

北京师范大学 2023 ~2024 学年第 二 学期期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: 数学模型

任课教师姓名: [REDACTED]

卷面总分: 100 分 考试时长: 120 分钟 试类别: 闭卷 ☒ 开卷 ☐ 其他 ☐

题号	第一题	第二题	第三题(1)	第三题(2)	第三题(3)	总分
得分						

阅卷教师 (签字): _____

一、选择题 (多项选择, 每题 2 分)

- 数学建模问题和数学应用题的本质区别是 (ABC)
 - 数学建模问题的叙述比较粗糙, 数学应用题叙述精确
 - 数学建模问题的解决需要提出合理假设, 数学应用题不需要提出新的假设
 - 数学建模问题的答案一般是开放的, 数学应用题答案往往是封闭的
 - 数学建模问题的叙述文字比较多, 数学应用题的叙述文字比较少
- 数学建模是数学模型的搭建过程, 对数学建模过程的表达至关重要, 在进行数学建模论文写作时, 数学建模论文的正文部分是 (D)
 - 题目, 摘要, 问题重述和问题分析, 模型建立, 模型计算, 模型检验, 优缺点分析, 参考文献, 附录;
 - 摘要, 问题重述和问题分析, 模型建立, 模型计算, 模型检验, 优缺点分析, 参考文献;
 - 摘要, 问题重述和问题分析, 模型建立, 模型计算, 模型检验, 优缺点分析;
 - 问题重述和问题分析, 模型建立, 模型计算, 模型检验, 优缺点分析;
- 以下不属于数学模型的是 (B)
 - 微分方程
 - 遗传算法
 - 元胞自动机
 - 人口结构方程
- 关于元胞自动机仿真, 以下叙述正确的是 (ACD)

☒ 是空间和时间都是离散的动力系统

☒ 空间离散, 时间连续的动力系统

- ☒ 状态演变由一系列规则构成
☒ 可以对随机的影响因素进行仿真

5. 解决下列问题，哪些问题可以使用机理分析的方法建立动态方程模型(A)

- ☒ 池水含盐问题
☒ 订单商品最优装箱问题
☒ 玻璃文物风化与类型、颜色和纹饰的关系
☐ 红蓝军作战时胜负结果的判断

6. 如果想预测一个地区未来人口老龄化程度，以下模型哪一个最合理(C)

- A. 马尔萨斯人口模型
B. Logistic 饱和增长模型
C. Leslie 方程
D. 线性规划模型

7. 智能优化算法如模拟退火、遗传算法具有的共同特征是(ABC)

- ☒ 大都引入了随机因素，因此具有不确定性
☒ 它们目标都是求全局最优解，但参数设置不当也会常常陷入局部极值
☒ 可以用于求解高维优化问题
☒ 用于求解低维问题效果会好于梯度下降、遍历算法等一般的优化算法

8. 小明计划去环球影城玩，他的目的是能够体验尽量多的项目，请你帮他设计一个合理的游玩方案。这里的“合理”指的是 C

- A. 花钱最少
B. 吃的最好
C. 排队时间最短
D. 休息时间最多

9. 你在小组中的分工是(AC)

- A. 建模
B. 编程
C. 写作
D. 打酱油

10. 你在本年度数学建模校赛中所获奖项是(A)

- A. 一等奖
B. 二等奖
C. 成功参赛
D. 不成功参赛

二、填空题 (每个空 1 分)

1. 在模型计算过程中，如果某个非常重要的参数无法获得较为合理准确的估计，可以采用什么办法设置参数取值：插值法。
2. 遗传算法中的适应度函数对应的是优化模型中的目标函数。

- 因变量与自变量有线性关系. 误差项 $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$
- 使用线性回归分析的前提假设包括(写出两条)_____. 回归分析中的决定系数 R^2 取值范围是 $[0, 1]$, 如果 $R^2=1$, 意味着 自变量与因变量之间呈线性关系.
 - 某水库的工作人员记录了在一个时期内该水库蓄水变化的多项数据, 并采用一个函数刻画出了水面海拔高程 L (即与海平面的高度差) 与相应的水库容积 W 的关系, 其中有两个参数 a, b . 那么这个函数的形式可能是 $W = abL^3$.
 - 在第三次作业中, 需要使用元胞自动机进行森林火灾仿真. 这个模型中, 元胞状态有 4 个, 分别表示_____. 影响状态转移规则的主要因素有_____ (至少写出三个). 在这次作业中, 你们小组用元胞自动机仿真输出的数据有:_____.
 - 在第四次作业中, 分析玻璃文物风化与纹饰的关系以及与颜色的关系时, 合理的相关性分析的方法是_____. 这里不能使用皮尔逊相关性检验, 原因是_____.
 - 第四次作业中的数据来自地质勘测中对文物中蕴含的物质成分的测量, 这些数据往往为成分数据, 成分数据的特点是_____. 处理成分数据的一般方法是_____.
 - 这学期我们学过的模型有(列出至少 3 个): (1)_____ (2)_____ (3)_____.
 - 2024 年北京师范大学校际联赛有 A, B, C 三道题, 你们小组选择是_____题, 你们的论文中使用的模型有:_____.

三、解答题 (每题 20 分)

1. 2024 年 3 月 22 日 20 时左右, 俄罗斯首都莫斯科近郊克拉斯诺戈尔斯克市“克罗库斯城”音乐厅发生枪击事件. 演出开始前, 武装分子进入音乐厅向人群射击, 先是使用轻武器射击, 然后纵火点燃音乐厅. 在这次恐袭事件中, 伤亡人数约 700 余人. 当晚, 音乐厅内有 6200 名观众, 面对突发事件, 大量人群从楼梯有序撤离, 但是不少人在撤离时遇到锁死的通道大门, 不得不改变撤离路线, 严重影响了撤离速度. 因此, 在各种大型活动中如何组织有效的撤离是一个非常重要的问题. 假设某歌手将在鸟巢举办演唱会, 主办方需要提前进行突发事件应急准备, 为此, 他们聘请你为他们进行方案策划. 为了给出解决这个问题的基本框架, 请你简要回答以下问题:

- 进行问题分析: 目标是什么 (给出若干用于评价撤离方案的指标)? 求什么 (具体到某些数量结果)? 重要影响因素是什么?
- 提出最重要的若干假设;
- 需要搜集哪些数据和信息?
- 你会建立什么类型的模型? 对这个模型的要素进行描述;
- 如果对这个模型进行灵敏度分析, 需要对哪些参数进行灵敏度分析?

2. 近年来, 我国的人口结构发生了巨大的变化, 随着生育政策的放开, 我国的人口出生率从逐渐上升到急速下降, 统计数据显示, 2023 年中国出生人口仅 902 万, 创历史新低. 出生率持续低迷, 幼儿园就成了最先一批受到冲击的学校. 但是小学正相反, 2022 年是我国二孩生育政策实施后首批适龄儿童跨入小学校门的年份. 按照 6-7 岁左右读小学的规划,

2022 年和 2023 年正是入学的高峰期, 未来若干年基础学段学生规模的会维持一定时间的高峰期, 然后会呈现下降趋势。

如果你未来想选择在北京应聘中小学教师这个职业, 可能面临以下几个选择: 本科毕业应聘小学教师; 硕士毕业应聘初中教师; 博士毕业应聘高中教师; 继续做博士后, 出站后应聘大学教师。如果仅考虑教育领域对教师岗位的需求这个因素, 不考虑个人喜好、收入等因素, 为了确定哪个是最优选择, 请你建立模型, 对未来的各种可能的选择进行评估。

(1) 做问题分析;

(2) 提出假设;

(3) 需要搜集哪些数据?

(4) 需要几个模型? 是什么类型的模型? 写出简单的模型表达样式, 并说明模型中的参数来源或者计算、估计方法;

(5) 如何对模型进行检验? 写出检验方法, 不需使用具体数据。

(6) 进一步, 如果要研究生育率下降的影响因素, 应该使用什么方法? 如果要对目前出生婴儿中的二胎三胎比例进行估计, 你认为可以建立什么模型? 需要调查什么数据? 有什么好的建议吗?

3. 北京环球影城一共有 7 个园区, 每个园区都有若干游乐项目(如下左图所示), 每个游乐项目的游玩时间固定且并不长, 但是排队时间比较长, 而且在一天不同时段排队时长是不一样的, 比如刚开园时排队时长为 30 分钟的项目, 在开园一小时后排队时长就可能会达到 180 分钟。所有项目在不同时段的平均排队时长可以提前在环球影城 app 上获取数据进行统计, 如下右图所示。



	1	2	3	4	5	6	7
9:00	10	5	10	12	5	5	15
10:00	20	12	35	20	20	20	20
11:00	35	35	35	35	35	35	35
12:00	35	35	35	35	35	35	35
13:00	35	35	35	35	35	35	35
14:00	35	35	35	35	35	35	35
15:00	35	35	35	35	35	35	35
16:00	35	35	35	35	35	35	35
17:00	35	35	35	35	35	35	35
18:00	35	35	35	35	35	35	35
19:00	35	35	35	35	35	35	35

ABCD 四人计划去环球影城游玩一天(10 个小时), 其中

- A 喜欢玩游戏和赢得奖品, 不喜欢过山车类的项目;
- B 喜欢乘坐过山车, 并且想在白天尽可能多地乘坐过山车;
- C 喜欢看表演, 但非常不耐烦, 讨厌排着长队等候;
- D 喜欢水上项目, 他不能一个人玩, 必须和朋友一起。

请你建立数学模型, 提前为这四人制定一个游玩攻略(游玩线路图), 以保证每个人都能玩的尽兴, 且能玩尽量多的项目数。要让 4 人尽量在一起, 分开游玩的时间不超过 4 小时。注意四人都没有多余资金(无法购买不用排队的优速通)。

要求: 提出假设, 设出变量, 写出模型表达式, 并说明可能会使用的算法。