

◇ 研究报告 ◇

基于遗传算法的五模材料分层优化*

孙雪聪^{1,2} 孙兆永^{1,3} 贾 喆^{2,4†} 毕亚峰¹ 杨 军^{1,2†}

(1 中国科学院声学研究所 噪声与振动重点实验室 北京 100190)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

(3 北京印刷学院 创新物理实验室 北京 102600)

(4 中国科学院声学研究所 声场声信息国家重点实验室 北京 100190)

摘要: 由于超材料的微结构尺度不能忽略,利用超材料微结构所集成的器件等效参数不是连续分布的,而是呈离散分布的。因此在利用超材料设计声学器件的过程中,需要对器件进行分层离散化,而分层方案的选取往往会影响器件的工作效果。该文基于五模材料水下隐身衣的设计理论,提出了一种基于遗传算法的五模材料隐身衣分层优化策略,并分别对优化前和优化后的分层隐身衣做了声学仿真。仿真结果表明采用优化策略后,隐身衣背景声场的散射能量和反射能量均有大幅度降低,并且对窄带探测信号和宽带探测信号均有较好的隐身效果,因此该分层优化策略能够显著提升隐身衣的隐身效果。该文所提出的分层优化策略为提升五模材料隐身衣性能提供了理论支持,并可以进一步推广至其他超材料器件的微结构设计中。

关键词: 遗传算法; 结构设计; 五模材料; 声隐身

中图法分类号: O424 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2022)03-0327-08

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2022.03.001

A layered optimization strategy of pentamode materials based on genetic algorithm

SUN Xuecong^{1,2} SUN Zhaoyong^{1,3} JIA Han^{2,4} BI Yafeng¹ YANG Jun^{1,2}

(1 Key Laboratory of Noise and Vibration Research, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(3 Library of Innovation Physics, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing 102600, China)

(4 State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Considering that the microstructure scale of metamaterials can not be ignored, the equivalent parameters of acoustic devices made by metamaterials are not continuous but discrete. In the process of design acoustic devices based on the metamaterials, it is necessary to layer the devices, and the selection of layering scheme often affects the working effect of the devices. In this paper, an optimization strategy used for layering the pentamode material cloak is proposed based on the genetic algorithm. The acoustic simulations of the cloak before and after optimization are carried out respectively, which shows that the scattered and reflected acoustic energy of the background acoustic field are greatly reduced after optimization for both narrowband and broadband detection signals. The proposed optimization strategy has a good performance, which can be extended to other types of metamaterial structure design.

Keywords: Genetic algorithm; Structure design; Pentamode materials; Acoustic stealthy

2021-04-30 收稿; 2021-06-21 定稿

*广东省重点领域研发计划资助项目(2020B010190002),国家自然科学基金项目(11874383, 12104480),中国科学院声学研究所前沿探索项目(QYTS202110),北京印刷学院校级项目(Ed202206)

作者简介: 孙雪聪(1995-),女,天津人,博士研究生,研究方向:声人工结构的智能化设计与应用。

†通信作者 E-mail: hjia@mail.ioa.ac.cn; jyang@mail.ioa.ac.cn

0 引言

由于拥有负等效模量、负等效密度、各向异性密度等反常物理特性, 声学超材料一经问世就引起了学术界持久、广泛的关注^[1–9]。声学超材料由周期性排列的微结构构成, 其微结构尺度远小于声波波长, 因此可等效为均匀介质。超材料的等效参数(如: 等效密度, 等效模量等)与其几何结构密切相关, 故可通过改变微结构的几何参数实现对等效物理参数的调控, 从而达到对弹性波、声波的有效调控。

1995年, 美国犹他大学(The University of Utah)的Milton教授和Cherkaev教授首先提出五模材料(Pentamode material)这一概念, 该材料在形变时仅能承受主轴方向的应力, 与流体的“流动”颇为相似, 因此受到了研究者的广泛关注^[10]。2008年, 美国罗格斯大学的Norris教授提出了基于五模材料的变换声学理论, 完成了利用五模材料对声波进行调控的理论分析, 也激起了广大科研工作者对五模材料及其在声波控制领域中的研究热情^[11]。2012年, Gokhale等在Norris所提出的五模材料变换理论基础上, 针对环形隐身衣, 研究了理想五模材料属性与变换映射之间的联系, 并给出常密度分布、常径向模量分布、常切向模量分布、级数密度分布、级数径向模量分布、级数切向模量分布以及最小各项异性模量分布等几种环形斗篷对应的映射函数^[12]。此后, 五模材料在水下隐身^[13–14]、梯度透镜^[15]、负折射成像^[16]及水声复路通信^[17]等领域均取得了进展。

原则上, 基于五模材料的声学隐身衣应具有连续的物性参数。然而, 受制备工艺等客观条件的限制, 很难制备出密度和模量连续变化的五模材料。作为一种简化手段, 实际制备时必须对隐身衣进行分层, 层内的密度与模量是均匀分布的。

由于超材料是由周期性排列的微结构构成, 在利用超材料制备隐身衣的过程中, 不可避免的要对理想隐身衣进行离散分层。在离散分层的过程中, 每一层的材料参数被视为均匀分布。然而, 由于分层人为引入了交界面, 对隐身衣性能必然会造成影响, 因此研究分层对隐身衣性能的影响具有重要的理论及实际意义。Cai等^[18]研究了变换函数对分层惯性隐身衣隐身性能的影响。Scandrett等^[19]对五模材料球形隐身衣的密度和模量进行优化, 以提升

隐身性能。张向东等^[20]研究了圆柱状五模材料隐身衣层数、层厚分布等分层因素对隐身衣性能的影响。然而, 以上工作所涉及的分层方式均为均匀分层, 而对于非均匀分层的情况, 目前讨论并不多见。由于非均匀分层突破了分层厚度的限制, 对隐身衣性能的影响多了一个自由度, 因此有必要对其进行深入的研究, 以便寻找最优的分层优化方案。

本文分析了分层方式对隐身效果调控的影响, 提出了一种基于遗传算法的五模材料分层优化策略, 利用声学仿真证明了该策略对窄带探测信号和宽带探测信号的有效性。本文所提出的分层优化策略具有易于实现, 通用性强等优点, 为其他类型的超材料器件设计提供了可行的技术途径。

1 五模材料的变换声学理论

二维空间中五模材料的弹性张量可以表示为

$$\mathbf{C} = \mathbf{S} \otimes \mathbf{S}, \quad (1)$$

其中, \mathbf{S} 是五模材料的特征应力张量, 在主轴坐标系下有较为简单的对角矩阵形式:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_{11} & 0 \\ 0 & s_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{K_x} & 0 \\ 0 & \gamma\sqrt{K_x} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

联立公式(1)和公式(2), 可以得到弹性矩阵 \mathbf{C} 在主轴坐标系下有如下形式:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} K_x & \gamma\sqrt{K_x K_y} & 0 \\ \gamma\sqrt{K_x K_y} & K_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

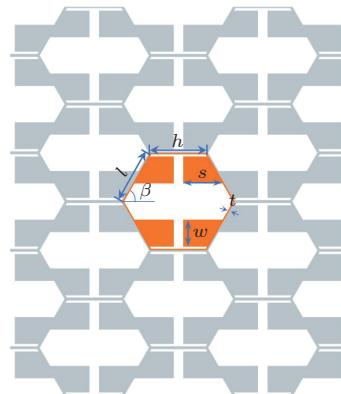
根据系数 γ 的正负可以进一步定义正五模材料($\gamma = 1$)和负五模材料($\gamma = -1$), 本文主要讨论正五模材料, 因此如无特别说明, 下文五模材料均指正五模材料。公式(3)中的 K_x 和 K_y 分别为五模材料 x 主轴和 y 主轴的压缩模量, 在这两个主方向声波的相速度分别为

$$c_x = \sqrt{\frac{K_x}{\rho}}, \quad c_y = \sqrt{\frac{K_y}{\rho}}. \quad (4)$$

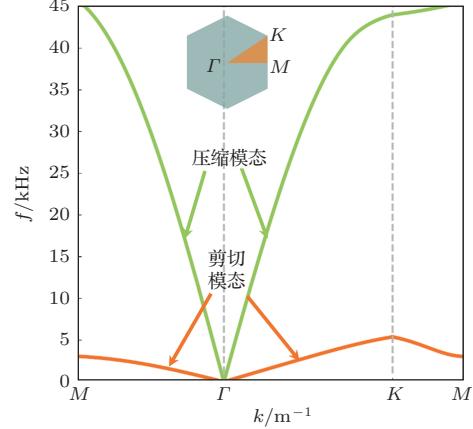
根据以上分析, 改变五模材料的模量或者密度, 可以实现对声速的有效调节, 这是五模材料声波调控的基础。

二维五模材料的微结构呈六边形, 如图1(a)所示, 其中橘黄色区域是一个完整的五模材料

单元示意图。五模材料单元的基材一般采用硬质金属,如铝合金、钛合金等,六边形内部的空白填充空气。图1(a)中的五模材料微结构基材为铝合金,杨氏模量为 $E_s = 69$ GPa,泊松比为 $\sigma = 0.33$,密度为 $\rho_s = 2700$ kg/m³,单元的几何参数为 $l = h = 5$ mm, $w = 2.38$ mm, $s = 3.50$ mm, $t = 0.25$ mm,因此单元的等效密度为 $\rho_{\text{eff}} = 1263.48$ kg/m³。图1(a)中的五模材料的频散曲线如图1(b)所示,其中橘黄色曲线代表结构的剪切模态,绿色曲线代表结构的压缩模态。根据图1(b)中的能带可以计算出微结构压缩模态的等效声速分别为 $c_x = 805.34$ m/s, $c_y = 1115.21$ m/s,剪切模态的等效声速分别为 $c_{sx} = 86.34$ m/s, $c_{sy} = 73.35$ m/s。因此,通过计算



(a) 二维五模材料微结构示意图



(b) 二维五模材料能带

Fig. 1 The unit cell and band diagram of pentamode materials

通过以上分析可知,五模材料微结构的等效参数能够很好地描述五模材料微结构的性能,因此在设计五模材料器件的过程中,常常先研究等效参数描述下五模材料器件的性能,在此基础上进一步探究包含微结构的五模材料器件声学效果。

2008年,Norris教授基于空间坐标变换提出了基于五模材料的变换声学理论,为五模材料的器件设计提供了理论基础。该理论建立了物理空间与虚拟空间的坐标变换关系,通过对隐身衣材料进行参数设计,来操控声波绕过隐藏区域最终实现声隐身。

图2(a)为二维环形五模材料的虚拟空间,图2(b)为其物理空间,灰色的背景区域均为相同的背景介质。虚拟空间和物理空间之间可以建立如下映射关系:

可以得到该单元的等效弹性张量近似为

$$\mathbf{C}_{\text{PM}} = \begin{bmatrix} 0.698 & 0.504 & 0 \\ 0.504 & 0.364 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0035 \end{bmatrix} B, \quad (5)$$

其中, $B = 2.25$ GPa是水的体模量。结合图1(b)中的频散曲线和等效弹性张量 \mathbf{C}_{PM} ,不难发现五模材料的剪切模量远小于压缩模量,因此在很宽频率范围内结构中只存在压缩模态,表现出近似流体的声学特性。等效压缩模量表现出各向异性的特征,这是因为该结构所选取的质量块对称性较低,可以通过调节结构单元水平边和斜边的长度比 h/l 和拓扑角 β 来改变各向异性程度^[21]。

$$R = \begin{cases} r, & r \geq b, \\ f(r), & a < r < b, \\ \delta, & r = a, \end{cases} \quad \varphi = \theta. \quad (6)$$

由于虚拟空间和物理空间具有不同的拓扑属性,为了避免出现奇点,在虚拟空间的中心处挖半径为 δ 的小洞,映射的边界条件应满足 $b = f(b)$ 、 $\delta = f(a)$ 。映射梯度 \mathbf{F} 在极坐标系下可以表示为

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1/f'(r) & 0 \\ 0 & r/f(r) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{J} = \det \mathbf{F} = \frac{r}{f'(r)f(r)}. \quad (7)$$

由于 \mathbf{F} 是对称张量,可令特征应力张量满足

$$\mathbf{S} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{F}. \quad (8)$$

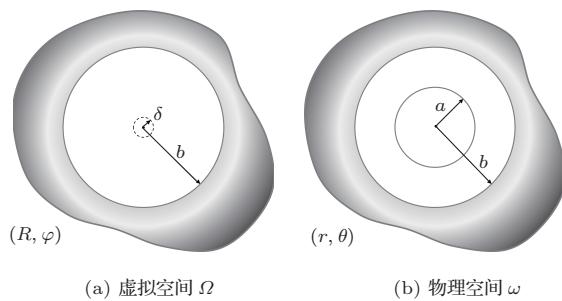


图 2 五模材料坐标变换示意图

Fig. 2 Diagram of coordinate transformation of pentamode material

假定整个虚拟空间和物理空间中隐身衣以外的区域均分布着密度为 ρ_0 模量为 K_0 的声学介质，隐身衣密度为 ρ ，径向模量为 K_r ，切向模量为 K_θ 。

由于声波在两个空间遵从相同的物理定律，波动方程具有相同的形式，结合坐标变换法则可以计算出隐身衣材料参数的表达式如公式(9)所示：

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 \frac{f(r)f'(r)}{r}, \\ K_r &= K_0 \frac{f(r)}{rf'(r)} \quad K_\theta = K_0 \frac{rf'(r)}{f(r)}.\end{aligned}\quad (9)$$

由式(9)可以看出，隐身衣的密度和模量分布取决于映射关系 $f(r)$ 。表1给出了常密度映射、常模量映射和线性映射3种具有代表性的坐标变换映射方式以及对应的参数分布。表中的密度 ρ 、径向模量 K_r 、切向模量 K_θ 均为与背景介质的密度 ρ_0 和模量 K_0 的相对值^[21]。

表1 几种典型的映射关系

Table 1 Mapping relations

映射类型	映射表达式	材料参数分布
常密度映射	$f(r) = \sqrt{Ar^2 + B}$, $A = \frac{b^2 - \delta^2}{b^2 - a^2}$, $B = -\frac{b^2(a^2 - \delta^2)}{b^2 - a^2}$	$\rho = A$, $K_r = \frac{f^2(r)}{Ar^2}$, $K_\theta = \frac{1}{K_r}$
常模量映射	$f(r) = b\left(\frac{r}{b}\right)^A$, $A = \frac{\ln(b/\delta)}{\ln(b/a)}$	$\rho = A\left(\frac{b}{r}\right)^{2-2A}$, $K_r = \frac{1}{A}$, $K_\theta = A$
线性映射	$f(r) = Ar + B$, $A = \frac{b - \delta}{b - a}$, $B = -\frac{b(a - \delta)}{b - a}$	$\rho = A\frac{f(r)}{r}$, $K_r = \frac{f(r)}{Ar}$, $K_\theta = \frac{1}{K_r}$

2 基于遗传算法的五模材料分层优化

表1给出了不同的映射方式对应的参数分布特点，对于设计五模材料隐身衣具有很好的指导意义。在利用表1所给出的参数设计隐身衣器件时，需要先对其进行分层。为了简单起见，本文仅考虑标准环形隐身衣的分层优化问题。对某一层而言，层内的密度与模量视为均匀分布。以起始半径和终止半径的算术均值视为该层的参数半径，然后将其代入表1的线性映射关系中，则能够计算出该层对应的模量和密度。图3(a)为将二维五模材料隐身衣分为5层后的结构示意图，其中隐藏空间的半径 $r_0 = 0.1$ m，隐身衣的外径 $r_5 = 0.5$ m；由内到外每一层的终止半径分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 、 r_4 和 r_5 。图3(b)~(d)分别为表1中3种映射关系下隐身衣的密度、切向模量和径向模量随半径变化的对比图。由上述3幅图可知，无论是在常密度、常模量还是线性映射下，五模材料隐身衣的材料参数都是随半径连续变化的，且材料参数和半径之间并不都

是简单的线性关系，这意味着隐身衣的分层方式会对其最终的隐身效果造成一定的影响，传统的均匀分层方式并不是最优的选择。因此，为了得到最佳的隐身效果，本文以表1所示的线性映射为研究对象，对基于五模材料的声学隐身衣的分层方式进行了研究。

考虑到五模材料的散射声压场求解过程十分复杂，不易抽象出明确的散射声压的解析表达式，传统的基于梯度的优化算法并不适用，故引入遗传算法对五模材料进行分层优化，以提升隐身效果。遗传算法是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应全局优化概率搜索算法^[22]。遗传算法最初是借鉴了进化生物学中的一些现象而发展起来的，这些现象包括自然选择(Selection)、交叉(Crossover)以及变异(Mutation)等。遗传算法是通过随机生成一组目标函数作为父代样本，经过自然选择确定保留以及淘汰的个体，随后再进行杂交以及变异获得子代样本，与自然进化过程类似，子代个体比父代个体获得更好的适应性。

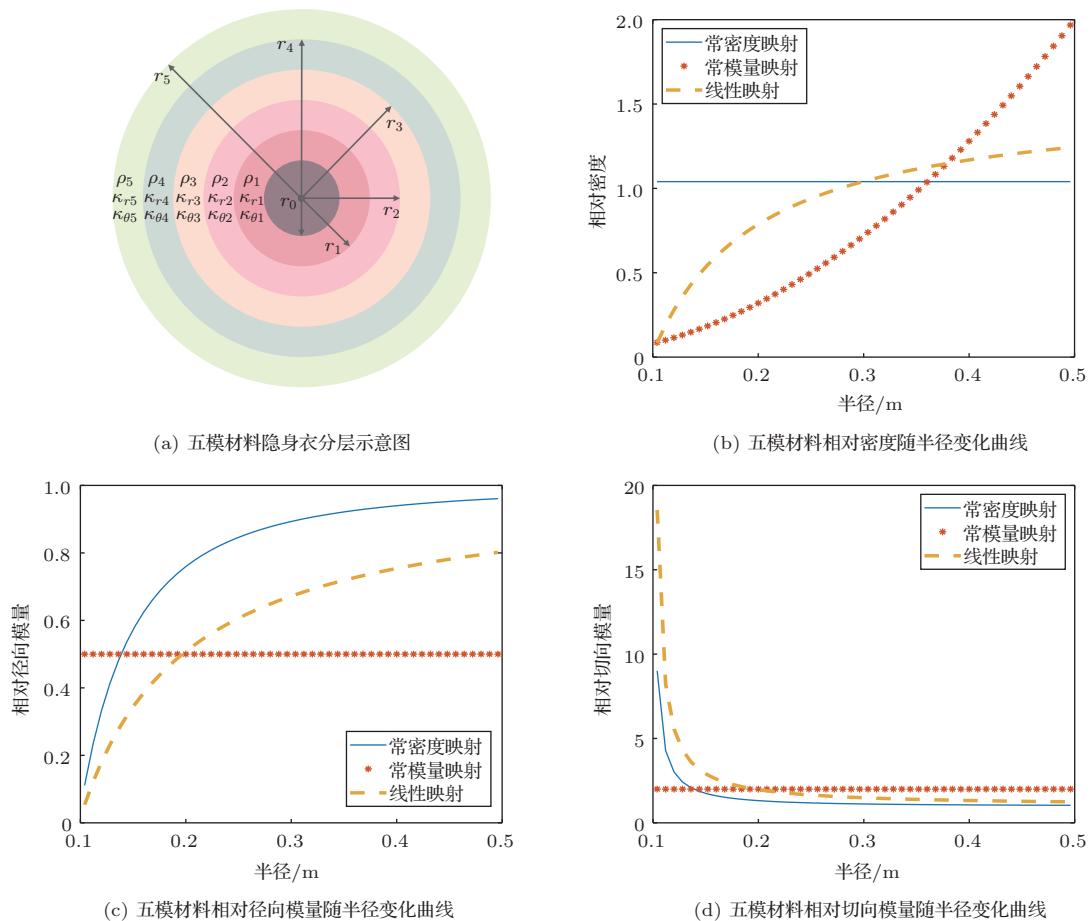


图3 五模材料隐身衣分层示意图和材料参数分布

Fig. 3 The diagram and material parameter distributions of pentamode materials

遗传算法的流程如图4所示，通过选择、交叉、变异等步骤，并进行循环，达到收敛条件后即可得到最优解。在优化过程中保持隐身衣的隐藏空间的半径 r_0 和隐身衣的外径 r_5 不变，待优化变量为中间层的半径 r_1 、 r_2 、 r_3 和 r_4 ，且满足 $r_0 < r_1 < r_2 < r_3 < r_4 < r_5$ ；初始种群中个体数为50个，每个个体采用25位的二进制编码；交叉概率为0.7，代沟为0.9。

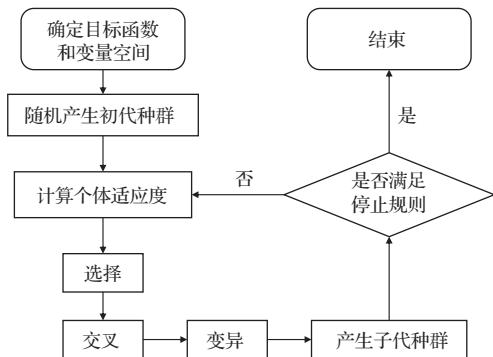


图4 遗传算法流程示意图

Fig. 4 The capability of genetic algorithm

2.1 最小化散射声能量

首先选择最小化隐身衣的散射声能量 E_s 作为优化问题的目标，最小化隐身衣的散射声能量可以用于抵御声场中任何位置的探测。基 COMSOL 进行遗传算法优化^[23]，计算不同分层方式对应的散射声能量，并在此基础上构造适应度函数。算法对该优化问题展现出较好的鲁棒性，并随迭代次数的增加逐渐收敛。图5(a)为目标频率为10 kHz时算法的进化曲线，在优化计算的过程中，迭代超过60次时已经出现了最优解，此后便是优势逐渐扩大的过程。

优化前后隐身衣的分层方式如表2第一列和第二列所示，优化前为均匀分层，而优化后的隐身衣每一层的厚度不再均匀。隐身衣优化前后的总声场和散射声场可以由 COMSOL 进行数值仿真得到，数值模拟的区域是一个边长为3 m 的正方形区域，背景介质为水。入射波为从仿真区域左侧入射的10 kHz 的平面波，总的入射声能量 E_{in} 可以通过入射声场对入射边界积分求得。为了模拟理想状态无

限大流体介质中平面声波的传播特性,正方形区域的4条边均设置为“平面波辐射”的边界条件。隐身衣的总散射声能量 E_s 可以通过散射声场对正方形区域的4条边界积分求得。图5(b)和图5(c)分别为优化前后总声场的仿真结果,图5(d)和图5(e)分别为优化前后散射声场的仿真结果。通过对比这4幅图可以较为直观地看出,优化前由于存在比较严重的散射效应,造成总声场的波阵面发生变形。而优化后散射声场被明显削弱,总声场的波阵面更加连续,与平面波声场更接近,隐身效果更好。

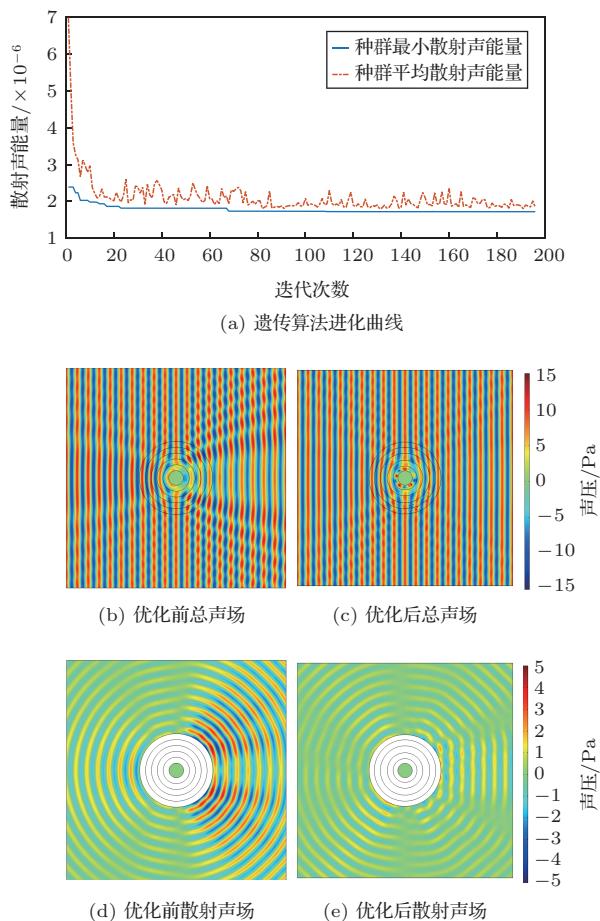


图5 进化曲线和优化前后声场对比

Fig. 5 Evolution curve and comparison of the acoustics fields before and after optimization

为了定量地展现优化前后的性能提升,常用散射截面 σ_s 来描述隐身衣的隐身效果:

$$\sigma_s = E_s/E_{in}, \quad (10)$$

其中, E_{in} 为入射声能量, E_s 为散射声能量,散射截面 σ_s 正比与散射声能量 E_s ,散射截面越小,隐身效果越好。图6展示了优化前后隐身衣散射截面随频率的变化曲线,与未优化的时均匀分层的隐身衣(蓝线)相比,优化后隐身衣的散射截面(红线)在以10 kHz为中心频率一定宽度的频带内整体均有所降低。其中,目标频率10 kHz处的散射声能量较优化前降低了77%。由此可见,基于单目标频点的遗传算法优化不仅可以使目标频点的散射声压大幅度降低,以目标频点为中心的一定带宽内的散射声压也会随之被降低。

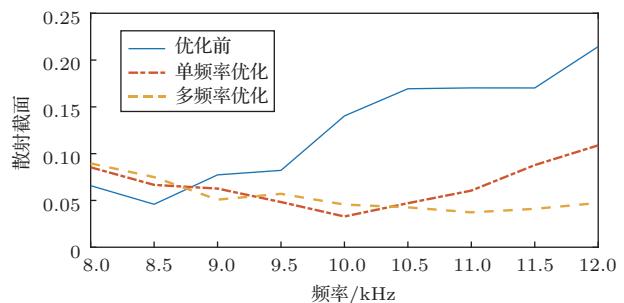


图6 优化前后隐身效果对比

Fig. 6 Comparison of the stealth effects before and after optimization

为了拓宽优化频带的宽度,躲避宽频声呐信号的探测,也可以对多个频点的散射声场同时进行最小化。这里选取目标频率点为9 kHz、10 kHz和11 kHz,优化后的隐身衣每一层的半径如表2第三列所示,优化后隐身衣散射截面随频率的变化曲线如图6中黄线所示。与图6中红线对比可知,虽然单目标优化可以令 $f = 10$ kHz处的散射声能量降得很低,但偏离10 kHz时散射声压会稍有提升;若对9 kHz、10 kHz、11 kHz三个频率点同时进行优化,

表2 优化前后隐身衣每一层的半径

Table 2 The radius of each layer of pentamode materials before and after optimization

(单位:m)

	优化前	最小化 10 kHz 散射声能量	最小化 9 kHz、10 kHz、11 kHz 散射声能量	最小化 5 kHz 反射声能量
r_1	0.180	0.166	0.158	0.161
r_2	0.260	0.247	0.240	0.245
r_3	0.340	0.344	0.329	0.336
r_4	0.420	0.428	0.418	0.417

在更加宽频的范围内的散射声能量均被降低了,且散射声能量的变化趋势也更加平缓。

2.2 最小化反射声能量

现阶段使用的声呐探测仪多为自发自收型,考虑实际需求只需要最小化回波能量,即反射声能量,就能躲避自发自收型水下声呐信号探测,获得很好的隐身效果。

假定探测信号为由仿真区域左方入射的5 kHz的平面波,优化目标为最小化反射声能量,即最小化左半边区域的散射声能量。整个优化过程与数值仿真方法与2.1节完全相同,其中隐身衣的反射声能量 E_r 可以通过散射声场对左半边区域的边界积分求得。图7为优化前后散射声场分布对比,可以看到优化前散射声场能量有很大部分集中在左侧回波部分,而对分层方式进行优化可以使散射声场能量几乎全部集中在透射区域,从而大大降低回波强度,隐身性能得到大大加强。

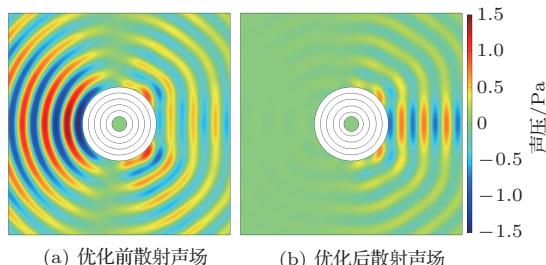


图7 优化前后散射声场对比

Fig. 7 The comparison of the scattering fields before and after optimization

与2.1节中的散射截面类似,这里定义反射截面 σ_r 来定量地描述反射声场的强度:

$$\sigma_r = E_r / E_{\text{in}}, \quad (11)$$

其中, E_r 为反射声能量,反射截面 σ_r 正比于散射声能量 E_r ,反射截面越小,在入射端进行探测时越不易探测到,隐身效果越好。

图8为优化前后反射截面和散射截面随频率的变化曲线的对比,实线代表优化前的仿真结果,虚线为优化后的仿真结果。由图8可知,在目标频率附近的反射声能量得到了明显的抑制,反射能量降低了90%以上。值得注意的是,压低反射区域声能量的同时并不会造成透射区域声能量的增高,整个背景声场的散射声能量也均比优化前有所降低。

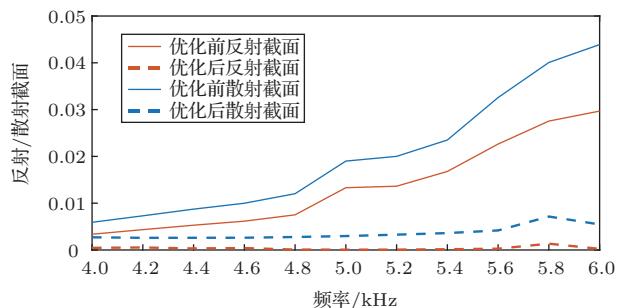


图8 优化目标为最小化反射声能量时隐身效果对比

Fig. 8 Comparison of stealth effect for minimizing reflected acoustic energy

综上所述,在实际应用时可以考虑探测信号的类型,来设置优化目标,以达到最优的隐身效果。

3 结论

作为一种能够传播纵波而抑制横波的等效流体,五模材料拥有宽频有效性、固体形态、模量和密度同时可调、基体介质选择多样等优点,因此常被用于水下声波调控。基于五模材料的变换声学理论的问世使五模材料成为制作水下声隐身斗篷的热门材料之一,逐渐获得了国内外研究组的广泛关注。本文基于Norris教授提出的五模材料变换声学理论,提出了五模材料隐身衣分层优化策略,并利用COMSOL进行了声学仿真。仿真结果表明优化前的均匀分层并不能得到最理想的隐身效果,而采用优化策略后散射声能量和反射声能量都有大幅下降,对于窄带和宽带探测信号都具有更好的隐身效果。

由于超材料的微结构设计是一个十分复杂的问题,很难得到确切的解析解,而在对数值解的探索方面尚有很多问题亟待解决。鉴于遗传算法在五模材料的分层优化问题上取得了较好的效果,且具有原理简单、易于实现、通用性强等优点,在之后的研究中将会在分层优化的基础上加入微结构单元,进一步推动超材料从理论模型迈向实际应用。

参 考 文 献

- [1] 孙兆永,贾晗,杨军. 共形Mikaelian声透镜设计[J]. 应用声学, 2019, 38(1): 16–21.
Sun Zhao Yong, Jia Han, Yang Jun. The design of a bending Mikaelian acoustic lens by conformal transformation[J]. Journal of Applied Acoustics, 2019, 38(1): 16–21.

- [2] 毕亚峰, 贾晗, 杨军. 基于变换声学的角反射器的设计[J]. 应用声学, 2019, 38(1): 52–57.
Bi Yafeng, Jia Han, Yang Jun. The design of acoustical corner reflector based on transformation acoustics[J]. Journal of Applied Acoustics, 2019, 38(1): 52–57.
- [3] 陆文佳, 毕亚峰, 贾晗, 等. 一种减小尺寸的声彩虹捕获效应结构[J]. 应用声学, 2018, 37(2): 214–219.
Lu Wenjia, Bi Yafeng, Jia Han, et al. A size-reduced acoustic rainbow trapping structure[J]. Journal of Applied Acoustics, 2018, 37(2): 214–219.
- [4] Lu W, Jia H, Bi Y, et al. Design and demonstration of an acoustic right-angle bend[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2017, 142(1): 84–89.
- [5] Sun Z, Jia H, Chen Y, et al. Design of an underwater acoustic bend by pentamode metafluid[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2018, 143(2): 1029–1034.
- [6] Yang Y, Jia H, Wang S, et al. Diffraction control in a non-Hermitian acoustic grating[J]. Applied Physics Letters, 2020, 116(21): 213501.
- [7] Yang Y, Jia H, Bi Y, et al. Experimental demonstration of an acoustic asymmetric diffraction grating based on passive parity-time-symmetric medium[J]. Physical Review Applied, 2019, 12(3): 034040.
- [8] Bi Y, Jia H, Sun Z, et al. Experimental demonstration of three-dimensional broadband underwater acoustic carpet cloak[J]. Applied Physics Letters, 2018, 112(22): 223502.
- [9] Sun X, Jia H, Zhang Z, et al. Sound localization and separation in 3d space using a single microphone with a metamaterial enclosure[J]. Advanced Science, 2020, 7(3): 1902271.
- [10] Milton G W, Cherkaev A V. Which elasticity tensors are realizable?[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1995, 117(4): 483–493.
- [11] Norris A N. Acoustic cloaking theory[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2008, 464(2097): 2411–2434.
- [12] Scandrett C L, Boisvert J E, Howarth T R. Acoustic cloaking using layered pentamode materials[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2010, 127(5): 2856–2864.
- [13] Sun Z, Sun X, Jia H, et al. Quasi-isotropic underwater acoustic carpet cloak based on latticed pentamode metafluid[J]. Applied Physics Letters, 2019, 114(9): 094101.
- [14] Yi C, Zheng M, Liu X, et al. Broadband solid cloak for underwater acoustics[J]. Physical Review B, 2017, 95(18): 180104.
- [15] Su X, Norris A N, Cushing C W, et al. Broadband focusing of underwater sound using a transparent pentamode lens[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2017, 141(6): 4408.
- [16] Hladky-Hennion A C, Vasseur J O, Haw G, et al. Negative refraction of acoustic waves using a foam-like metallic structure[J]. Applied Physics Letters, 2013, 102(14): 144103.
- [17] Sun Z, Shi Y, Sun X, et al. Underwater acoustic multiplexing communication by pentamode metasurface[J]. Journal of Physics D-Applied Physics, 2021, 54(20): 205303.
- [18] Cai L, Wen J H, Dian-Long Y U, et al. Design of the coordinate transformation function for cylindrical acoustic cloaks with a quantity of discrete layers[J]. Chinese Physics Letters, 2014, 31(9): 91–94.
- [19] Scandrett C L, Boisvert J E, Howarth T R. Broadband optimization of a pentamode-layered spherical acoustic waveguide[J]. Wave Motion, 2011, 48(6): 505–514.
- [20] 张向东, 陈虹, 王磊, 等. 圆柱形分层五模材料声学隐身衣的理论与数值分析[J]. 物理学报, 2015, 64(13): 134303.
Zhang Xiangdong, Chen Hong, Wang Lei, et al. Theoretical and numerical analysis of layered cylindrical pentamode acoustic cloak[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(13): 134303.
- [21] 陈毅, 刘晓宁, 向平, 等. 五模材料及其水声调控研究[J]. 力学进展, 2016, 46: 201609.
Chen Yi, Liu Xiaoning, Xiang Ping, et al. Pentamode material for underwater acoustic wave control[J]. Advances in Mechanics, 2016, 46: 201609.
- [22] Deb K, Agrawal S, Pratap A, et al. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II[A]. International Conference on Parallel Problem Solving from Nature, 2000.
- [23] 雷英杰, 张善文. MATLAB 遗传算法工具箱及应用 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2014.