

25 春- 实变函数 (回忆版)

July 23, 2025

1.

2.

3.

4.

5. 求极限

$$\lim_k \int_{\mathbb{R}} \frac{k(1 - \cos x)}{x^2} e^{-k^2 x^2} dx$$

6. (a) Borel-Cantelli 引理的应用

(b) 设 f 是黎曼可积函数, 证明 $\frac{f(kx)}{k^{1/100}} \rightarrow 0$ a.e.

7.

$$\limsup_N \int_E |f_k| \mathbb{1}_{|f_k| < M} < \infty$$

(a) 证明 $\sup_{k \geq 1} \int_E |f_k| < +\infty$

(b) $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall A \subseteq E$, s.t. $|A| < \delta$, 都有 $\sup_{k \geq 1} \int_A |f_k| < \epsilon$