算法基础(十三): 图 - 最短路问题3 - Floyd算法

复习一下这个图:



基本思想:

floyd 算法过程超级简单,他是用来求多源汇最短路的,也就是说他是求任意的两个点之间的最短路,过程如下:

首先我们规定一个二维数组 d[i][j] 来存储所有的边

对于重边,我们只存最小权值的边

对于自环, 题目中出现自环只可能是正自环, 我们不保存正环

对于负环,由于 floyd 不能计算带负环的图,题目中使用 floyd 的时候不会出现负环的数据

然后经过三重循环后得到的 d[i][j] 就表示源点 i 到 j 的最短距离

伪码:

```
1  for(int k = 1; k <= n; k ++)
2  for(int i = 1; i <= n; i ++)
3  for(int j = 1; j <= n; j ++)
4  d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);</pre>
```

他的思想来自于动态规划,想知道为什么可以自行查看证明

代码实现:

```
#include<iostream>
#include<cstring>
#include<algorithm>
using namespace std;

const int N = 210, INF = 1e9;
```

```
8
   int n, m, Q;
9
   int d[N][N];
10
11
12
   int floyd()
13
14
       //三重循环
       for(int k = 1; k \le n; k ++)
15
           for(int i = 1; i <= n; i ++)
16
17
               for(int j = 1; j <= n; j ++)
                  d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);
18
19
   }
20
21
   int main(){
22
23
       scanf("%d%d%d", &n, &m,&Q);
24
       //初始化
25
       for(int i = 1; i <= n; i ++){
           for(int j = 1; j <= n; j ++){
26
27
               //初始化自己到自己的距离是0,从而处理所有的自环
28
               if(i == j) d[i][j] = 0;
29
               //自己到别的点的距离是无穷
30
               else d[i][j] = INF;
31
           }
       }
32
33
       while(m --){
34
35
           //读入所有的边
36
           int a, b, w;
37
           scanf("%d%d%d", &a, &b, &w);
38
39
           //处理重边,只保留最小的边
           //同样这里来处理自环的问题,这里再前面自己到自己的距离统一是0
40
           //而且题目保证不出现负环, 所以自环统一不读入了
41
           d[a][b] = min(d[a][b], w);
42
       }
43
44
45
       floyd();
46
47
       while(Q --)
48
49
           int a, b;
50
           scanf("%d%d", &a, &b);
           //跟之前的算法判断相似, 当两个点不可达的时候可能距离小于正无穷
51
           if(d[a][b] > INF / 2) puts("impossible");
52
           else printf("%d\n", d[a][b]);
53
54
       }
55
       return 0;
56
   }
57
```

实现复杂度 O(n^3)