北京师范大学 2022～2023 学年第 一 学期期末考试试卷（A 卷）

课程名称： 拓扑学　　**任课教师姓名：** ________

卷面总分：100 分　　考试时长：120 分钟　　考试类别：闭卷 ☑　开卷 □　其他 □

院（系）：________　专 业：________　年级：________

姓 名：________　学 号：________

题号	第一题	第二题	第三题	第四题	第五题	第六题	第七题	第八题	总分
得分									

阅卷教师（签字）：________

装

订

线

一（12 分）回答并解释拓扑空间$(\mathbb{R},\tau_f)$是否满足以下性质：

（1）分离公理 T1,T2,T3,T4？（2）紧致？（3）连通？

二（10 分）考虑映射$f:(-\pi,\pi)\longrightarrow E^2$，$t\longmapsto(\sin t,\sin 2t)$. 问：$f$是否为嵌入映射？

三（10 分）设$B^n \coloneqq \{x \in E^n \mid |x| < 1\}$ 是E^n中的单位实心球。请明确构造下面空间之间的同胚映射：

（1）B^n与E^n；（2）$E^n \setminus \{O\}$与 $E^n \setminus \overline{B^n}$，这里$O$是原点。

四（18 分）对于拓扑空间$(\mathbb{R}, \tau_{\text{Sorgenfrey}})$，其中 $\tau_{\text{Sorgenfrey}}$ 是由$\mathbb{R}$上的拓扑基 $\mathcal{B} = \{\, [a, b) \mid a < b\}$生成的拓扑。证明：

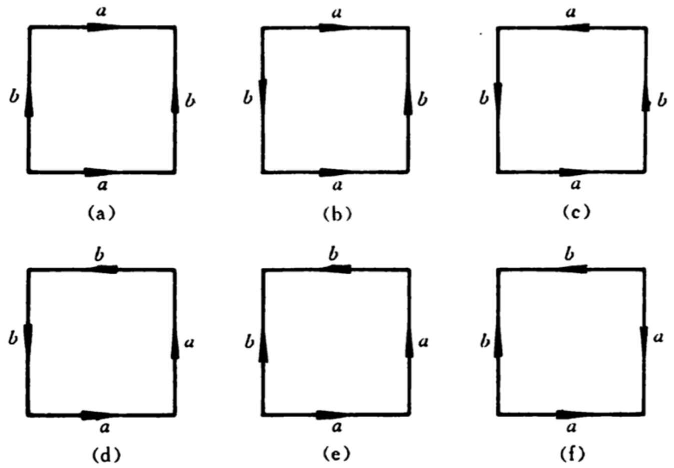
（1）$(\mathbb{R}, \tau_{\text{Sorgenfrey}})$ 是 C1 的；

（2）$(\mathbb{R}, \tau_{\text{Sorgenfrey}})$ 是可分的，但不是 C2 的，且不可度量化；

（3）$(\mathbb{R}, \tau_{\text{Sorgenfrey}})$ 满足 T2，T4 公理。

五 （12 分）设拓扑空间(X,τ)为紧致，Hausdorff 空间。X上另有两个拓扑τ_1,τ_2满足 $\tau_1 \subsetneq \tau \subsetneq \tau_2$。说明：$(X,\tau_1),(X,\tau_2)$ 是否为紧致空间？是否为 Hausdorff 空间？

六（18 分）箭头表示粘接方式，指出并解释以下图形各表示哪个曲面。



七（8 分）设连续映射$f: S^2 \longrightarrow S^2$ 对于任意$x \in S^2$ 满足$f(x) \neq f(-x)$。证明：f 是满射。

八（12 分）求下列空间的基本群：

(1) E^2上去掉 3 个点；

(2) S^2上去掉 3 个点；

(3) T^2上去掉 3 个点.