

# 24 秋- 泛函分析第一次小测（回忆版）

何家兴

hejiaxing202411@163.com

December 17, 2024

---

1. (a) 叙述度量空间的定义  
(b) 给出五个完备度量空间的例子  
(c) 叙述压缩映像原理
2. (a) 叙述  $\delta$ -网的定义  
(b) 叙述并证明 Hausdorff 定理（完备度量空间子集列紧等价于完全有界）  
(c) 叙述 Arzelà-Ascoli 定理
3. (a) 叙述准范数的定义，给出 F 空间的定义  
(b) 叙述范数的定义，给出 B 空间的定义  
(c) 给出 4 个 B 空间的例子  
(d) 给出是 F 空间但不是 B 空间的例子
4. (a) 证明无穷维球面不是列紧的  
(b) 叙述 Schauder 不动点定理
5. (a) 给出共轭双线性函数的定义  
(b) 给出内积空间的定义  
(c) 给出 3 个 Hilbert 空间的例子  
(d) 给出内积空间上基的定义  
(e) 给出 Parseval 等式的定义  
(f)  $C$  是内积空间  $\mathcal{X}$  中的一个闭凸子集， $y \in \mathcal{X}$ ，给出  $x_0$  是  $y$  在  $C$  上的最佳逼近元的等价条件
6. 叙述并证明 Riesz 表示定理
7. 叙述 Radon-Nikodym 定理