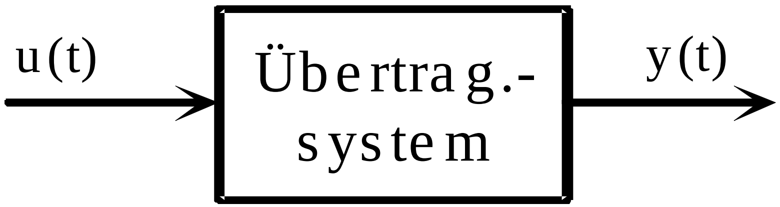
Grundlagen der Systemtheorie

Ein Übertragungssystem ist eine Funktionseinheit mit mindestens einem Signaleingang und mindestens einem Signalausgang



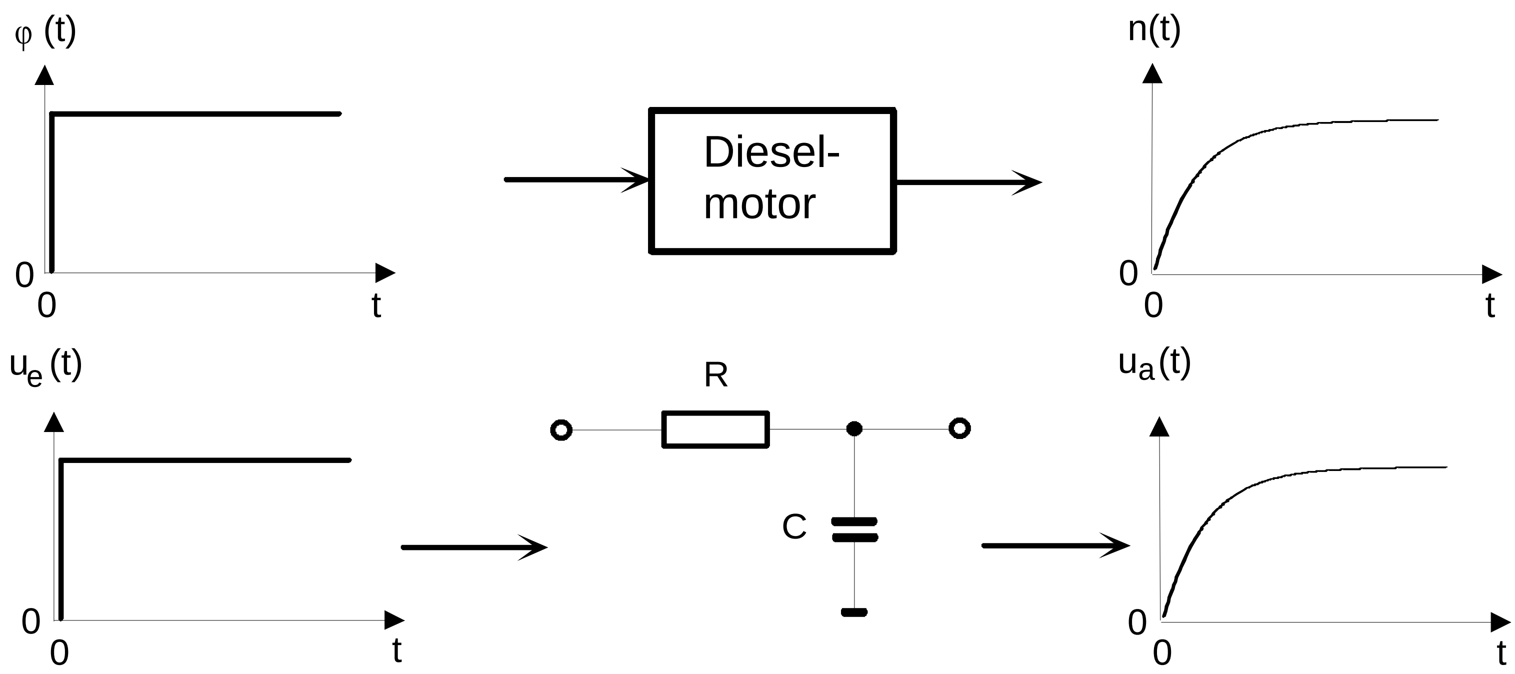
u(t): Eingangssignal
y(t): Ausgangssignal

Beispiele für Systeme: Motoren, Filter, elektronische Schaltungen, Roboter, Verbrennungsanlagen, Mobiltelefone, Autopilot...

Ziele:

- Blackbox Beschreibung unbekannter Systeme
- Zerlegung komplexer Systeme in einfache Teilsysteme
- Analyse und ggf. Beeinflussung des Systemverhaltens

Modellbildung



Unterschiedliche physikalische Systeme oft identisch beschreibbar

Abstraktion ermöglicht Analyse komplizierter Wirkmechanismen

Klassifizierung von Übertragungssystemen

- Technische Übertragungssysteme lassen sich nach verschiedenen Gesichtspunkten klassifizieren
- Klassifikation führt zur Vertiefung des Systembegriffs
- Konsequenzen auf anzuwendende Methoden bei der Modellbildung können aufgezeigt werden

Dynamische und statische Systeme

Bei **statischen Systemen** hängt das Ausgangssignals y(t) zu jedem Zeitpunkt t nur vom aktuellen Wert des Eingangssignals u(t) ab, also nicht von vergangenen Werten u(t)

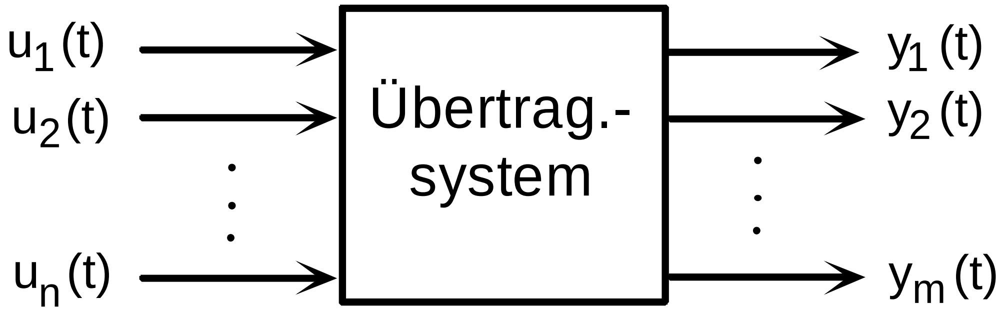
Bei **dynamischen Systemen** hängt das Ausgangssignals y(t) zum Zeitpunkt t_1 von u(t) mit $t \le t_1$ ab, also auch von Werten aus der Vergangenheit

Alle dynamischen Systeme enthalten Energiespeicher!

Eingrößen- und Mehrgrößensysteme

Bisher wurden nur Systeme mit einem Ein- und einem Ausgang betrachtet (**SISO** = **S**ingle **I**nput **S**ingle **O**utput)

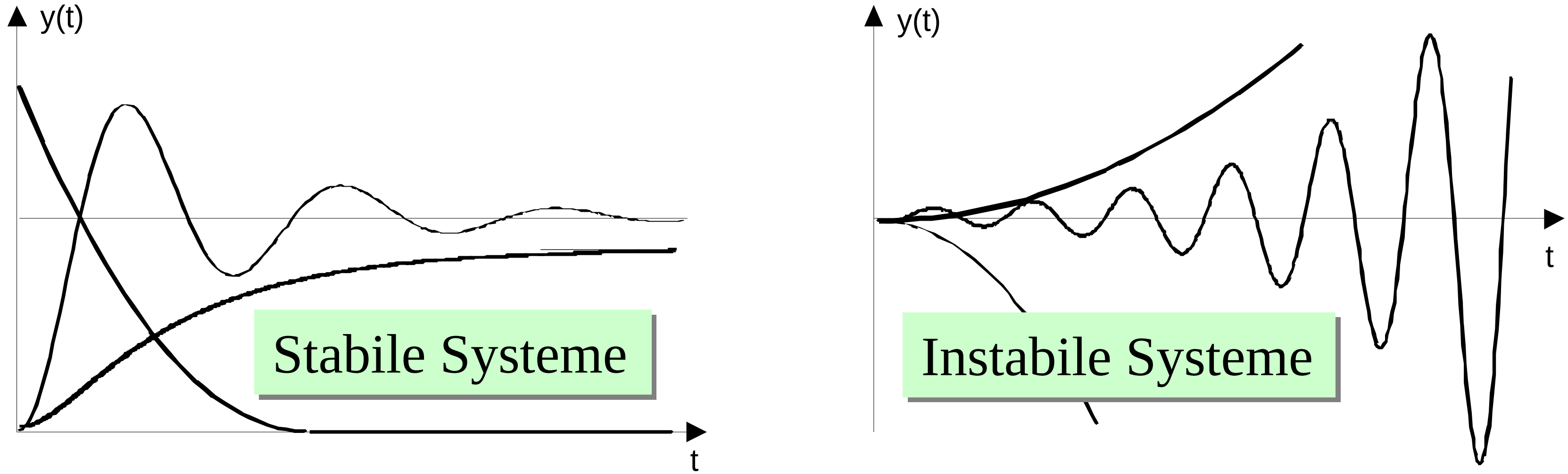
Im allgemeinen können Systeme auch mehrere Ein- und Ausgänge aufweisen (**MIMO** = **M**ultiple **I**nput **M**ultiple **O**utput)



Bei MIMO-Systemen kann jede Eingangsgröße jede Ausgangsgröße beeinflussen

Stabile und instabile Systeme

Typische **Systemantworten** y(t) bei einem Sprung der Eingangsgröße u(t):



Systeme, die auf eine amplitudenbeschränkte Eingangsgröße mit einer amplitudenbeschränkten Ausgangsgröße reagieren, nennt man stabil

Systeme mit konzentrierten und verteilten Parametern

Systeme ohne Ortsabhängigkeit der internen Signale, nennt man **Systeme mit konzentrierten Parametern** (z. B. Ersatzschaltbilder)

Wirkungsanordnungen mit ortsabhängigen Signalen nennt man **Systeme mit verteilten Parametern** (z. B. Wellenausbreitung)

Dynamische Systeme mit verteilten Parametern sind durch **partielle Differentialgleichungen**, Systeme mit konzentrierten Parametern durch **gewöhnliche Differentialgleichungen** beschreibbar

Systeme mit verteilten Parametern können häufig durch Systeme aus konzentrierten Parametern näherungsweise beschrieben werden

Lineare und nichtlineare Systeme

Ein Übertragungssystem mit $y(t) = \Phi\{u(t)\}$ heißt **linear**, wenn das **Überlagerungsprinzip** zweier Signale $u_1(t)$ und $u_2(t)$

$$\Phi\{u_1(t)\} + \Phi\{u_2(t)\} = \Phi\{u_1(t) + u_2(t)\} = y(t)$$

und das **Verstärkungsprinzip** mit einem konstanten Faktor k

$$\Phi\{k \cdot u(t)\} = k \cdot \Phi\{u(t)\} = y(t)$$

erfüllt sind

Nur für lineare Systeme existiert eine geschlossene Systemtheorie

Nichtlineare Systeme lassen sich oft in einem Arbeitspunkt linearisieren

Zeitvariable und zeitinvariante Systeme

Systeme, deren Systemparameter keine Funktion der Zeit sind, nennt man zeitinvariant.

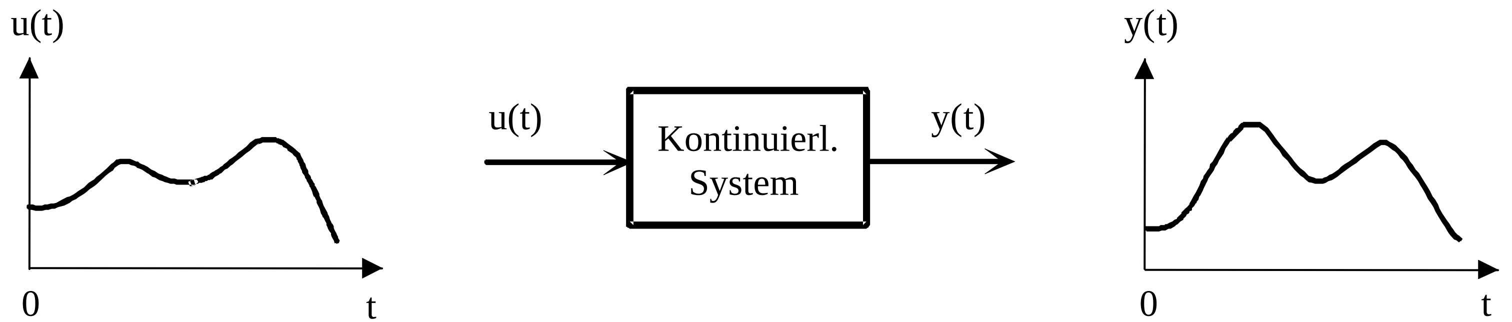
Zeitinvariante Systeme reagieren auf eine um t_0 verschobene Eingangsgröße *u(t)* ebenfalls mit einer um t_0 verschobenen Ausgangsgröße *y(t)*:

$$\Phi\{u(t-t_0)\} = y(t - t_0)$$

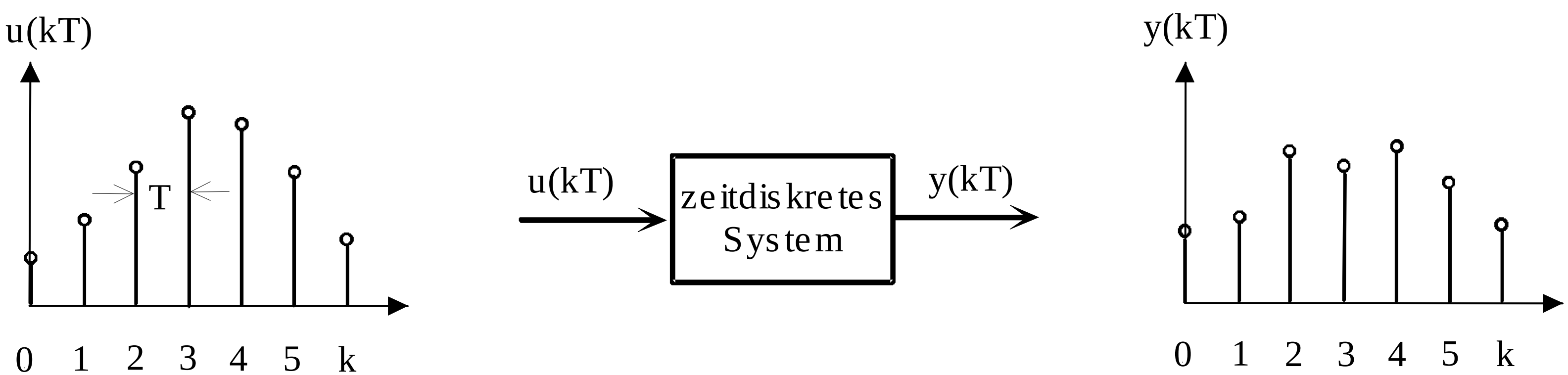
Viele Systeme sind zumindest näherungsweise zeitinvariant

Zeitvariable Systeme sind durch adaptive Algorithmen beschreibbar

Kontinuierliche und zeitdiskreten Systeme



Ein- und Ausgangssignal existieren zu jedem beliebigen Zeitpunkt



Ein- und Ausgangssignal existieren nur zu diskreten Zeitpunkten

Eigenschaften kontinuierlicher LTI-Systeme

Beschränkung auf folgende Systeme:

Nur eine Eingangs- und Ausgangsgröße

Nur Systeme mit konzentrierten Parametern

Linear und Zeitinvariant (**LTI** = **L**inear **T**ime **I**nvariant)

Ziel:

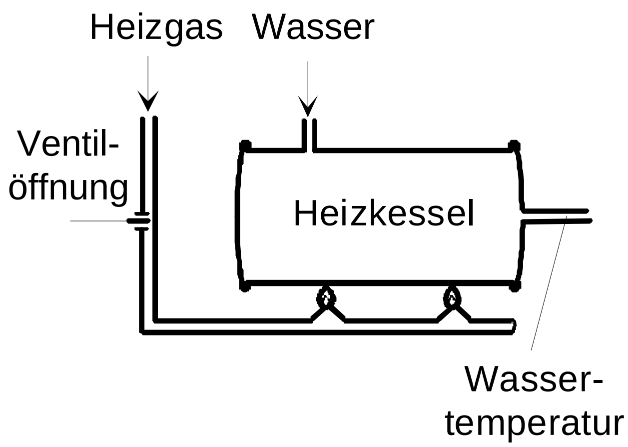
Beschreibung der wesentlichen Systemeigenschaften

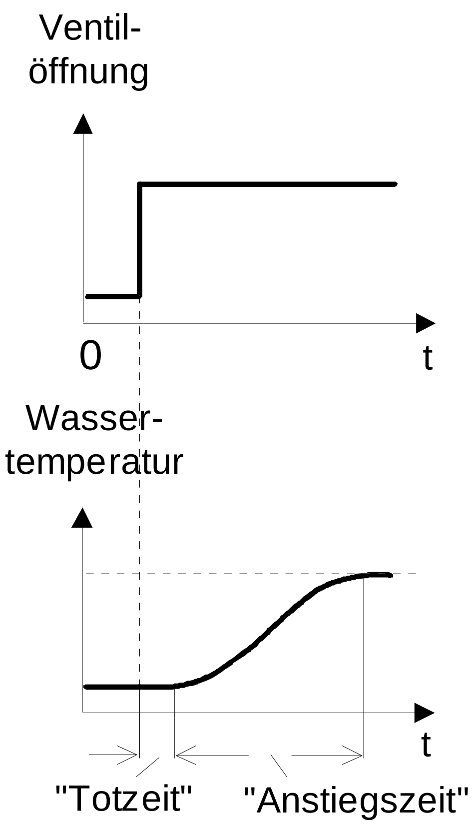
Statisches und dynamisches Systemverhalten

Als **statisches / stationäres Verhalten** bezeichnet man die Abhängigkeit der Ausgangsamplitude des Systems von der Amplitude des Eingangssignals (Kennlinie)

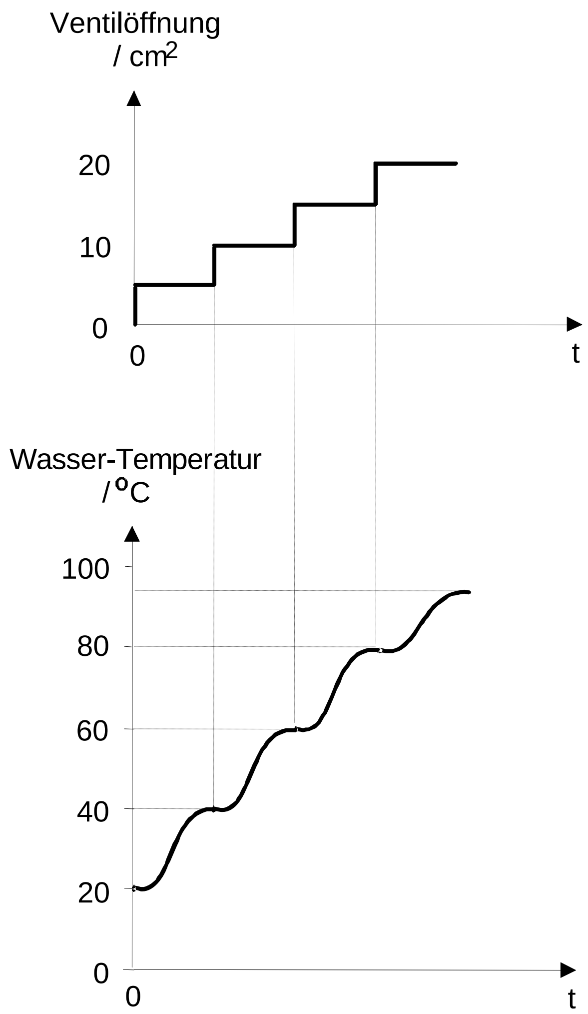
Als **dynamisches Verhalten** wird die Zeitabhängigkeit der Ausgangsgröße des Systems bei Anregung mit einer bestimmten Eingangsgröße bezeichnet (z.B. Sprungantwort)

Beispiel für das dynamische Systemverhalten

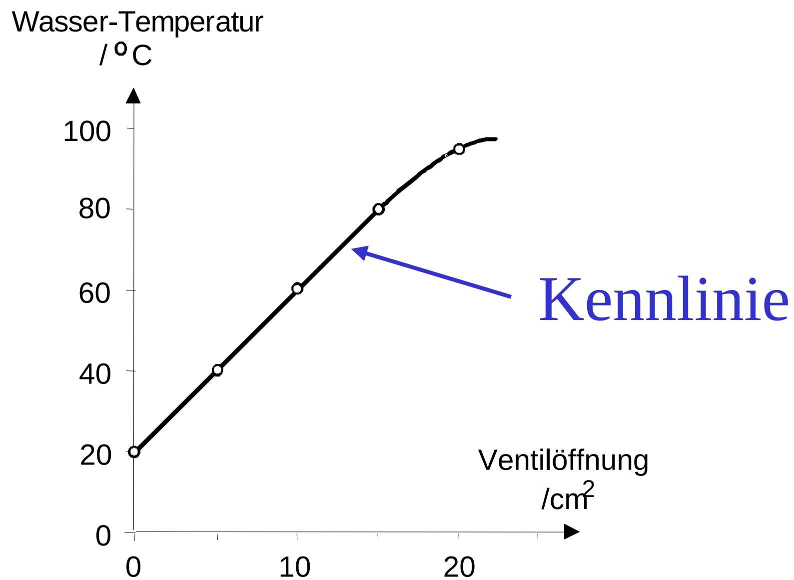




Stationäres Verhalten eines dynamischen Systems

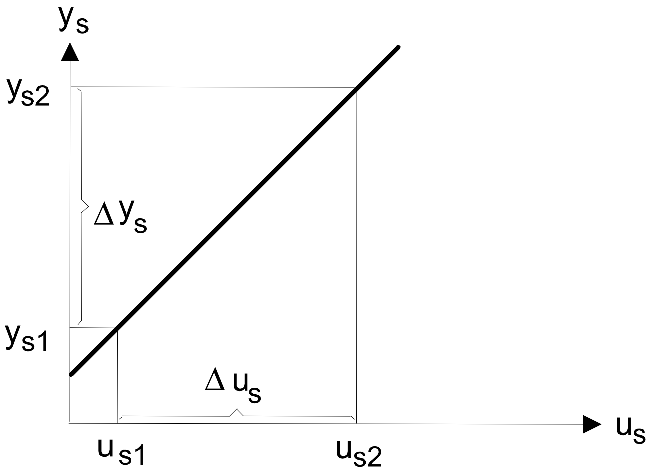


<u>Ansatz</u>: Nach jeder Änderung des Eingangssignals solange warten, bis der Systemausgang einen festen Wert annimmt



Berechnung des Verstärkungsfaktors

Eine einfache Eigenschaft von linearen Systemen ist der **Verstärkungsfaktor**, der angibt, wie sich eine Änderung der Eingangsgröße auf die Änderung der Ausgangsgröße auswirkt



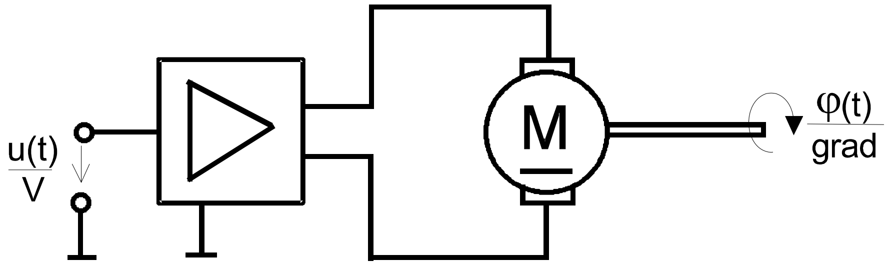
$$\frac{\Delta y_s}{\Delta u_s} = \frac{y_{s2} - y_{s1}}{u_{s2} - u_{s1}} = V$$

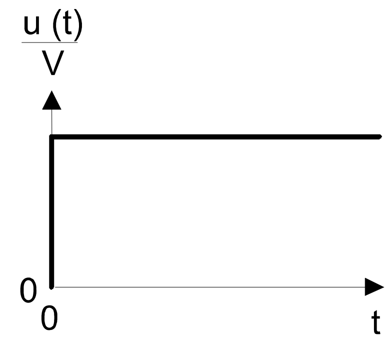
Der Verstärkungsfaktor besitzt i. A. ein Vorzeichen und eine Einheit

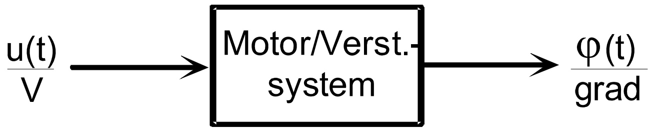
Globalverhalten von Übertragungssystemen

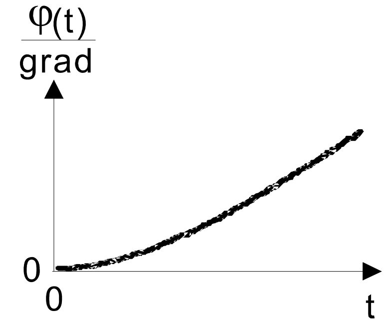
Nicht für jedes System kann ein Verstärkungsfaktor definiert werden

<u>Beispiel</u>: Abhängigkeit des Drehwinkels von der Eingangsspannung









Proportional und integral wirkende Systeme

Bei **global proportional** wirkenden Systemen läuft das Ausgangssignal für ein sprungförmiges Eingangssignal immer gegen einen stationären Endwert (Systeme mit Ausgleich)

Bei **global integral** wirkenden Systemen steigt das Ausgangssignal für ein sprungförmiges Eingangssignal kontinuierlich an ohne stationären Endwert (Systeme ohne Ausgleich)

Modellierung von Übertragungssystemen

Nicht parametrische Modelle (Graph, Tabelle)

→ nur für grobe Systemanalyse und –synthese geeignet

Parametrische Modelle (formelmäßige Beschreibung)

→ Ermöglichen exakte Simulation des Systemverhaltens

Verschiedene Sichtweisen der Systemtheorie

Zeitbereich
→ sehr anschaulich aber mathematisch häufig aufwändig (DGL)

Frequenzbereich (Fourier-Transformation)
→ anschaulich, leicht handhabbar aber nicht allgemein anwendbar

s- bzw. z-Bereich (Laplace- bzw. z-Transformation)
→ unanschaulich, aber sehr nützlich und leicht handhabbar