

# 期中测验题

一. (20分) 求下列方程的通解, 并做积分曲线的草图。<sup>族</sup>

$$(1) \frac{dy}{dx} = y^4 \quad (2) \frac{dy}{dx} = \begin{cases} 0, & y=0, \\ y \ln|y|, & y \neq 0. \end{cases}$$

二. (20分) 求方程  $\frac{x^2}{4} + \frac{p^2}{9} = 1$ ,  $p = \frac{dy}{dx}$  的通解, 如有奇解, 请求出来。

三. 求解方程组  $\frac{dx}{dt} = \alpha x - y$ ,  $\frac{dy}{dt} = x + \alpha y$ ,  $z' = -z + \sin t$ ,  
(20分) 的通解以及周期解 (若存在),  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

四. 求  $\begin{cases} x' = x + y^2 \\ y' = x + y \end{cases} \begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$  的前3个 Picard 序列。  
(10分)

五. 设  $f(u)$ ,  $g(u)$  连续可微, 且  $f(u) \neq g(u)$ . 试

(10分) 证方程  $y f(xy) dx + x g(xy) dy = 0$

有积分因子  $\mu = \frac{1}{xy [f(xy) - g(xy)]}$ .

选做题 (10分) 见 blackboard.