

9. 判断广义积分 $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^{3/2}} dx$ 的敛散性.

10. 设 $0 < x < 1$, 求级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2^n}}{1 - x^{2^{n+1}}}$ 的和.

二、证明题 (共 50 分, 每题 10 分)

11. 叙述闭区间套原理, 并用确界原理证明闭区间套原理.

12. 设函数 f 在 D 上有界, 且 $f > c > 0$, 求证:

$$(1) \sup_{x \in D} \left\{ \frac{1}{f(x)} \right\} = \frac{1}{\inf_{x \in D} \{f(x)\}};$$

$$(2) \inf_{x \in D} \left\{ \frac{1}{f(x)} \right\} = \frac{1}{\sup_{x \in D} \{f(x)\}}.$$

且 $f(0) = 0, f > 0$, 求证: