北京师范大学 2017-2018 学年第一学期期中考试试卷（A 卷）

高等代数 I

卷面总分：75 分　　考试时长：100 分钟　　考试类别：闭卷

---

1. (20 分) 求线性方程组

$$\begin{aligned} \lambda x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 &= \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 &= \lambda^2 \end{aligned}$$

的所有解.

2. (10 分) 求下列矩阵的行列式：

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} x^3 & x & x^2 & 1 \\ y^3 & y & y^2 & 1 \\ z^3 & z & z^2 & 1 \\ w^3 & w & w^2 & 1 \end{pmatrix}$$

.

3. (15 分) 计算下列 3 阶方阵的秩，并求其中可逆方阵的逆：

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

.

4. (10 分) 证明一个秩为 4 的矩阵可以表示为两个秩为 2 的矩阵的和.

5. (10 分) 设是 n 阶分块方阵 $P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ O & P_{22} \end{pmatrix}$，其中 P_{11} 是一个 $r \times s$ 阶矩阵，并且 $r < s$. 证明 $|P| = 0$.

6. (10 分) 设 $A \in M_n(\mathbb{R})$. 证明 $|A^T| = |A|$.