

BNUZ 2023 秋季学期近世代数期中试题

命题人： 考试时间： 2023.11.7 10:00-11:05 整理人： *Aut*

一、将 S_5 中的元素 $(134)(12)(143)(145)$ 写成不相交循环的乘积, 并求其阶.

二、写出 S_4 的子群

$$K_4 = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$$

在 S_4 中所有不同的左陪集.

三、设 $\phi: G \rightarrow H$ 为群同态, $N \trianglelefteq G, N \leq \ker \phi$. 令 $\pi: G \rightarrow G/N$ 为自然同态, 即 $\pi(a) = aN, \forall a \in G$, 证明:

$$\begin{aligned}\theta: G/N &\longrightarrow H \\ aN &\longmapsto \phi(a)\end{aligned}$$

是良定义的群同态, 并证明: $\theta\pi = \phi$.

四、写出 S_4 的由 $b = (13)$ 和 $a = (1234)$ 生成的子群 K 中的全部元素. 证明: K 不是 G 的正规子群, 以及 S_4 有 3 个 Sylow 2-子群.(提示: $bab = a^3$)