

## 23 近代回忆版

2024 年 11 月 22 日

1. 求证  $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ;  $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + i) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$
2.  $2 \nmid n$ ,  $|G| = 2n$ , 求证  $2 \nmid \#\{g \in G \mid o(g) = 2\}$
3. 求  $\text{Aut}(\mathbb{Q})$
4. 求证
  - (a)  $|G| = 15 \Rightarrow G$  是循环群
  - (b)  $|G| = 56 \Rightarrow G$  不是单群
5.  $R$  是环且只有非平凡理想, 则  $R$  是域
6.  $u$  是超越元  $\Rightarrow \forall v \in F(u)$  是超越元
7.  $|G| = p^n \Rightarrow p \nmid \#\{H \leq G \mid H \text{ 不是 } G \text{ 的正规子群}\}$