

二进制 (Binary)

二进制是计算技术中广泛采用的一种数制，是现代计算机的运算基础。

计算机仅仅能识别 “0” 和 “1”，这是由于电路的逻辑决定的。电路只有 “开” 和 “关” 两种状态。一切存储在计算机中的数据都是逻辑，或者说信息在计算机中的表示（数据）就是一串 “0” 和 “1” 的组合。

起源

西方史学界认为二进制是 17 世纪法国著名数学家莱布尼茨的首创。

莱布尼茨在数学史和哲学史上都占有重要地位。在数学上，他和牛顿先后独立发明了微积分，而且他所使用的微积分的数学符号被更广泛的使用，莱布尼茨所发明的符号被普遍认为更综合，适用范围更加广泛。莱布尼茨还对二进制的发展做出了贡献。

莱布尼茨是最早接触中华文化的欧洲人之一，曾经从一些曾经前往中国传教的教士那里接触到中国文化，之前应该从马可·波罗引起的东方热留下的影响中也了解过中国文化。法国汉学大师若阿基姆·布韦向莱布尼茨介绍了《周易》和八卦的系统。在莱布尼茨眼中，“阴”与“阳”基本上就是他的二进制的中国版。他曾断言：“二进制乃是具有世界普遍性的、最完美的逻辑语言”。今天在德国图林根，著名的郭塔王宫图书馆内仍保存一份莱氏的手稿，标题写着“1 与 0，一切数字的神奇渊源。”

小提示：在计算机科学中，为了区分不同的数制，我们会在数字的后面跟随一个字母来表示当前的进制。例如十进制添加 D，二进制添加 B，八进制添加 Q，十六进制添加 H。

进制转换

二进制整数转十进制整数

从右起，依次分别将左边每一位计数为 $2^0, 2^1, 2^2, \dots$ ，再乘以当前位置中显示的 0 或 1

如图所示：

二进制数字	1	0	0	1	1	0	最终结果
指数形式	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
乘以当前位数值	32×1	16×0	8×0	4×1	2×1	1×0	
和	32	0	0	4	2	0	

示例：

$$0B = 2^0 \times 0 = 0D$$

$$10B = 2^0 \times 0 + 2^1 \times 1 = 0 + 2 = 2D$$

$$1101B = 2^3 \times 1 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 0 + 2^0 \times 1 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13D$$

十进制整数转二进制整数

我们使用竖除法来进行十进制与二进制之间的转换。

示例：156D = 10011100B

2		156	0
2		78	0
2		39	1
2		19	1
2		9	1
2		4	0
2		2	0
2		1	1

二进制小数转十进制小数

从小数点右边第一位起，依次将右边的每一位计数为 $2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3} \dots$ ，再乘以当前位置中显示的 0 或 1

示例：

二进制小数 $0.101\text{B} = 0.625\text{D}$

二进制数字	1	0	1	最终结果
指数形式	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	
乘以当前位数值	0.5×1	0.25×0	0.125×1	
和	0.5	0	0.125	0.625

十进制小数转二进制小数

十进制小数转换成二进制小数采用"乘 2 取整，顺序排列"法。具体做法是：用 2 乘十进制小数，可以得到积，将积的整数部分取出，再用 2 乘余下的小数部分，又得到一个积，再将积的整数部分取出，如此进行，直到积中的小数部分为零，或者达到所要求的精度为止。

然后把取出的整数部分按顺序排列起来，先取的整数作为二进制小数的高位有效位，后取的整数作为低位有效位。

示例： $0.8125\text{D} = 0.1101\text{B}$

$$\begin{array}{rcll} & 0.8125 & & \\ \times & 2 & & \\ \hline & 1.6250 & \cdots \cdots \text{取整数: } 1 & \\ & .6250 & & \\ \times & 2 & & \\ \hline & 1.2500 & \cdots \cdots \text{取整数: } 1 & \\ & .25 & & \\ \times & 2 & & \\ \hline & .50 & \cdots \cdots \text{取整数: } 0 & \\ \times & 2 & & \\ \hline & 1.0 & \cdots \cdots \text{取整数: } 1 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{顺} \\ \text{序} \\ \text{排} \\ \text{列} \end{array}$$

$\therefore (0.8125)_{10} = (0.1101)_2$

小提示：很容易想到类似 0.111 这样的十进制数字是永远都无法被精准存储的，这也是为什么小数不能在计算机中精准存储的根本原因。

八进制

八进制，Octal，缩写 OCT 或 O，一种以 8 为基数的计数法，采用 0，1，2，3，4，5，6，7 八个数字，逢八进 1。

八进制与十进制互转

参考二进制与十进制互转

八进制与二进制互转

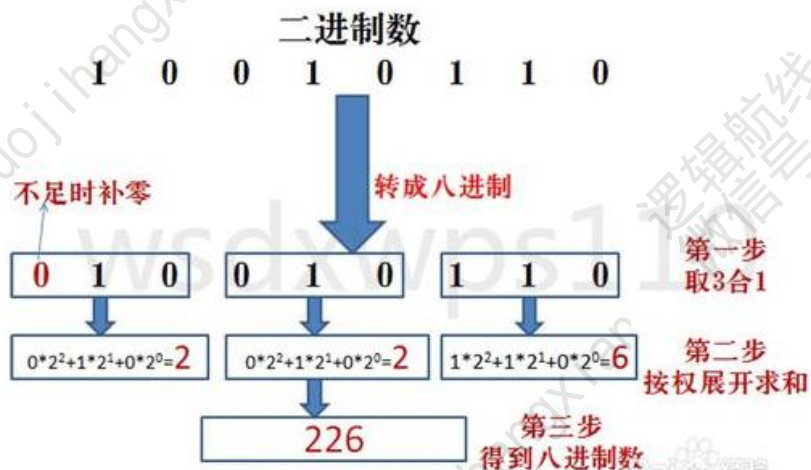
八进制与二进制的关系，从低位向高位方向，每三位二进制数对应一个八进制数。

二进制数字	八进制数字
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

二进制转八进制

从小数点开始，整数部分向左、小数部分向右，每 3 位为一组用一位八进制数的数字表示，不足 3 位的要用“0”补足 3 位，就得到一个八进制数。

示例：10010110B = 226Q



八进制转二进制

八进制数通过除 2 取余法，得到二进制数，每个八进制对应三个二进制，不足时在最左边补充零。

示例：226Q = 10010110B



八进制小数与二进制小数的转化

参考上文。

十六进制

十六进制（简称为 hex 或下标 16）在数学中是一种逢 16 进 1 的进位制。一般用数字 0 到 9 和字母 A 到 F（或 a~f）表示，其中:A~F 表示 10~15，这些称作十六进制数字。

十六进制数的表示方式为 0x 开头。

示例：0xAF=175

转换计算参考上文。

小提示：N 进制在当前进制下，N=10；例如：3 在 3 进制下=10。2 在 2 进制下等于 10。

课后练习

1、[2008 年普及组初赛 8]与十进制数 28.5625 相等的四进制数是 ()。

A 123.21 B 131.22 C 130.22 D 130.21

2、[2008 年普及组初赛 12](2008)₁₀+(5B)₁₆ 的结果是 ()。

A (833)₁₆ B (2089)₁₀ C (4163)₈ D (100001100011)₂

3、[2008 年提高组初赛 15](2008)₁₀+(5B)₁₆ 的结果是 ()。

A (833)₁₆ B (2099)₁₀ C (4063)₈ D (100001100011)₂

4、[2009 年普及组初赛 11]十进制小数 125.125 对应的八进制数是。

A 100.1 B 175.175 C 175.1 D 100.175

5、一个正整数在二进制下有 100 位,则它在十六进制下有 () 位。

A、7 B、13 C、25 D、不能确定

6、[2011 年提高组初赛 13]一个正整数在十六进制下有 100 位,则它在二进制下可能有 () 位。

A 399 B 400 C 401 D 404

7、[2010 年普及组初赛 7]设 X、Y、Z 分别代表三进制下的一位数字,若等式 $XY+ZX=XYX$ 在三进制下成立,那么同样在三进制下,等式 $XY \times ZX = ()$ 也成立。

A YXZ B ZXY C XYZ D XZY

8、[2010 年提高组初赛 5]如果在某个进制下等式 $7 \times 7 = 41$ 成立,那么在该进制下等式 $12 \times 12 = ()$ 也成立。

A 100 B 144 C 164 D 196

9、[2014 年普及组初赛 11]下列各无符号十进制整数中,能用八位二进制表示的数中最大的是 ()。

A 296 B 133 C 256 D 199

参考答案：

1、D

2、A

3、ABC

4、C

5、C 解析：二进制每四位对应十六进制一位

6、A,B 解析：一个十六进制数字可用 4 个二进制数字表示，100 位的十六进制可以用 400 位二进制表示，当然刚开始那几位可能是 0，所以也可能是 399、398、397 位二进制表示

7、B 解析：最低位， $Y + X = X$ ，则 Y 必为 0。最高位，在三进制下： $1 + 2 = 10$ ，根据 $X + Z = XY$ ，则 $Z = 2$ ， $X = 1$ 所以： $XY * ZX = 10 * 21 = 210 = ZXY$

8、B 解析：在 10 进制下 $7*7=49$ ，因为在当前进制下 $7*7=41$ ，所以 $4*x+1=49$ ，解得 $x=12$ ，所以是 12 进制。
12 进制转 10 进制： $2 * 120 + 1 * 12 = 14$ ；
12 进制下的 $12 * 12 = 10$ 进制下的 $14 * 14 = 196(10) = 144(12)$

9、D 解析：8 位二进制最大值为 255

逻辑航线培优教育，信息学奥赛培训专家。

扫码添加作者获取更多内容。

