

P3799 妖梦拼木棒

题目描述

有 n 根木棒，现在从中选 4 根，想要组成一个正三角形，问有几种选法？

答案对 10^9+7 取模。

输入格式

第一行一个整数 n 。

第二行 n 个整数，第 i 个整数 a_i 代表第 i 根木棒的长度。

输出格式

一行一个整数代表答案。

输入样例

```
4
1 1 2 2
```

输出样例

```
1
```

解析

在解决这道题目前，我们需要了解一些关于组合数学的知识

我们知道，当我们在 n 个数中选择 m 个（不重复）那么可以选择的方案数为 C_n^m

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \times (n-m)!}$$

那么，当 $m=2$ 时

$$\begin{aligned} C_n^2 &= \frac{n!}{m! \times (n-m)!} \\ &= \frac{n!}{2 \times (n-2)!} \end{aligned}$$

又因为

$$\begin{aligned} n! &= n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1 \\ (n-2)! &= (n-2) \times (n-3) \times \dots \times 2 \times 1 \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \frac{n!}{(n-2)!} &= n \times (n-1) \\ C_n^2 &= \frac{1}{2} \times n \times (n-1) \end{aligned}$$

要从n根木棒中选出4根，使他们能组成一个正三角形。简单的来说，就是先选出两根一样的，再选出两根使这两根的长度之和与先前选出的相同。

我们设先选的为a，其数量为 A_m 个，后选的两根为b,c，其数量分别为 B_m 和 C_m 。 $a == b+c$ 。

那么从a中选两个的总方案数即为 $A = C(A_m, 2) = (1/2) \times (A_m) \times (A_m - 1)$

对于b和c的长度，我们需要认真考虑一下：

如果b等于c，则等价于从 B_m 或者 C_m 中选择两个，再与A相乘

如果b不等于c，则按照组合数的方法，直接计算 $B_m \times C_m$ ，最后再与A相乘。

编码

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;
const int maxn = 5 * 1e3 + 500, mod = 1e9 + 7;
int num[maxn], n, Max = -1, Min = 0x3f3f, ans = 0;

signed main() {
    cin >> n;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        int a;
        cin >> a;
        //因为木棒最大的长度也不过是5000，所以可以用桶进行存储
        num[a]++;
        Max = max(Max, a);
        Min = min(Min, a);
    }
    //首先选出两个较长的棍作为长边，
    //因此这个长边肯定不能选择最短的木棒
    for (int i = Min + 1; i <= Max; i++) {
        //当前的木棒至少要多于两个
        if (num[i] >= 2) {
            //开始寻找两个短棍，它的最大长度不会超过i的一半
            for (int j = Min; j <= i / 2; j++) {
                //不相等的时候，调用c(n2) * a * b;
                if (j != i - j) {
                    ans += num[i] * (num[i] - 1) * num[j] * num[i - j];
                }
                //j正好等于i的一半，调用c(n2)选择
                else if (num[j] >= 2 && j * 2 == i) {
                    ans += num[i] * (num[i] - 1) * num[i / 2] * (num[i / 2] - 1);
                }
            }
            ans %= mod;
        }
    }
    cout << ans;
}
```

逻辑航线培优教育，信息学奥赛培训专家。

扫码添加作者获取更多内容。



`[i / 2] - 1) / 4 % mod;`

