

北京师范大学 2021 ~ 2022 学年第一学期期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: 拓扑学 任课老师姓名: _____

卷面总分: 100 分 考试时长: 120 分钟 考试类别: 闭卷 ☒ 开卷 ☐ 其他 ☐

院 (系): _____ 专业: _____ 年级: _____

姓名: _____ 学号: _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

阅卷老师 (签字): _____

一. (10 分) 在 E^n 和 $S^n - \{S\}$ 之间建立一个同胚。

二. (16 分) 在实数集 \mathbb{R} 上, 写出离散拓扑 τ_s , 平凡拓扑 τ_t , 余有限拓扑 τ_f , 余可数拓扑 τ_c 的定义。并考虑如下拓扑:

$$\tau_1 := \{(-\infty, a) \mid -\infty \leq a \leq \infty\}.$$

证明: $E^1 = (\mathbb{R}, \tau_e)$, (\mathbb{R}, τ_f) , (\mathbb{R}, τ_c) , (\mathbb{R}, τ_1) 这四个空间两两不同胚。

三.(10分) 设 $f : X \rightarrow Y$ 是连续单射, X 紧致, Y 为 Hausdorff 空间。
证明: f 为嵌入。(从而, 若 f 也是满射, 则为同胚。)

四. (10分) 证明: 如果连续映射 $f : X \rightarrow S^n$ 不是满射, 则 f 是零伦的, 即 f 同伦于一个常值映射。

五. (10分) 将 $S^2 - \{N, S\}$ 按对径点粘合, 所得空间是什么?

六. (14分) 设 f 是 2 维实心球 D^2 到自身的连续映射, 证明: 存在 $x \in D^2$, 使得 $f(x) = x$.

七. (30分) 下列空间之间哪些相互同胚, 或不同胚? 说明理由

$$E^1, E^2, [0, 1), S^1, S^2, E^3.$$