

# 21 秋- 高代 1 期中（回忆版）

何家兴

hejiaxing202411@163.com

December 7, 2024

---

## Exercise 1.

当  $\lambda$  取何值时，线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + \lambda x_3 &= 3 \\ x_1 + \lambda x_2 + 3x_3 &= 2 \end{cases}$$

有无穷多解，并求出线性方程组的所有解

## Exercise 2.

求矩阵  $X$ ，使得

$$X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

## Exercise 3.

叙述可逆映射的定义，证明可逆映射都是双射

## Exercise 4.

设  $A$  是  $n$  阶方阵，证明  $|A^T| = |A|$

## Exercise 5.

求行列式的值

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

**Exercise 6.**

设  $n$  阶矩阵  $A$  的秩为  $r$ , 证明: 存在秩为  $r$  的  $n \times r$  矩阵  $P$  与秩为  $r$  的  $r \times n$  矩阵  $Q$ , 满足  $A = PQ$

**Exercise 7.**

设  $A$  是  $m \times n$  矩阵, 若对任意  $m \times 1$  矩阵  $\beta$ , 线性方程组  $Ax = \beta$  都有解, 证明  $r(A) = r$  (?)