1. 设多项式
$$f(x) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 & -x \\ -1 & 3 & 0 & 2x \\ 1 & x & -2 & 0 \\ x & 2 & x & -1 \end{vmatrix}$$
. 计算 $f(x)$ 中 x^3 的系数.

2. 设
$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 0 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$
, A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式. 计算 $-A_{31} + 4A_{32} - 3A_{33}$.

3. 计算
$$n$$
行列式:
$$\begin{vmatrix} a+b & a & 0 & \cdots & 0 \\ b & a+b & a & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & b & a+b & a \\ 0 & \cdots & 0 & b & a+b \end{vmatrix}$$

(1) 解线性方程组:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 8, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = -4, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 4. \end{cases}$$

(2) 问λ为何值时,线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = \lambda, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \end{cases}$$

无解,有唯一解,有无穷多解?并在方程组有解时求解.

- 判断矩阵 $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 \\ -1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 是否可逆,如果可逆,求其逆矩阵.
- 解矩阵方程

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. 设分块矩阵 $R = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$, 其中 A,B,C,D 为 n 阶方阵,且 B 可逆.证明:R 可逆当且 仅当 $C-DB^{-1}A$ 可逆.