
93      rel. change during last iteration : -1.3916e-15
94
95      degrees of freedom (FIT_NDF) : 16
96      rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 14.9887
97      variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 224.661
98      p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0
99
100     Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
101     =====
102     E      = 1.33255      +/- 0.1144      (8.581%)
103     F      = -1.08285     +/- 0.111      (10.25%)
104     G      = 0.0487076    +/- 0.0133     (27.31%)
105
106     correlation matrix of the fit parameters:
107           E      F      G
108     E      1.000
109     F      -0.965  1.000
110     G      0.371 -0.495  1.000

```