

Fakultät für Physik der

Ludwig-Maximilians-Universität München

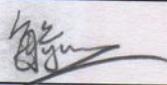
Fortgeschrittenenpraktikum I in Experimentalphysik - Kurs P3B

Blockpraktikum vom 02. August bis 31. August 2021

Name:	<i>Yudong Sun</i>	Gruppe:	L8
-------	-------------------	---------	----

Datum	Versuch	Punkte	Testat
26.08.21	1/2 ROE – Röntgenstrahlung: Bragg-Reflexion & Röntgenfluoreszenzanalyse		
	3A ESR - Elektronenspinresonanz		
	3B NMR-A - Kernspinresonanz (Variante A)		
	3C NMR-B - Kernspinresonanz (Variante B)		
18.08.21	3E ZEE-B - Zeeman-Effekt (Variante B)	10/10	✓
20.08.21	4A/4B FHV - Franck-Hertz-Versuch	9,5/ 10	✓
	4C SPL - Spektrallinien		
	4E BAS - Balmer-Serie		
	5B PLP - Plasmaphysik		
	5C PLW - Plancksches Wirkungsquantum		
24.08.21	5D QAL - Quantum Analogs		
	5E MIL - Millikan-Versuch		

Unterschrift der/des  
Studierenden:



Bitte bewahren Sie Ihre Hefte nach dem Praktikum auf.

8 D  
kariert  
Belrand

# QAL - Quantum Analyse

<Vorbericht> Name: Tuelengy Sm.  
Datum: 23. Aug. 2021.

: Bedeutung der Lebensdauer eines ZMs zu untersuchen.

- o Ein quantomechanischer Zustand, ~~ist~~ im Allgemeinen nicht unendlich lang. ~~Alle~~ Angeregte Zustände mit höherer Energie können zerfallen in den Grundzustand, welcher eine unendlich lange Lebensdauer hat.

- o zerfällt durch oszillierende, ~~ist~~ gedämpften Faktor  $e^{-\frac{\gamma}{2}t}$  beschrieben

$$e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow e^{-(\gamma + i\omega)t} \Rightarrow f(r, t) = \underbrace{f(x)}_{\text{Faktor}} e^{-(\gamma + i\omega)t}$$

Faktor

zwangsbdingung

$$f(x, t) = 0 \text{ für } t < 0$$

bekannt

Dämpfungsconstat.  
Endliche Lebensdauer  
 $\Rightarrow$  keine einzigen Kreisfreq  $\omega_0$

- o Spektrum durch Fourier-Transform.

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-(\gamma + i\omega)t} f(x, t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\gamma + i(\omega_0 - \omega)}$$

$\Downarrow$  Wkt, die Energie eines Teilchen mit  $E = \hbar\omega$  zu messen.

$$|A(\omega)|^2$$

$$\xrightarrow{\text{Lorentzkurve.}} |A(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2}}$$

$\hookrightarrow$  Rechte dient mit der Lebensdauer verknüpft.

(Heisenberg Unschärferelation  $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ )

$\hookrightarrow$  Lebensdauer wird durch  $\tau$  repräsentiert

- o Metastabiler Zustand

$$\hookrightarrow \text{Panegyrie } \Gamma = \frac{\hbar\gamma}{2} \Rightarrow \Gamma = \frac{\hbar}{2}$$

$\downarrow$   
Dämpfungsconstat.

- Herleitung der Quantenzahlen (Ansatz, Idee des Lösungswege, Lösung)

- o Zeitabhängige Schrödiger Gl.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta V + V(r) = E(r)$$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dV}{dr} \right) + \frac{1}{r^2 m \omega^2} (\sin \theta \frac{dV}{d\theta}) + \frac{1}{r^2 m \omega^2} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \right) \right] + V(r) = E(r)$$

- o Ansatz:  $V(r, \theta, \phi) = R(r) Y(\theta, \phi)$ : und  $V = V(r)$

$$\Rightarrow 1) \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) - \frac{2mr^2}{\hbar^2} [V(r) - E] = l(l+1) \xrightarrow{\text{separationsconstat.}}$$

$$2) \frac{1}{r^2} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} (\sin \theta \frac{dY}{d\theta}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} \right] = -l(l+1) \xrightarrow{\text{Nebengitterzahl}}$$

Lösung:  $R(r) \Rightarrow$  Legendre-Polynome.

•  $\Psi(\theta, \varphi)$  Lösung.

Ansatz:  $\Psi(\theta, \varphi) = \Theta(\theta) \Phi(\varphi)$

⇒ Separationskonstante.

$$\sin \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} = -l(l+1) \sin^2 \theta \Psi$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\Theta} \left[ \sin \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \frac{\partial \Theta}{\partial \theta}) \right] + l(l+1) \sin^2 \theta = m^2$$

und

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d \varphi^2} = -m^2$$

$$\Rightarrow \Phi(\varphi) = e^{im\varphi}$$

Magnetische Quantenzahl

• ↳ Legendre-Polynome:  $\Theta(\theta) = A P_l^m(\cos \theta)$

$$P_l^m(x) = (1-x^2)^{\frac{l-m}{2}} \left( \frac{d}{dx} \right)^{l-m} P_l(x)$$

$$= (1-x^2)^{\frac{l-m}{2}} \left( \frac{d}{dx} \right)^{l-m} \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2-1)^l$$

• Hauptquantenzahl  $n$

↳ Aus Bohr Modell, ~~Elektronen~~ Bahn des Elektrons quantisiert.

$$B_n = -\frac{1}{n^2} E_Z = -\frac{1}{n^2} \frac{me^2}{2\hbar^2}$$

Volume 1

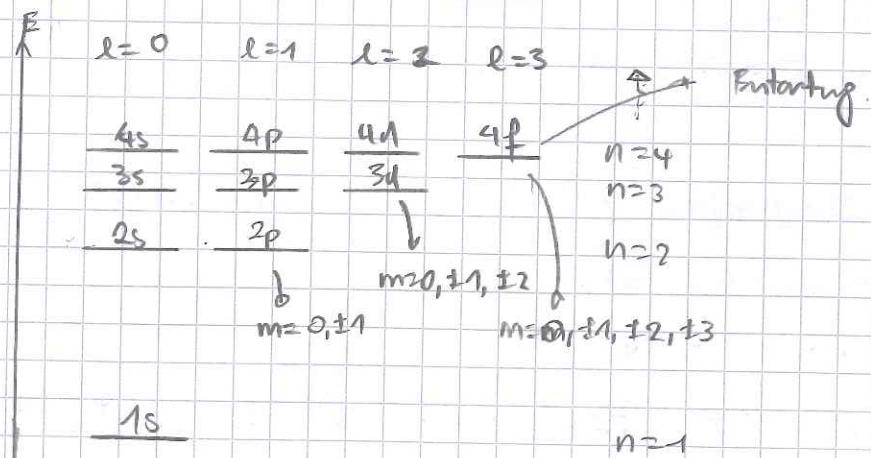
ref: Quantum Mechanics, von Claude Cohen-Tannoudji et al.

•  $n$ : Binegrium

$l$ : räumliche Verteilung der Ladungsdichte

$m$ : räumliche Orientierung des Elektron-Bahndrehimpulses.

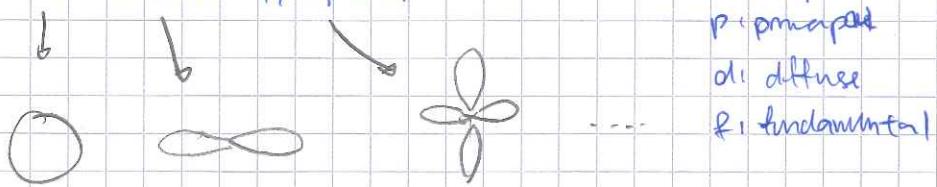
\* Binegrischemm des Wasserstoffatoms.



## Orbitale und spektroskopische Notation

Orbitale: Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung.

$1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d, \dots$



s: sharp

p: pentasharp

d: diffuse

f: fundamental

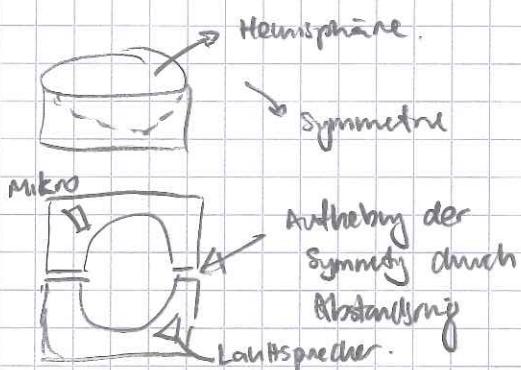
Spektroskopische Notation: Konfiguration, Term

$$\begin{array}{c} \text{Multiplicität } (2s+1) \\ \text{spin } \downarrow \quad \uparrow \\ \text{Bohrsches Atommil.} \end{array} \quad \begin{array}{c} \hat{J} = \sum \hat{s} \\ \text{Gesamt-} \\ \text{drehimpuls.} \end{array}$$

$$l = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

$$S \quad P \quad D \quad F \quad G \quad H \quad \dots$$

## Akustischer Resonator (Hemisphäre)



$$\alpha \in [0^\circ, 180^\circ]$$

$\hookrightarrow$  Rotation der oberen Hemisphäre in Bezug auf eine vertikale Achse zur Unterseite.

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\right), \quad \theta \in [90^\circ, 180^\circ]$$

(Frage: wie/wann funktioniert das?)

Symmetrie  $\Rightarrow l$  untersuchen

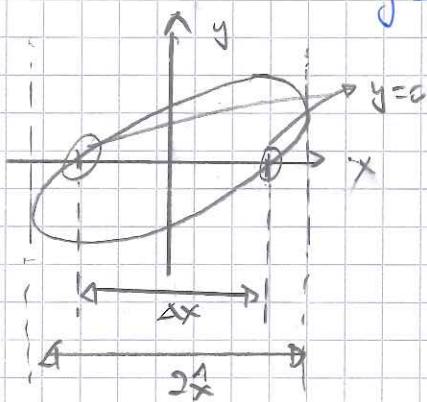
Sym. ~~Aufheben~~  $\Rightarrow m$  untersuchen.  
aufheben.

Alle Winkel können durch Rotation verlassen werden.

## Phasendifferenz zweier sinus-förmiger Signale am OSZ messen

Lissajous-Ellipse

$$x = a \cos(\omega t) \quad y = b \cos(\omega t - \varphi) \quad \text{Überlagerung}$$



$$\sin \varphi = \pm \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

(ref: P2 OSZ)

$$\varphi \in [-180^\circ, 180^\circ] \quad 4 \text{ Möglichkeiten}$$

$\varphi > 0 \Rightarrow$  Punkt wandert gegen Uhrzeigersinn.

$\varphi < 0 \Rightarrow$  .. " im Uhrzeigersinn.

$$\varphi \in [0^\circ, 90^\circ], \quad \varphi \in [90^\circ, 180^\circ]$$

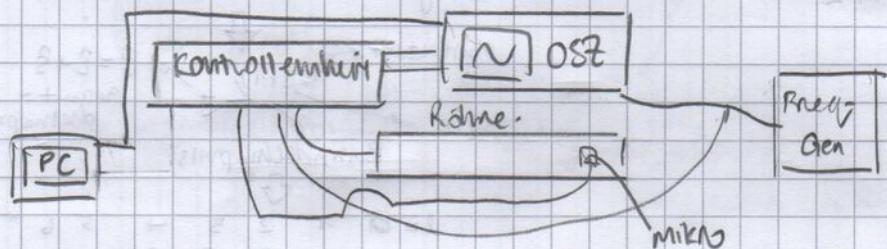
Vermerk: Name: Malte Lüttgen  
Datum: 24. Aug. 2021.

Ergebnis: Lebensdauer eines Zeitklangs im menschlichen freien Resonanzkopf.

Versuchsziel: Experimentelle Veranschaulichung der Lebensdauer eines Zeitklangs in der Quantenmechanik durch Resonanzmessung.

Messmethode: Spektrum SLC.exe, Röhre.

Skizze:



Aufbau:

- ① Mit Software Spektrum-SLC verbindet zu max. anhand direkte Oszilloskop-messung.
  - ① Aufbau wie oben bauen
  - ② LD Röhre: 300 - 600 mm  
Kanal 1: DC-Output  
Kanal 2: Detektor Output.  
Frequenz-to-voltzeitige Converter: ON.
  - ③ Signalverstärker einpassen.  
Beginn: Dämpfung 100% → max 5V.  
Messung auf Oszilloskop.
  - ④ Oszilloskop in x/y Einstellen, Signalpunkt in die Mitte!
  - ⑤ Frequenz von 1kHz bis 10kHz erhalten. Auflösung anpassen.
  - ⑥ Frequenz von 1kHz bis 10kHz langsam messen.  
→ sicherstellen, dass alle Maximal deutlich ausgeprägt sind.
  - ⑦ Messung mittels HOLD zu speichern.
- ⑧ Auswertung:
  - ① Achsenbeschaffung.
  - ② Verarbeitungs geschritte des Signals vom Frequenzgeneratoren bis zum ~~Oszilloskop~~ Oszilloskop zusammenfassen.

B) Messung der Lebensdauer.

- ① Aufbau: Mikrofon am MICROPHONE INPUT anschließen.
- ② ATTENUATOR auf das Maximum drehen

- ③ Verstärkung optimieren.
- ④ SEE Spektrum S2C.exe öffnen und Messung durchführen.
- ⑤ Oszilloskop auf Kanal 1 triggern. Resonanzschwinger beobachten
- ⑥ Windows > Fit spektrum alle Peaks fitten.
- ⑦ "Save Fit Parameter" Messreihe abspeichern.

### Geplante Auswertung

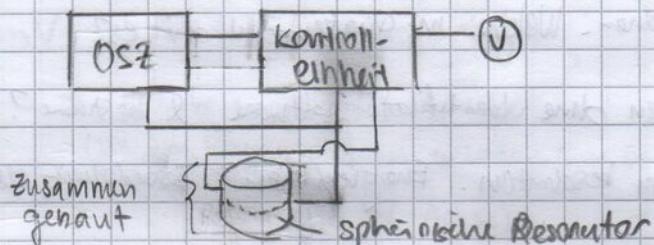
- ① Verlauf des Spektrums diskutieren
  - Randbedingung eingehen:
  - Mit QM vergleichen!
- ② Welche der ~~festen~~ Achsen kann für die Frequenzen eines QM-Zustands dienen? beiden
- ③ Lebensdauer beschreiben. Trend? Erklärung!

### Teilversuch 2: Kugelflächenfunktionen im sphärischen Resonator

Versuchsaufgabe: Veranschaulichung der kugelflächenfunktionen.

Messmethode: Oszilloskop / Spektrum S2L.exe, akustische Resonanz im sphärischen Resonator.

Skizze:



### Durchführung

- Ⓐ Amplitude einer Resonanz in Abhängigkeit des Winkels  $\theta$  untersuchen und Legendre-Polygone zuordnen.
- ① Aufbau gemäß Skizze / Anleitung
- ② Trigger auf Kanal 1
- ③ Frequenzgenerator vom niedrigste bis auf 8kHz erhöhen  
Alle Resonanzfrequenzen notieren.
- ④ Frequenz bei zweite Maxima ( $\sim 3680$  Hz) einstellen
- ⑤ Amplitude + Vorzeichen mittels Lissajous in Abhängigkeit von Winkel messen.
- ⑥ Nullstellen exakt messen und  $\theta$ -Wert notieren
- ⑦ Schritte ④ bis ⑥ für zwei andere Resonanzen wiederholen.

- (B) Bestimmung der  $\ell$ -Quantenzahl durch zweidimensionale Darstellung der Messergebnisse als Orbitalform
- ① Spektrum SLC.exe öffnen  
 LP Durchlauf: 2 kHz - 3 kHz  $\rightarrow$  30-90 s.  
 LP Schrittzahl und Messdauer anpassen
  - ② Übersichtsmessung bei  $\Delta = 180^\circ$  mit Dämpfung anpassen.
  - ③ Spektren abspeichern
  - ④ Kleinen Raumlänge ~~≠~~ in der Umgebung von Maxima messen  
 (z.B. 2,1 kHz - 2,5 kHz für 2,3 kHz Maximum)
  - ⑤ Winkels > Measure wave function
  - ⑥ Bild abspeichern
  - ⑦ Schritt ④ bis ⑥ für ein bis zwei andere Resonanzen wiederholen.

### Rechte Ausnutzung

- (A)
- Nullstellen mit Nullstellen des Legendre-Polynoms vergleichen.
  - Messungen ~~≠~~ zur richtigen Ordnung des Legendre-Polynoms anpassen.
  - Diskussion
- (B)
- Plot YLM.exe öffnen und mit Messung vergleichen.
  - Richtige  $\ell$  zuordnen - Welche m-Quantenzahl gibt es?
  - Wie kann man ohne Identifikationssoftware  $\ell$  bestimmen?
  - Übersichtsspektrum beschaffen. Energieniveaus? Besonderheit der Reihenfolge?

### Teilversuch 3: Bestimmung der m-Quantenzahl

Vorumsatz: Aufspaltung der Zustände wegen Aufhebung der Symmetrie voranschaulich.

Messmethode: spektrum SLC.exe / Oszilloskop (mit Plot YLM.exe)

Skizze: Siehe TV2

### Durchführung:

- ① Spektrum von 3 Resonanzen ohne Ring aufnehmen. (Spektrum 1)
- ② Schritte ① mit Ring (Spektrum 2)
- ③ Beobachtungen zu notieren.
- ④ Schritt ②/3 - 4 von ~~Fest~~ TV2 für die 3 Maxima durchführen  
 bis  
 B-6

⑤ Amplitude in Abhängigkeit von Winkel  $\phi$  messen

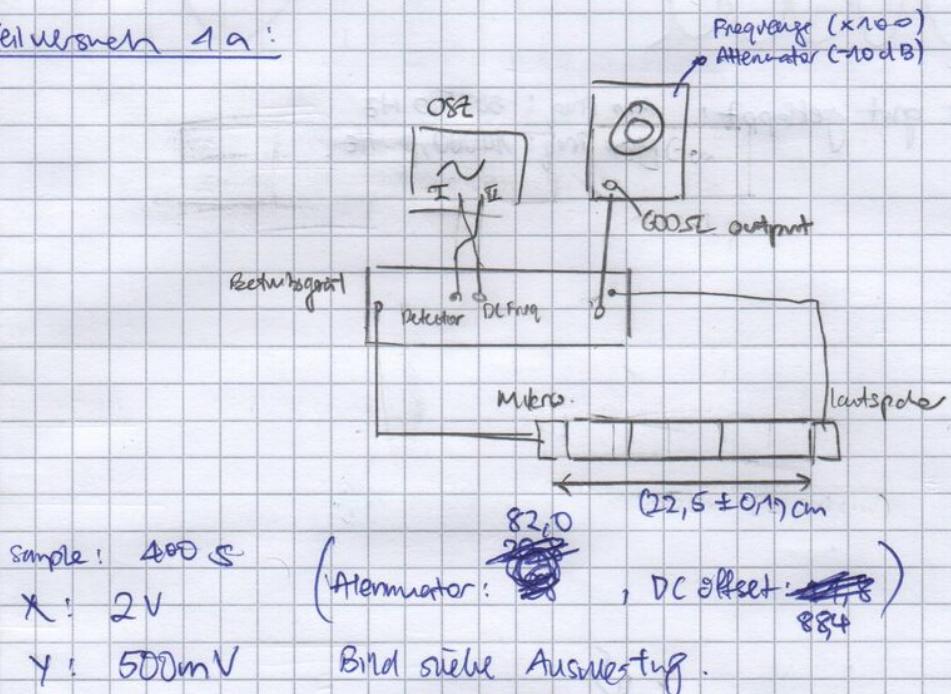
### Geplante Auswertung

① Mit PlotYLM-Berechnungen vergleichen

②  $\phi = 0^\circ$  im Gegensatz zu  $\phi = 180^\circ$  starke Abschwächung. Wieso?

<Labortprotokoll> Name: Tiefenf. Sm  
Datum: 24.08.2021.

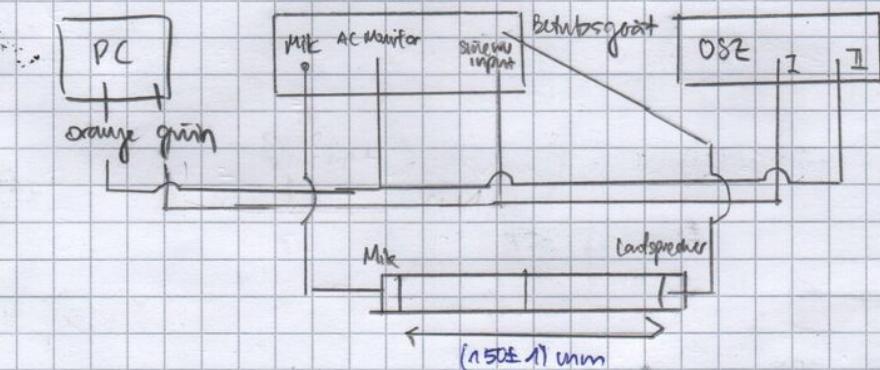
### Teilversuch 1a:



- Signal  $\rightarrow$  Betriebsgerät  $\rightarrow$  Lautsprecher.  
(sin wave input)  $\downarrow$  Frequency to voltage (mit DC offset)  
OSZ (X-Achse)

- Mikrofon  $\rightarrow$  Betriebsgerät.  $\rightarrow$  Attenuator  $\rightarrow$  Amplifier  $\rightarrow$  OSZ (Y-Achse)

### Teilversuch 1b:



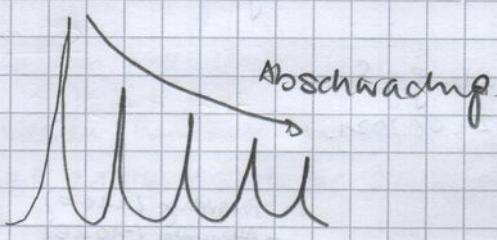
Länge der Röhre:  $(150 \pm 1)$  mm

Durchlauf: 5kHz bis 14kHz. Dampfyp: 12

Steps: 5Hz

Time per step: 50ms.

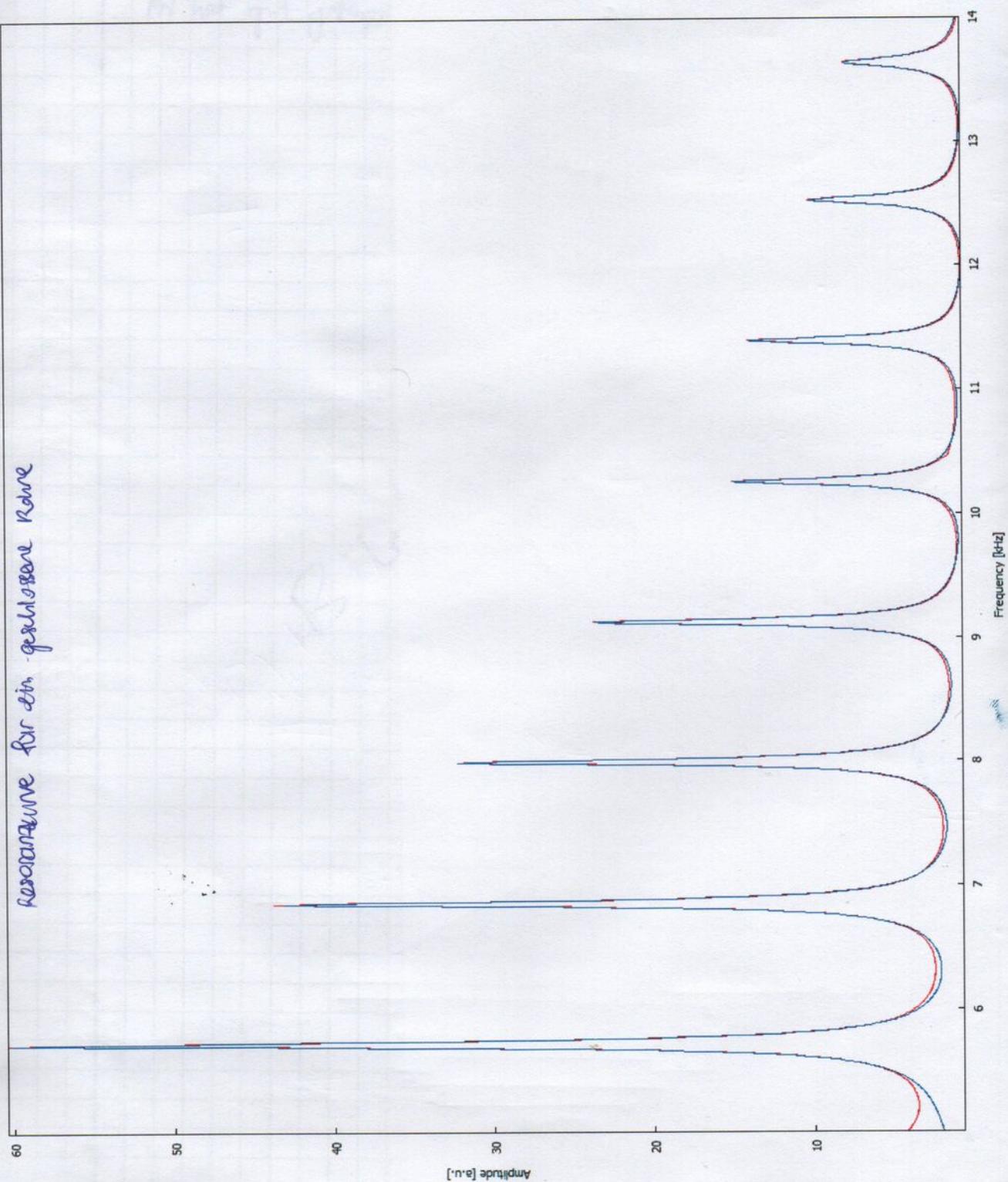
Berachtige: Resonanzkurve hinteren Ende



Röhre hat gut gedämpft!

Min: 5005,0 Hz

Max: 14000,0 Hz

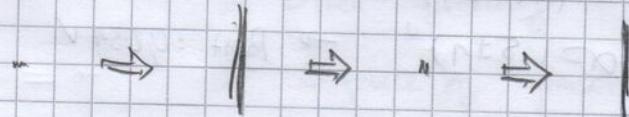


## Teilversuch 2a

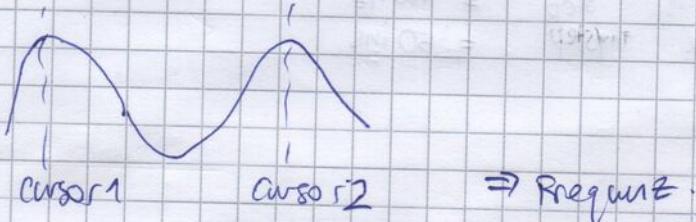
Kanal I: Input  
II: Mikrophon.

Bedeutung: Linie in X-Y-Modus, wenn Resonanzfrequenz.

$$\alpha = 180^\circ$$



Resonanzfrequenzen aus Cursordurch vom Oszilloskop ablesen



$\Rightarrow$  Frequenz

$$f = 2,29 \text{ kHz} \quad (\pm 0,10 \text{ kHz})$$

Attenuator: 85

$$(1) = 3,66 \text{ kHz}$$

$$(2) = 4,98 \text{ kHz}$$

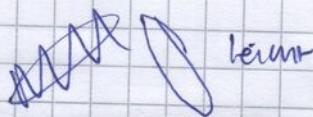
$$(3) = 6,13 \text{ kHz}$$

$$= 7,38 \text{ kHz}$$

(1) Mittels digitale Signalgenerator: 3,6630 kHz was genau?

Messreihe im QAL.xls

$$\alpha = 180^\circ$$



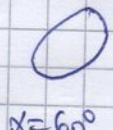
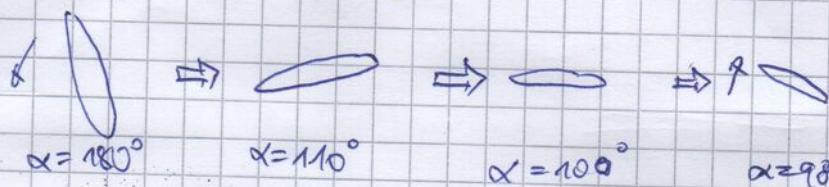
leucht

Amplitude Messg ( $\pm 0,002 \text{ V}$ )

Betrachtung: die Spannungsmessung nimmt mit der Zeit langsam ab

$\rightarrow$  Werte bis stabilisiert

Betrachtung: Rauschen im Signal



$$\Rightarrow$$

Nullstelle:  $\alpha = (99 \pm 1)^\circ$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$(2) f = 4,950 \text{ kHz}$$

$$\text{bei } \alpha = 30^\circ \Rightarrow$$



$$\text{Nullstelle } \alpha = (24 \pm 1)^\circ$$

$$(3) f = 6,1900 \text{ kHz}$$

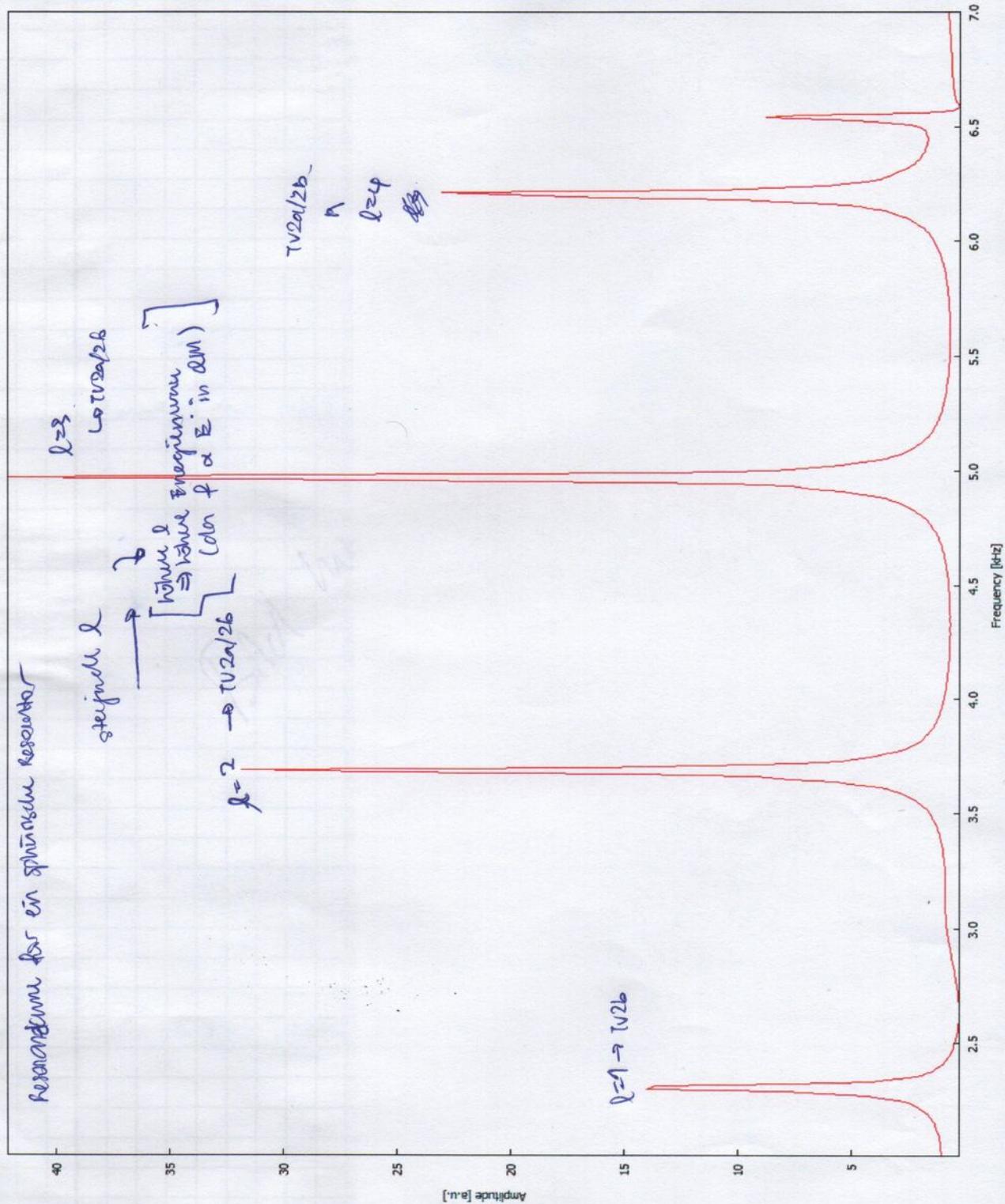
$$\text{Nullstelle } \alpha = (72 \pm 1)^\circ \rightarrow \text{Rest: } 0,028 \text{ V}$$

$$\alpha = (1+1 \pm 1)^\circ$$

$$\alpha = (5 \pm 1)^\circ \rightarrow \text{Rest: } 0,031 \text{ V}$$

Teilversuch 2b

$$(a) 2 \text{ kHz} \rightarrow 7 \text{ kHz} \quad \begin{matrix} \text{Step} \\ \text{TimeStep} \end{matrix} = 10 \text{ Hz} \\ = 50 \text{ ms}$$



$$(b) \quad (\alpha = 180^\circ) \quad 2,1 \text{ kHz} \rightarrow 2,5 \text{ kHz}$$

Step 1 Hz  
Time/Step: 50ms

$$f_{peak} = 2292,943 \text{ Hz}$$

↳ Messung war korrekt: Step size  $10^\circ$

↳ Auswahl:

- Lifted Diffractometry

Complete by Symmetry

- Rotieren und dann messen

$$\Rightarrow l=1, m=0$$



$$(c) \quad (\alpha = 180^\circ)$$

$$3,2 \text{ kHz} \rightarrow 4,2 \text{ kHz}$$

Step size 1 Hz

Time/Step: 50ms

$$f_{peak} = 3677,344 \text{ Hz}$$

gleiche Auswahl



$$\Rightarrow l=2, m=0$$

$$(d) \quad (\alpha = 180^\circ)$$

$$4,5 \text{ kHz} \rightarrow 5,5 \text{ kHz}$$

Step size 1 Hz

Time/Step: 50ms

gleiche Auswahl

b

Beobachtung: 2 kleinere Peaks

$$f_{peak} = 4,957497 \text{ kHz}$$

$$\Rightarrow l=3, m=0$$



Bild siehe später

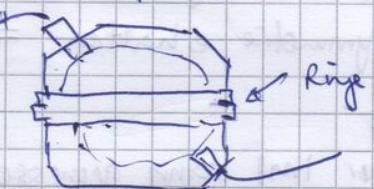
### Teilversuch 3: Bestimmung der m-Werte

Wir verwenden die Messungen (b), (c), (d) von TV2.

$$2,1 \text{ kHz} \rightarrow 5,5 \text{ kHz} \quad (\alpha = 180^\circ)$$

Step: 10 Hz, Time/Step: 50 ms.

Beide Ringe



Beobachtung: 2 Peaks im Spektrum II (mit Ringen) für jede Peak im Spektrum I

Die 2 Peaks liegen alle links von Haupt Peak

Peaks geschnitten  $\rightarrow 2,0 \text{ kHz} \rightarrow 5,5 \text{ kHz}$

Analogie nicht so gut.

(a)  $1,9\text{ kHz} - 2,2\text{ kHz}$  Step: 1 Hz

Time step: 50 ms

f<sub>peak</sub> = 2081.929 Hz

- ✓ lifted Degeneracy  
✓ Complete by Symmetry



(1. Messung  $\rightarrow$  ~~bil~~ lifted Degeneracy)  
nicht deelebt

2. Messung: Ahar immern  
 $\Rightarrow l=1, m=0$

(b)

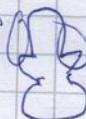
2175 Hz  $\rightarrow$  2400 Hz Step: 1 Hz

Time step: 50 ms f<sub>peak</sub> = 2,250,030 kHz

gute Auswahl



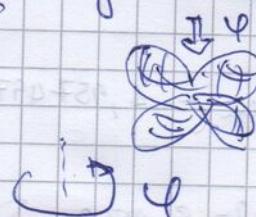
interessant



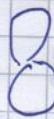
(c)

3400 Hz  $\rightarrow$  3600 Hz gutes Auswahl f<sub>peak</sub> = 3445,285 Hz

Beschreibung: 2 Peaks ~~in~~ im Bereich



$\Rightarrow l=2, m=1$



grüne Plot

~~Wirk~~ Jetzt ist  $\alpha \cong \psi \Rightarrow$  Wirschau von oben

Azimuthal plot: ~~reellteil~~

? keine Reson.

Im YLMplot: stimmen mit Theorie überein

Im Experiment: Ø symmetrische gebrochen

m-Quantenzahl

$\psi$  symmetrische erhalten  $\Rightarrow$  ~~Ø~~  $= z$ -Komponente des B-moment

$\Rightarrow$  wir sehen kein Phasen

$\Rightarrow$  ~~Wirk~~ kann nur  $|m|$  Werte gemessen werden.

$\Rightarrow$  kann nicht zwischen +1 und -1 unterscheiden

(d) f<sub>peak</sub> = 3463,753

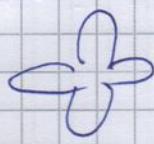
Keine general l und m zugemessen werden

$\hookrightarrow$  wie sp-Hybridisation ??



$$(e) 3,5 \text{ kHz} \rightarrow 3,75 \text{ kHz}$$

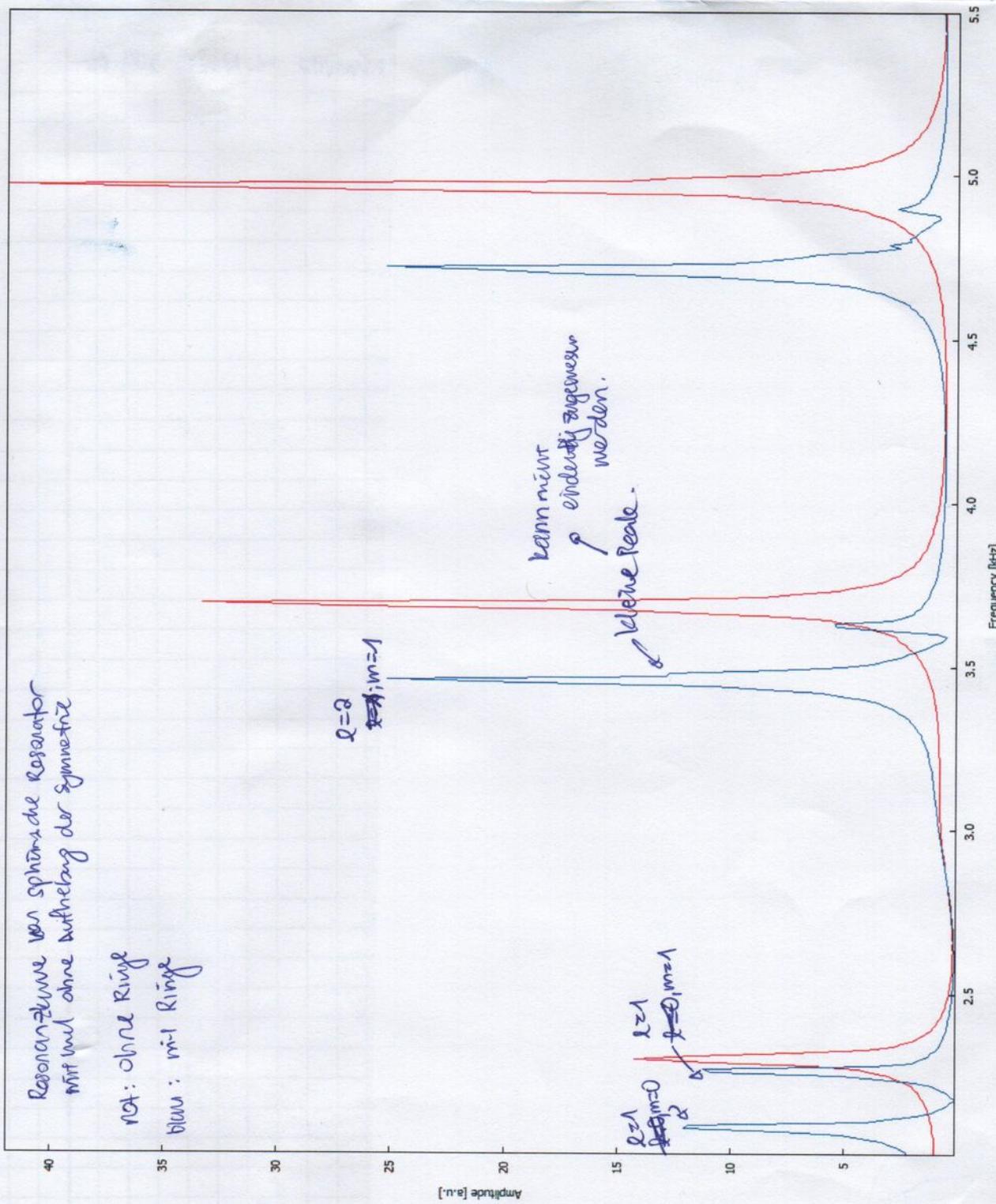
$$\hookrightarrow f_{peak} = 3608,384 \text{ Hz.}$$



Beobachtung: nicht wirklich  
symmetrisch?

$$\Rightarrow l=2, m=2$$

$\Rightarrow$  Alle Resultate stimmen mit ProYLM.exe überein



### LMU München Physikalische Praktika

Versuch: GAK

Datum: 24.08.2021

Betreuer: [Signature]

# QAL – Quantum Analogs Auswertung

Yudong Sun  
Gruppe L8

25. August 2021

## Teilversuch 1: Lebensdauer eines Teilchen im unendlich tiefen Potentialtopf

### Teilversuch 1a: Verständnis zur Software SpektrumSLC.exe

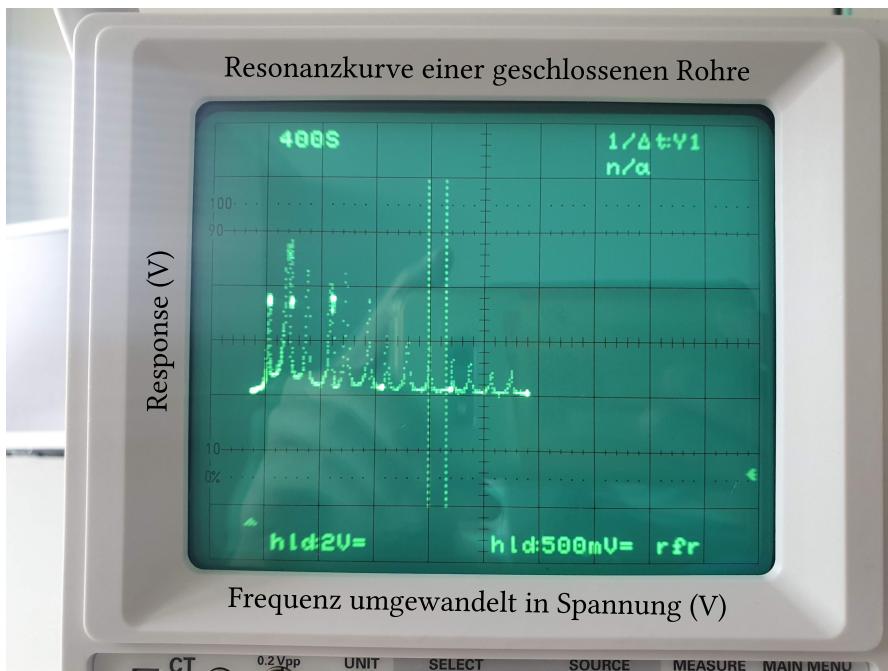


Abbildung 1.1: Resonanzkurve einer geschlossenen Rohre ( $d = (225 \pm 1)$  mm)

Diese Resonanzkurve ist auch was theoretisch zu erwarten ist. Da die Rohre geschlossen ist, kann nur stehende Wellen von bestimmten Frequenzen/Wellenlängen entstehen. Bei diesen stehenden Wellen erhalten wir dann ein Maxima für den Response. Somit ergibt sich eine Resonanzkurve mit mehreren Peaks.

Die Beschreibung der Verarbeitungsschritte des Signals finden Sie im Laborprotokoll.

## Teilversuch 1b: Messung der Lebensdauer eines Teilchen im unendlich tiefen Potentialtopf

Da die Fit Parameters nicht ausgedruckt sind, sind sie hier beschrieben:

Peak	1	2	3	4
Frequency / Hz	5719,715	6853,203	7989,781	9124,208
Amplitude / a.u.	59,0441	41,929	31,0203	22,639
Width / Hz	17,634	18,732	19,371	20,437
Phase / °	-46,7	-1,7	29,9	57,9

Peak	5	6	7	8
Frequency / Hz	10 259,772	11 393,832	12 524,178	13 641,917
Amplitude / a.u.	14,1618	13,2206	9,5492	7,4138
Width / Hz	22,807	23,386	27,648	33,978
Phase / °	63,8	90,7	98,3	133,8

Siehe Laborprotokoll für den Plot. Die Kurveanpassung sieht nach Augenmaß ziemlich gut aus.

### Regelmäßiger Abstand

Wie im letzten Teilversuch beschrieben, entstehen wegen der bestimmten Länge der Rohre nur bei bestimmten Wellenlängen stehende Wellen. Da die Rohre am beiden Enden geschlossen ist, muss die Schallgeschwindigkeit am Rande null sein, was zu einer Maxima im Druck führt. Diesen Druck messen wir dann mit unserem Mikrofon. Solche stehenden Wellen können wir mit Abbildung 1 der Anleitung veranschaulichen machen:

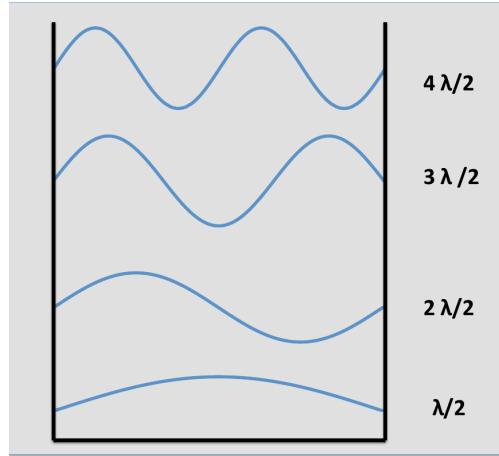


Abbildung 1.2: Stehende Welle bzw. stationäre Zustände in der Rohre/Potentialtopf

Im Fall der Quantenmechanik muss die Aufenthaltswahrscheinlichkeit bei der Ränder null sein, sind also hier als Minima der Wellenfunktion repräsentiert.

Im Fall der Akustischen Resonanz sind jedoch die Ende bei einem Maximum und nicht Minimum, wie in der obigen Abbildung. Wir transformieren somit die Sinuskurven hier in Kosinuskurven, sodass am Ende Maxima sind.

Die Randbedingung für eine stehende Welle ( $\cong$  stationäre Zustand) bleibt unverändert:

$$L = \frac{n\lambda}{2} = \frac{nv}{2f} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{2L} \times n \quad (1.1)$$

Da hier der Fokus dieses Teilversuchs nicht die stehende Welle ist, sondern die Lebensdauer, machen wir nur eine grobe Abschätzung, ob die Ergebnisse vernünftig sind.

Die Schallgeschwindigkeit im Luft beträgt ungefähr  $343 \text{ m s}^{-1}$  bei  $20^\circ\text{C}$ <sup>1</sup>. Man soll also  $f$  in Vielfaches von

$$\frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m s}^{-1}}{2(0,15 \text{ m})} = 1143 \text{ Hz} \quad (1.2)$$

erhalten.

Peak $i \rightarrow j$	$1 \rightarrow 2$	$2 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 4$	$4 \rightarrow 5$	$5 \rightarrow 6$	$6 \rightarrow 7$	$7 \rightarrow 8$
$f_j - f_i / \text{Hz}$	1133,488	1136,578	1134,427	1135,564	1134,06	1130,346	1117,739

Wir plotten nun die Frequenz  $f$  gegen die Peak-Nummer  $n$  und führen eine Kurveanpassung zu  $f = mn + c$  durch (Siehe Appendix A.1):

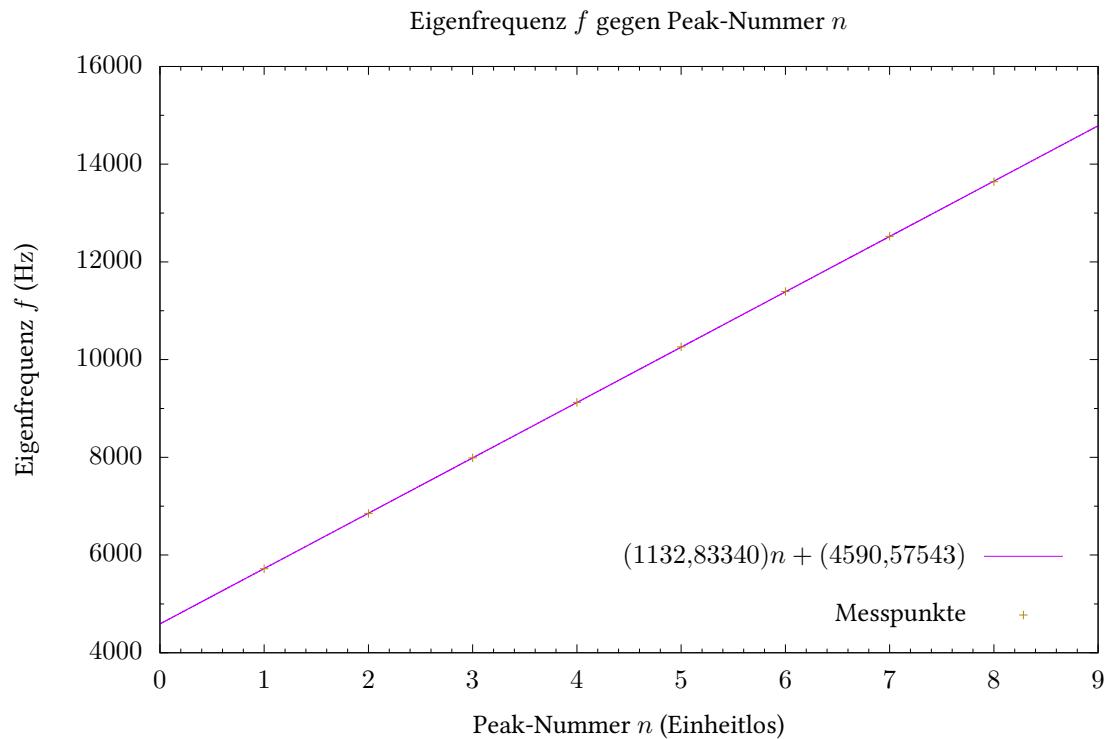


Abbildung 1.3: Kurveanpassung: rms of residuals = 6,265 96, klein gegenüber Messwerten

Als Endergebnis erhalten wir  $m = (1132,8 \pm 1,0) \text{ Hz}$ .

<sup>1</sup>[https://www.weather.gov/epz/wxcalc\\_speedofsound](https://www.weather.gov/epz/wxcalc_speedofsound), 25. August 2021

Diese zwei Ergebnisse unterscheidet sich zwar signifikant voneinander, ist aber Großeordnungsmäßig ziemlich nah. Die Abweichung ist wahrscheinlich wegen der nicht genauen Temperatur. Außerdem ist der letzte Abstand von 1117,739 Hz ziemlich weit von der anderen Werten. Die Randbedingungen entsprechen vielleicht nicht die Echten im Experiment.

### Abnehmende Amplitude

Man sieht auch vom Plot im Laborprotokoll, dass die Amplitude mit steigenden  $n$  abnimmt. Das ist Analog zu den abnehmenden Koeffizienten der Fouriertransformation im Quantenmechanischen Fall.

### Energieniveau

Die horizontale  $f$ -Achse stellt mit der Resonanzpeaks eine Quantisierung dar. Die Achse kann also für die quantisierte Energieniveau dienen.

### Lebensdauer

In der Akustik ist die Lebensdauer von Reibung bedingt. Die Frequenzen kann man auch nicht direkt in Energie umwandeln. Die Resonanzen sind eine Folge der gedämpfte angetriebene Schwingung, so mit bleibt auch eine stehende Welle entstehen, wenn sie vom Lautsprecher weiter angetrieben ist, egal welche Frequenz sie ist.

In der Quantenmechanik geht es um einen statistischen Prozess und kommt aus der Heisenbergischen Unschärferelation. Ein angeregter Zustand zerfällt in endlicher Zeit in den Grundzustand und die Lebensdauer beschreibt die mittlere Zeit, in der der angeregte Zustand angeregt bleibt. Das kann man leider nicht im akustischen Fall nachmachen.

Aus der Heisenbergischen Unschärferelation ist  $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2\pi$ . Da  $\Delta E \propto \Delta f$  ist, ist die Lebensdauer  $\Delta t$  somit proportional zu  $1/\Delta f$ . Wir bringen diese Analogie zu Akustik und plotten nun  $1/\Delta f$  gegen  $n$  und führe eine Kurveanpassung durch:

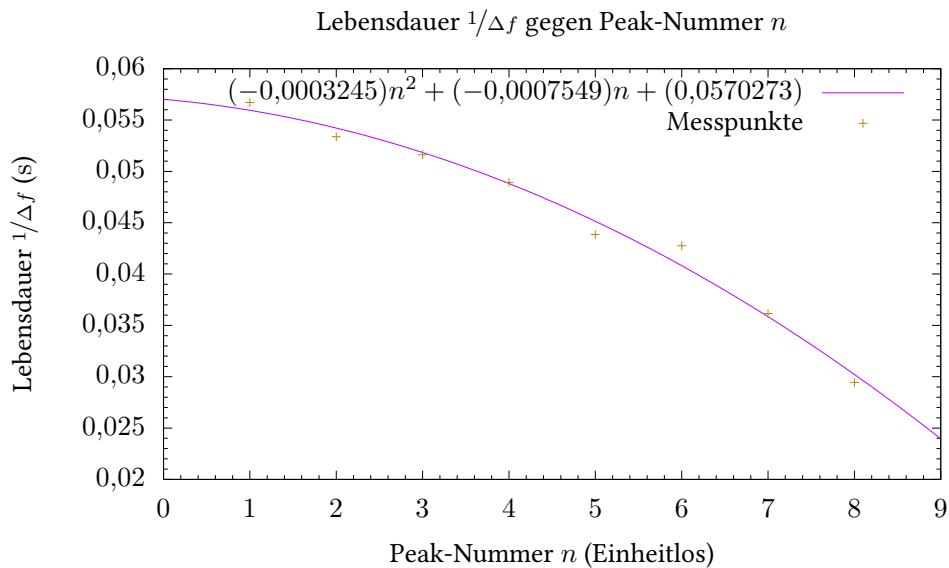


Abbildung 1.4: Lebensdauer in Abhängigkeit von Peak-Nummer, rms of residuals = 0,001 226 63, klein gegenüber Messwerten

Man erkennt hier einen abnehmenden Trend mit steigender Peak-Nummer  $n$ . Aus der Anleitung ist die Energie  $\Gamma = \hbar/\tau$  im quantenmechanischen Fall mit der Lebensdauer verbunden. Also gilt:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad \Rightarrow \quad E_n \propto -\frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \tau \propto n^2 \quad (1.3)$$

Mit steigende Energie soll man dann eine kleinere Lebensdauer erwarten. Das ist auch genau das, was wir hier beobachten können. Die Fehlerbalken werden auch nicht berücksichtigt, weil dies vom Fit-Software nicht gegeben ist. Die Kurveanpassung, sofern sinnvoll, sieht auch gut aus.

Es ist hier eine Kurveanpassung zu einer quadratischen Funktion (QM) durchgeführt, weil ich keine Theorie zur Abhängigkeit der Lebensdauer mit der Peak-Nummer in der Anleitung oder im Internet gefunden. Wenn solche Abhängigkeit tatsächlich existiert, werde ich mich freuen, wenn wir sie im Nachgespräch klären können.

## Teilversuch 2: Kugelflächenfunktionen im Spärischen Resonator

### Teilversuch 2a: Zuordnung der Legendrepolynome durch Bestimmung der Nullstellen

Alle Frequenzen sind mittels digitale Signalgenerator eingestellt, somit ist keine Unsicherheit gegeben. Man sieht aber auf dem Oszilloskop schon einige Abweichungen/Geräusch von Signal.

Eine Fehler von  $\Delta V = \pm 0,002$  V ist abgeschätzt.

$\alpha/^\circ$	$\theta/^\circ$	$f/\text{Hz}$	3,663 Spannung/V	4,950 Spannung/V	6,190 Spannung/V
180	180		0,373	0,539	-0,303
170	172,933 425 610 738		0,356	0,528	-0,279
160	165,893 955 739 434		0,331	0,474	-0,211
150	158,909 418 821 001		0,295	0,375	-0,103
140	152,009 109 282 217		0,243	0,244	0,011
130	145,224 563 330 281		0,189	0,091	0,103
120	138,590 377 890 729		0,138	-0,052	0,169
110	132,145 070 558 482		0,031	-0,151	0,187
100	125,931 958 320 35		0,031	-0,225	0,169
90	120		0,042	-0,259	0,117
80	114,404 497 337 886		0,780	-0,269	0,046
70	109,207 479 725 344		-0,128	-0,236	0,029
60	104,477 512 185 93		-0,105	-0,185	-0,071
50	100,288 585 136 763		-0,182	-0,119	-0,091
40	96,717 713 464 180 4		-0,167	-0,055	-0,085
30	93,840 965 716 258 1		-0,189	-0,099	-0,065
20	91,727 941 072 350 5		-0,202	-0,069	-0,040
10	90,435 230 002 469 9		-0,205	-0,099	-0,030
0	90		-0,210	-0,112	0,032

Insbesondere es ist während der Plotting auffällig, dass die Vorzeichen für  $f = 4,950$  Hz und 6,190 Hz andersrum sein sollten, also sind die Messwerte während der Kurveanpassung entsprechend angepasst.

Aus Gleichung (43) der Anleitung gilt:

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{2} \cos(\alpha) - \frac{1}{2}\right) \quad (2.1)$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \sqrt{\left(\frac{\partial\theta}{\partial\alpha}\Delta\alpha\right)^2} = \frac{\sin(\alpha)\Delta\alpha}{\sqrt{-\cos^2(\alpha) + 2\cos(\alpha) + 3}} \quad (2.2)$$

wobei alle Winkel in Formel in Radian sind. Somit ergibt sich aus  $\Delta\alpha = \pm 1^\circ$ :

Frequenz $f/\text{Hz}$	3,663	4,950	6,190	6,190	6,190
Nullstelle $\theta/^\circ$	$125,3 \pm 0,7$	$141,2 \pm 0,7$	$90,1 \pm 0,6$	$110,2 \pm 0,7$	$152,7 \pm 0,7$
Nullstelle $\theta_{\text{Lit}}/^\circ$	125,26	140,77	?	109,88	149,44

Alle Rechnungen erfolgt in LibreOffice Calc.

Die zugeordnete Legendrepolynome haben  $l - m$  Nullstellen. Aus dem spätere Teilversuch 2b wissen wir, dass es hier um  $m = 0$  handelt. Wir vergleichen die Werte oben mit der Literaturwerte auf Seite 32 der Anleitung und erhalten:

Frequenz $f/\text{Hz}$	3,663	4,950	6,190
Ordnung $l$	2	3	4

Die Nullstelle bei  $\theta = (90,1 \pm 0,6)^\circ$  ist anscheinend eine Fehlmessung, weil es für  $l = 4$  keine Nullstelle bei diesem Winkel  $\theta$  gibt. Das könnte daran liegen, dass  $\alpha = (5 \pm 1)^\circ$  sehr nah am Rand der Skala ist und dass der Aufbau die Legendrepolynome nicht perfekt simulieren kann. Die Ordnungen sind auch im Laborprotokoll zum Teilversuch 2b vermerkt.

Für die Kurveanpassung brauchen wir noch die Fehlerbalken:

$$\cos(\theta) = \frac{1}{2} \cos(\alpha) - \frac{1}{2} \quad (2.3)$$

$$\Rightarrow \Delta \cos(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\partial \cos(\theta)}{\partial \alpha} \Delta \alpha\right)^2} = \left| \frac{-\sin(\alpha) \Delta \alpha}{2} \right| \quad (2.4)$$

Wir passen nun die Kurven an in gnuplot (Siehe Appendix B):

Ordnung $l$	Fit-Funktion	Anfangswerte
2	$Ax^2 + B$	$A = 1.5, B = -0.5$
3	$Cx^3 + Dx$	$C = 2.5, D = -1.5$
4	$Ex^4 + Fx^2 + G$	$E = 35/8, F = -30/8, G = 3/8$

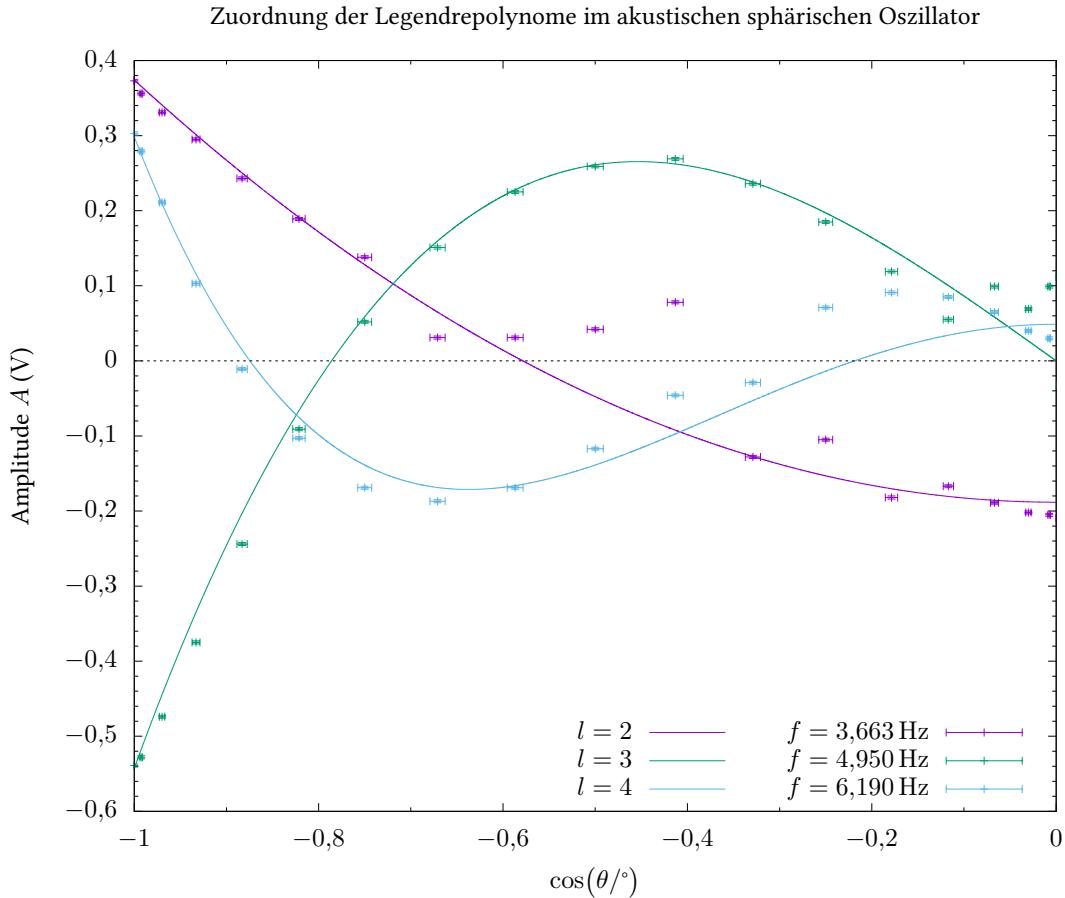


Abbildung 2.1: Zuordnung der Legendrepolygone

Es scheint, dass das Vorzeichen einiger Messungen falsch bestimmt waren, zum Beispiel: bei der zwei lila Punkten zwischen  $-0,5$  und  $-0,4$ .

Als Fit-Ergebnis haben wir:

Ordnung $l$	Fit Variablen	$\chi^2_{\text{red}}$
2	$A = 0,562 \pm 0,020$ $B = -0,188 \pm 0,010$	140,555
3	$C = 1,42 \pm 0,09$ $D = -0,88 \pm 0,08$	296,633
4	$E = 1,33 \pm 0,12$ $F = -1,08 \pm 0,12$ $G = 0,049 \pm 0,014$	224,661

Aus  $\chi^2_{\text{red}} \gg 1$  sind die Kurveanpassungen eher schlecht. Das liegt vermutlich daran, dass die Messmethode eher ungenau ist. Da es um Schallwellen handelt, kommt es auch viele Störungen von außen. Die Wärme von der Hände könnte auch die Temperatur im Resonator über den Versuchsverlauf ändern, sodass die Schallgeschwindigkeit sich ändert. Es war auch während des Versuchs beobachtet, dass die Spannung sich mit der Zeit langsam geändert hat, ohne dass ich irgendwas gemacht hatte.

Wir vergleichen nun die erhaltene Ergebnisse. Um irgendwelche Skalierungsfaktoren zu vermeiden, schauen wir die Verhältnisse zwischen den Variablen an. Der Fehler ist dann gegeben durch:

$$\Delta \left( \frac{x}{y} \right) = \left| \frac{x}{y} \right| \sqrt{\left( \frac{\Delta x}{x} \right)^2 + \left( \frac{\Delta y}{y} \right)^2} \quad (2.5)$$

Variable	Literatur	Experimentell	Bemerkung
$A/B$	-3	$-2,99 \pm 0,20$	stimmen überein
$D/C$	-0,6	$-0,62 \pm 0,07$	stimmen überein
$E/F$	$-1,166\,67$	$-1,23 \pm 0,18$	stimmen überein
$E/G$	11,6667	$27 \pm 9$	verträglich
$F/G$	-10	$22 \pm 7$	verträglich

Die Abweichungen sind vermutlich der oben beschriebenen Fehlerquellen zufolge.

Die Nullstellen der Fit werden mit WolframAlpha berechnet. Dabei ist die Fehler aus zeitlichen Gründen vernachlässigt.

$l$	2	3	4	4
Manuell/°	$125,3 \pm 0,7$	$141,2 \pm 0,7$	$110,2 \pm 0,7$	$152,7 \pm 0,7$
Fit/°	125,34	141,93	102,69	150,92

Sie stimmen also überein bzw. für  $(110,2 \pm 0,7)$ ° verträglich.

### Teilversuch 2b: Bestimmung der $l$ -Quantenzahl durch zweidimensionale Darstellung der Messergebnisse als Orbitalform

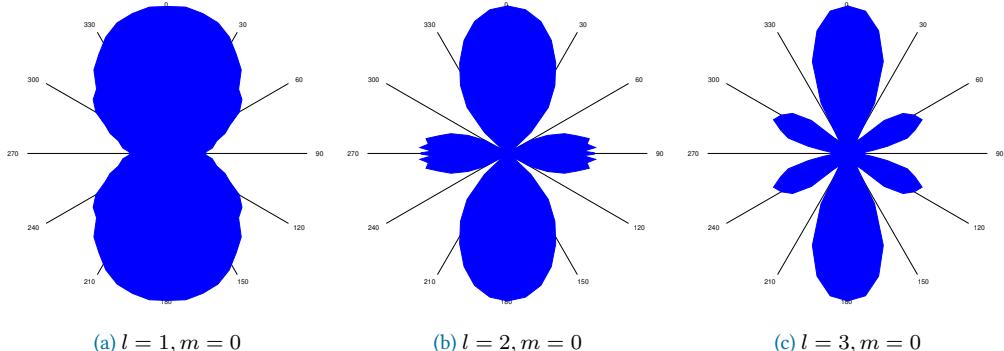


Abbildung 2.2: Teilversuch 2b

Abweichungen z.B. bei Abbildung 2.2b sind vermutlich wegen Störungen während der Messungen.

Wie können die  $l$ -Quantenzahl bestimmen, indem wir die Anzahl der Nullstellen zählen, wenn wir  $\theta$  von 0° bis 180°. Die Anzahl der Nullstellen ist genau  $l$ .

Andere Auswertungen siehe Laborprotokoll.

## Teilversuch 3: Bestimmung der $m$ -Quantenzahl

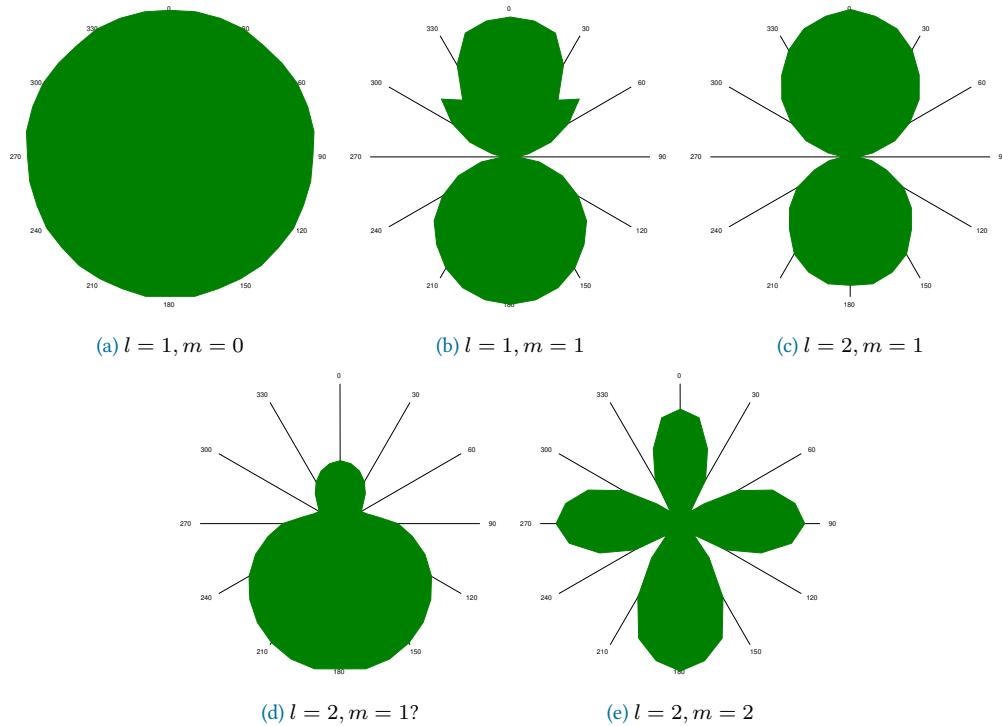


Abbildung 3.1: Teilversuch 2b

Die Peak in Abbildung 3.1d hat wahrscheinlich keine große Bedeutung. Sieht wie ein Übergangszustand aus. Abbildung 3.1b ist etwa unsymmetrisch. Der Fehler könnte an Störungen während der Messung liegen, oder der nicht perfekte Resonator.

Die Abschwächung bei  $\varphi = 0^\circ$  ist vermutlich der Geomtrie der sphärischen Resonator zufolge. Der Mikrofon liegt direkt oberhalb von der Lautsprecher. Es könnte also sein, dass die Schallwellen schon abgeschwächt ist, wenn sie zurück reflektiert und die Mikrofon erreichen. Wir hören auch während des Versuch was vom Resonator. Die Reflektionen sind also bestimmt nicht perfekt.

## A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 1b

Wir verwenden hier immer die Datei tv1.dat:

	# Peak	f/Hz	A/au	width/Hz	phase/deg
1	1	5719,715	59,0441	17,634	-46,7
2	2	6853,203	41,929	18,732	-1,7
3	3	7989,781	31,0203	19,371	29,9
4	4	9124,208	22,639	20,437	57,9
5	5	10259,772	14,1618	22,807	63,8
6	6	11393,832	13,2206	23,386	90,7
7	7	12524,178	9,5492	27,648	98,3
8	8	13641,917	7,4138	33,978	133,8

### A.1 Regelmäßiger Abstand

```

1 #!/usr/bin/env gnuplot
2
3 set term epslatex color size 6in, 4in
4 set output "tv1-1.tex"
5 set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7 set title "Eigenfrequenz $f$ gegen Peak-Nummer $n$"
8 set ylabel "Eigenfrequenz $f$ ($\\si{\\hertz}$)"
9 set xlabel "Peak-Nummer $n$ (Einheitlos)"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 f(x) = m*x + c
16
17 # (x, y, xdelta, ydelta)
18 fit f(x) "tv1.dat" u 1:2 via m,c
19
20 set xrange [0:9]
21
22 # Linien
23 set key bottom right spacing 2
24
25 titel = "$( .gprintf("%5f", m) )n + $( .gprintf("%5f", c) )$"
26 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
27     "tv1.dat" u 1:2 title "Messpunkte" pointtype 1 lc rgb
28     ↪ 'dark-goldenrod'
```

Rohausgabe:

```

1 decimal_sign in locale is ,
2 iter      chisq      delta/lim   lambda    m           c
3      0 8.0386111957e+08  0.00e+00  3.64e+00  1.000000e+00  1.000000e+00
4      1 2.6458314596e+07 -2.94e+06  3.64e-01  1.696155e+03  7.745066e+02
```

```

5      2 1.3959341520e+05 -1.89e+07 3.64e-02   1.184493e+03 4.299721e+03
6      3 2.3566964645e+02 -5.91e+07 3.64e-03   1.132876e+03 4.590334e+03
7      4 2.3557386862e+02 -4.07e+01 3.64e-04   1.132833e+03 4.590575e+03
8      5 2.3557386862e+02 -1.21e-08 3.64e-05   1.132833e+03 4.590575e+03
9      iter      chisq      delta/lim  lambda    m          c
10
11 After 5 iterations the fit converged.
12 final sum of squares of residuals : 235.574
13 rel. change during last iteration : -1.21011e-13
14
15 degrees of freedom (FIT_NDF) : 6
16 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 6.26596
17 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 39.2623
18
19 Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
20 =====      =====
21 m      = 1132.83      +/- 0.9669      (0.08535%)
22 c      = 4590.58      +/- 4.882       (0.1064%)
23
24 correlation matrix of the fit parameters:
25      m      c
26 m      1.000
27 c      -0.891  1.000

```

## A.2 Lebensdauer

```

1 #!/usr/bin/env gnuplot
2
3 set term epslatex color size 5in, 3in
4 set output "tv1-2.tex"
5 set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7 set title "Lebensdauer $\\frac{1}{\\Delta f}$ gegen Peak-Nummer $n$"
8 set ylabel "Lebensdauer $\\frac{1}{\\Delta f}$ ($\\text{\\si{\\second}})$"
9 set xlabel "Peak-Nummer $n$ (Einheitlos)"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13
14 set xrange [0:9]
15
16 # Linien
17 set key top right spacing 1
18
19 f(x) = A*(x**2) + B*x + C
20
21 # (x, y, xdelta, ydelta)
22 fit f(x) "tv1.dat" u 1:(1/$4) via A,B,C
23

```

```

24 set xrange [0:9]
25
26 titel = "$(.gprintf("%.7f", A)."n^2 + (.gprintf("%.7f", B)."n +
27   (.gprintf("%.7f", C)."")$"
28 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
      "tv1.dat" u 1:(1/$4) title "Messpunkte" pointtype 1 lc rgb
      'dark-goldenrod'

```

Rohausgabe:

```

1 decimal_sign in locale is ,
2 iter      chisq      delta/lim  lambda    A           B           C
3   0 1.2036716066e+04  0.00e+00  1.93e+01  1.000000e+00  1.000000e+00
4     ↵ 1.000000e+00
5   1 3.8074931117e+01 -3.15e+07  1.93e+00 -9.255086e-02  7.978158e-01
6     ↵ 9.542856e-01
7   2 8.1158971534e-01 -4.59e+06  1.93e-01 -1.396507e-02  1.814575e-02
8     ↵ 5.220570e-01
9   3 4.8509818146e-04 -1.67e+08  1.93e-02  1.058270e-03 -1.491276e-02
10    ↵ 8.751162e-02
11   4 7.5234349161e-06 -6.35e+06  1.93e-03 -3.231487e-04 -7.679649e-04
12     ↵ 5.705434e-02
13   5 7.5230564182e-06 -5.03e+00  1.93e-04 -3.244533e-04 -7.548752e-04
14     ↵ 5.702728e-02
15   6 7.5230564182e-06 -3.38e-10  1.93e-05 -3.244534e-04 -7.548751e-04
16     ↵ 5.702728e-02
17
18 iter      chisq      delta/lim  lambda    A           B           C
19
20 After 6 iterations the fit converged.
21 final sum of squares of residuals : 7.52306e-06
22 rel. change during last iteration : -3.37775e-15
23
24 degrees of freedom (FIT_NDF) : 5
25 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.00122663
26 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.50461e-06
27
28 Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
29 =====
30 A        = -0.000324453      +/- 9.464e-05 (29.17%)
31 B        = -0.000754875      +/- 0.0008725 (115.6%)
32 C        = 0.0570273        +/- 0.001711 (3.001%)
33
34 correlation matrix of the fit parameters:
35
36          A      B      C
37 A      1.000
38 B      -0.976  1.000
39 C      0.830 -0.918  1.000

```

## B gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 2a

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2  # Ver > 5.0
3
4  set term epslatex color size 6in, 5in
5  set output "tv2a.tex"
6  set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
7
8  set title "Zuordnung der Legendrepolynome im akustischen sphärischen
9  ↵ 0szillator"
10 set ylabel "Amplitude $A$ ($\sin(\theta)$)"
11 set xlabel "$\cos(\theta)$"
12
13 set mxtics
14 set mytics
15 set samples 10000
16
17 # Linien
18 set key bottom right spacing 1 vertical maxrows 3
19
20 # (x, y, xdelta, ydelta)
21
22 # l = 2
23 A = 1.5
24 B = -0.5
25 two(x) = A*(x**2) + B
26 fit two(x) "tv2a.dat" u
27 ↵  ((cos($2*pi/180)):3:((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002) xyerrors
28 ↵  via A,B
29
30 # l = 3
31 C = 2.5
32 D = -1.5
33 thr(x) = C*(x**3) + D*x
34 fit thr(x) "tv2a.dat" u
35 ↵  ((cos($2*pi/180)):(-$4):((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002)
36 ↵  xyerrors via C,D
37
38 # l = 4
39 E = 35/8
40 F = -30/8
41 G = 3 /8
42 fou(x) = E*(x**4) + F*(x**2) + G
43 fit fou(x) "tv2a.dat" u
44 ↵  ((cos($2*pi/180)):(-$5):((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002)
45 ↵  xyerrors via E,F,G
46
47 set xrange [-1:0]

```

```

41
42 zero(x) = 0
43
44 plot two(x) title "$1 = 2$" lc 1, \
45     thr(x) title "$1 = 3$" lc 2, \
46     fou(x) title "$1 = 4$" lc 3, \
47         "tv2a.dat" u
48             ← (cos($2*pi/180)):3:((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002)
49             ← with xyerrorbars title "$f = \\\SI{3.663}{\hertz}" pointtype 1
50             ← lc 1, \
51         "tv2a.dat" u
52             ← (cos($2*pi/180)):(-$4):((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002)
53             ← with xyerrorbars title "$f = \\\SI{4.950}{\hertz}" pointtype 1
54             ← lc 2, \
55         "tv2a.dat" u
56             ← (cos($2*pi/180)):(-$5):((abs(sin($1*pi/180))*(pi/180))/2):(0.002)
57             ← with xyerrorbars title "$f = \\\SI{6.190}{\hertz}" pointtype 1
58             ← lc 3, \
59         zero(x) notitle lc 0 dashtype 2

```

mit tv2a.dat:

	# alpha Theta	A3,663	A4,950	A6,190
1	180 180	0,373	0,539	-0,303
2	170 172,933425610738	0,356	0,528	-0,279
3	160 165,893955739434	0,331	0,474	-0,211
4	150 158,909418821001	0,295	0,375	-0,103
5	140 152,009109282217	0,243	0,244	0,011
6	130 145,224563330281	0,189	0,091	0,103
7	120 138,590377890729	0,138	-0,052	0,169
8	110 132,145070558482	0,031	-0,151	0,187
9	100 125,93195832035	0,031	-0,225	0,169
10	90 120	0,042	-0,259	0,117
11	80 114,404497337886	0,078	-0,269	0,046
12	70 109,207479725344	-0,128	-0,236	0,029
13	60 104,47751218593	-0,105	-0,185	-0,071
14	50 100,288585136763	-0,182	-0,119	-0,091
15	40 96,7177134641804	-0,167	-0,055	-0,085
16	30 93,8409657162581	-0,189	-0,099	-0,065
17	20 91,7279410723505	-0,202	-0,069	-0,040
18	10 90,4352300024699	-0,205	-0,099	-0,030
19	0 90	-0,210	-0,112	0,032

Rohausgabe:

	decimal_sign in locale is ,	iter	chisq	delta/lim	lambda	A	B
1		0	2.2621666168e+05	0.00e+00	1.69e+02	1.500000e+00	-5.000000e-01
2		1	5.3737530732e+03	-4.11e+06	1.69e+01	6.422966e-01	-2.323545e-01
3		2	2.3911229122e+03	-1.25e+05	1.69e+00	5.624771e-01	-1.888014e-01
4		*	2.3957600618e+03	1.94e+02	1.69e+01	5.609106e-01	-1.871726e-01

```

7      * 2.3957496346e+03  1.93e+02  1.69e+02  5.609124e-01 -1.871739e-01
8      * 2.3948172563e+03  1.54e+02  1.69e+03  5.610817e-01 -1.872931e-01
9      3 2.3899805447e+03 -4.78e+01  1.69e+02  5.624960e-01 -1.885994e-01
10     * 2.3948910783e+03  2.05e+02  1.69e+03  5.610678e-01 -1.872803e-01
11     4 2.3895084324e+03 -1.98e+01  1.69e+02  5.624520e-01 -1.884293e-01
12     * 2.3949704135e+03  2.28e+02  1.69e+03  5.610530e-01 -1.872678e-01
13     5 2.3894310123e+03 -3.24e+00  1.69e+02  5.623721e-01 -1.882840e-01
14     * 2.3950504733e+03  2.35e+02  1.69e+03  5.610382e-01 -1.872559e-01
15     * 2.3895856667e+03  6.47e+00  1.69e+04  5.622736e-01 -1.881583e-01
16     6 2.3894306231e+03 -1.63e-02  1.69e+03  5.623713e-01 -1.882825e-01
17 iter      chisq      delta/lim lambda    A          B
18
19 After 6 iterations the fit converged.
20 final sum of squares of residuals : 2389.43
21 rel. change during last iteration : -1.6292e-07
22
23 degrees of freedom (FIT_NDF) : 17
24 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 11.8556
25 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 140.555
26 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0
27
28 Final set of parameters Asymptotic Standard Error
29 ========
30 A      = 0.562371      +/- 0.01948      (3.463%)
31 B      = -0.188283     +/- 0.009369     (4.976%)
32
33 correlation matrix of the fit parameters:
34
35      A      B
36 A      1.000
37 B      -0.550  1.000
38 iter      chisq      delta/lim lambda    C          D
39 0 6.8004691709e+04  0.00e+00  2.52e+02  2.500000e+00 -1.500000e+00
40 1 1.2665710204e+04 -4.37e+05  2.52e+01  1.864706e+00 -1.285964e+00
41 2 5.0427861826e+03 -1.51e+05  2.52e+00  1.419580e+00 -8.772429e-01
42 * 5.0446081044e+03  3.61e+01   2.52e+01  1.419225e+00 -8.759170e-01
43 * 5.0445960294e+03  3.59e+01   2.52e+02  1.419233e+00 -8.759240e-01
44 * 5.0438877175e+03  2.18e+01   2.52e+03  1.419671e+00 -8.763376e-01
45 3 5.0427639528e+03 -4.41e-01   2.52e+02  1.419799e+00 -8.771336e-01
46
47 After 3 iterations the fit converged.
48 final sum of squares of residuals : 5042.76
49 rel. change during last iteration : -4.40825e-06
50
51 degrees of freedom (FIT_NDF) : 17
52 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 17.223
53 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 296.633
54 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0
55

```

```

56 | Final set of parameters           Asymptotic Standard Error
57 | =====
58 | C          = 1.4198            +/- 0.08216      (5.787%)
59 | D          = -0.877134         +/- 0.07131      (8.13%)
60 |
61 correlation matrix of the fit parameters:
62 |       C        D
63 | C       1.000
64 | D     -0.926  1.000
65 Warning: Initial value of parameter 'G' is zero.
66 Please provide non-zero initial values for the parameters, at least of
67 the right order of magnitude. If the expected value is zero, then use
68 the magnitude of the expected error. If all else fails, try 1.0
69
70 iter      chisq      delta/lim   lambda   E           F           G
71 0 1.4868085942e+05  0.00e+00  3.47e+02  4.000000e+00 -3.000000e+00
72    ↵ 1.000000e-30
73 1 5.4399328634e+04 -1.73e+05  3.47e+01  2.990366e+00 -2.628173e+00
74    ↵ -2.157971e-02
75 2 4.0466122302e+03 -1.24e+06  3.47e+00  1.371726e+00 -1.101485e+00
76    ↵ 3.274239e-02
77 3 3.6038790464e+03 -1.23e+04  3.47e-01  1.328256e+00 -1.078075e+00
78    ↵ 4.834482e-02
79 4 3.5949231593e+03 -2.49e+02  3.47e-02  1.332287e+00 -1.082677e+00
80    ↵ 4.878546e-02
81 5 3.5945790710e+03 -9.57e+00  3.47e-03  1.332548e+00 -1.082845e+00
82    ↵ 4.870758e-02
83 * 3.5946177780e+03  1.08e+00  3.47e-02  1.332531e+00 -1.082824e+00
84    ↵ 4.870451e-02
85 * 3.5946177780e+03  1.08e+00  3.47e-01  1.332531e+00 -1.082824e+00
86    ↵ 4.870451e-02
87 * 3.5946177779e+03  1.08e+00  3.47e+00  1.332531e+00 -1.082824e+00
88    ↵ 4.870451e-02
89 * 3.5946177735e+03  1.08e+00  3.47e+01  1.332531e+00 -1.082824e+00
90    ↵ 4.870451e-02
91 * 3.5946173377e+03  1.06e+00  3.47e+02  1.332531e+00 -1.082824e+00
92    ↵ 4.870453e-02
93 * 3.5945973011e+03  5.07e-01  3.47e+03  1.332542e+00 -1.082835e+00
94    ↵ 4.870529e-02
95 * 3.5945796770e+03  1.69e-02  3.47e+04  1.332549e+00 -1.082845e+00
96    ↵ 4.870738e-02
97 * 3.5945790791e+03  2.24e-04  3.47e+05  1.332548e+00 -1.082845e+00
98    ↵ 4.870758e-02
99 * 3.5945790711e+03  2.25e-06  3.47e+06  1.332548e+00 -1.082845e+00
100   ↵ 4.870758e-02
101 * 3.5945790710e+03  2.30e-08  3.47e+07  1.332548e+00 -1.082845e+00
102   ↵ 4.870758e-02
103 * 3.5945790710e+03  1.67e-09  3.47e+08  1.332548e+00 -1.082845e+00
104   ↵ 4.870758e-02

```

```
88      6 3.5945790710e+03 -1.39e-10 3.47e+07    1.332548e+00 -1.082845e+00
89      ↵ 4.870758e-02
90
91 iter      chisq      delta/lim   lambda   E          F          G
92
93 After 6 iterations the fit converged.
94 final sum of squares of residuals : 3594.58
95 rel. change during last iteration : -1.3916e-15
96
97 degrees of freedom (FIT_NDF) : 16
98 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 14.9887
99 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 224.661
100 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0
101
102 Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
103 =====      =====
104 E      = 1.33255      +/- 0.1144      (8.581%)
105 F      = -1.08285     +/- 0.111       (10.25%)
106 G      = 0.0487076     +/- 0.0133      (27.31%)
107
108 correlation matrix of the fit parameters:
109      E      F      G
110      E      1.000
111      F      -0.965  1.000
112      G      0.371 -0.495  1.000
```