Rozdział 8

Przeszukiwanie tekstów

Zanim na dobre zanurzymy się w lekturę nowego rozdziału, należy wyjaśnić pewne nieporozumienie, które może towarzyszyć jego tytułowi. Otóż za *tekst* będziemy uważali ciąg znaków w sensie informatycznym. Nie zawsze będzie to miało cokolwiek wspólnego z ludzką „pisaniną"! Tekstem będzie na przykład również ciąg bitów[1], który tylko przez umowność może być podzielony na równej wielkości porcje, którym przyporządkowano pewien kod liczbowy".

Okazuje się wszelako, że przyjęcie konwencji dotyczących interpretacji informacji ułatwia wiele operacji na niej. Dlatego też pozostańmy przy ogólnikowym stwierdzeniu „tekst" wiedząc, że za określeniem tym może się kryć dość sporo znaczeń.

1.1. Algorytm typu *brute-force*

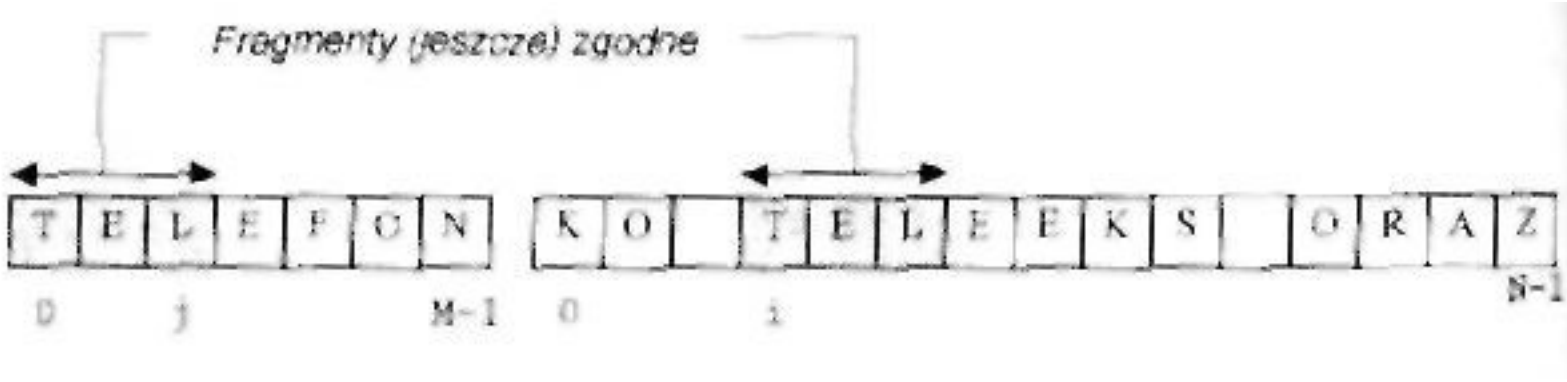
Zadaniem, które będziemy usiłowali wspólnie rozwiązać, jest poszukiwanie wzorca[3] *w* o długości *M* znaków w tekście t o długości *N.* Z łatwością możemy zaproponować dość oczywisty algorytm rozwiązujący to zadanie bazując na „pomysłach" symbolicznie przedstawionych na rysunku 8 - 1 .

Zarezerwujmy indeksy j i i do poruszania się odpowiednio we wzorcu i tekście podczas operacji porównywania znak po znaku zgodności wzorca z tekstem. Załóżmy, że w trakcie poszukiwań obszary objęte szarym kolorem na rysunku okazały się zgodne. Po stwierdzeniu tego faktu przesuwamy się zarówno we wzorcu, jak i w tekście o jedną pozycję do przodu (i++;j++).

[1] Reprezentujący np. pamięć ekranu.

[2] Np. ASCII lub dowolny inny.

[3] Ang. *pattern matching.*



Rys. 8-1. Algorytm typu brute-force *przeszukiwania tekstu.*

Cóż się jednak powinno stać z indeksami i oraz j podczas stwierdzenia niezgodności znaków? W takiej sytuacji cale poszukiwanie kończy się porażką, co musza nas do anulowania „szarej strefy" zgodności. Czynimy to poprzez cofniecie się w tekście o to, co było zgodne, czyli *o j-1* znaków, wyzerowując przy okazji j. Omówmy jeszcze moment stwierdzenia całkowitej zgodności wzorca z tekstem. Kiedy to nastąpi? Otóż nie jest trudno zauważyć, że podczas stwierdzenia zgodności ostatniego znaku j powinno zrównać się z *M.* Możemy wówczas łatwo odtworzyć pozycję, od której wzorzec startuje w badanym tekście: będzie to oczywiście *i-M.*

Tłumacząc powyższe na C++ możemy łatwo dojść do następującej procedury:

txt-1.cpp

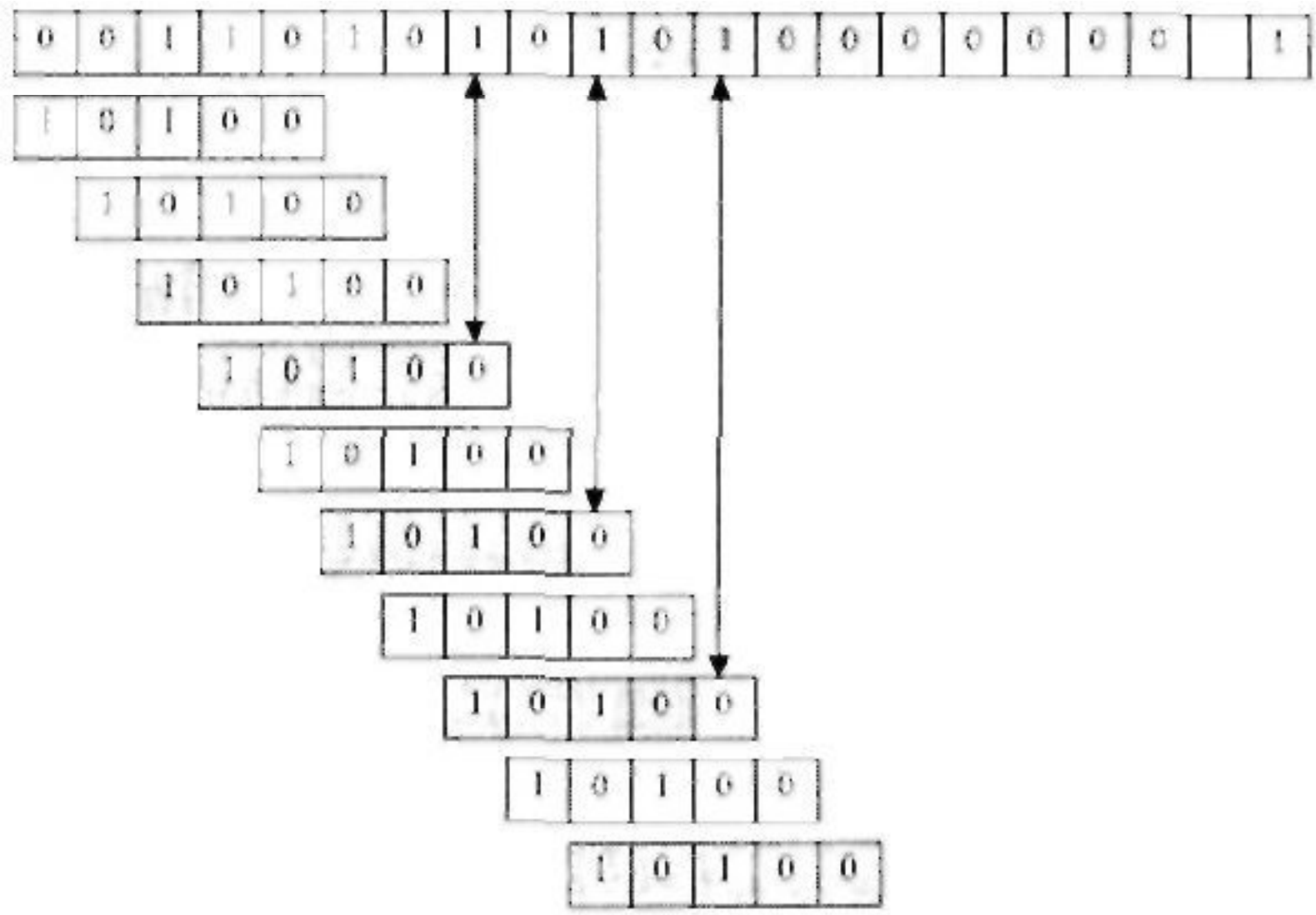
```
int szukaj (char *w,char *t)
{
int  i=0,j=0,M,N;
M=strlen(w);    // długość wzorca
N=strlen(t);    // długość tekstu
while(j<M && i<N)
    {
    if(t[i]!-w[j])
       {                    // *
       }
     i++;j++;               // **
    }
if (j==M)
       return  i-M;
else
       return -1;
}
```

Sposób korzystania z funkcji *szukaj* jest przedstawiony na przykładzie następującej funkcji *main:*

```
void main()

 char  *b="abrakadabra",*a="rak";
 cout << szukaj(a,b) << endl;        // zwraca 2
 }
```

Jako wynik funkcji zwracana jest pozycja w tekście, od której zaczyna się wzorzec, lub *-I* w przypadku, gdy poszukiwany tekst nie został odnaleziony jest to znana nam już doskonale konwencja. Przypatrzmy się dokładniej przykładowi poszukiwania wzorca *10100* w pewnym tekście binarnym (patrz rysunek 8 - 2).



Rys. 8 - 2. Fałszywe starty" podczas poszukiwania.

Rysunek jest nieco uproszczony: w istocie poziome przesuwanie się wzorca oznacza instrukcje zaznaczone na listingu jako (*), natomiast cala szara strefa o długości *k* oznacza k-krotne wykonanie (**).

Na podstawie zobrazowanego przykładu możemy spróbować wymyślić taki najgorszy tekst i wzorzec, dla których proces poszukiwania będzie trwał możliwie najdłużej. Są to oczywiście zarówno tekst, jak i wzorzec złożone z samych „zer" i zakończone Jedynką" .

Spróbujmy obliczyć klasę tego algorytmu dla opisanego przed chwilą ekstremalnego najgorszego przypadku Obliczenie nie należy do skomplikowanych czynności: zakładając, że „restart" algorytmu będzie konieczny *(N-1)-(M-2)=N-M+1* razy, i wiedząc, że podczas każdego cyklu jest konieczne wykonanie *M* porównań, otrzymujemy natychmiast *M(N-M+1),* czyli około[5] M*N.

[4] Zera i jedynki symbolizują tu dwa. różne od siebie, znaki.

[5] Typowo *M* będzie znacznie mniejsze niż *N*.

Zaprezentowany w tym paragrafie algorytm wykorzystuje komputer jako bezmyślne, ale sprawne liczydło[6]. Jego złożoność obliczeniowa eliminuje go w praktyce z przeszukiwania tekstów binarnych, w których może wystąpić wiele niekorzystnych konfiguracji danych. Jedyną zaletą algorytmu jest jego prostota, co i tak nie czyni go na tyle atrakcyjnym, by dać się zamęczyć jego powolnym działaniem.

8.2. Nowe algorytmy poszukiwań

Algorytm, o którym będzie mowa w tym rozdziale, posiada ciekawą historię, którą w formie anegdoty warto przytoczyć. Otóż w 1970 roku S. A. Cook udowodnił teoretyczny rezultat dotyczący pewnej abstrakcyjnej maszyny. Wynikało z niego, że istniał algorytm poszukiwania wzorca w tekście, który działał w czasie proporcjonalnym do *M+N* w najgorszym przypadku. Rezultat pracy Cooka wcale nie był przewidziany do praktycznych celów, niemniej D. E. Knuth i V. R. Pratt otrzymali na jego podstawie algorytm, który był łatwo implementowalny praktycznie - ukazując przy okazji, iż pomiędzy praktycznymi realizacjami a rozważaniami teoretycznymi wcale nie istnieje aż tak ogromna przepaść, jakby się to mogło wydawać. W tym samym czasie J. H. Morris „odkrył" dokładnie ten sam algorytm jako rozwiązanie problemu, który napotkał podczas praktycznej implementacji edytora tekstu. Algorytm *K-M-P* - bo tak będziemy go dalej zwali - jest jednym z przykładów dość częstych w nauce „odkryć równoległych": z jakichś niewiadomych powodów nagle kilku pracujących osobno ludzi dochodzi do tego samego dobrego rezultatu. Prawda, że jest w tym coś niesamowitego i aż się prosi o jakieś metafizyczne hipotezy?

Knuth, Morris i Pratt opublikowali swój algorytm dopiero w 1976 roku. W międzyczasie pojawił się kolejny „cudowny" algorytm, tym razem autorstwa R. S. Boyera i J. S. Moore'a, który okazał się w pewnych zastosowaniach znacznie szybszy od algorytmu *K-M-P.* Został on również równolegle wynaleziony (odkryty?) przez R. W. Gospera. Oba te algorytmy są jednak dość trudne do zrozumienia bez pogłębionej analizy, co utrudniło ich rozpropagowanie.

W roku 1980 R. M. Karp i M. O. Rabin doszli do wniosku, że przeszukiwanie tekstów nie jest aż tak dalekie od standardowych metod przeszukiwania i wynaleźli algorytm, który działając ciągle w czasie proporcjonalnym do *M+N,* jest ideowo zbliżony do poznanego już przez nas algorytmu typu *brute-force.* Na

[6] Termin *brute-force* jeden z moich znajomych ślicznie przetłumaczył jako „metodę mastodonta".

dodatek jest to algorytm łatwo dający się generalizować na poszukiwanie w tabli each 2-wymiarowych, co czyni go potencjalnie użytecznym w obróbce obrazów.

W następnych trzech sekcjach szczegółowo omówimy sobie wspomniane w tym „przeglądzie historycznym" algorytmy.

8.2.1 .Algorytm K-M-P

Wadą algorytmu brute-*force* jest jego czułość na konfigurację danych: "fałszywe restarty" są tu bardzo kosztowne; w analizie tekstu cofamy się o całą długość wzorca, zapominając po drodze wszystko, co przetestowaliśmy do tej pory. Narzuca się tu niejako chęć skorzystania z informacji, które już w pewien sposób posiadamy - przecież w następnym etapie będą wykonywane częściowo te same porównania co poprzednio!

W pewnych szczególnych przypadkach, przy znajomości struktury analizowanego tekstu możliwe jest ulepszenie algorytmu. Przykładowo jeśli wiemy na pewno, iż w poszukiwanym wzorcu jego pierwszy znak nic pojawia się już w nim w ogóle , to w razie restartu nie musimy cofać wskaźnika i *o j-1* pozycji, jak to było poprzednio (patrz str. 208). W tym przypadku możemy po prostu zinkrementować i wiedząc, że ewentualne powtórzenie poszukiwań na pewno nic by już nie dało. Owszem, można się łatwo zgodzić z twierdzeniem, iż tak wyspecjalizowane teksty zdarzają się relatywnie rzadko, jednak powyższy przykład ukazuje, iż ewentualne manipulacje algorytmami poszukiwań są ciągle możliwe - wystarczy się tylko rozejrzeć. Idea algorytmu *K-M-P,* polega na wstępnym zbadaniu wzorca, w celu obliczenia ilości pozycji, o które należy cofnąć wskaźnik i w przypadku stwierdzenia niezgodności badanego tekstu ze wzorcem. Oczywiście można również rozumować w kategoriach przesuwania wzorca do przodu - rezultat będzie ten sam. To właśnie tę drugą konwencję będziemy stosować dalej. Wiemy już, że powinniśmy przesuwać się po badanym tekście nieco inteligentniej niż w poprzednim algorytmie. W przypadku zauważenia niezgodności na pewnej pozycji.j wzorca[2] należy zmodyfikować ten indeks wykorzystując informację zawartą w już zbadanej „szarej strefie zgodności".

Brzmi to wszystko (zapewne) niesłychanie tajemniczo, pora więc jak najszybciej wyjaśnić tę sprawę, aby uniknąć możliwych nieporozumień. Popatrzmy w tym celu na rysunek 8-3.

Moment niezgodności został zaznaczony poprzez narysowanie przerywanej pionowej kreski. Otóż wyobraźmy sobie, że przesuwamy teraz wzorzec bardzo wolno w prawo, patrząc jednocześnie na już zbadany tekst - tak aby obserwować

[1] Przykład: „ABBBBBBB" - znak 'A' wystąpił tylko jeden raz.

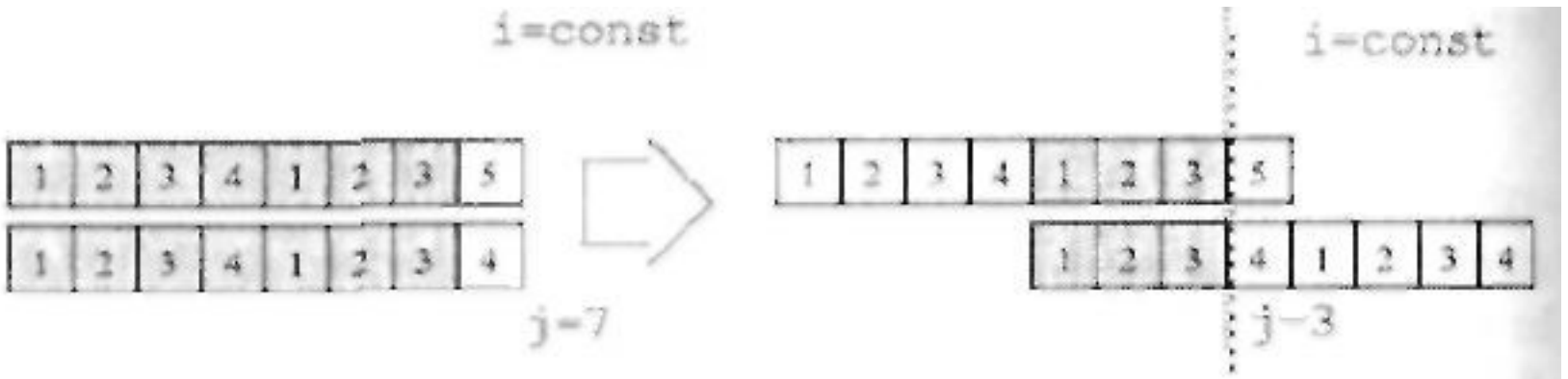
[2] Lub *i* w przypadku badanego tekstu.

Rys, *8 - 3. Wyszukiwanie optymalnego przesunięcia w algorytmie K-M-P,*

ewentualne pokrycie się lej części wzorca, która znajduje się po lewej stronie przerywanej kreski, z tekstem, który umieszczony jest powyżej wzorca. W pewnym momencie może okazać się, że następuje pokrycie obu tych części. Zatrzymujemy wówczas przesuwanie i kontynuujemy testowanie (znak po znaku) zgodności obu części znajdujących się za kreską pionową.

Od czego zależy ewentualne pokrycie się oglądanych fragmentów tekstu i wzorca? Otóż, dość paradoksalnie badany tekst „nie ma tu nic do powiedzenia" - jeśli można to tak określić. Informacja o tym, jaki on był, jest ukryta w stwierdzeniu "j-1 znaków było zgodnych" - w tym sensie można zupełnie o badanym tekście zapomnieć i analizując wyłącznie sam wzorzec, odkryć poszukiwane optymalne przesunięcie. Na tym właśnie spostrzeżeniu opiera się idea algorytmu *K-M-P*. Okazuje się, że badając samą strukturę wzorca można obliczyć, jak powinniśmy zmodyfikować indeksy w razie stwierdzenia niezgodności tekstu ze wzorcem na j-tej pozycji.

Zanim zagłębimy się w wyjaśnienia na temat obliczania owych przesunięć, popatrzmy na efekt ich działania na kilku kolejnych przykładach.

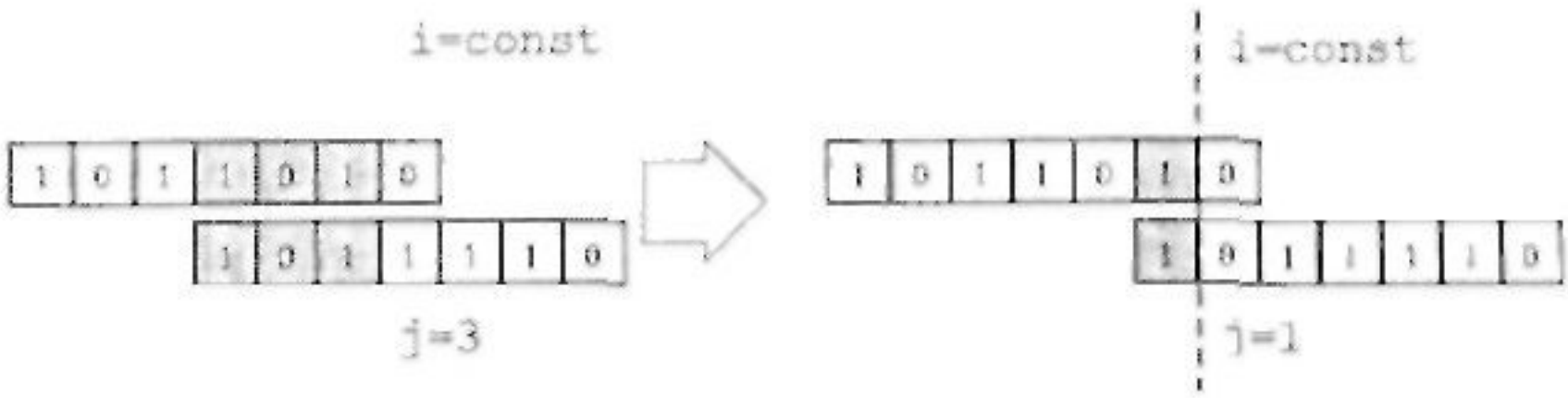


Rys. 8 - 4. "Przesuwanie się" wzorca w algorytmie K-M-P *(1).*

Na rysunku 8 - 4 możemy dostrzec, iż na siódmej pozycji wzorca[3] (którym jest dość abstrakcyjny ciąg *12341234)* została stwierdzona niezgodność. Jeśli zostawimy indeks i „w spokoju", to modyfikując wyłącznie j możemy bez problemu kontynuować przeszukiwanie. Jakie jest optymalne przesunięcie wzorca? „Ślizgając" go wolno w prawo (patrz rysunek 8 - 3) doprowadzamy w pewnym momencie do nałożenia się ciągów *123* przed kreską - cala strefa niezgodności została „wyprowadzona" na prawo i ewentualne dalsze testowanie może być kontynuowane!

[3] Licząc indeksy tablicy tradycyjnie od zera.

Analogiczny przykład znajduje się na rysunku 8-5.



Rys. 8 - 5. „Przesuwanie się" wzorca w algorytmie **K-M-P** *(2).*

Tym razem niezgodność wystąpiła na pozycjij=3. Dokonując - podobnie jak poprzednio - „przesuwania" wzorca w prawo, zauważamy, iż jedyne możliwe nałożenie się znaków wystąpi po przesunięciu o dwie pozycje w prawo - czyli dla j=1. Dodalkowo okazuje się, że znaki za kreską też się pokryły, ale o tym algorytm „dowie się" dopiero podczas kolejnego testu zgodności na pozycji i.

Dla potrzeb algorytmu *K-M-P* konieczne okazuje się wprowadzenie tablicy przesunięć *int shift[M],* Sposób jej zastosowania będzie następujący: jeśli na pozycji j wystąpiła niezgodność znaków, to kolejną wartością/ będzie *shift[j].* Nie wnikając chwilowo w sposób inicjalizacji tej tablicy (odmiennej oczywiście dla każdego wzorca), możemy natychmiast podać algorytm *K-M-P,* który w konstrukcji jest niemal dokładną kopią algorytmu typu brute-*force:*

kmp.cpp

```
int kmp(char -w,char *t)
{
int i,j,N=strlen(t);
for<i=0,j=0;i<N && j<M;i++,j++)
 while((j>-C)&&(t[i]!=w[j]))
      j=shift[j];
if    (j==M)
  return i-M;
else
  return - 1 ;
}
```

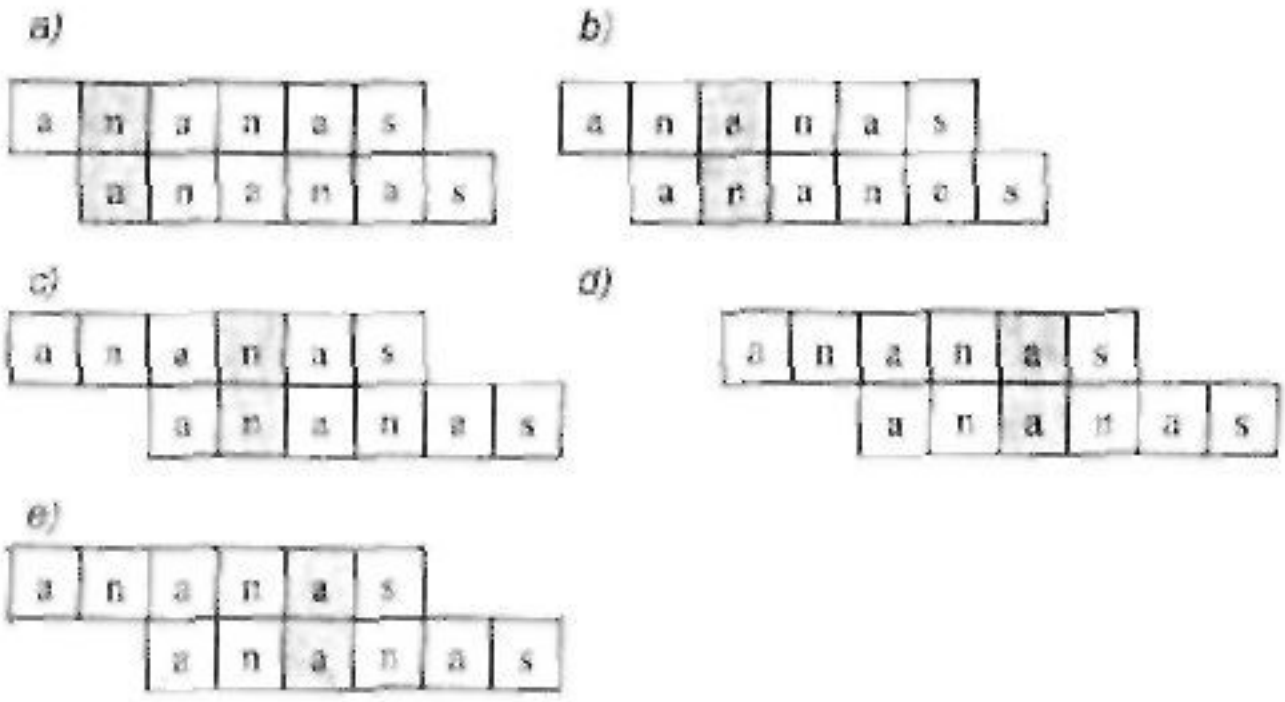
Szczególnym przypadkiem jest wystąpienie niezgodności na pozycji zerowej: z założenia niemożliwe jest tu przesuwanie wzorca w celu uzyskania nałożenia się znaków. Z tego powodu chcemy, aby indeks j pozostał niezmieniony przy jednoczesnej progresji indeksu i. Jest to możliwe do uzyskania, jeśli umówimy się, że *shift[0]* zostanie zainicjowany wartością-1. Wówczas podczas kolejnej iteracji pętli *for* nastąpi inkrementacja i i j, co wyzeruje nam j.

Pozostaje do omówienia sposób konstrukcji tablicy *shift [M].* Jej obliczenie powinno nastąpić przed wywołaniem funkcji kmp, co sugeruje, iż w przypadku wielokrotnego poszukiwania tego samego wzorca nie musimy już powtarzać

inicjacji tej tablicy. Funkcja inicjująca tablicę jest przewrotna -jest ona praktycznie identyczna z *kmp* z tą tylko różnicą, iż algorytm sprawdza zgodność wzorca.., z nim samym! j

```
int  shift[M];
int init_shifts(char *w)
{
int  i,j;
shift [0]=-1;
for(i=0,j=-1;i<M-1;i++,j++,shift[i]=j)
  while((j>=0)&&(w[i] !=w[j]))
j=shift[j];
}
```

Sens tego algorytmu jest następujący: tuż po inkrementacji *i* i *j* wiemy, że pierwsze i znaków wzorca jest zgodne ze znakami na pozycjach: *p[i-j-I]... p[i-1]* (ostatnie j pozycji w pierwszych i znakach wzorca). Ponieważ jest to największe j spełniające powyższy warunek, zatem, aby nie ominąć *potencjalnego* miejsca wykrycia wzorca w tekście, należy ustawić *shift[i]* na j



Rys. 8 - 6. Optymalne przesunięciu wzorca "ananas".

Popatrzmy, jaki będzie efekt zadziałania funkcji *init_shifts* na słowie „ananas" (patrz rysunek 8 - 6). Zacieniowane litery oznaczają miejsca, w których wystąpiła niezgodność wzorca z tekstem. W każdym przypadku graficznie przedstawiono efekt przesunięcia wzorca - widać wyraźnie, które strefy pokrywają się przed strefą zacieniowaną (porównaj rysunek 8 - 5). Przypomnijmy jeszcze, że tablica *shift* zawiera nową wartość dla indeksu j, który przemieszcza się po wzorcu.

Algorytm *K-M-P* można zoptymalizować, jeśli znamy z góry wzorce, których będziemy poszukiwać. Przykładowo jeśli bardzo często zdarza nam się szukać w tekstach słowa „ananas", to w funkcji kmp można „wbudować" tablicę przesunięć:

```
int kmp ananas(char *t)
```

```
{
int i=-1;
start:
      i++;
et0: if (t[i]!='a') goto start;
     i++;
et1: if (t[i]!='n') goto et0;
      i++;
et2: if (t[i]!='a') goto et0;
      i++;
et3: if (t[i]!='n') goto et1;
      i++;
      if (t[i]!='a') goto et2;
      i++;
      if (t[i]!='s') goto et3;
      i++;
return i-6;
}
```

W celu właściwego odtworzenia etykiet należy oczywiście co najmniej raz wykonać funkcję *init_shifts* lub obliczyć samemu odpowiednie wartości. W każdym razie gra jest warta świeczki: powyższa funkcja charakteryzuje się bardzo zwięzłym kodem wynikowym asemblerowym, jest zatem bardzo szybka. Posiadacze kompilatorów, które umożliwiają, generację kodu wynikowego jako tzw, „assembly output"[4] mogą z łatwością sprawdzić różnice pomiędzy wersjami *kmp* i *kmp_ananas!* Dla przykładu mogę podać, że w przypadku wspomnianego kompilatora GNU „klasyczna" wersja procedury kmp (wraz z *init_shifts)* miała objętość około 170 linii kodu asemblerowego, natomiast *kmp ananas* zmieściła się w ok. 100 liniach... (Patrz pliki z rozszerzeniem *s* na dyskietce).

Algorytm *K-M-P* działa w czasie proporcjonalnym do *M+N* w najgorszym przypadku. Największy zauważalny zysk związany z jego użyciem dotyczy przypadku tekstów o wysokim stopniu samopowtarzalności - dość rzadko występujących w praktyce. Dla typowych tekstów zysk związany z wyborem metody *K-M-P* będzie zatem słabo zauważalny.

Użycie tego algorytmu jest jednak niezbędne w tych aplikacjach, w których następuje liniowe przeglądanie tekstu - bez buforowania. Jak łatwo zauważyć, wskaźnik i w funkcji *kmp* nigdy nie jest dekrementowany, co oznacza, że plik można przeglądać od początku do końca bez cofania się w nim. W niektórych systemach może to mieć istotne znaczenie praktyczne przykładowo mamy zamiar analizować bardzo długi plik tekstowy i charakter wykonywanych operacji nie po/wala na cofnięcie się w tej czynności (i w odczytywanym na bieżąco pliku).

[1] W przypadku kompilatorów popularnej serii Turbo C++/Borland C++ należy skompilować program „ręcznie" poprzez polecenie *tcc* -S -/xxx *plik.cpp,* gdzie xxx oznacza katalog z plikami typu H; identyczna opcja istnieje w kompilatorze GNU C++, należy „wystukać": C++ -*S plikcpp*.

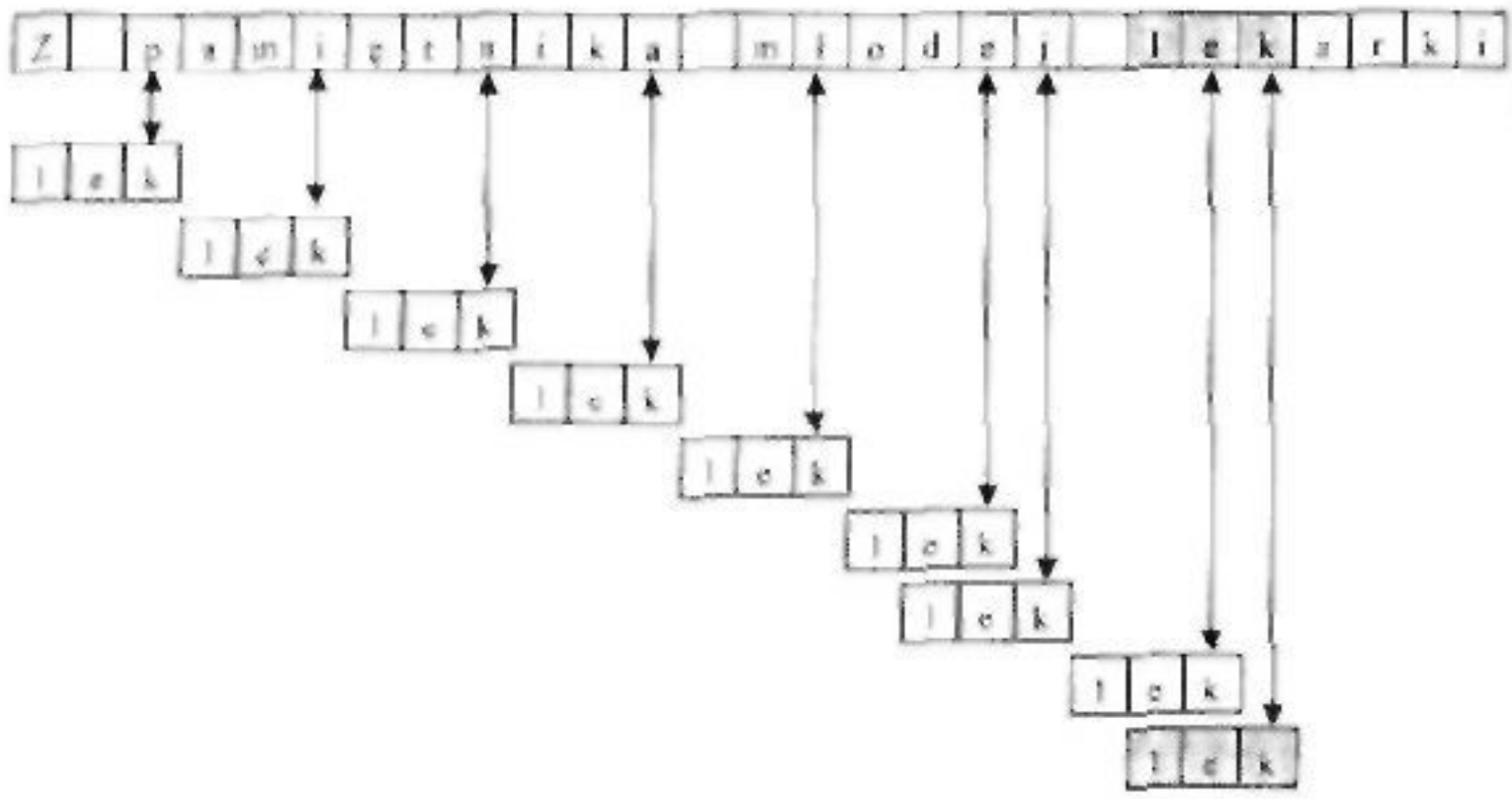
8.2.2. Algorytm Boyera i Moore'a

Kolejny algorytm, który będziemy omawiali Jest ideowo znacznie prostszy do zrozumienia niż algorytm *K-M-P,* W przeciwieństwie do metody *K-M-P* porównywaniu ulega *ostatni* znak wzorca. To niekonwencjonalne podejście niesie ze sobą kilka istotnych zalet:

- jeśli podczas porównywania okaże się, że rozpatrywany aktualnie znak nie wchodzi w ogóle w skład wzorca, wówczas możemy skoczyć w analizie tekstu o całą długość wzorca do przodu! Ciężar algorytmu przesunął się więc z analizy ewentualnych zgodności na badanie niezgodności - a te ostatnie są statystycznie znacznie częściej spotykane;
- „skoki" wzorca są zazwyczaj znacznie większe od 1 - porównaj z metodą *K-M-P!*

Zanim przejdziemy do szczegółowej prezentacji kodu, omówimy sobie na przykładzie jego działanie. Spójrzmy w tym celu na rysunek 8-7, gdzie przedstawione jest poszukiwanie ciągu znaków "lek" w tekście "*Z pamiętnika młodej lekarki?*[5] .

Pierwsze pięć porównań trafia na litery: *p, i, n, a* i /, które we wzorcu nie występują! Za każdym razem możemy zatem przeskoczyć w tekście o trzy znaki do przodu (długość wzorca). Porównanie szóste trafia jednak na literę *e* która w słowie „lek" występuje. Algorytm wówczas przesuwa wzorzec o tyle pozycji do przodu, aby litery *e* nałożyły się na siebie, i porównywanie jest kontynuowane



Rys. 8- 7. Przeszukiwanie tekstu metoda Boyera i Moore'a.

Następnie okazuje się, że litera j nie występuje we wzorcu - mamy zatem prawo przesunąć się o kolejne 3 znaki do przodu. W tym momencie trafiamy już na poszukiwane słowo, co następuje po jednokrotnym przesunięciu wzorca, tak aby pokryły się litery *k.*

[5] Tytuł znakomitego cyklu autorstwa Ewy Szumańskiej.

Algorytm jest jak widać klarowny, prosty i szybki. Jego realizacja także nie jest zbyt skomplikowana. Podobnie jak w przypadku metody poprzedniej, także i tu musimy wykonać pewną prekompilację w celu stworzenia tablicy przesunioc Tym razem jednak tablica ta będzie miała tyle pozycji, ile jest znaków w alfabecie - wszystkie znaki, które mogą wystąpić w tekście plus spacja. Będziemy również potrzebowali prostej funkcji *indeks,* która zwraca w przypadku spacji liczbę zero — w pozostałych przypadkach numer litery w alfabecie. Poniższy przykład uwzględnia jedynie kilka polskich liter - Czytelnik uzupełni go z łatwością o brakujące znaki. Numer litery jest oczywiście zupełnie arbitralny i zależy od programisty. Ważne jest tylko, aby nie pominąć w tablicy żadnej litery. która może wystąpić w tekście. Jedna z możliwych wersji funkcji *indeks* jest przedstawiona poniżej:

```
const K=26*2+2*2+1;                    //znaki ASCII+polskie litery+spacja
int shift[K];
int indeks(char c)
{
switch(c)
 {
 case ' ':return 0;                    // spacja=0
 case 'ę':return 53;
 case 'Ę':return 54;                   // polskie litery
 case 'ł':return 55;
 case 'Ł':return 56;                   // itd. dla pozostałych
default:                               // polskich liter
         if(islower(c))                // 'c' jest małą literą?
                return c-'a'+1;
          else
       return c-'A'+27;
 }
}
```

Funkcja *indeks* ma jedynie charakter usługowy. Służy ona m.in. do właściwej inicjalizacji tablicy przesunięć. Mając za sobą analizę przykładu z rysunku 8-7. Czytelnik nie powinien być zbytnio zdziwiony sposobem inicjalizacji:

```
int init_shifts(char *w)
{
int i, M=strlen(w);
for(i=0;i<K;i++)
  shift[i]=M;
for(i=0,-i<M;i++)
     shift[indeks(w[i])]=M-i-1;

}
```

Przejdźmy wreszcie do prezentacji samego listingu algorytmu:

```
int bm(char *w, char *t)
{
init_shifts(w);
int i, j,N=strlen(t),M=strlen(w);
```

```
for(i=M-1, j=M-1; j>0; i--, j--)
  while(t[i]!=w[j])
  {
     int x=shift[indeks(t[i])];
     if(M-j>x)
        i+=M-j;
  else
           i+=x;
     if   (i>=N)
        return -1;
     j=M-1;
  }
return i;
}
```

Algorytm Boyera i Moore'a. podobnie jak i *K-M-P,* jest klasy M+N - jednak jest on o tyle od niego lepszy, iż w przypadku krótkich wzorców i drugiego alfabetu kończy się po około *M/N* porównaniach. W celu obliczenia optymalnych przesunięć[6] autorzy algorytmu proponują skombinowanie powyższego algorytmu z tym zaproponowanym przez Knutha, Morrisa i Pratta. Celowość tego zabiegu wydaje się jednak wątpliwa, gdyż optymalizując sam algorytm, można W bardzo łatwj sposób uczynić zbyt czasochłonnym sam proces prekompilacji wzorca.

8.2.3. Algorytm Rabina i Karpa

Ostatni algorytm do przeszukiwania tekstów, który będziemy analizowali. wymaga znajomości rozdziału 7 i terminologii, która została w nim przedstawiona. Algorytm Rabina i Karpa polega bowiem na dość przewrotnej idei:

- wzorzec *w* (do odszukania) jest *kluczem* (patrz terminologia transformacji kluczowej w rozdziale 7) o długości *M* znaków, charakteryzującym się pewną wartością wybranej przez nas funkcji H. Możemy zatem obliczyć jednokrotnie $H_w=H(w)$ i korzystać z tego wyliczenia w sposób ciągły.
- tekst wejściowy t (do przeszukania) może być w taki sposób odczytywany, aby na bieżąco znać *M* ostatnich znaków[7]. Z tych *M* znaków wyliczamy na bieżąco $H_t=H(i)$.

Zakładając jednoznaczność wybranej funkcji H, sprawdzenie zgodności wzorca z aktualnie badanym fragmentem tekstu sprowadza się do odpowiedzi na pytanie: czy Hw jest równe Ht? Spostrzegawczy Czytelnik ma jednak prawo pokręcić w tym miejscu z powątpiewaniem głową: przecież to nie ma prawa działać szybko! Istotnie, pomysł wyliczenia dodatkowo funkcji H dla każdego

[6] Rozważ np. wielokrotne występowanie takich samych liter we wzorcu.

[7] Na samym początku będzie to oczywiście M pierwszych znaków tekstu.

słowa wejściowego **o** długości *M* wydaje się tak samo kosztowny - jak nie bardziej! - jak zwykle sprawdzanie tekstu znak po znaku (patrz algorytm *brute-force).* Tym bardziej że jak do tej pory nie powiedzieliśmy ani słowa na temat funkcji H... Z poprzedniego rozdziału pamiętamy zapewne, iż jej wybór wcale nie był taki oczywisty.

Omawiany algorytm jednak istnieje i na dodatek działa szybko! Zatem, aby to wszystko, co poprzednio zostało napisane, logicznie się ze sobą łączyło, potrzebny nam będzie zapewne jakiś trik... Sztuka polega na właściwym wyborze funkcji H. Robin i Karp wybrali taką funkcję, która dzięki swym szczególnym właściwościom umożliwia dynamiczne wykorzystywanie wyników obliczeń dokonanych krok wcześniej, co znacząco potrafi uprościć obliczenia wykonywane w kroku bieżącym.

Załóżmy, że ciąg *M* znaków będziemy interpretować jako pewna, liczbę całkowitą. Przyjmując za *b* - jako podstawę systemu - ilość wszystkich możliwych znaków, otrzymamy:

$$x = t[i]b^{M-1} + t[i+1]b^{M-2} + \ldots t[i+M-1].$$

Przesuńmy się teraz w tekście o jedną pozycję do przodu i zobaczmy jak zmieni się wartość *x:*

$$x' = t[i+1]b^{M-1} + t[i+2]b^{M-2} + \ldots t[i+M].$$

Jeśli dobrze przyjrzymy się x i x' to okaże się, że x' jest w dużej części zbudowana z elementów tworzących *x* - pomnożonych przez *b* z uwagi na przesunięcie. Nietrudno jest wówczas wywnioskować, że;

$$x' = \left(x - t[i]b^{M-1}\right) + t[i+M].$$

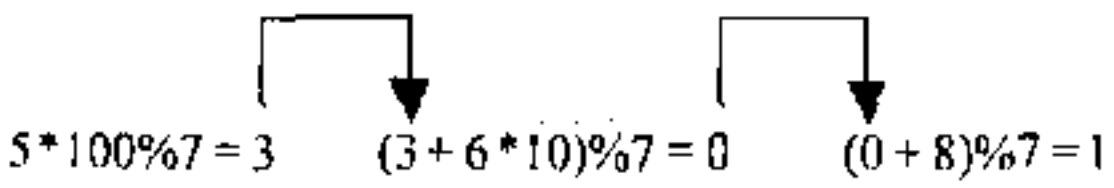
Jako funkcji H użyjemy dobrze nam znanej z poprzedniego rozdziału *H(x)=x %p,* gdzie p jest dużą liczbą pierwszą. Załóżmy, że dla danej pozycji / wartość *H(x)* jest nam znana. Po przesunięciu się w tekście o jedną pozycję w prawo pojawia się konieczność wyliczenia dla tego „nowego" słowa wartości funkcji *H(x')* Czy istotnie zachodzi potrzeba powtarzania całego wyliczenia? Być może istnieje pewne ułatwienie bazujące na zależności jaka istnieje pomiędzy *x* i *x'?*

Na pomoc przychodzi nam tu własność funkcji *modulo* użytej w wyrażeniu arytmetycznym. Można oczywiście obliczyć *modulo* z wyniku końcowego, lecz to bywa czasami niewygodne z uwagi na na przykład wielkość liczby, z którą mamy do czynienia - a poza tym, gdzie tu byłby zysk szybkości?! Identyczny wynik otrzymuje się jednak aplikując funkcję *modulo* po każdej operacji cząst-

kowej i przenosząc otrzymaną wartość do następnego wyrażenia cząstkowego Dla przykładu weźmy obliczenie:

$$(5*100+6*10+8)\%7 = 568\%7 = 1.$$

Wynik ten jest oczywiście prawdziwy, co można łatwo sprawdzić z kalkulatorem. Identyczny rezultat da nam jednak następująca sekwencja obliczeń:



... co też jest łatwe do weryfikacji.

Implementacja algorytmu jest prosta, lecz zawiera kilka instrukcji wartych omówienia. Popatrzmy na listing:

rk.cpp

```
int rk(char w[],char t[])
{
unsigned long i,bM_l=l,Hw=0,Ht=0,M,N;
M=strlen(w),N=strlen(t);
for(i=0;i<M;i++)
{
Hw=(Hw*b*indeks(w[i]))%p;  //inicjacja funkcji H dla wzorca
Ht=(Ht*b+indeks(t[i] ) )%p; //inicjacja funkcji H dla tekstu
}
for(i=l;i<M;i++)   bM_l=(b*bM_l)%p;
for(i=0;Hw!=Ht;i++)          // przesuwanie się w tekście
  {
  Ht=(Ht+b*p-indeks(t[i])*bM_l)%p;  //  (*)
  Ht=(Ht*b+indeksit[i+M]))%p;
  if   (i>N-M)
       return -1;          // porażka poszukiwań
  }
return  i;
}
```

W pierwszym etapie następuje wyliczenie początkowych wartości H_t i H_w. Ponieważ ciągi znaków trzeba interpretować jako liczby, konieczne będzie zastosowanie znanej już nam doskonale funkcji *indeks* (patrz str. 217). Wartość Hw jest niezmienna i nie wymaga uaktualniania. Nie dotyczy to jednak aktualnie badanego fragmentu tekstu - tutaj wartość *Ht,* ulega zmianie podczas każdej inkrementacji zmiennej i. Do obliczenia *H(x')* możemy wykorzystać omówioną wcześniej własność funkcji *modulo* - co jest dokonywane w trzeciej pętli for. Dodatkowego wyjaśnienia wymaga być może linia oznaczona (*). Otóż dodawanie wartości *b*p* do Ht pozwala nam uniknąć przypadkowego „wskoczenia" w liczby ujemne. Gdyby istotnie tak się stało, przeniesiona do następnego wyrażenia arytmetycznego wartość *modulo* byłaby nieprawidłowa i sfałszowałaby końcowy wynik!

Kolejne uwagi należą się parametrom *p* i *b*. Zaleca się, aby *p* było dużą liczbą pierwszą , jednakże nie można tu przesadzać z uwagi na możliwe przekroczenie zakresu „pojemności" użytych zmiennych. W przypadku wyboru dużego *p* zmniejszamy prawdopodobieństwo wystąpienia „kolizji" spowodowanej niejednoznacznością funkcji *H*. Ta możliwość - mimo iż mało prawdopodobna - ciągle istnieje i ostrożny programista powinien wykonać dodatkowy test zgodności *w* i *t[i] t[i+M-I]* po zwróceniu przez funkcję *rk* pewnego indeksu *i*.

Co zaś się tyczy wyboru podstawy systemu (oznaczonej w programie jako *b),* to warto jest wybrać liczbę nawet nieco za duża, zawsze jednak będącą potęgą liczby 2. Możliwe jest wówczas zaimplementowanie operacji mnożenia przez *b* jako przesunięcia bitowego - wykonywanego znacznie szybciej przez komputer **niż** zwykle mnożenie. Przykładowo dla *b=64* możemy zapisać mnożenie *b*p* jako p<<6.

Gwoli formalności jeszcze można dodać, że gdy nie występuje kolizja (typowy przypadek!), algorytm Robina i Karpa wykonuje się w czasie proporcjonalnym **do *M-N*.**

[1] W naszym przypadku jest to liczba 33554393.