

# 25 春- 实变函数 (回忆版)

July 23, 2025

---

1.

2.

3.

4.

5. 求极限

$$\lim_k \int_{\mathbb{R}} \frac{k(1 - \cos x)}{x^2} e^{-k^2 x^2} dx$$

6. (a) Borel-Cantelli 弓理的应用

(b) 设  $f$  是黎曼可积函数, 证明  $\frac{f(kx)}{k^{1/100}} \rightarrow 0$  a.e.

7.

$$\limsup_N \int_E |f_k| \mathbb{1}_{|f_k| < M} < \infty$$

(a) 证明  $\sup_{k \geq 1} \int_E |f_k| < +\infty$

(b)  $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall A \subseteq E, \text{ s.t. } |A| < \delta$ , 都有  $\sup_{k \geq 1} \int_A |f_k| < \epsilon$