

## 2023 秋 泛函分析第一次小测 (回忆版)

1. 给出度量空间的定义.

2. 指出以下度量空间的完备化空间:

(1) 设  $\mathcal{F}$  是只有有限项不为零的实数列全体, 在  $\mathcal{F}$  上的距离

$$\rho(x, y) = \sup_{k \geq 1} |\xi_k - \zeta_k|, \quad \forall x = (\xi_k)_{k \geq 1}, y = (\zeta_k)_{k \geq 1} \in \mathcal{F}.$$

(2) 对  $[0, 1]$  上的多项式全体, 定义距离

(a).  $d(p, q) = \left( \int_0^1 |p(t) - q(t)|^2 dt \right)^{1/2};$

(b).  $d(p, q) = \max_{0 \leq t \leq 1} |p(t) - q(t)|.$

3. 叙述 Hausdorff 定理.

4. 判断

(a). 完全有界集是列紧的;

(b). 完全有界集是有界的;

(c). 紧集是完全有界的.

5. 证明紧集上的连续函数一致连续.

不代表原卷, 仅是回忆版