

21 秋- 解析几何（回忆版）

February 10, 2025

1. 对于向量 a, b, c, d , 若 $a \times b$ 与 $c \times d$ 垂直, $b \times c$ 与 $a \times d$ 垂直, 证明 $c \times a$ 与 $b \times d$ 垂直。
2. 已知直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{3}$ 与 $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$, 证明它们异面, 并求距离与公垂线方程。
3. 设 l_1 和 l_2 是不垂直的异面直线, 建立合适的坐标系, 求出 l_1 绕 l_2 旋转产生的旋转曲面的普通方程和参数方程。
4. 若平面 $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$ 与双曲抛物面 $z = 2x^2 - 2y^2$ 的交线是两条相交直线, 给出平面 π 的参数应满足的条件并证明。
5. 写出二次曲线 $a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2b_1x + 2b_2y + c = 0$ 为两平行直线时, 其系数满足的条件, 并利用二次曲线的不变量表示出两平行直线间的距离
6. 求二次曲线 $x^2 - xy + y^2 + 3x + y - 1 = 0$ 的中心和对称轴
7. 利用直角坐标变换将二次曲面 $2xy + 2xz - 2yz = a^2$ 化成标准形式, 并判断曲面的类型