# 积分表

**Author Name** 

2020年12月20日





## 有理函数积分表

$$\blacktriangleright \int k dx = kx + C$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right| + C$$



### 有理函数积分表

$$\int (ax + b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$$

$$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln |ax+b| + C$$

$$\int \frac{x}{ax+b} dx = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2} \ln|ax+b| + C$$

$$\int \frac{x}{(ax+b)^2} dx = \frac{b}{a^2(ax+b)} + \frac{1}{a^2} \ln|ax+b| + C$$





#### 有理函数积分表

$$\int \frac{x}{(ax+b)^n} dx = \frac{a(1-n)x-b}{a^2(n-1)(n-2)(ax+b)^{n-1}} + C(n \notin \{1,2\})$$

$$\int \frac{x^2}{ax+b} dx = \frac{1}{a^3} \left[ \frac{(ax+b)^2}{2} - 2b(ax+b) + b^2 \ln|ax+b| \right] + C$$

$$\int \frac{x^2}{(ax+b)^2} dx = \frac{1}{a^3} (ax+b-2b \ln |ax+b| - \frac{b^2}{ax+b}) + C$$

$$\int \frac{x^2}{(ax+b)^3} dx = \frac{1}{a^3} \left[ \ln |ax+b| + \frac{2b}{ax+b} - \frac{b^2}{2(ax+b)^2} \right] + C$$

$$\int \frac{x^2}{(ax+b)^n} dx = \frac{1}{a^3} \left[ -\frac{1}{(n-3)(ax+b)^{n-3}} + \frac{2b}{(n-2)(ax+b)^{n-2}} - \frac{b^2}{(n-1)(ax+b)^{n-1}} \right] + C(n \notin \{1, 2, 3\})$$





### 无理函数积分表

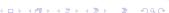
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln \left| \frac{x + \sqrt{x^2 - a^2}}{a} \right| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{ax+b}} = -\frac{2}{\sqrt{b}} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{ax+b}{b}} + C$$

$$\int \frac{\sqrt{ax+b}}{x} dx = 2(\sqrt{ax+b} - \sqrt{b} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{ax+b}{b}}) + C$$





## 指数函数积分表

$$\int x^2 e^{cx} dx = e^{cx} \left( \frac{x^2}{c} - \frac{2x}{c^2} + \frac{2}{c^3} \right) + C$$



#### 对数函数积分表

$$\int \ln^2 x dx = x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x + C$$

$$\int \frac{x}{x \ln x} = \ln |\ln x| + C$$

$$\int \sin \ln x dx = \frac{x(\sin \ln x - \cos \ln x)}{2} + C$$

$$\int \cos \ln x dx = \frac{x(\sin \ln x + \cos \ln x)}{2} + C$$





#### 三角函数积分表

- $\triangleright \int \sin x dx = \cos x + C$





### 三角函数积分表

- $\int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$





#### 反三角函数积分表

- $\int x^2 \arcsin \frac{x}{c} dx = \frac{x^3}{3} \arcsin xc + \frac{x^2 + 2c^2}{9} \sqrt{c^2 x^2} + C$
- $\int \arctan \frac{x}{c} dx = x \arctan x \frac{c}{2} \ln(c^2 x^2 + 1) + C$
- $\int x \arctan \frac{x}{c} dx = \frac{c^2 + x^2}{2} \arctan xc \frac{cx^2}{6} + \frac{c^3}{6} \ln c^2 + x^2 + C$





# 双曲函数积分表

$$\int \sinh cx dx = \frac{\cosh cx}{c} + C$$

$$\int \sinh^2 cx dx = \frac{\sinh 2cx}{4c} - \frac{x}{2} + C$$





#### 第一换元法

设函数 F(u) 是 f(u) 在区间 I 上的一个原函数,即  $\int f(u)du = F(u) + C$ ,又  $u = \phi(x)$  在区间 I 上可导旦其值域  $R(\phi) \subset I$ ,则有:

$$\int f[\phi(x)]\phi'(x)\mathrm{d}x = F[\phi(x)] + C$$





# 第二换元法

就是把第一换元法倒过来用.



#### 分部积分法

#### 根据求导法则,有:

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$



#### 三角换元法

无理式  $\sqrt{x^2 + a^2}$ ,  $\sqrt{x^2 - a^2}$ ,  $\sqrt{a^2 - x^2}$ , 分别采用  $x = a \tan t$ ,  $x = a \sec t$ ,  $x = a \sin t$  代换.

