北京师范大学 2020 ～ 2021 学年第二学期期中考试试卷

课程名称：数学分析II　　任课老师姓名：＿＿＿＿

卷面总分：100 分　考试时长：100 分钟　考试类别：闭卷 ☒ 开卷 ☐ 其他 ☐

院（系）：＿＿＿＿　专业：＿＿＿＿　年级：＿＿＿＿

姓名：＿＿＿＿　学号：＿＿＿＿

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

(注: 计算或推导每一步都必须有依据, 但不得直接引用书中的习题及课外书.)

一. (12分) 计算:

(1) $\int_0^1 \frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}}dx.$

二. (24分) 讨论敛散性.

(1) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{x^p}dx.$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt[n]{n}-1).$

三. (12分) 证明:$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{nx}{1+n^5x^2}$在$\mathbb{R}$上一致收敛.

四. (12分) 求曲线$x^2+(y-b)^2=a^2\ (0<a\le b)$绕$x$轴旋转一周所围成的旋转体的体积.

五. (10分) 设$x_n>0$且$\frac{x_{n+1}}{x_n}>1-\frac{1}{n}\ (n=1,2,\cdots)$.证明$\sum_{n=1}^{\infty}x_n$发散.

六. (10分) 设无穷积分$\int_a^{+\infty}f(x)dx$收敛.证明函数$F(x)=\int_a^x f(t)dt$在$[a,+\infty)$上连续且有界.

七. (10分) 设$f(x)\in R[a,b]$(黎曼可积),且$f(x)\ge a>0$.证明：$\ln f(x)\in R[a,b]$.

八. (10分) 设$f'(x)\in C[0,1]$.求证

$$\int_0^1 x^n f(x)dx=\frac{f(1)}{n}+o(\frac{1}{n})\quad(n\to\infty).$$