

ZEE-B – Zeeman-Effekt (Variant B)

Auswertung

Yudong Sun
Gruppe L8

19. August 2021

Teilversuch 1: Vermessung des Magnetfeldes

Fehler $\Delta B = \pm 10 \text{ mT}$

I/A	1,070	2,096	2,995	4,153	5,300	6,033	7,09	8,03	9,06	9,48
$\Delta I/A$	0,005	0,005	0,010	0,020	0,010	0,010	0,01	0,01	0,01	0,01
B/mT	671	1298	1910	2700	3460	3950	4630	5240	5750	5970

Als Hintergrund haben wir zwei Messungen:

	Messung	Hintergrund
Davor		$(0,11 \pm 0,02) \text{ mT}$
Danach		$(1,13 \pm 0,02) \text{ mT}$

Da diese Hintergrundwerte deutlich unter der Unsicherheit ΔB liegt, vernäglässigen wir den Hintergrund.

Wir führen nun eine Kurveanpassung zu $B = mI + c$ mittels gnuplot durch (siehe Appendix A):

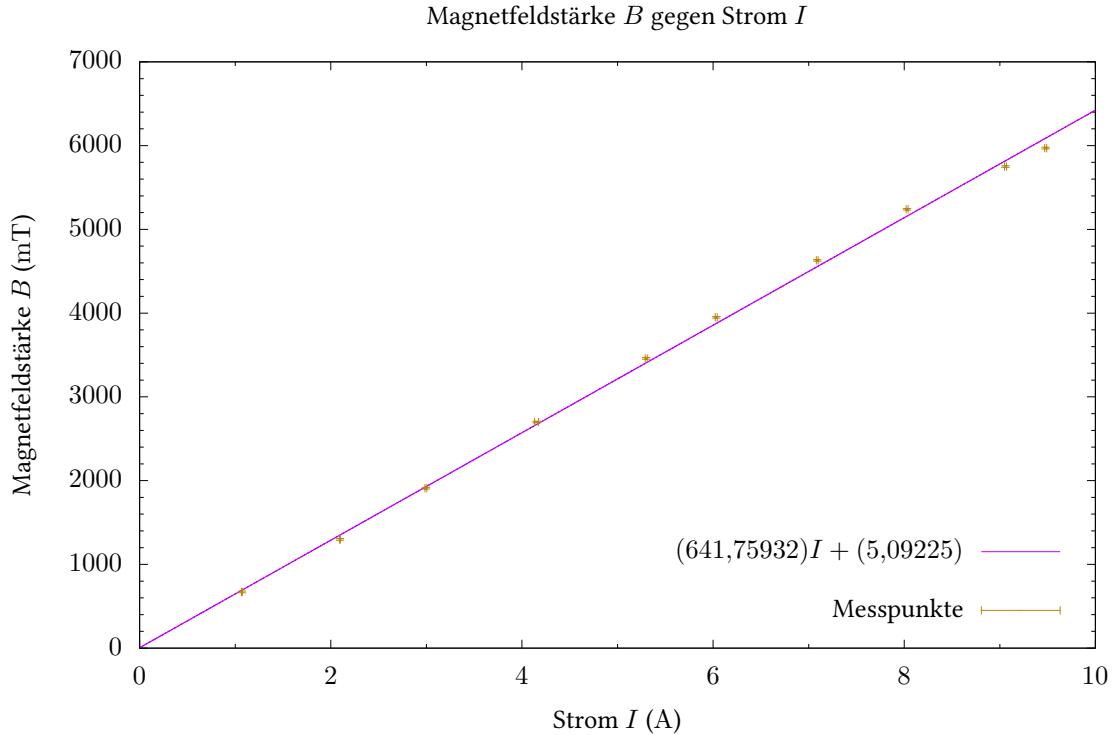


Abbildung 1.1: Magnetfeldstärke gegen Strom
 $(\chi^2_{\text{red}} = 39,1889 \text{ (klein gegen Werten)} \Rightarrow \text{Gute Anpassung})$

Als Endergebnis erhalten wir:

Variable	Roh	Gerundet
m	$(641,759 \pm 8,077) \text{ mT A}^{-1}$	$(641 \pm 9) \text{ mT A}^{-1}$
c	$(5,09 \pm 49,33) \text{ mT}$	$(5 \pm 50) \text{ mT}$

Da 0 im Fehlerintervall von c liegt, ist die Kurveanpassung auch vernünftig. Für die Kalibrierung von Strom zu Magnetfeldstärke dient also die folgende Formel:

$$B/\text{mT} = 641 \times I + 5 \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta B/\text{mT} &= \sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial I}\Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial c}\Delta c\right)^2} \\ &= \sqrt{(I\Delta m)^2 + (m\Delta I)^2 + (\Delta c)^2} \\ &= \sqrt{81I^2 + 410881(\Delta I)^2 + 2500} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Teilversuch 2: Kalibrierung des Linsensystems

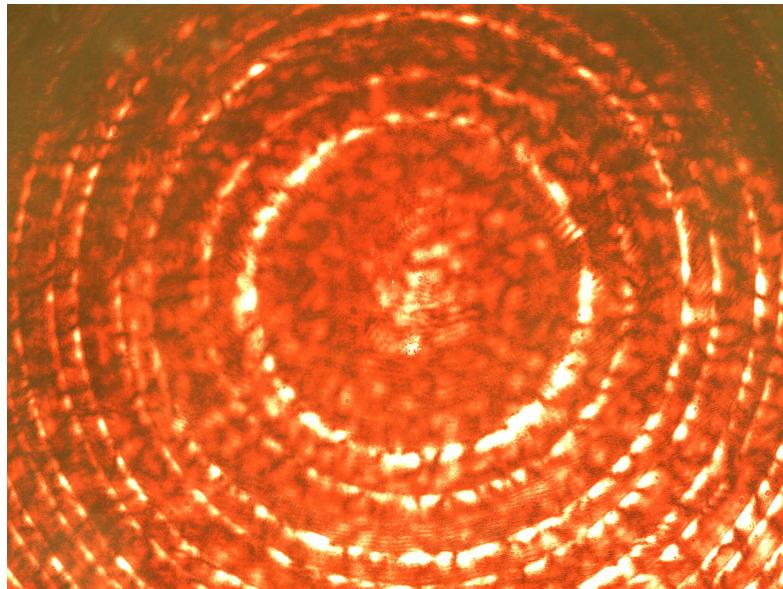


Abbildung 2.1: Interferenzringe mit Laserpointer

Teilversuch 3: Qualitative Betrachtung des Spektrums von Cadmium

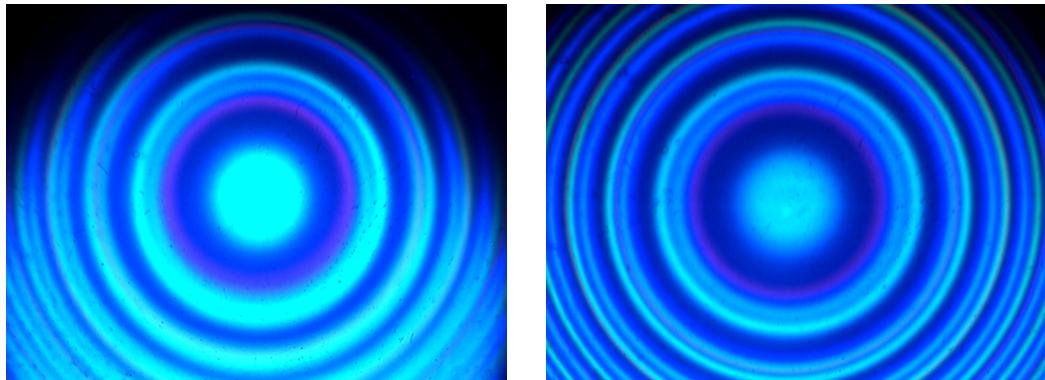


Abbildung 3.1: Interferenzringe mit Cd-Lampe. Vor Justierung (Links). Nach Justierung (Rechts)

Es ist zu bemerken, dass ohne Kamera ist das Interferenzmuster schwer zu sehen. Laut Abbildung 1 der Anleitung gibt es nur 5 Übergänge, die im sichtbaren Bereich liegt. Wir nehmen nun an, dass die Kamera auch nur Licht im sichtbaren Bereich abbilden kann.

Die Zuordnung ist somit:

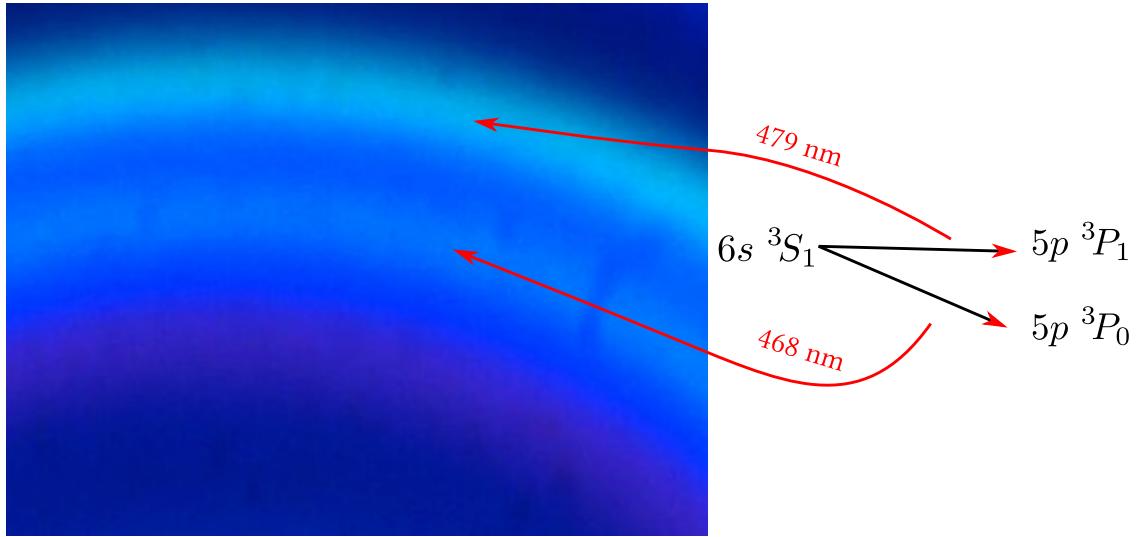


Abbildung 3.2: Zuordnen der sichtbaren Emissionslinien

Die anderen sichtbaren Linien (508,59 nm, 515,47 nm, 643,85 nm) sind wahrscheinlich zu schwach, um in diesem Bild zu sehen. Man sieht hier auch zusätzlich eine lila Emissionslinie. Sie liegt vermutlich im unsichtbaren UV Bereich ($300 \text{ nm} < \lambda < 450 \text{ nm}$). Da es mehrere Emissionslinien in diesem Bereich liegt, lässt diese Linie nicht so gut zuordnen.

Teilversuch 4: Quantitative Vermessung des normalen Zeeman-Effekts (transversale Beobachtung)

Es gab am Anfang eine Überbeleuchtung:

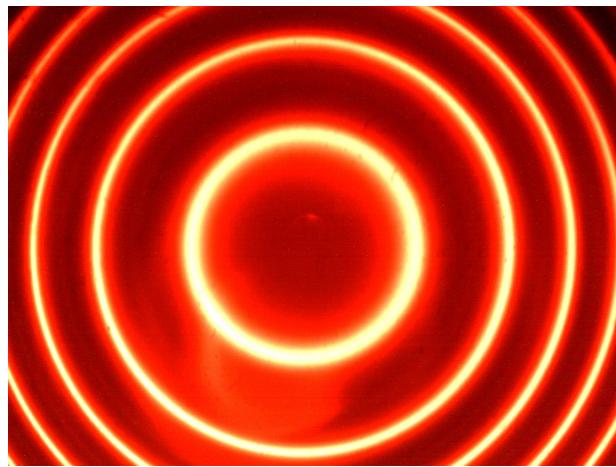


Abbildung 4.1: Überbeleuchtete Interferenzringe von rote Emissionslinie

Nach Anpassung der Beleuchtung im Program.

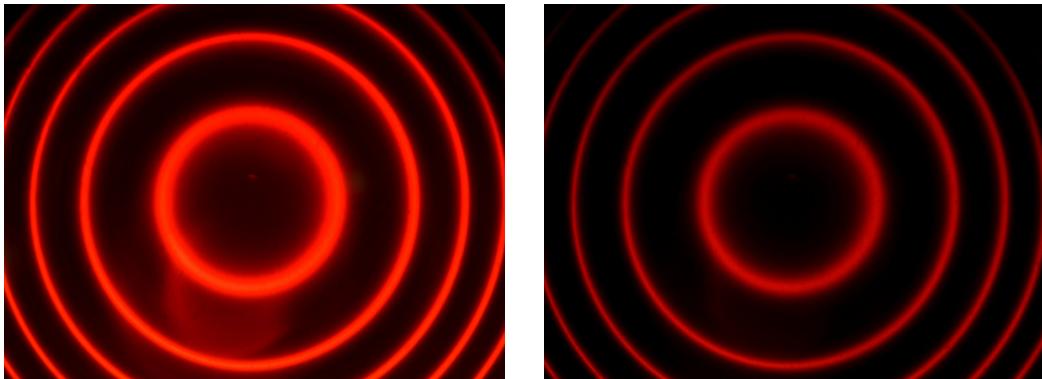


Abbildung 4.2: Interferenzringe von rote Emissionslinie. Ohne Polarisationsfilter (Links). Mit Polarisationsfilter (Rechts)

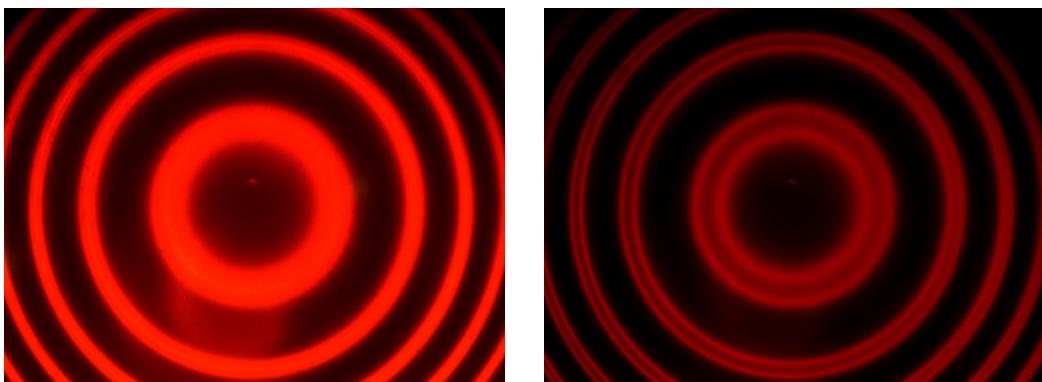


Abbildung 4.3: Interferenzringe von rote Emissionslinie im Magnetfeld $B \approx 2 - 3\text{A}$. Ohne Polarisationsfilter (Links). Mit Polarisationsfilter (Rechts)

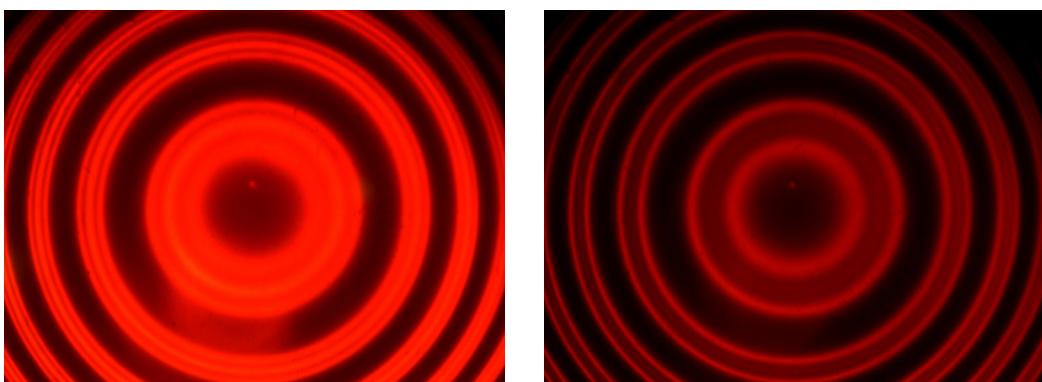
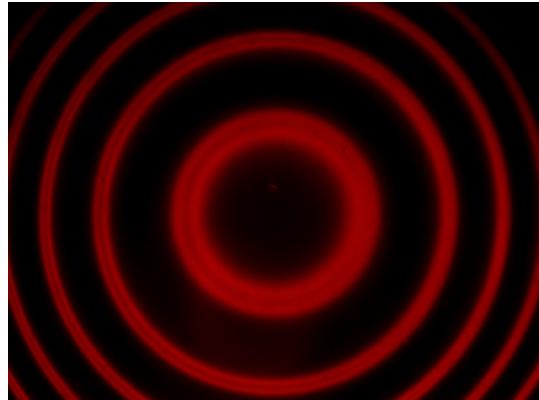
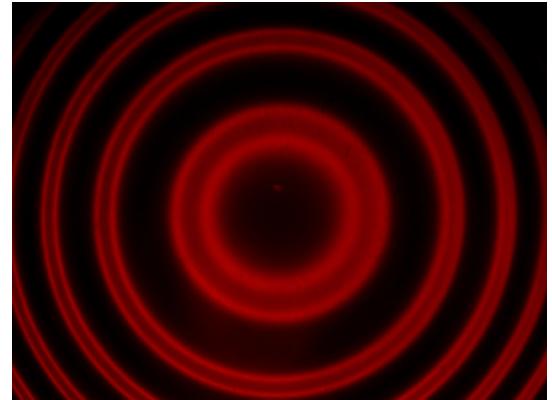


Abbildung 4.4: Interferenzringe von rote Emissionslinie im Magnetfeld $B \approx 6\text{ A}$. Ohne Polarisationsfilter (Links). Mit Polarisationsfilter (Rechts)

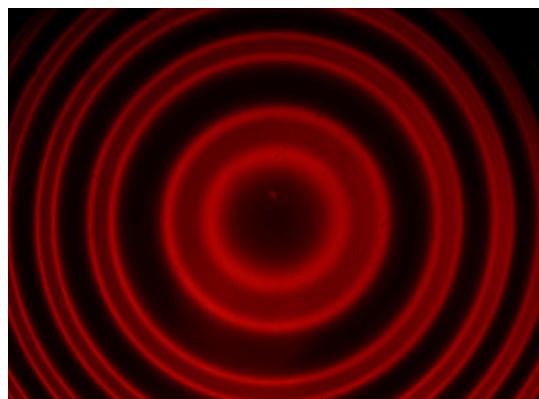
Für die eigentliche Messung:



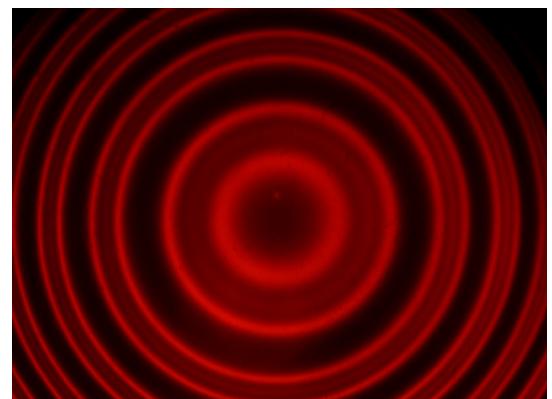
(a) $I = (2,495 \pm 0,005) \text{ A}$



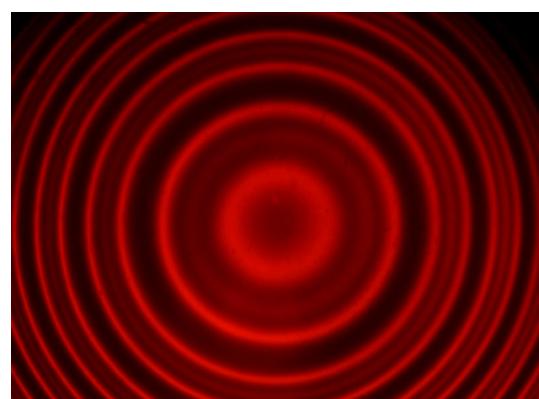
(b) $I = (4,190 \pm 0,010) \text{ A}$



(c) $I = (5,662 \pm 0,010) \text{ A}$



(d) $I = (7,01 \pm 0,01) \text{ A}$



(e) $I = (8,78 \pm 0,01) \text{ A}$

Abbildung 4.5: Messungen

Da die Messreihe zu lang ist, wird sie hier nicht wieder formatiert. Sie finden die Messreihe im Laborprotokoll unter Teilversuch 4. Alle Rechnungen für r_m^2 und $\Delta r_m^2 = 2r_m(\Delta r_m)$ werden direkt in gnuplot berechnet und somit hier nicht weiter beschrieben.

Wir führe nun die benötigte Kurveanpassungen zu $r_m^2 = mp + c$ durch. Der p -Achsenchnittspunkt p_0 ist somit gegeben durch:

$$p_0 = -\frac{c}{m} \quad (4.1)$$

$$\Delta p_0 = |p_0| \sqrt{\left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2} \quad (4.2)$$

und im gnuplot direkt berechnet.

Für λ_- :

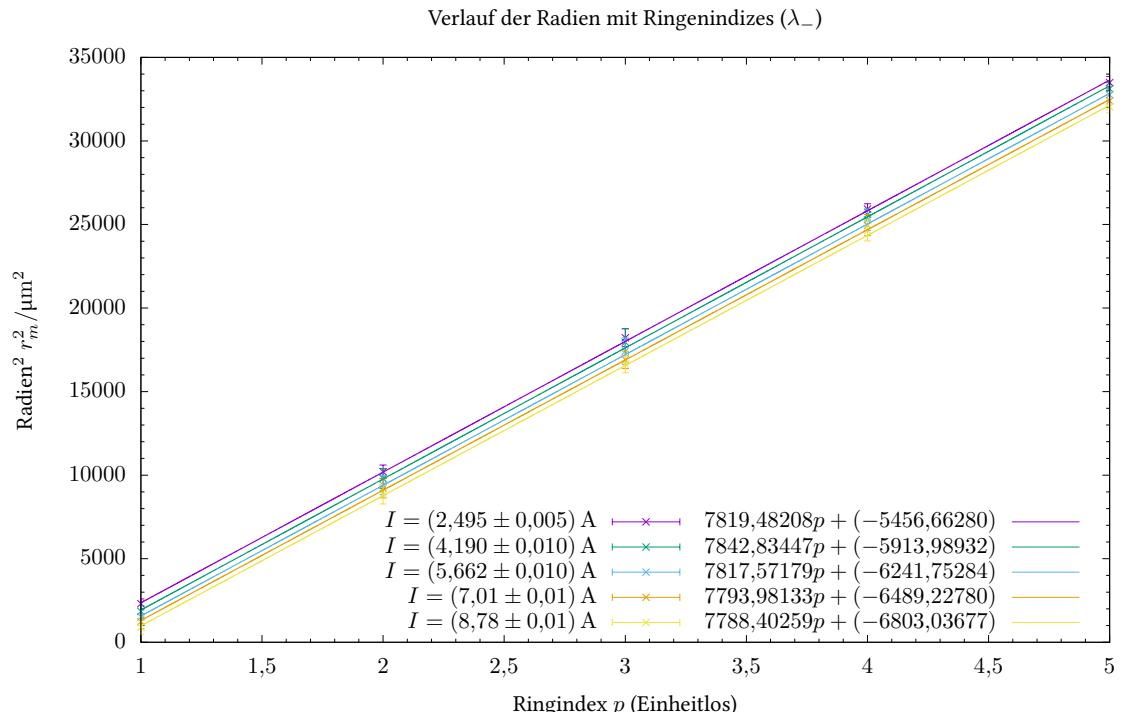


Abbildung 4.6: Verlauf der Ringradien

Strom I / A	$m / \mu\text{m}^2$	$c / \mu\text{m}^2$	p_0	χ^2_{red}
$2,495 \pm 0,005$	$7819,482\,08 \pm 41,582\,14$	$-5456,662\,80 \pm 135,037\,26$	$0,697\,83 \pm 0,017\,66$	0,160 85
$4,190 \pm 0,010$	$7842,834\,47 \pm 54,297\,14$	$-5913,989\,32 \pm 192,436\,57$	$0,754\,06 \pm 0,025\,09$	0,223 24
$5,662 \pm 0,010$	$7817,571\,79 \pm 40,499\,64$	$-6241,752\,84 \pm 142,581\,67$	$0,798\,43 \pm 0,018\,70$	0,101 89
$7,01 \pm 0,01$	$7793,981\,33 \pm 42,734\,37$	$-6489,227\,80 \pm 151,477\,92$	$0,832\,59 \pm 0,019\,96$	0,106 81
$8,78 \pm 0,01$	$7788,402\,59 \pm 46,191\,94$	$-6803,036\,77 \pm 163,696\,71$	$0,873\,48 \pm 0,021\,65$	0,125 85

Die kleine χ^2_{red} 's zeigt eine gute Kurveanpassung.

Für λ_+ :

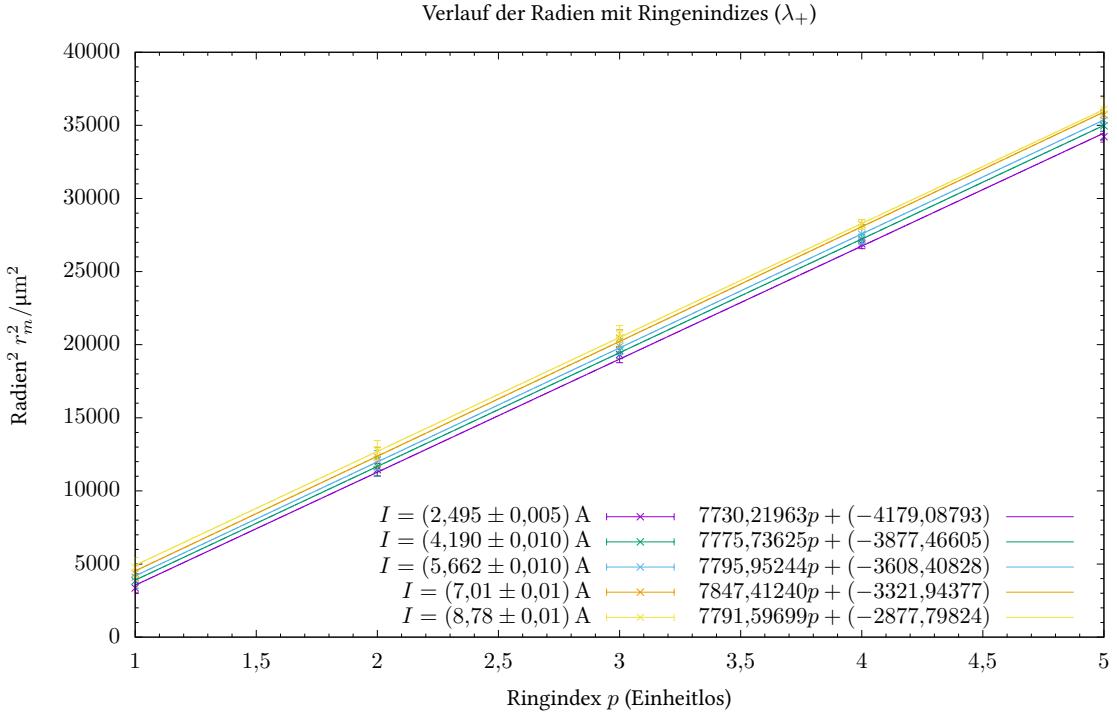


Abbildung 4.7: Verlauf der Ringradien

Strom I / A	$m / \mu\text{m}^2$	$c / \mu\text{m}^2$	p_0	χ_{red}^2
$2,495 \pm 0,005$	$7730,21963 \pm 78,43301$	$-4179,08793 \pm 267,59715$	$0,54062 \pm 0,03505$	0,47301
$4,190 \pm 0,010$	$7775,73625 \pm 24,72955$	$-3877,46605 \pm 93,08847$	$0,49866 \pm 0,01208$	0,03054
$5,662 \pm 0,010$	$7795,95244 \pm 27,19018$	$-3608,40828 \pm 100,57227$	$0,46286 \pm 0,01300$	0,03390
$7,01 \pm 0,01$	$7847,41240 \pm 73,53670$	$-3321,94377 \pm 279,18566$	$0,42332 \pm 0,03580$	0,24968
$8,78 \pm 0,01$	$7791,59699 \pm 60,48853$	$-2877,79824 \pm 213,59518$	$0,36935 \pm 0,02756$	0,08922

Die kleine χ_{red}^2 's zeigen eine gute Kurveanpassung.

Die Quellcodes finden Sie im Appendix B.1.

Aus Gleichungen (34) und (35) der Anleitung ist:

$$\Delta p_0 = p_0^+ - p_0^- = -2dn(k^+ - k^-) = 2dn\Delta k \quad (4.3)$$

$$\Rightarrow \Delta k = \frac{\Delta p_0}{2dn} \quad (4.4)$$

Wir bezeichnen Δk und ΔP_0 als K und P , sodass keine Verwechslungsgefahr bei der Berechnung der Unsicherheiten entsteht:

$$K = \frac{P}{2dn} \quad \Rightarrow \quad \Delta K = \frac{\Delta P}{2dn} \quad (4.5)$$

Dabei gilt:

$$\Delta P = \sqrt{(\Delta p_0^+)^2 + (\Delta p_0^-)^2} \quad (4.6)$$

Es ist hier zu bemerken, dass λ_+ und λ_- während des Versuchs vertauscht waren. K ist somit:

$$K = \frac{p_0^- - p_0^+}{2dn} \quad \Delta K = \frac{\sqrt{(\Delta p_0^+)^2 + (\Delta p_0^-)^2}}{2dn} \quad (4.7)$$

wobei p_0^+ und p_0^- die experimentelle + und – sind. Wegen zeitliche Gründen sind die Auswertung hier nicht neu gemacht.

Wir runden nun alle Werten entsprechend die gewöhnte Rundungsregeln und wandeln die Stromwerte in Magnetfeldstärke gemäß Gleichungen (1.1) und (1.2). Alle Rechnungen erfolgt im Libreoffice Calc. Die m und c -Werten werden hier nicht gerundet, da wir sowieso die Werte direkt im gnuplot auswerten.

Gegeben sei $d = 3 \cdot 10^{-3}$ m und $n = 1,45$:

I/A	P_0^-	P_0^+	B/T	K/m^{-1}
$2,495 \pm 0,005$	$0,698 \pm 0,018$	$0,54 \pm 0,04$	$1,60 \pm 0,06$	18 ± 6
$4,190 \pm 0,010$	$0,754 \pm 0,026$	$0,499 \pm 0,013$	$2,69 \pm 0,07$	29 ± 4
$5,662 \pm 0,010$	$0,798 \pm 0,019$	$0,463 \pm 0,014$	$3,63 \pm 0,08$	$38,5 \pm 2,8$
$7,01 \pm 0,01$	$0,833 \pm 0,020$	$0,42 \pm 0,04$	$4,50 \pm 0,09$	47 ± 6
$8,78 \pm 0,01$	$0,873 \pm 0,022$	$0,369 \pm 0,028$	$5,63 \pm 0,10$	58 ± 5

Damit mit Appendix B.2:

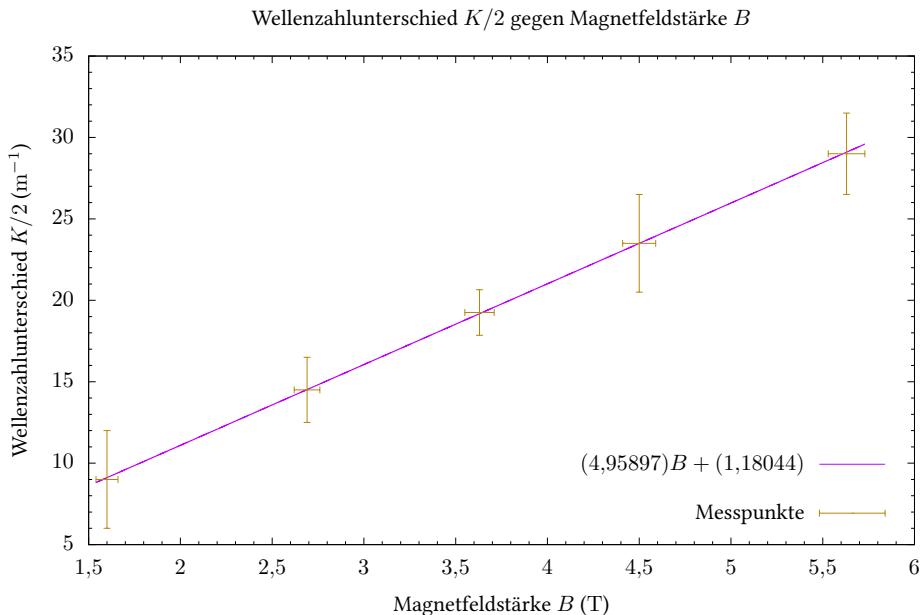


Abbildung 4.8: Gute Kurveanpassung $K = mB + c$, $\chi_{\text{red}}^2 = 0.0017626 << 1$

Daraus erhalten wir: $m = (4,958\,97 \pm 0,035\,95) T^{-1} m = (4,96 \pm 0,04) T^{-1} m$ und $c = (1,180 \pm 0,135) m^{-1} = (1,18 \pm 0,14) m^{-1}$.

Damit ist $g_{1 \rightarrow 2} = 0,1060 \pm 0,0009$ nach Gleichung (21) der Anleitung, was sich mit unseren theoretisch erwarteten Wert $-1,0,1$ signifikant unterscheidet.

Dieser Unterschied liegt vielleicht an folgenden Gründen:

- Kamera/Programm war nicht kalibriert \Rightarrow Radienwerte entsprechen nicht die Wahrheit.
- Ungenaue Schätzung der Radien aus dem Programm
- Die Justierung der Linsen hat ein großer Einfluss auf den Radien. Vielleicht war die Justierung nicht richtig.
- Rechenfehler ist unterlaufen.

Teilversuch 5: Phänomenologische Beobachtung der zirkularen Polarisation (longitudinale Beobachtung)

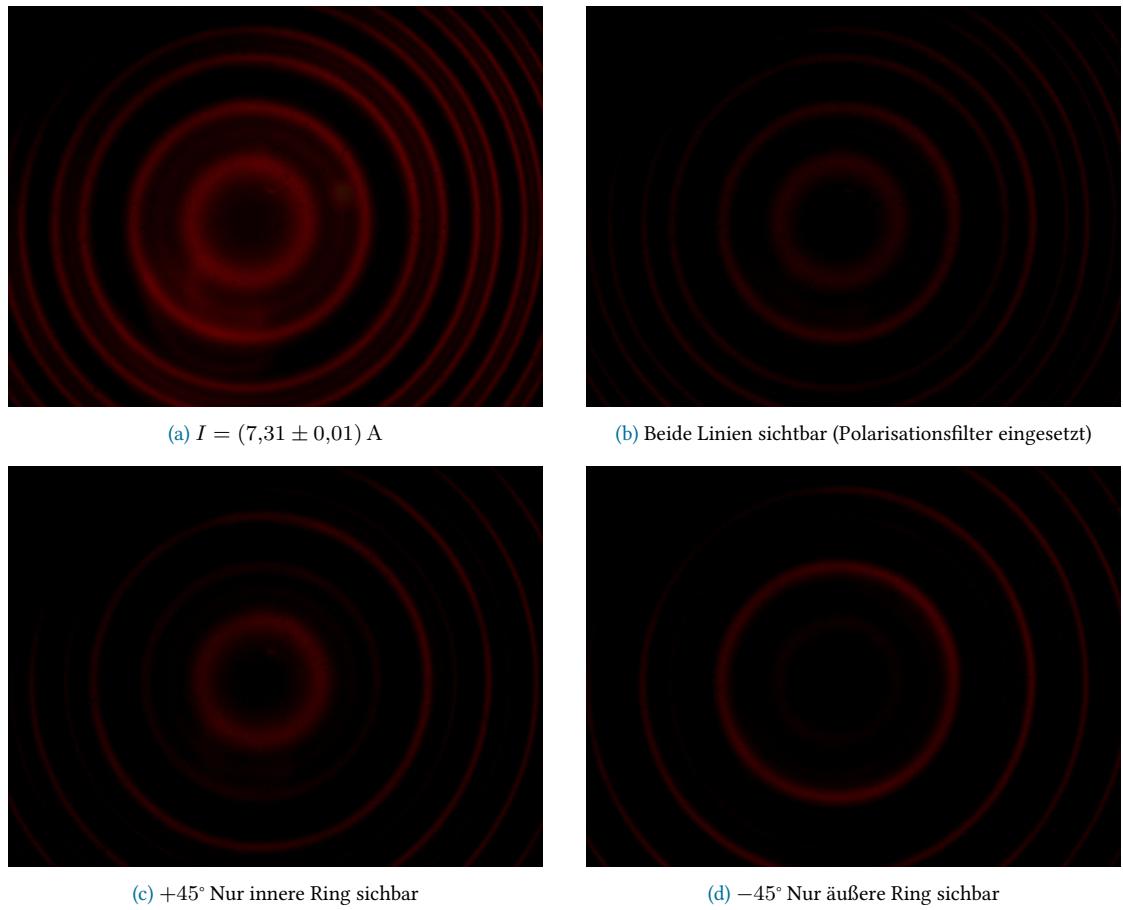
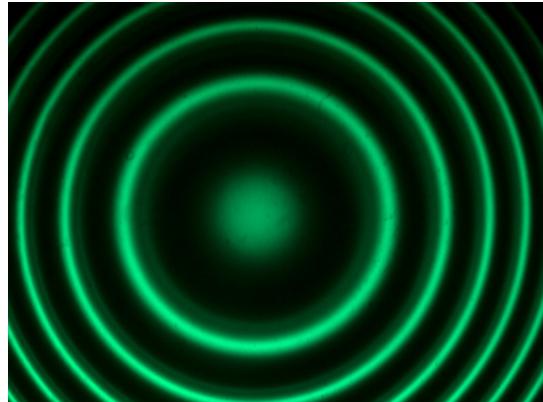
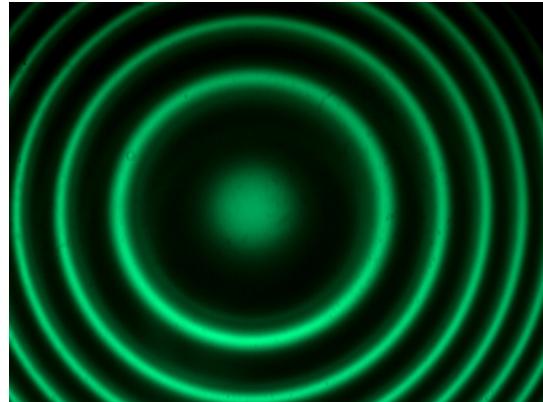


Abbildung 5.1: Teilversuch 5

Teilversuch 6: Phänomenologische Beobachtung zum anomalen Zeeman-Effekt (transversale Beobachtung)

(a) mit Pol-Filter



(b) ohne Pol-Filter

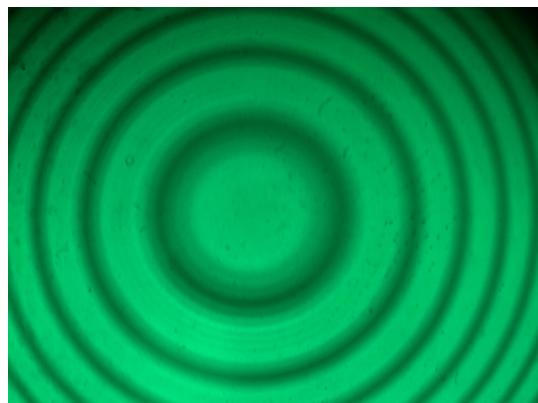
(c) $I = (7,45 \pm 0,01) \text{ A}$

Abbildung 6.1: Teilversuch 6

A gnuplot Quellcode zur Auswertung von Teilversuch 1

```

1 #!/usr/bin/env gnuplot
2
3 set term epslatex color size 6in, 4in
4 set output "tv1.tex"
5 set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7 set title "Magnetfeldstärke $B$ gegen Strom $I$"
8 set ylabel "Magnetfeldstärke $B$ ($\text{milli}\text{tesla}$)"
9 set xlabel "Strom $I$ ($\text{ampere}$)"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 f(x) = m*x + c
16
17 # (x, y, xdelta, ydelta)
18 fit f(x) "tv1.dat" u 1:2:3:4 xyerrors via m,c
19
20 set xrange [0:10]
21
22 # Linien
23 set key bottom right spacing 2
24
25 titel = "$(.gprintf(\"%.5f\", m).)I + (.gprintf(\"%.5f\", c).)$"
26 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
27     "tv1.dat" u 1:2:3:4 with xyerrorbars title "Messpunkte" pointtype 0 lc
28     ↵      rgb 'dark-goldenrod'

mit tv1.dat:
```

	# I/A	B/mT	delta I	delta B	7	6,033	3950	0,010	10
1	1,070	671	0,005	10	8	7,09	4630	0,01	10
2	2,096	1298	0,005	10	9	8,03	5240	0,01	10
3	2,995	1910	0,010	10	10	9,06	5750	0,01	10
4	4,153	2700	0,020	10	11	9,48	5970	0,01	10
5	5,300	3460	0,010	10					

Rohausgabe:

```

1 After 4 iterations the fit converged.
2 final sum of squares of residuals : 313.511
3 rel. change during last iteration : -4.72691e-06
4
5 degrees of freedom (FIT_NDF) : 8
6 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 6.2601
7 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 39.1889
8 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0
9
```

```

10  Final set of parameters           Asymptotic Standard Error
11  =====
12  m          = 641.759            +/- 8.077      (1.259%)
13  c          = 5.09225            +/- 49.33     (968.7%)
14
15  correlation matrix of the fit parameters:
16          m       c
17  m          1.000
18  c          -0.880  1.000

```

B gnuplot Quellcodes zur Auswertung von Teilversuch 4

B.1 Ringradien gegen Ringenindizes

```

1  #!/usr/bin/env gnuplot
2  # Version >= 5.2
3
4  lambdaminus = 1 # bzw. 0
5
6  if (lambdaminus) {
7      set term epslatex color size 7in, 4.5in
8      set output "tv4-l-minus.tex"
9
10     set title "Verlauf der Radien mit Ringenindizes ($\\lambda_-")"
11 } else {
12     set term epslatex color size 7in, 4.5in
13     set output "tv4-l-plus.tex"
14
15     set title "Verlauf der Radien mit Ringenindizes ($\\lambda_+$)"
16 }
17
18 set decimalsign ","
19
20 set ylabel "Radien$^2$ $r_m^2/\si{\micro\meter\squared}"
21 set xlabel "Ringindex $p$ (Einheitlos)"
22
23 set mxtics
24 set mytics
25 set samples 10000
26
27 f(x) = m*x + c # Linear fit
28
29 array A_m[5]
30 array A_m_err[5]
31 array A_c[5]
32 array A_c_err[5]
33 array chisq[5]
34 array title[5]
35 array input_mp[5]

```

```

36 array titel_mp[5]
37 array A_p0[5]
38 array A_p0_err[5]
39
40 # http://gnuplot.info/demo_5.4/array.1.gnu
41 array strom[5]      = ["2.495", "4.190", "5.662", "7.01", "8.78"]
42 array strom_err[5] = ["5", "10", "10", "1", "1"]
43
44 # https://stackoverflow.com/a/17884635
45 do for [t=1:5] {
46     inp = "tv4-".t.".dat"
47     input_mp[t] = inp
48     titel_mp[t] = "$I = \\SI{" . strom[t] . "}.strom_err[t].")}{\\ampere}"
49
50     m = 1; c = 1;
51     if (lambdaminus) {
52         fit f(x) inp u 1:($2*$2):(2*$2*$3) yerrors via m,c
53     } else {
54         fit f(x) inp u 1:($4*$4):(2*$4*$5) yerrors via m,c
55     }
56
57     A_m[t] = m
58     A_m_err[t] = m_err
59     A_c[t] = c
60     A_c_err[t] = c_err
61     chisq[t] = FIT_STDFIT**2
62     titel[t] = "$".gprintf("%.5f", m)."p + (" . gprintf("%.5f", c)."")$"
63
64     A_p0[t] = -c/m
65     A_p0_err[t] = abs(A_p0[t]) * sqrt((c_err/c)**2 + (m_err/m)**2)
66 }
67
68 set key bottom right vertical maxrows 5 width -7
69
70
71 if (lambdaminus) {
72     plot for [i=1:5] input_mp[i] u 1:($2*$2):(2*$2*$3) with yerrorbars title
73     → titel_mp[i] pointtype 77 lc i, for [i=1:5] A_m[i]*x+A_c[i] title
74     → titel[i] lc i
75 } else {
76     plot for [i=1:5] input_mp[i] u 1:($4*$4):(2*$4*$5) with yerrorbars title
77     → titel_mp[i] pointtype 77 lc i, for [i=1:5] A_m[i]*x+A_c[i] title
78     → titel[i] lc i
79 }
80
81 print ""
82 if (lambdaminus) { print "lambda-" } else { print "lambda+" }
83
84 # Raw data output

```

```

81 print A_m
82 print A_m_err
83
84 # LaTeX table output
85 print "\\\toprule"
86 print "Strom $I/\si{\ampere} & $m/\si{\micro\meter\squared} &
87   \rightarrow $c/\si{\micro\meter\squared} & $p_0 & $\chi^2_{\text{red}} \\ \\
88 print "\\\midrule"
89 do for [t=1:5] {
90   print "\t\\num{".strom[t]."(."strom_err[t].")} & \\num{".gprintf("%.5f",
91     \rightarrow A_m[t])."(."gprintf("%.0f", A_m_err[t]*10**5).")} &
92     \rightarrow \\num{".gprintf("%.5f", A_c[t])."(."gprintf("%.0f",
93       \rightarrow A_c_err[t]*10**5).")}." & \\num{".gprintf("%.5f",
94         \rightarrow A_p0[t])."(."gprintf("%.0f", A_p0_err[t]*10**5).")} &
95         \rightarrow \\num{".gprintf("%.5f", chisq[t])."} \\ \\
96 }
97 print "\\\bottomrule"
98 print ""

# Raw data output in table form
print "# Nr\um^2 \tm_err/um^2 \tc/um^2 \t c_err/um^2 \t p \t p_err"
do for [t=1:5] {
  print ".t.\t".sprintf("%.10f", A_m[t])."\t".sprintf("%.10f",
  \rightarrow A_m_err[t])."\t".sprintf("%.10f", A_c[t])."\t".sprintf("%.10f",
  \rightarrow A_c_err[t])."\t".sprintf("%.10f", A_p0[t])."\t".sprintf("%.10f",
  \rightarrow A_p0_err[t])
}

```

mit

tv4-1.dat:

	#	lambda -	lambda +			
	#	p	r/um	dr	r/um	dr
1	1	48,30	3	58,70	3	
2	2	101,59	2,5	107,02	2,5	
3	3	135,36	2	139,63	2	
4	4	161,72	1,5	164,65	1,5	
5	5	183,72	1,5	185,69	1,5	

tv4-2.dat:

	#	lambda -	lambda +			
	#	p	r/um	dr	r/um	dr
1	1	43,85	4	62,07	4	
2	2	99,09	3	108,51	3	
3	3	134,89	3	140,23	2	
4	4	160,43	1,5	165,42	1,5	
5	5	182,71	1,5	187,02	1,5	

tv4-3.dat:

	#	lambda -	lambda +			
	#	p	r/um	dr	r/um	dr
1	1	39,26	5	64,70	4	
2	2	97,88	3	110,70	3	
3	3	132,59	3	141,91	2	
4	4	159,59	2	166,79	2	
5	5	181,31	1,5	188,77	1,5	

tv4-4.dat:

	#	lambda -	lambda +			
	#	p	r/um	dr	r/um	dr
1	1	35,45	6	66,38	4	
2	2	96,26	3	111,61	3	
3	3	130,98	2	143,36	2	
4	4	158,46	2	168,27	1,5	
5	5	180,88	1,5	189,16	1,5	

tv4-5.dat:

```

1 # lambda - lambda +
2 # p r/um dr r/um dr
3 1 30,79 7 69,88 5
4 2 94,15 3 113,33 3
5 3 129,67 2 144,56 2
6 4 157,19 2 168,98 1,5
7 5 179,64 1,5 190,10 2

```

Rohausgabe: λ_- :

```

1 iter      chisq      delta/lim  lambda   m           c
2     0 1.6686639557e+04  0.00e+00  6.69e-03  1.000000e+00  1.000000e+00
3     1 4.5514983573e+02 -3.57e+06  6.69e-04  5.626171e+03  3.729550e+02
4     2 1.3254968490e+00 -3.42e+07  6.69e-05  7.733635e+03 -5.147936e+03
5     3 4.8256122798e-01 -1.75e+05  6.69e-06  7.819436e+03 -5.456495e+03
6     4 4.8256097818e-01 -5.18e-02  6.69e-07  7.819482e+03 -5.456663e+03
7 iter      chisq      delta/lim  lambda   m           c
8
9 After 4 iterations the fit converged.
10 final sum of squares of residuals : 0.482561
11 rel. change during last iteration : -5.17652e-07
12
13 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
14 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.401066
15 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.160854
16 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.922706
17
18 Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
19 =====
20 m          = 7819.48      +/- 41.58      (0.5318%)
21 c          = -5456.66     +/- 135       (2.475%)
22
23 correlation matrix of the fit parameters:
24      m      c
25 m      1.000
26 c      -0.879  1.000
27 iter      chisq      delta/lim  lambda   m           c
28     0 1.5474967614e+04  0.00e+00  6.39e-03  1.000000e+00  1.000000e+00
29     1 3.8640256958e+02 -3.90e+06  6.39e-04  5.622902e+03  4.773145e+02
30     2 1.8368825165e+00 -2.09e+07  6.39e-05  7.729605e+03 -5.474338e+03
31     3 6.6970959016e-01 -1.74e+05  6.39e-06  7.842753e+03 -5.913672e+03
32     4 6.6970898273e-01 -9.07e-02  6.39e-07  7.842834e+03 -5.913989e+03
33 iter      chisq      delta/lim  lambda   m           c
34
35 After 4 iterations the fit converged.
36 final sum of squares of residuals : 0.669709
37 rel. change during last iteration : -9.07016e-07
38
39 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
40 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.472479

```

```

41 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf      : 0.223236
42 p-value of the Chisq distribution (FIT_P)                 : 0.880304
43
44 Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
45 =====
46 m           = 7842.83            +/- 54.3        (0.6923%)
47 c           = -5913.99           +/- 192.4       (3.254%)
48
49 correlation matrix of the fit parameters:
50
51 m           m
52 c           1.000
53 c           -0.894 1.000
54 iter      chisq    delta/lim  lambda   m           c
55   0 1.0526830137e+04  0.00e+00  5.33e-03  1.000000e+00  1.000000e+00
56   1 3.0771158033e+02  -3.32e+06 5.33e-04  5.601429e+03  2.472810e+02
57   2 1.0177570375e+00  -3.01e+07 5.33e-05  7.721799e+03  -5.865193e+03
58   3 3.0567896612e-01  -2.33e+05 5.33e-06  7.817514e+03  -6.241526e+03
59   4 3.0567870771e-01  -8.45e-02 5.33e-07  7.817572e+03  -6.241753e+03
60
61 After 4 iterations the fit converged.
62 final sum of squares of residuals : 0.305679
63 rel. change during last iteration : -8.45339e-07
64
65 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
66 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.319207
67 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.101893
68 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.958957
69
70 Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
71 =====
72 m           = 7817.57            +/- 40.5        (0.5181%)
73 c           = -6241.75           +/- 142.6       (2.284%)
74
75 correlation matrix of the fit parameters:
76
77 m           m
78 c           1.000
79 c           -0.874 1.000
80 iter      chisq    delta/lim  lambda   m           c
81   0 1.0976687949e+04  0.00e+00  5.54e-03  1.000000e+00  1.000000e+00
82   1 3.1709119045e+02  -3.36e+06 5.54e-04  5.484630e+03  3.421966e+02
83   2 1.2906238259e+00  -2.45e+07 5.54e-05  7.676945e+03  -6.033082e+03
84   3 3.2044487748e-01  -3.03e+05 5.54e-06  7.793900e+03  -6.488908e+03
85   4 3.2044440168e-01  -1.48e-01 5.54e-07  7.793981e+03  -6.489228e+03
86
87 After 4 iterations the fit converged.
88 final sum of squares of residuals : 0.320444
89 rel. change during last iteration : -1.48482e-06

```

```

90
91 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
92 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.326825
93 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.106815
94 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.956139
95
96 Final set of parameters Asymptotic Standard Error
97 ===== =====
98 m = 7793.98 +/- 42.73 (0.5483%)
99 c = -6489.23 +/- 151.5 (2.334%)
100
101 correlation matrix of the fit parameters:
102
103 m c
104 m 1.000
105 c -0.891 1.000
106 iter chisq delta/lim lambda m c
107 0 1.0836599662e+04 0.00e+00 5.57e-03 1.000000e+00 1.000000e+00
108 1 3.3516021190e+02 -3.13e+06 5.57e-04 5.418597e+03 2.913066e+02
109 2 1.4395131509e+00 -2.32e+07 5.57e-05 7.666430e+03 -6.327888e+03
110 3 3.7754029575e-01 -2.81e+05 5.57e-06 7.788317e+03 -6.802702e+03
111 4 3.7753977043e-01 -1.39e-01 5.57e-07 7.788403e+03 -6.803037e+03
112
113 After 4 iterations the fit converged.
114 final sum of squares of residuals : 0.37754
115 rel. change during last iteration : -1.39141e-06
116
117 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
118 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.354749
119 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.125847
120 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.944842
121
122 Final set of parameters Asymptotic Standard Error
123 ===== =====
124 m = 7788.4 +/- 46.19 (0.5931%)
125 c = -6803.04 +/- 163.7 (2.406%)
126
127 correlation matrix of the fit parameters:
128
129 m c
130 m 1.000
131 c -0.892 1.000
132
133 lambda-
134 [7819.48207698864, 7842.83446531683, 7817.57179454737, 7793.98133299567, 7788.40258574259]
135
136 [41.582142626232, 54.2971415193017, 40.4996415277695, 42.7343688524447, 46.1919447295457]
137 \toprule

```

```

138 Strom $I/\si{\ampere} & $m/\si{\micro\meter\squared} &
139   ↳ $c/\si{\micro\meter\squared} & $p_0 & $\chi^2_{\text{red}} \\ 
140 \midrule
141   \num{2.495(5)} & \num{7819,48208(4158214)} &
142   ↳ \num{-5456,66280(13503726)} & \num{0,69783(1766)} & \num{0,16085}
143   ↳ \\
144   \num{4.190(10)} & \num{7842,83447(5429714)} &
145   ↳ \num{-5913,98932(19243657)} & \num{0,75406(2509)} & \num{0,22324}
146   ↳ \\
147   \num{5.662(10)} & \num{7817,57179(4049964)} &
148   ↳ \num{-6241,75284(14258167)} & \num{0,79843(1870)} & \num{0,10189}
149   ↳ \\
150   \num{7.01(1)} & \num{7793,98133(4273437)} &
151   ↳ \num{-6489,22780(15147792)} & \num{0,83259(1996)} & \num{0,10681}
152   ↳ \\
153   \num{8.78(1)} & \num{7788,40259(4619194)} &
154   ↳ \num{-6803,03677(16369671)} & \num{0,87348(2165)} & \num{0,12585}
155   ↳ \\
156 \bottomrule
157
158 # Nr      m/um^2          m_err/um^2        c/um^2          c_err/um^2
159   ↳       p             p_err
160 1    7819.4820769886  41.5821426262  -5456.6628032539  135.0372595466
161 2    7842.8344653168  54.2971415193  -5913.9893218755  192.4365696268
162 3    7817.5717945474  40.4996415278  -6241.7528405377  142.5816729242
163 4    7793.9813329957  42.7343688524  -6489.2277952663  151.4779180213
164 5    7788.4025857426  46.1919447295  -6803.0367673382  163.6967074291
165
166 λ+:
167
168 1 iter      chisq      delta/lim  lambda   m           c
169   0 1.7290333963e+04  0.00e+00  6.51e-03  1.000000e+00  1.000000e+00
170   1 3.1739184179e+02 -5.35e+06  6.51e-04  5.803695e+03  7.564391e+02
171   2 2.1264580056e+00 -1.48e+07  6.51e-05  7.642359e+03 -3.852195e+03
172   3 1.4190371838e+00 -4.99e+04  6.51e-06  7.730160e+03 -4.178863e+03
173   4 1.4190368504e+00 -2.35e-02  6.51e-07  7.730220e+03 -4.179088e+03
174
175 1 iter      chisq      delta/lim  lambda   m           c
176
177 After 4 iterations the fit converged.
178 final sum of squares of residuals : 1.41904
179 rel. change during last iteration : -2.34937e-07
180
181 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
182 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.687759
183 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.473012
184 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.701079
185
186 Final set of parameters      Asymptotic Standard Error
187 =====      =====
188 m          = 7730.22      +/- 78.43      (1.015%)

```

```

21   c          = -4179.09      +/- 267.6      (6.403%)
22
23 correlation matrix of the fit parameters:
24   m       c
25   m       1.000
26   c      -0.896  1.000
27   iter    chisq     delta/lim  lambda   m           c
28   0 1.7151333909e+04  0.00e+00  6.28e-03  1.000000e+00  1.000000e+00
29   1 2.3309007856e+02  -7.26e+06 6.28e-04  5.929880e+03  1.026471e+03
30   2 1.1034685800e+00  -2.10e+07 6.28e-05  7.641657e+03  -3.341991e+03
31   3 9.1627152079e-02  -1.10e+06 6.28e-06  7.775578e+03  -3.876831e+03
32   4 9.1625731428e-02  -1.55e+00 6.28e-07  7.775736e+03  -3.877466e+03
33   * 9.1625731429e-02  2.82e-09 6.28e-06  7.775736e+03  -3.877466e+03
34   5 9.1625731428e-02  -3.33e-10 6.28e-07  7.775736e+03  -3.877466e+03
35   iter    chisq     delta/lim  lambda   m           c
36
37 After 5 iterations the fit converged.
38 final sum of squares of residuals : 0.0916257
39 rel. change during last iteration : -3.33216e-15
40
41 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
42 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.174762
43 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.0305419
44 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.992823
45
46 Final set of parameters           Asymptotic Standard Error
47 =====
48   m          = 7775.74      +/- 24.73      (0.318%)
49   c          = -3877.47      +/- 93.09      (2.401%)
50
51 correlation matrix of the fit parameters:
52   m       c
53   m       1.000
54   c      -0.930  1.000
55   iter    chisq     delta/lim  lambda   m           c
56   0 1.2196569842e+04  0.00e+00  5.23e-03  1.000000e+00  1.000000e+00
57   1 1.7571218655e+02  -6.84e+06 5.23e-04  6.038880e+03  9.227500e+02
58   2 5.6628399866e-01  -3.09e+07 5.23e-05  7.703106e+03  -3.236405e+03
59   3 1.0169424967e-01  -4.57e+05 5.23e-06  7.795873e+03  -3.608087e+03
60   4 1.0169390349e-01  -3.40e-01 5.23e-07  7.795952e+03  -3.608408e+03
61   iter    chisq     delta/lim  lambda   m           c
62
63 After 4 iterations the fit converged.
64 final sum of squares of residuals : 0.101694
65 rel. change during last iteration : -3.40417e-06
66
67 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
68 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.184114
69 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.033898

```

```

70 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.991633
71
72 Final set of parameters Asymptotic Standard Error
73 ===== =====
74 m = 7795.95 +/- 27.19 (0.3488%)
75 c = -3608.41 +/- 100.6 (2.787%)
76
77 correlation matrix of the fit parameters:
78 m c
79 m 1.000
80 c -0.905 1.000
81 iter chisq delta/lim lambda m c
82 0 1.7668396390e+04 0.00e+00 6.18e-03 1.000000e+00 1.000000e+00
83 1 2.1600955001e+02 -8.08e+06 6.18e-04 6.101670e+03 1.126831e+03
84 2 1.6023889616e+00 -1.34e+07 6.18e-05 7.718917e+03 -2.806139e+03
85 3 7.4905507827e-01 -1.14e+05 6.18e-06 7.847251e+03 -3.321293e+03
86 4 7.4905371928e-01 -1.81e-01 6.18e-07 7.847412e+03 -3.321944e+03
87 iter chisq delta/lim lambda m c
88
89 After 4 iterations the fit converged.
90 final sum of squares of residuals : 0.749054
91 rel. change during last iteration : -1.81428e-06
92
93 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
94 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.499684
95 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.249685
96 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.86161
97
98 Final set of parameters Asymptotic Standard Error
99 ===== =====
100 m = 7847.41 +/- 73.54 (0.9371%)
101 c = -3321.94 +/- 279.2 (8.404%)
102
103 correlation matrix of the fit parameters:
104 m c
105 m 1.000
106 c -0.933 1.000
107 iter chisq delta/lim lambda m c
108 0 1.1006598138e+04 0.00e+00 4.91e-03 1.000000e+00 1.000000e+00
109 1 1.2855999927e+02 -8.46e+06 4.91e-04 6.030397e+03 1.275157e+03
110 2 7.6302629260e-01 -1.67e+07 4.91e-05 7.655422e+03 -2.374837e+03
111 3 2.6765082271e-01 -1.85e+05 4.91e-06 7.791418e+03 -2.877135e+03
112 4 2.6764996182e-01 -3.22e-01 4.91e-07 7.791597e+03 -2.877798e+03
113 iter chisq delta/lim lambda m c
114
115 After 4 iterations the fit converged.
116 final sum of squares of residuals : 0.26765
117 rel. change during last iteration : -3.21646e-06
118

```

```

119 degrees of freedom (FIT_NDF) : 3
120 rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.298692
121 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.0892167
122 p-value of the Chisq distribution (FIT_P) : 0.965993
123
124 Final set of parameters Asymptotic Standard Error
125 ===== =====
126 m = 7791.6 +/- 60.49 (0.7763%)
127 c = -2877.8 +/- 213.6 (7.422%)
128
129 correlation matrix of the fit parameters:
130
131 m c
132 m 1.000
133 c -0.944 1.000
134
135 lambda+
136 [7730.21963446915, 7775.73624531868, 7795.95243793266, 7847.41240195937, 7791.596990915]
137
138 [78.4330147740594, 24.7295464306261, 27.190181003849, 73.5366995800329, 60.4885315766415]
139
140 \toprule
141 Strom $I/\text{si}\{\text{ampere}\}$ & $m/\text{si}\{\text{micro}\text{meter}\text{ squared}\}$ &
142 → $c/\text{si}\{\text{micro}\text{meter}\text{ squared}\}$ & $p_0$ & $\chi^2_{\text{red}}$ \\
143 \midrule
144
145 \num{2.495(5)} & \num{7730,21963(7843301)} &
146 → \num{-4179,08793(26759715)} & \num{0,54062(3505)} & \num{0,47301}
147 → \\
148 \num{4.190(10)} & \num{7775,73625(2472955)} &
149 → \num{-3877,46605(9308847)} & \num{0,49866(1208)} & \num{0,03054}
150 → \\
151 \num{5.662(10)} & \num{7795,95244(2719018)} &
152 → \num{-3608,40828(10057227)} & \num{0,46286(1300)} & \num{0,03390}
153 → \\
154 \num{7.01(1)} & \num{7847,41240(7353670)} &
155 → \num{-3321,94377(27918566)} & \num{0,42332(3580)} & \num{0,24968}
156 → \\
157 \num{8.78(1)} & \num{7791,59699(6048853)} &
158 → \num{-2877,79824(21359518)} & \num{0,36935(2756)} & \num{0,08922}
159 → \\
160 \bottomrule
161
162 # Nr m/um^2 m_err/um^2 c/um^2 c_err/um^2
163 → p p_err
164 1 7730.2196344692 78.4330147741 -4179.0879252342 267.5971535148
165 2 7775.7362453187 24.7295464306 -3877.4660484435 93.0884721173
166 3 7795.9524379327 27.1901810038 -3608.4082794282 100.5722674516
167 4 7847.4124019594 73.5366995800 -3321.9437703410 279.1856585427
168 5 7791.5969909150 60.4885315766 -2877.7982375139 213.5951810253

```

B.2 gnuplot Quellcode zur Auswertung von $g_{1 \rightarrow 2}$

```

1 #!/usr/bin/env gnuplot
2
3 set term epslatex color size 6in, 4in
4 set output "tv4-B-K.tex"
5 set decimalsign locale 'de_DE.UTF-8'
6
7 set title "Wellenzahlunterschied $K/2$ gegen Magnetfeldstärke $B$"
8 set ylabel "Wellenzahlunterschied $K/2$ ($\si{\per\meter}$)"
9 set xlabel "Magnetfeldstärke $B$ ($\si{\tesla}$)"
10
11 set mxtics
12 set mytics
13 set samples 10000
14
15 f(x) = m*x + c
16
17 # (x, y, xdelta, ydelta)
18 fit f(x) "tv4-B-K.dat" u 1:(\$3/2):2:(\$4/2) xyerrors via m,c
19
20 # Linien
21 set key bottom right spacing 2
22
23 titel = "\$("%.gprintf("%.5f", m).")B + ("%.gprintf("%.5f", c).")\$"
24 plot f(x) title titel lc rgb 'dark-magenta', \
25     "tv4-B-K.dat" u 1:(\$3/2):2:(\$4/2) with xyerrorbars title "Messpunkte"
     ↳ pointtype 0 lc rgb 'dark-goldenrod'
```

mit tv4-B-K.dat:

	# B/T	delB	K	del K		4	3,63	0,08	38,5	2,8
	1,60	0,06	18	6		5	4,50	0,09	47	6
	2,69	0,07	29	4		6	5,63	0,10	58	5

Rohausgabe:

```

1 iter      chisq      delta/lim  lambda   m                  c
2      0 2.5833233603e+02  0.00e+00  1.31e+00  1.000000e+00  1.000000e+00
3      1 2.1302132977e+00 -1.20e+07  1.31e-01  4.426298e+00  1.833777e+00
4      2 6.6462394827e-03 -3.20e+07  1.31e-02  4.928417e+00  1.298707e+00
5      3 5.2878052841e-03 -2.57e+04  1.31e-03  4.958905e+00  1.180707e+00
6      4 5.2877921906e-03 -2.48e-01  1.31e-04  4.958969e+00  1.180442e+00
7 iter      chisq      delta/lim  lambda   m                  c
8
9 After 4 iterations the fit converged.
10 final sum of squares of residuals : 0.00528779
11 rel. change during last iteration : -2.47619e-06
12
13 degrees of freedom      (FIT_NDF)          : 3
14 rms of residuals        (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf)    : 0.0419833
```

```
15      variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf    : 0.0017626
16      p-value of the Chisq distribution (FIT_P)            : 0.999898
17
18      Final set of parameters          Asymptotic Standard Error
19      =====      =====
20      m           = 4.95897      +/- 0.03595      (0.725%)
21      c           = 1.18044      +/- 0.135      (11.44%)
22
23      correlation matrix of the fit parameters:
24              m       c
25      m       1.000
26      c      -0.955  1.000
```