

P2241 统计方形（数据加强版）

题目描述

有一个 $n \times m$ 方格的棋盘，求其方格包含多少正方形、长方形（不包含正方形）。

输入格式

一行，两个正整数 n, m ($n \leq 5000, m \leq 5000$)。

输出格式

一行，两个正整数，分别表示方格包含多少正方形、长方形（不包含正方形）。

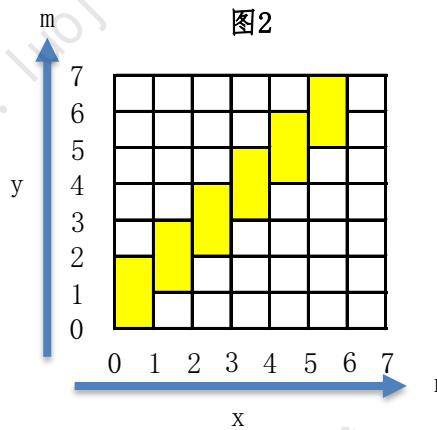
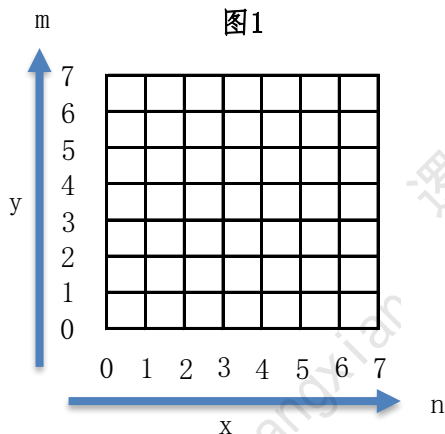
输入样例

2 3

输出样例

8 10

解析1



考虑 $n \times m$ 大小的矩形中，能够包含多少个 $a \times b$ 大小的矩形？

在 7×7 矩阵中：当 $x=1$ 且 $y=1$ 时，总共包含 $7 \times 7 = 49$ 个矩形，如图1所示。

当 $x=1$ 且 $y=2$ 时，总共包含 $7 \times 6 = 42$ 个矩形，如图2所示

因此，我们可以推出：

当 x 发生变化时，横轴的边长数量为： $n-x+1$ ；当 y 发生变化时，纵轴的边长数量为： $m-y+1$

则总矩形数量即为 $(n-x+1) \times (m-y+1)$ ，且，当 $a=b$ 时，为正方形，其余为长方形

编码

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int main(int argc, char **argv) {
    long long n, m, squ = 0, rec = 0;
    scanf("%lld%lld", &n, &m);
    //双重for循环, 枚举两个边长
    for (long long x = 1; x <= n; x++) {
        for (long long y = 1; y <= m; y++) {
            //边长相等, 是正方形
            if (x == y) {
                squ += (n - x + 1) * (m - y + 1);
            }
            //不相等, 则是长方形
            else {
                rec += (n - x + 1) * (m - y + 1);
            }
        }
    }
    printf("%lld %lld", squ, rec);
    return 0;
}
```

解析2

继续更换枚举的条件, 能不能只枚举一个条件?

通过上面的分析, 我们可以得出, 当 $a=1$ 时, n 方向上边长共有7种可能性, 当 $a=2$ 时, n 方向上边长共有6种可能性……当 $a=7$ 时, n 方向上边长只有一种可能性。

所以, n 方向上总共的边长可能性是 $N = 1+2+3+\cdots+n = (1+n)n/2$ 。

同理, m 方向上总共的边长可能性是 $M = (1+m)m/2$ 。

$N * M$ 就是总共的矩形数量。

那么, 我们只需要枚举一条边长, 就能求出正方形的数量, 再用总的矩形数量减去正方形的数量, 即可求出长方形的数量。

编码

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;
//把long long 替换成LL, 节约录入时间
typedef long long LL;
```

```
int main(int argc, char **argv) {
    LL n, m, squ = 0, rec = 0;
    //读入矩形边长
    scanf("%lld%lld", &n, &m);
    //枚举一条边长, 计算正方形数量
    for (LL x = 1; x <= min(m, n); x++) {
        squ += (n - x + 1) * (m - x + 1);
    }
    //用总的矩形数量减去正方形的数量
    rec = n * (n + 1) * m * (m + 1) / 4 - squ;
    printf("%lld %lld", squ, rec);
    return 0;
}
```

逻辑航线培优教育, 信息学奥赛培训专家。

扫码添加作者获取更多内容。

