

qA. ICPC Tutorial

題目簡述：

判斷輸入規模 n 的情況下，採用時間複雜度 t 的演算法，在每秒可執行 m 個指令的電腦下可否在一秒內執行完畢。若可輸出 "AC" 否則輸出 "TLE"。

$t = 1, O(n!)$

$t = 2, O(2^n)$

$t = 3, O(n^4)$

$t = 4, O(n^3)$

$t = 5, O(n^2)$

$t = 6, O(n \log_2 n)$

$t = 7, O(n)$

解法：

根據 t 對應的數學公式代入 n ，判斷結果是否 $\leq m$

t 若為 1..4 用迴圈跑，每次檢查目前執行數是否已確定答案為 "TLE"

留意：

- 要用 long long
- 計算 $n \log_2 n$ 要算無條件進位，因為條件式 $\leq m$

My AC Code：

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/a.cpp

```
#include <stdio>
#include <cmath>
using namespace std;

int main(){
    long long m, n;
    int t;
    scanf("%lld%lld%d",&m,&n,&t);
    long long cnt = 1LL;
    switch(t){
        case 1:
            while( n && cnt<=m ){
                cnt = cnt*n;
                --n;
            }
            break;
        case 2:
            while( n && cnt<=m ){
                cnt <<= 1;
```

```

        --n;
    }
    break;
case 3:
    for(int i=0 ; i<4 && cnt<=m ; ++i)
        cnt = cnt*n;
    break;
case 4:
    for(int i=0 ; i<3 && cnt<=m ; ++i)
        cnt = cnt*n;
    break;
case 5:
    cnt = n*n;
    break;
case 6:
    cnt = ceil(n*log2(n));
    break;
default:
    cnt = n;
    break;
}
if( cnt<=m ) printf("AC");
else printf("TLE");
return 0;
}

```

qB. 2048

題目簡述：

在一個 4 x 4 的方格內，每個格子有一個正整數（二的次方數）或為空（用 0 表示）。有四種不同的操作（上，下，左，右），會讓每個非空的格子同時往該方向移動直到撞到邊緣或其他格子；若兩個同樣數字的格子狀在一起，會變成一個格子其數字為兩者的和，並繼續往該方向移動。合併後的格子無法再與其他格子合併。

給定當前的狀態及一個方向的操作，輸出執行操作後的狀態

解法：

實作『往上操作』(up) 跟『順時鐘旋轉』(rotate)

『往上操作』 up：把會合併的格子處理完在全部推到最上面

處理合併

從上到下掃

若該格非空則往下找同一 col 第一個出現的非空格子

若找到了則將其刪除並把此格乘2

如此，每個格子只會合併一次

若有三個一樣的數字在同一 col，較上方的兩格會先合併

全部往上推

上到下掃

每個空格子往下找同一 col第一個出現非空的格子

若找到了把它刪掉存到這格

若找不到則這格為 0

往左操作：rotate -> up -> rotate -> rotate

往下操作：rotate -> rotate -> up -> rotate

往右操作：rotate -> rotate -> rotate -> up

My AC Code：

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/b.cpp

```
#include <stdio>
```

```
#include <cstring>
```

```
using namespace std;
```

```
int ori[4][4];
```

```
int tmp[4][4];
```

```
void rotate(){
```

```
    for(int i=0 ; i<4 ; ++i)
```

```
        for(int j=0 ; j<4 ; ++j)
```

```

        tmp[i][j] = ori[3-j][i];
    for(int i=0 ; i<4 ; ++i)
        for(int j=0 ; j<4 ; ++j)
            ori[i][j] = tmp[i][j];
}

void up(){
    for(int i=0 ; i<4 ; ++i)
        for(int j=0 ; j<4 ; ++j){
            if( ori[i][j]==0 ) continue;
            for(int k=1 ; i+k<4 ; ++k)
                if( ori[i+k][j]!=0 ){
                    if( ori[i+k][j] == ori[i][j] )
                        ori[i+k][j] = 0 , ori[i][j] <= 1;
                    break;
                }
        }
    for(int i=0 ; i<4 ; ++i)
        for(int j=0 ; j<4 ; ++j){
            int b = 0;
            for(int k=0 ; i+k<4 ; ++k)
                if( ori[i+k][j] ){
                    b = ori[i+k][j];
                    ori[i+k][j] = 0;
                    break;
                }
            ori[i][j] = b;
        }
}

void left(){
    rotate(); up(); rotate(); rotate(); rotate();
}
void right(){
    rotate(); rotate(); rotate(); up(); rotate();
}
void down(){
    rotate(); rotate(); up(); rotate(); rotate();
}

int main(){
    for(int i=0 ; i<4 ; ++i)
        for(int j=0 ; j<4 ; ++j)
            scanf("%d",&ori[i][j]);

    int way;

```

```
scanf("%d",&way);
if( way==0 ) left();
else if( way==1 ) up();
else if( way==2 ) right();
else down();

for(int i=0 ; i<4 ; ++i){
    for(int j=0 ; j<4 ; ++j)
        printf("%d ",ori[i][j]);
    printf("\n");
}
return 0;
}
```

qC. VisuaAlgo Online Quiz

題目簡述：

求最多 10000 個點，最多 200000 條有向邊（權重介於1~99）的圖，一源點到一終點的最短路共有幾種走法。不保證連通。

解法：

因為都是正邊，所以用 dijkstra + priority_queue 可以保證每次拿出來的點必已經建構好最短路，且之後不可能有其他點可以讓這點更接近原點（否則那點應該先被拿出來）。同時表示，若有紀錄到此點的方法數，到此點的最短路走法不會再改變。

因此，在鬆弛時處理方法數

若讓目標點更近原點，則更新其方法數為到目前點的方法數

若不會讓目標點更近或更遠，則將其方法數加上到目前點的方法數

My AC Code：

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/c.cpp

```
#include <cstdio>
#include <algorithm>
#include <vector>
#include <queue>
#define PII pair<int,int>
#define INF 1023456789
using namespace std;

// cost , nextId
vector<PII> g[10004];
int sD[10004];
int way[10004];
bool cnted[10004];

struct myCmp{
    bool operator()(const int&l , const int&r) const{
        return sD[l] > sD[r];
    }
};

int main(){
    int v , e;
    scanf("%d%d",&v,&e);
    for(int i=0,u,v,w ; i<e ; ++i){
        scanf("%d%d%d",&u,&v,&w);
        g[u].push_back(PII(w,v));
    }
```

```

}
int s,t;
scanf("%d%d",&s,&t);

for(int i=0 ; i<v ; ++i)
    sD[i] = INF;

priority_queue< int , vector<int> , myCmp > myPQ;
myPQ.push( s );
sD[s] = 0;
way[s] = 1;
while( !myPQ.empty() && myPQ.top()!=t ){
    int nowId = myPQ.top();
    myPQ.pop();
    if( cnted[nowId] ) continue;
    cnted[nowId] = true;
    for(auto &v : g[nowId]){
        int nextId = v.second;
        int w = v.first;
        if( sD[nextId] > sD[nowId] + w ){
            sD[nextId] = sD[nowId] + w;
            way[nextId] = way[nowId];
            myPQ.push( nextId );
        }
        else if( sD[nextId] == sD[nowId] + w ){
            way[nextId] += way[nowId];
        }
    }
}
printf("%d\n",way[t]);
return 0;
}

```

qD. Grid MST

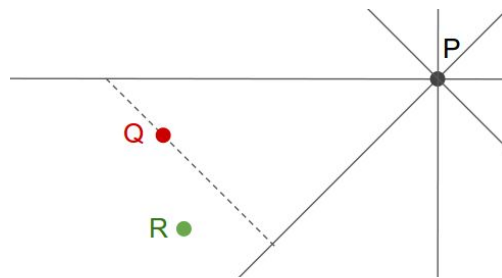
題目簡述：

$[0,1000] \times [0,1000]$ 的座標平面上，給定 $n \leq 1e5$ 個格子點，點可能重疊，點之間的距離為曼哈頓距離。求這 n 個點的 minimum spanning tree。

解法：

最多 n^2 條邊，記憶體裝不下也跑不完，所以要利用格子點之間曼哈頓距離的特性來刪邊。

一個點用『米』字切八個區域，這個點只要跟這八個區域中最靠近自己的點建邊就可以了。見下圖，虛線為跟 P 的等曼哈頓距離線，Q 是 P 此區域的最近點



若 MST 存在邊 PR，我們可以用如下方式讓 MST 更好：

先證明 PR 必是三邊中的最長邊， $PQ < PR$ 顯而易見。虛線上兩個端點跟 P 形成曼哈頓距離下三邊等距的三角形，因此當 P 通過虛線時，虛線上任何一點都可以在小於等於 PQ 的距離走到該點，故 QR 必小於等於 PR。

結論 PR 是最長邊。

斷開 PR，考慮 Q 跟 P 還是 R 連通而將 QR 或 QP 放入 MST。

如此我們得到更好的 MST。

為了簡單實作，每次每個點只考慮上圖中的那個區域，做完後所有點再繞原點轉 45 度就可以除理完所有區域了。旋轉時可以 $newX = x+y$, $newY = -x+y$ 直接放大 $2^{0.5}$ 並不影響找最近點的結果，只是原本的位置要另外存用來算距離。

實做找每個點找八點鐘區域的最近點時。先把每個點按先比 $(x-y)$ 在比 x 從小到大排好，然後用一個 $map[x+y] \Rightarrow id$ 維護該等距線最靠近目前掃到 $x-y = k$ 這條線的點。

因為 grid 範圍很小，所以每次拿出一個點時，掃過 map 中所有的點 (≤ 2000 個)，找出 map 中 y 值比自己小最靠近我的點，跟他建邊。然後把自己丟入 map 中。建邊複雜度 $O(2000 * 1e5 * 8)$ 為了壓常數在 9 秒內跑完，其實每個點只要掃過下方的點就行了 $O(2000 * 1e5 * 4)$ 如此可以勉強過關。

這個地方也可以用 Treap 實作， y 當 key 值，維護區間 $x+y$ 的最大值。如此每次可以在 $\log 2000$ 把 y 比自己小的樹切下來問最大的 $x+y$ 建邊。 $O(\log 2000 * 1e5 * 4)$

最後總共 $4n$ 條邊，跑 Kruskal 或 Prim 得到 MST 的花費

參考自 : <https://goo.gl/lvJEU4>

My AC Code :

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/d.cpp

```
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <cmath>
#include <vector>
#include <map>
#include <algorithm>
using namespace std;

struct Point{
    int x,y,id;
    int vX,vY,lb2rt;
    Point(const int &_x,const int &_y,const int &_id)
        :x(_x) , y(_y) , id(_id) , vX(_x) , vY(_y) , lb2rt(_x-_y){}
};

void rotate(Point &v){
    int tmpx = v.vX , tmpy = v.vY;
    v.vX = tmpx + tmpy;
    v.vY = -tmpx + tmpy;
    v.lb2rt = v.vX - v.vY;
}

int dis(const Point &l,const Point &r){
    return abs(l.x - r.x) + abs(l.y - r.y);
}

vector< Point > V;

struct Edge{
    int u , v , len;
    Edge(const int &_u,const int &_v)
        :u(_u) , v(_v){
        len = dis(V[_u] , V[_v]);
    }
    bool operator < (const Edge &rth) const{
        return len < rth.len;
    }
};

vector< Edge > E;
bool grid[1004][1004];
```

```

vector< int > ids;
bool myCmp(const int &l,const int &r){
    return V[l].lb2rt < V[r].lb2rt ||
        (V[l].lb2rt==V[r].lb2rt && V[l].vX<V[r].vX);
}

void scan(){
    sort( ids.begin() , ids.end() , myCmp );

    map<int,int> line;
    for(auto &id : ids){
        int nowLine = V[id].vX + V[id].vY;
        int minId = -1;
        for(auto &l : line){
            if( l.first >= nowLine ) break;
            if( V[l.second].vY > V[id].vY ) continue;
            if( minId==-1 || dis(V[l.second] , V[id]) < dis(V[minId] , V[id]) )
                minId = l.second;
        }
        if( minId != -1 )
            E.push_back( Edge(minId , id) );
        line[nowLine] = id;
    }
}

void rotateAll(){
    for(auto &v : V) rotate(v);
}

void buildEdge(){
    for(int i=0 ; i<V.size() ; ++i)
        ids.emplace_back( i );
    for(int i=0 ; i<4 ; ++i){
        scan();
        rotateAll();
    }
}

int root[100004];
int findRoot(int from){
    if( root[from]==from ) return from;
    return root[from] = findRoot( root[from] );
}

int kruskal(){
    for(int i=0 ; i<100004 ; ++i)
        root[i] = i;
    int sumDis = 0;

```

```

    sort(E.begin() , E.end());
    for(auto &e : E){
        int a = findRoot(e.u);
        int b = findRoot(e.v);
        if( a==b ) continue;
        sumDis = sumDis + e.len;
        root[b] = a;
    }
    return sumDis;
}

int main(){
    int N;
    scanf("%d",&N);
    for(int i=0 ,x,y ; i<N ; ++i){
        scanf("%d%d",&x,&y);
        if( !grid[x][y] ){
            V.emplace_back( Point(x , y , V.size()) );
            grid[x][y] = true;
        }
    }
    buildEdge();
    printf("%d\n",kruskal());
    return 0;
}

```

qE. Rectangle Land

題目簡述：

在 $x: [-1e6, 1e6]$ $y: [-1e6, ye6]$ 的範圍內，給定一些訊號臺覆蓋的矩形範圍及強度，一點的強度為所有覆蓋到此點的強度相加。訊號臺數量 $\leq 1e5$
求在所有點中強度的最大值及最大強度的總面積。

解法：

x 方向用掃描線左掃到右，y 方向建 segment tree 維護資訊跟答案。

將所有訊號範圍拆成左右界丟入掃描線的事件中，左界代表要在其覆蓋的 y 區間增加強度，右界則要減少強度。全部事件用 x 位置排序，同一 x 位置應先處理右界，否則本來沒重疊的會算成重疊。實作上因為整數除法無法整除時，正的會往小，負的會往大，為避免 segment tree 實作可能會出的問題，故將所有座標都 $+1e6$ 位移到非負數。

segment tree 要能做區間修改跟區間查詢，更新操作有加跟減。每個節點要維護區間最大值跟區間有此最大值的個數，區間加減法可直接加減在最大值上且對最大值個數沒有影響。

面積需要紀錄一區間最近更新的 x 位置跟那些有最大值的 y 『左界 x 的總和』（以下稱 sumX）。

利用 sumX 可以計算最大訊號的面積：

最大值個數 * 目前 x 位置 - 左界 x 的總和

此公式是整理自 $\sum \text{nowx} - \text{lastX}$ 對於此區間所有有最大值的 y

sumX 的維護要靠最近更新的 x 位置：

在更新一整塊區間時，標記最近更新的 x 位置。

push 時，若一區間有標記最近更新的 x 位置，則讓此區間的 sumX 變成 最大值個數 * 最近更新的 x 位置，並取消最近更新標記。

pull 時，sumX 的值依據左子區間 大於、小於、等於 右子區間，更新成 左子區間的 sumX、右子區間的 sumX、左右子區間的 sumX 和。

如此，在執行減法前（掃到右界）先 query 該區間以更新答案即可。

My AC Code：

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/e.cpp

```
#include <cstdio>
```

```
#include <cstdlib>
```

```

#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;

typedef pair<int,long long> PIL;

struct event{
    int x , top , btn , diff;
    event(int _x , int _top , int _btn , int _diff)
    :x(_x) , top(_top) , btn(_btn) , diff(_diff) {}
    bool operator < (const event &rth) const{
        return x < rth.x || (x == rth.x && diff < rth.diff);
    }
};

struct node{
    node *l = nullptr , *r = nullptr;
    int lb , rb;
    bool tag = false;
    int diff = 0 , lastX;
    int maxS = 0 , maxN;
    long long sumX = 0LL;
    node(){}
    node(const int &_lb,const int &_rb)
    :lb(_lb) , rb(_rb){
        maxN = _rb - _lb + 1;
    }
};

inline void push(node *nd){
    if( !nd->tag ) return;
    nd->maxS += nd->diff;
    nd->sumX = 1LL * nd->maxN * nd->lastX;
    if( nd->l ){
        nd->l->diff += nd->diff;
        nd->l->lastX = nd->lastX;
        nd->l->tag = true;
        nd->r->diff += nd->diff;
    }
}

```

```

        nd->r->lastX = nd->lastX;
        nd->r->tag = true;
    }
    nd->diff = 0;
    nd->tag = false;
}

inline void pull(node *nd){
    if( !nd->l ) return;
    push(nd->l);
    push(nd->r);
    nd->maxS = max( nd->l->maxS , nd->r->maxS );
    nd->maxN = nd->sumX = 0LL;
    if( nd->l->maxS == nd->maxS )
        nd->maxN += nd->l->maxN , nd->sumX += nd->l->sumX;
    if( nd->r->maxS == nd->maxS )
        nd->maxN += nd->r->maxN , nd->sumX += nd->r->sumX;
}

```

```

PIL query(node *nd,int tl,int tr , int X){
    push(nd);
    if( tl==nd->lb && tr==nd->rb ){
        return {nd->maxS , 1LL* nd->maxN*X - nd->sumX};
    }
    int mid = (nd->lb + nd->rb)>>1;
    if( tr<=mid )
        return query(nd->l , tl,tr , X);
    if( tl >mid )
        return query(nd->r , tl,tr , X);
    PIL tmp1 = query(nd->l , tl,mid , X);
    PIL tmp2 = query(nd->r , mid+1,tr , X);
    if( tmp1.first > tmp2.first ) return tmp1;
    if( tmp2.first > tmp1.first ) return tmp2;
    return {tmp1.first , tmp1.second + tmp2.second};
}

```

```

void rangeOP(node *nd,int tl,int tr , int diff , int X){
    push(nd);
    if( tl==nd->lb && tr==nd->rb ){
        nd->diff += diff;
    }
}

```

```

        nd->lastX = X;
        nd->tag = true;
        return;
    }
    int mid = (nd->lb + nd->rb)>>1;
    if( tr<=mid ){
        rangeOP(nd->l , tl,tr , diff,X);
    }
    else if( tl >mid ){
        rangeOP(nd->r , tl,tr , diff,X);
    }
    else{
        rangeOP(nd->l , tl,mid , diff,X);
        rangeOP(nd->r , mid+1,tr , diff,X);
    }
    pull(nd);
}

```

```

node mem[4100000] , *memtop;
node* build(int l,int r){
    *memtop = node(l,r);
    node *now = memtop++;
    if( l==r ) return now;
    int mid = (l+r)>>1;
    now->l = build(l , mid);
    now->r = build(mid+1 , r);
    return now;
}

```

```

inline void init(){
    node *i = mem;
    while( i!=memtop ){
        i->tag = false;
        i->maxS = i->diff = 0;
        i->maxN = i->rb - i->lb + 1;
        i->sumX = 0LL;
        ++i;
    }
}

```

```
}
```

```
int main(){
    memtop = mem;
    build(0 , 2000004);

    int C;
    scanf("%d",&C);
    while( C-- ){
        int n;
        scanf("%d",&n);
        vector< event > es;
        for(int i=0 , x1,y1,x2,y2,s ; i<n ; ++i){
            scanf("%d%d%d%d%d",&x1,&y1,&x2,&y2,&s);
            x1 += 1000000 , x2 += 1000000;
            y1 += 1000000 , y2 += 1000000;
            es.emplace_back( event(x1,y2,y1+1, s) );
            es.emplace_back( event(x2,y2,y1+1,-s) );
        }
        sort( es.begin() , es.end() );
        long long maxSig = 0LL , maxArea = 0LL;
        for(auto &v : es){
            if( v.diff > 0 )
                rangeOP(mem , v.btn,v.top , v.diff , v.x);
            else{
                PIL qq = query(mem , v.btn,v.top , v.x);
                if( qq.first == maxSig )
                    maxArea += qq.second;
                else if( qq.first > maxSig ){
                    maxSig = qq.first;
                    maxArea = qq.second;
                }
                rangeOP(mem , v.btn,v.top , v.diff , v.x);
            }
        }
        printf("%lld %lld\n",maxSig , maxArea);

        if( C ){
```



```
}  
}  
}  
init();
```

qF. Triangles

題目簡述：

在 $[0, 1e6) \times [0, 1e6)$ 的範圍內給定 $N \leq 1e6$ 個不同的點，不同點可在同位置。求任三不同點所圍出的面積平方和，輸出到小數點後第四位。

解法：

定義 $f(i, j, k)$ 為點 i, j, k 所為出的面積平方

則答案為 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N f(i, j, k) / 6$

$a = x_i, b = y_i$

$c = x_j, d = y_j$

$e = x_k, f = y_k$

$$f(i, j, k) = [(c - a)(f - b) - (e - a)(d - b)]^2 / 4 \\ = (cf - af - bc + ad + be - de)^2 \quad \text{展開整理}$$

- 利用 $\sum x + y = \sum x + \sum y$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N f = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N f_1 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N f_2 + \dots$$

其中 f_1, f_2, \dots 是 f 展開後的各項

- 利用 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N ij = \sum_{i=1}^N i \sum_{j=1}^N j$

可以發現每一項 f_i 都是可以預先在 n 次內算好的

整理結果很漂亮

$A = \text{sigma}(x)$

$B = \text{sigma}(y)$

$AA = \text{sigma}(x^2)$

$BB = \text{sigma}(y^2)$

$AB = \text{sigma}(xy)$

$\text{tmp1} = AA * BB * N + AB * A * B * 2$

$\text{tmp2} = AB * AB * N + BB * A * A + AA * B * B$

答案就是 $(\text{tmp1} - \text{tmp2}) / 4$

此題答案可到 40 位數以上，需要自己實作大數

減法拉到最後算，所以只要實作較大正整數減正整數

除法也拉到最後算，所以只要實作除以 4 即可

My AC Code :

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/f.cpp

```
#include <cstdio>
#include <cmath>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;

struct BigNum{
    vector<int> val;
    int sz() const{
        return val.size();
    }
    int get(int id) const{
        return id<sz() ? val[id] : 0;
    }
    void add(int id,int v){
        while( id>=sz() ) val.push_back(0);
        val[id] += v;
    }

    BigNum(){ val.push_back(0); }
    BigNum(long long n){
        while( n ){
            val.push_back( n%10000LL );
            n /= 10000LL;
        }
        if( !sz() ) val.push_back(0);
    }
    void fix(){
        int c = 0;
        for(int i=0 ; i<sz() ; ++i){
            val[i] += c;
            c = val[i] / 10000;
            val[i] %= 10000;
        }
    }
};
```

```

    }
    if( c ) val.push_back( c );
}

BigNum operator + (const BigNum &rth) const{
    BigNum tmp;
    int to = max(sz() , rth.sz());
    for(int i=0 ; i<to ; ++i)
        tmp.add( i , get(i) + rth.get(i) );
    tmp.fix();
    return tmp;
}

BigNum operator * (const BigNum &rth) const{
    BigNum tmp;
    for(int i=0 ; i<sz() ; ++i){
        for(int j=0 ; j<rth.sz() ; ++j)
            tmp.add( i+j , get(i)*rth.get(j) );
        tmp.fix();
    }
    return tmp;
}

BigNum operator + (const long long &rth) const{
    BigNum tmp = rth;
    tmp = tmp + *this;
    return tmp;
}

BigNum operator * (const long long &rth) const{
    BigNum tmp = rth;
    tmp = tmp * (*this);
    return tmp;
}

BigNum operator - (const BigNum &rth) const{
    BigNum tmp = *this;
    for(int i=0 ; i<tmp.sz() ; ++i){
        if( tmp.get(i)<0 || tmp.get(i)<rth.get(i) ){
            tmp.add(i+1 , -1);
            tmp.add(i , 10000);
        }
        tmp.add(i , -rth.get(i));
    }
}

```

```

    }
    tmp.fix();
    return tmp;
}

};

int main(){
    int N;
    scanf("%d",&N);

    long long x , y;
    long long sigX=0LL , sigY=0LL , sigXX=0LL , sigYY=0LL , sigXY = 0LL;
    for(int i=0 ; i<N ; ++i){
        scanf("%lld%lld",&x,&y);
        sigX += x , sigY += y;
        sigXX += x*x , sigYY += y*y;
        sigXY += x*y;
    }

    BigNum A=sigX , B=sigY , AA=sigXX , BB=sigYY , AB=sigXY;
    BigNum tmp1 = AA*BB*N + AB*A*B*2LL;
    BigNum tmp2 = AB*AB*N + BB*A*A + AA*B*B;
    BigNum ans = tmp1 - tmp2;

    while( ans.sz()>1 && ans.val.back()==0 )
        ans.val.pop_back();

    if( ans.val.back()/4 || ans.sz()==1 )
        printf("%d",ans.val.back()/4);
    int last = ans.val.back()%4;
    for(int i=ans.sz()-2 ; i>=0 ; --i){
        printf("%04d",(last*10000 + ans.get(i)) / 4);
        last = (last*10000 + ans.get(i)) % 4;
    }
    putchar('.');
    printf("%04d\n",last*2500);
    return 0;
}

```

qH. Panda Chess

題目簡述：

N 位玩家舉行了 M 場一對一的比賽決定排名高低，規則是：贏家的排名永遠比輸家的高，輸入保證有唯一且符合規定的排名順序。

每位玩家的 ID 是由 D 個 0..9 數字組成，輸入皆用識別碼代表該玩家。

給定 M 場比賽的結果。

給一錯誤的排名，問至少要幾個操作才能改成正確的排名。

只能從排名插入或移除識別碼，各算一個操作。

解法：

每位玩家建節點，存他的正確排名跟贏誰。

建邊階段，每次讀入的 ID 字串後轉成 long long，用 map 建立 ID 跟節點的對應。

用輸贏建邊拓撲排序，得到所有人的正確排序。

讀入待更正錯誤排序，若讀入的 ID 不存在則跳過，否則則將此玩家的正確排名放入陣列尾端。最後求此陣列的最長嚴格遞增子序列(LIS)。只有 LIS 上的排名是可以不用改的，其他都要刪掉並插入正確的玩家。此為最佳答案，因為若要保留非 LIS 上的玩家，勢必要

答案即是 $(N - \text{LIS's length}) * 2$

因為 N 最大 100000，因此此題的 LIS 要用建表紀錄 長度 => 此長度最後一位的排名。每個長度最後一位的排名越高（數字小）越好，因為這樣會讓之後的玩家更容易接在自己後面。長度越長，最後一位的排名越低。利用此單調性可進行二分搜。然而此題線上測資不用二分搜跑起來跟二分搜一樣快。

My AC Code：

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/h.cpp

```
#include <cstdio>
#include <string>
#include <cstring>
#include <map>
#include <queue>
using namespace std;

inline long long strToLL(const char *str){
    long long re = 0LL;
    for(int i=0 ; str[i]!='\0' ; ++i){
        re *= 10LL;
        re += str[i]-'0';
    }
    return re;
}
```

```

struct node{
    long long id;
    int score;
    vector<int> next;
    int inE = 0;
    node(){ }
    node(const int &_id):id(_id){ }
};

vector<node> g;

int main(){
    int N,M,D;
    scanf("%d%d%d",&N,&M,&D);

    map< long long , int > hs;
    char tmp[15];
    for(int i=0 ; i<M ; ++i){
        long long aid , bid;
        scanf("%s",tmp); aid = strToLL(tmp);
        scanf("%s",tmp); bid = strToLL(tmp);

        if( hs.find(aid)==hs.end() ){
            g.emplace_back( node(aid) );
            hs[aid] = g.size() - 1;
        }
        if( hs.find(bid)==hs.end() ){
            g.emplace_back( node(bid) );
            hs[bid] = g.size() - 1;
        }

        int ra = hs[aid] , rb = hs[bid];
        g[ra].next.emplace_back( rb );
        ++g[rb].inE;
    }

    queue<int> myQ;
    for(int i=0 ; i<g.size() ; ++i)
        if( g[i].inE == 0 ){
            myQ.push( i );
            break;
        }
    int nowScore = 0;
    while( !myQ.empty() ){
        int nowAt = myQ.front();
        myQ.pop();
    }
}

```

```

        g[nowAt].score = ++nowScore;
        for(auto &nid : g[nowAt].next)
            if( --g[nid].inE == 0 )
                myQ.push( nid );
    }

    vector<int> len;
    for(int i=0 ; i<N ; ++i){
        scanf("%s",tmp);
        long long nowID = strToLL(tmp);
        if( hs.find(nowID)==hs.end() ) continue;

        int nowRank = g[ hs[nowID] ].score;
        auto it = lower_bound(len.begin() , len.end() , nowRank);
        if( it==len.end() ) len.emplace_back( nowRank );
        else *it = min(*it , nowRank);
    }
    int tlen = len.size();
    printf("%d\n", (N-tlen)*2);
    return 0;
}

```


ql. Pivot

題目簡述：

有一個陣列 A 有 n 個不同的整數，定義可當 pivot 的元素為：
大於所有左邊的元素
小於所有右邊的元素
給定陣列 A ($2 \leq n \leq 10\,000$)，問 pivot 數量

解法：

初始設所有點都不可能為答案
從左掃到右，邊紀錄左邊看過最大的數
若目前的元素大於左邊最大的數，則標記此點可能為答案

從右掃到左，邊紀錄右邊看過最小的數
若目前的元素大於右邊最小的數，則標記此點不可能為答案

最後統計可能為答案的數量即可

Hack??

此方法若用自定義的無限大當最大最小的初始值
要留意最左邊為 $-\text{INT_MAX}-1$ 跟最右邊的元素為 INT_MAX 的情況
從左掃到右時，最左元素必可能是答案（因左邊沒有元素比自己大）
從右掃到左時，最右元素必可能是答案（因右邊沒有元素比自己小）

然而，如下測資

3
-2147483648 0 2147483647

在本機用兩種 code 跑出來的答案分別為

1
3 (正解)

在 judge 上都過了

My AC Code：

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/i.cpp

```
#include <cstdio>
#include <climits>
using namespace std;

int a[100004];
bool possible[100004];
```

```

int main(){
    int n;
    scanf("%d",&n);
    for(int i=0 ; i<n ; ++i)
        scanf("%d",&a[i]);
    int biggest = -INT_MAX-1;
    for(int i=0 ; i<n ; ++i)
        if( a[i] >= biggest )
            possible[i] = true , biggest = a[i];
    int smallest = INT_MAX;
    for(int i=n-1 ; i>=0 ; --i){
        if( a[i] > smallest )
            possible[i] = false;
        else
            smallest = a[i];
    }
    int ans = 0;
    for(int i=0 ; i<n ; ++i)
        if( possible[i] ) ++ans;
    printf("%d",ans);
    return 0;
}

```

qJ. Animal Classification

題目簡述：

有 N 種動物，兩位動物學家用各自的方法把他們放在二元樹的葉節點上。每個節點代表一種分類集合，含有所有後代葉節點上的動物。

用(,)還有數字給定兩棵二元樹，求共有幾個共同的分類集合。

解法：

用分類集合所有的數字和、積、個數代表該集合。

先把兩顆樹的所有分類集合算出來：開一個 Stack 存代表集合的那三個數字，讀到數字就 push 只有一個元素的集合進去，讀到) 就把 Stack 最後面兩個拿出來合併（和跟個數相加、積相乘模 $1e9+7$ ）再丟回去。過程中出現過的即是全部的分類集合，共 $2N-1$ 個存到陣列裡。

兩個陣列分別 sort 就可以在 $O(N)$ 時間裡把兩個陣列的交集算出來，交集的元素個數即是答案。

My AC Code：

source code

https://github.com/sunset1995/NCTU_Prac0915_Singapore_Preliminary/blob/master/j.cpp

```
#include <cstdio>
#include <algorithm>
#include <vector>
using namespace std;

struct data{
    long long sum , pro , sz;
    data& operator += (const data &rth){
        sum += rth.sum;
        pro = (pro*rth.pro) % 1000000007;
        sz += rth.sz;
    }
    bool operator < (const data &rth) const{
        if( sum<rth.sum ) return true;
        if( sum>rth.sum ) return false;
        if( pro<rth.pro ) return true;
        if( pro>rth.pro ) return false;
        if( sz<rth.sz ) return true;
        if( sz>rth.sz ) return false;
        return false;
    }
    bool operator == (const data &rth) const{
        return sum==rth.sum && pro==rth.pro && sz==rth.sz;
    }
}
```

```
};
```

```
inline bool isNum(const char &c){  
    return c<='9' && c>='0';  
}
```

```
void getLine(vector< data > &st){  
    vector< data > myStack;  
    int tmp = 0;  
    int inCh = getchar();  
    while( inCh!='\n' ){  
        if( isNum(inCh) ){  
            tmp *= 10;  
            tmp += inCh-'0';  
        }  
        else if( tmp ){  
            myStack.push_back( tmp,tmp,1 );  
            tmp = 0;  
        }  
        if( inCh=='\n' ){  
            data added = myStack.back();  
            myStack.pop_back();  
            myStack.back() += added;  
            st.push_back( myStack.back() );  
        }  
        inCh = getchar();  
    }  
}
```

```
int main(){  
    int N;  
    scanf("%d",&N);  
    vector< data > setAlice , setBob;  
  
    getchar();  
    getLine( setAlice );  
    getLine( setBob );  
    sort(setAlice.begin() , setAlice.end());  
    sort(setBob.begin() , setBob.end());  
  
    auto itA = setAlice.begin();  
    auto itB = setBob.begin();  
    int ans = N;  
    while( itA!=setAlice.end() && itB!=setBob.end() ){  
        if( *itA == *itB ){  
            ++ans , ++itA , ++itB;  
        }  
    }  
}
```

```
    }  
    else if( *itA < *itB )  
        ++itA;  
    else  
        ++itB;  
}  
printf("%d\n",ans);  
  
return 0;  
}
```