北京师范大学 2024 ～2025 学年第一学期期中考试试卷

课程名称：拓扑学　　　　任课教师姓名：

卷面总分：100 分　考试时长：115 分钟　考试类别：闭卷 ☑　开卷 ☐　其他 ☐

院（系）：　　　　专 业：　　　　年级：

姓 名：　　　　学 号：

题号	第一题	第二题	第三题	第四题		第五题	第六题	总分
得分								

阅卷教师（签字）：

装 订 线

一（24 分，每小题 6 分）判断以下四对拓扑空间是否同胚。若同胚，明确构造它们之间的同胚映射。若不同胚，给出证明。

1. 1维实空间R^1和2维实空间R^2；
2. 2维实空间R^2和2维单位闭圆盘B^2；
3. 三角形和四边形（作为欧氏平面的子空间，包含内部和边界）；
4. 特殊酉群 SU(2)和三维球面S^3。

二（18 分）设X, Y是拓扑空间，证明：

1. （4 分）若X, Y都是 Hausdorff 空间，则$X\times Y$也是。
2. （8 分）若X, Y都是紧致空间，则$X\times Y$也是。
3. （6 分）若X, Y都是连通空间，则$X\times Y$也是。

三（10 分）证明：紧致 Hausdorff 空间是T_3空间。

四（24 分）定义映射

$$f: R^2 \to R^3, (s,t) \to ((2+cos(2\pi s))\cos(2\pi t), (2+cos(2\pi s))sin(2\pi t), \sin(2\pi s))。$$

证明：f的像空间为 2 维环面。绕R^3中的 y 轴旋转 180 度给出离散群$Z_2=\{1,-1\}$在此环面上的连续群作用，计算群作用的每点的迷向子群和轨道，并确定轨道空间是什么空间。

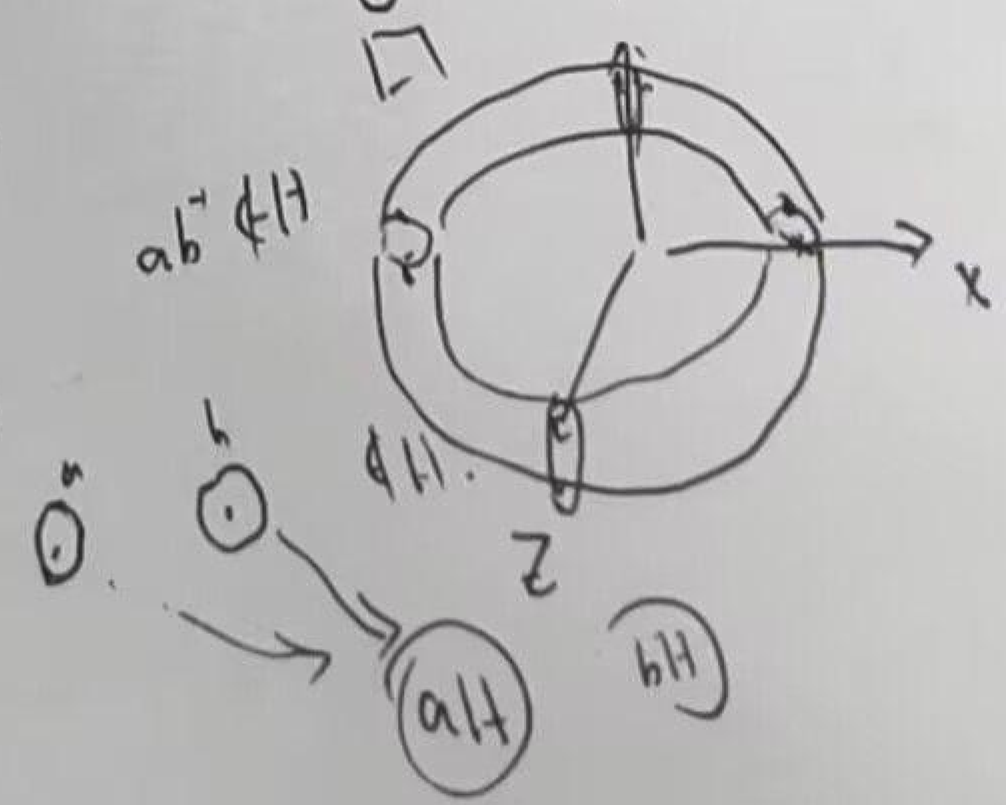
五（12 分）证明：拓扑群G关于其子群H的商空间是 Hausdorff 空间当且仅当H是G的闭子群。

G/H

六（12 分）证明：酉群U(n)是连通空间。

aH ≠ bH

ab⁻¹ ∉ H



aH

bH