

# 24 秋- 近世代数（回忆版）

February 14, 2025

---

1. 有限  $p$  群中心的元素至少有  $p$  个
2.  $G$  为有限 Abel 群,  $f: G \rightarrow G, g \mapsto g^k$ ,  $f$  为同构  $\Leftrightarrow (n, k) = 1$
3.  $F$  为  $q$  阶有限域,  $GL_2(F)$  为域  $F$  上的可逆 2 阶矩阵的集合,  $SL_2(F)$  为行列式为 1 的 2 阶矩阵的集合
  - (1)  $|GL_2(F)| = (q-1)|SL_2(F)|$
  - (2) 求  $|SL_2(F)|$
4.  $S$  为  $R$  的一个子环,  $I$  为  $R$  的一个理想, 则  $S/S \cap I \cong S + I/I$
5. 求  $\mathbb{Z}_{14}$  的极大理想、素理想
6.  $F$  为有限域,  $|F| = 9$ 
  - (1)
$$\sum_{a \in F^*} a = 0$$
  - (2)
$$\prod_{a \in F^*} a = -1$$
7.  $x^2 + 1$  在域  $F$  上的任意两个分裂域同构