

บทที่ 3

การแยกลักษณะเฉพาะ

3.1 แนวคิดและหลักการแยกลักษณะเฉพาะ

ในการจัดกลุ่มหรือแยกประเภทวัตถุนั้นสามารถนำวิธีการในการจัดกลุ่มแบบต่างๆ มาประยุกต์ใช้ได้หลากหลายวิธีและการเลือกลักษณะเฉพาะเพื่อนำไปใช้พิจารณาในขั้นตอนการจัดกลุ่มนั้นมีความสำคัญไม่น้อยไปกว่าวิธีการในการจัดกลุ่มเลยทีเดียว ดังนั้นในการเลือกลักษณะเฉพาะมาใช้จะต้องคำนึงถึงหลายคุณสมบัติเช่น ในข้อมูลกลุ่มเดียวกันลักษณะเฉพาะที่ดีควรมีค่าอยู่รวมกลุ่มกันและถ้าเป็นข้อมูลต่างกลุ่มก็ควรมีค่าที่แยกกันอย่างชัดเจน ลักษณะเฉพาะที่ดีไม่ควรแปรผันต่อสิ่งแวดล้อมมากนัก เป็นต้น ในงานวิจัยการตรวจจับก้อนหินปูนขนาดเล็กในภาพรังสีเต้านมโดยใช้ระบบอินเทอร์วัลไทป์ฟูซซี่ลอจิกนี้ลักษณะเฉพาะที่ใช้ในงานวิจัยได้มาจากภาพรังสีเต้านม โดยนำไปผ่านกระบวนการประมวลภาพดิจิทัลโดยอาศัยลักษณะที่ปรากฏเด่นชัดของบริเวณที่เป็นก้อนหินปูนขนาดเล็กมาใช้เป็นแนวคิดในการเลือกลักษณะเฉพาะ

3.2 ทฤษฎีการการประมวลภาพดิจิทัล

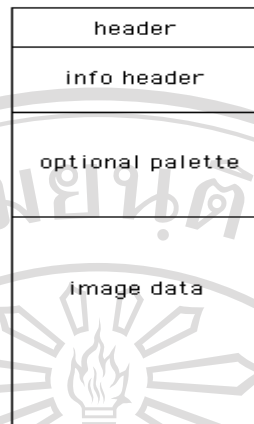
3.2.1 รูปแบบไฟล์ (File Format) [McAndrew 2004]

ในงานวิจัยนี้มีการใช้รูปแบบไฟล์รูปภาพ 2 รูปแบบได้แก่ รูปแบบไฟล์บีเอ็มพีหรือรูปแบบไฟล์บิตแมป (Bitmap) ใช้เป็นไฟล์อินพุตของระบบเพราะมีขนาดเล็กแต่สามารถเก็บรักษาข้อมูลได้ค่อนข้างครบถ้วนจึงได้รับความนิยมนำมาใช้งาน ส่วนไฟล์เอาพุตของระบบใช้คือรูปแบบไฟล์พีจีเอ็มซึ่งนำมาแสดงผลลัพธ์เพราะมีความสมบูรณ์ในการจัดการข้อมูลและสะดวกในการแสดงผล

3.2.1.1 รูปแบบไฟล์บีเอ็มพี (Bitmap File Format : BMP) [McAndrew 2004]

ในงานวิจัยนี้ใช้ไฟล์ภาพรังสีเต้านมเป็นอินพุตของระบบ โดยไฟล์ที่นำมาใช้เป็นรูปแบบไฟล์บีเอ็มพีมีทั้งรูปแบบภาพขาวดำ (1 ไบต์ ต่อ จุดภาพ) และภาพสี (ไม่เกิน 24 บิต ต่อจุดภาพหรือประมาณ 17.6 ล้านสี)

โครงสร้างไฟล์รูปแบบบีเอ็มพีประกอบไปด้วย 3 หรือ 4 ส่วนดังในรูปที่ 3.1 ส่วนแรกคือส่วนหัวของไฟล์ (Header) ส่วนที่สองคือข้อมูล (Information Header) ถ้าภาพเป็นภาพสีจะมีส่วนพาเลท (Palette) ซึ่งเป็นส่วนประกอบที่ให้รายละเอียดเกี่ยวกับสีและส่วนสุดท้ายจะเป็นข้อมูลของจุดภาพ ซึ่งสามารถรู้จุดเริ่มต้นของจุดภาพได้จากข้อมูลในส่วนหัวของไฟล์ ส่วนข้อมูลความกว้าง ความยาวซึ่งมีการกำหนดลักษณะข้อมูลดังรูปที่3.1

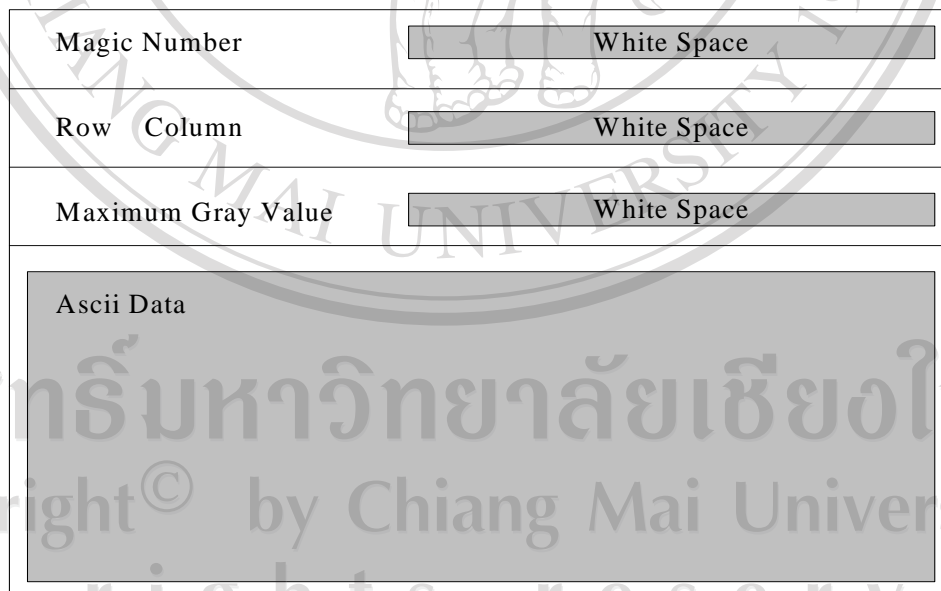


รูปที่ 3.1 โครงสร้างไฟล์บีเอ็มพี

3.2.1.2 รูปแบบไฟล์พีจีเอ็ม (Portable Graymap File Format: PGM)

[McAndrew 2004]

รูปแบบไฟล์พีจีเอ็มมีลักษณะการเก็บข้อมูลเป็นข้อมูลดิบมีความสมบูรณ์ไม่ถูกบีบอัดมีโครงสร้างง่ายไม่ซับซ้อน แต่มีลักษณะเป็นไฟล์ภาพขาวดำหรือไฟล์ภาพระดับสีเทาเท่านั้น โครงสร้างของรูปแบบไฟล์พีจีเอ็มประกอบไปด้วย 2 ส่วนดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 โครงสร้างของไฟล์ฟอร์แมตพีจีเอ็ม

จากรูปที่ 3.2 แสดงโครงสร้างของไฟล์ฟอร์แมตพีจีเอ็มประกอบด้วย

1. ส่วนหัวของไฟล์

- เมจิกนัมเบอร์ (Magic Number) สำหรับระบุประเภทไฟล์ประกอบด้วย 2 อักขระ (Characters) คือ “P2”
- ปริภูมิสีขาว (White Space) เช่น พื้นที่ว่าง ช่องว่าง (Blanks)
- จำนวนแถว กำหนดด้วยรหัสแอสกีเป็นเลขฐานสิบและปริภูมิสีขาว
- จำนวนหลัก กำหนดด้วยรหัสแอสกีเป็นเลขฐานสิบและปริภูมิสีขาว
- ค่าระดับสีเทาที่มากที่สุดในภาพซึ่งหมายถึงสีขาวระบุโดยใช้รหัสแอสกีเป็นเลขฐานสิบ และปริภูมิสีขาว
- เมื่อพบเครื่องหมาย “#” หมายถึง หมายเหตุหรือคำอธิบาย (Comment) ไปจนถึงสุดบรรทัด

2. ส่วนข้อมูล

- ข้อมูลของจุดต่างๆ ภายในภาพระบุโดยใช้รหัสแอสกีและทำการเว้นระยะระหว่างข้อมูลด้วยปริภูมิสีขาว
- ข้อมูลเรียงจากซ้ายไปขวาและบนลงล่าง
- ข้อมูลแต่ละบรรทัดนั้นจะมีความยาวไม่เกิน 70 ตัวอักษร

3.2.2 วิธีการกรองข้อมูลโดยใช้มัธยฐาน (Median Filter) [Gonzalez 2002, McAndrew 2004]

วิธีการกรองข้อมูลโดยใช้มัธยฐานเป็นการแทนค่าระดับสีเทาในจุดภาพที่ต้องการ โดยนำจุดภาพข้างเคียงของจุดภาพที่ต้องการมาเรียงลำดับข้อมูลแล้วจึงเลือกค่ามัธยฐานจากข้อมูลที่ทำกรเรียงลำดับแล้วมาใช้แทนค่าในจุดภาพที่ต้องการนั้นเมื่อใช้กับข้อมูลรูปภาพจะใช้คำนวณทุกจุดภาพโดยเลื่อนไปที่ละจุดภาพ

$$\hat{f}(x, y) = \text{median}_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \quad (3.1)$$

วิธีการกรองข้อมูลโดยใช้มัธยฐานเป็นวิธีที่รู้จักกันดีและถูกใช้อย่างแพร่หลายเพราะสามารถลดสัญญาณรบกวนได้ดีและทำให้ภาพเกิดความพรำมันน้อยกว่าการกรองข้อมูลแบบเชิงเส้น (Linear Smoothing Filter) ในขนาดภาพที่เท่ากัน

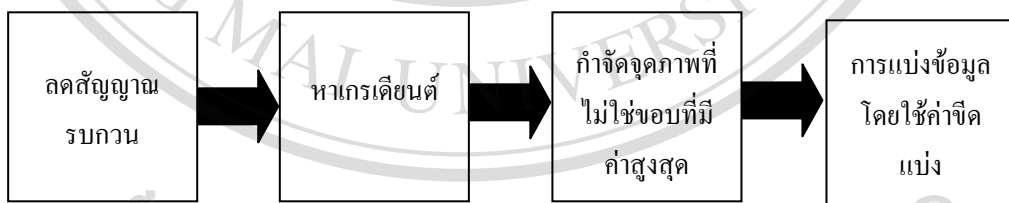
3.2.3 การหาขอบ (Edge Detection) [Gonzalez 2002, McAndrew 2004, Castleman 1995, Fisher 2006]

เส้นขอบของวัตถุคือส่วนที่แสดงขอบเขตระหว่างวัตถุกับพื้นหลัง การหาขอบวัตถุเป็นขั้นตอนสำคัญในการทำงานวิจัยนี้เพราะถ้าสามารถหาเส้นขอบของวัตถุในภาพได้อย่างถูกต้อง ก็จะสามารถระบุตำแหน่ง หาพื้นที่ หาเส้นรอบวงและรูปร่าง ของวัตถุที่อยู่ในภาพได้

ปกติแล้วคำจำกัดความของขอบภาพนั้นขึ้นอยู่กับการนำไปใช้แต่โดยทั่วไปจะให้คำจำกัดคำว่า “Ideal Step Edge” คือจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าระดับสีเทาอย่างเฉียบพลัน ถ้าในภาพนั้นไม่มีสัญญาณรบกวนก็จะง่ายต่อการหาขอบภาพ แต่ในความเป็นจริงแล้ววัตถุภายในภาพมีขอบที่ไม่ชัดเจนจึงทำให้มีขั้นตอนวิธีต่าง ๆ เกิดขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ไขปัญหาในการหาขอบภาพเช่น วิธีการหาขอบภาพวิธีโซเบล (Sobel Edge Detection) วิธีการหาขอบภาพวิธีพรีวิต (Prewitt Edge Detection) ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีการหาขอบภาพวิธีแคนนี่ (Canny Edge Detection)

การประมวลผลข้างเคียง (Neighborhoods Processing) คือการคำนวณโดยใช้ค่าจากจุดภาพข้างเคียงยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราใช้หน้าต่างย่อยที่มีขนาด 3×3 จุดภาพจุดภาพข้างเคียงจะมีจำนวน 8 จุดโดยไม่นับจุดภาพที่อยู่ตรงกลาง จากนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการให้นำไปใช้กับจุดภาพที่อยู่ตรงกลาง ในการคำนวณครั้งต่อไปให้เลื่อนหน้าต่างย่อยไปยังจุดภาพต่อไปและทำเช่นนี้ทั้งภาพ

3.2.3.1 การหาขอบวัตถุวิธีแคนนี่ [Gonzalez 2002, McAndrew 2004, Castleman 1995, Fisher 2006]



รูปที่ 3.3 ขั้นตอนการหาขอบวัตถุวิธีแคนนี่

ขั้นตอนการทำงานของ การหาขอบวัตถุด้วยวิธีแคนนี่ในรูปที่ 3.3 เริ่มต้นจากลดสัญญาณรบกวนในรูปภาพตั้งต้นด้วยตัวกรองเกาส์เซียน (Gaussian Filter) เมื่อได้ภาพที่มีสัญญาณรบกวนน้อยลงแล้วจึงนำไปหาเกรเดียนต์ของรูปด้วยตัวปฏิบัติการเกรเดียนต์ (Gradient Operator) เช่น โซเบล พรีวิต เป็นต้นเมื่อได้ขนาด (Magnitude) และทิศทาง (Orientation) แล้วจึงนำขนาดที่ได้ไปกำจัดจุดภาพที่ไม่ใช่ขอบที่มีค่าสูงสุด (Nonmaxima Suppression) ทำให้ได้ค่าสันขอบที่มีลักษณะบาง สุดท้ายจึงใช้ค่าขีดแบ่ง (Threshold) 2 ค่าเพื่อระบุจุดภาพที่เป็นเส้นขอบและเชื่อมต่อจุดขอบที่ขาดหายไป

ขั้นตอนที่ 1 ลดสัญญาณรบกวนโดยตัวกรองเกาส์เซียน

ขั้นตอนแรกของการหาขอบวัตถุวิธีแคนนี่คือ การลดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยตัวกรองเกาส์เซียน ผลลัพธ์จากขั้นตอนนี้ได้จากการนำหน้าต่างย่อยไปคอนโวลูชัน (Convolution) กับรูปตั้งต้นที่ต้องการหาขอบภาพ โดยที่ขนาดของหน้าต่างย่อยมีผลต่อการลดสัญญาณรบกวนคือ หน้าต่างย่อยที่มีขนาดใหญ่สามารถลดสัญญาณรบกวนได้ดีกว่าหน้าต่างย่อยที่มีขนาดเล็กกว่า แต่ถ้าหากว่าหน้าต่างย่อยมีขนาดใหญ่เกินไปอาจทำให้รายละเอียดขอบภาพหายไปด้วย

$$S[i, j] = G[i, j; \sigma] * I[i, j] \quad (3.2)$$

โดยที่

$I[i, j]$

คือ ภาพตั้งต้น

$G[i, j; \sigma]$

คือ ตัวกรองเกาส์เซียนดังสมการที่ (3.3) นี้

$$G[i, j] = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{i^2+j^2}{2\sigma^2}} \quad (3.3)$$

σ

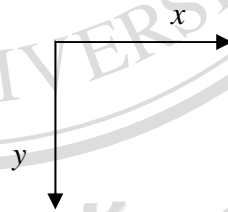
คือ ค่าการกระจายของเกาส์เซียน (Spread of the Gaussian)

ขั้นตอนที่ 2 การคำนวณหาเกรเดียนต์

ในขั้นตอนนี้นำรูปภาพที่ลดสัญญาณรบกวนแล้วมาหาเกรเดียนต์ด้วยตัวปฏิบัติการเกรเดียนต์ ในงานวิจัยนี้เลือกใช้ตัวปฏิบัติการโซเบลที่มีลักษณะของหน้าต่างย่อยดังนี้

X_1	X_2	X_3
X_4	X_5	X_6
X_7	X_8	X_9

(ก)



(ข)

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

(ค)

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

(ง)

รูปที่ 3.4 (ก) รูปหน้าต่างย่อย (ข) ทิศทางแกน x และแกน y

(ค) หน้าต่างย่อยโซเบลแนวนอน(G_y)

(ง) หน้าต่างย่อยโซเบลแนวตั้ง(G_x)

จากรูปที่ 3.4 สามารถคำนวณเวกเตอร์ของเกรเดียนต์ (Gradient Vector) ในแนวนอนได้ดังสมการที่ (3.4)

$$G_y = (x_7 + 2x_8 + x_9) - (x_1 + 2x_2 + x_3) \quad (3.4)$$

และสามารถคำนวณเวกเตอร์ของเกรเดียนต์ในแนวตั้งได้ดังสมการที่ (3.5)

$$G_x = (x_3 + 2x_6 + x_9) - (x_1 + 2x_4 + x_7) \quad (3.5)$$

ดังนั้นเมื่อต้องการหาขนาดเกรเดียนต์ทั้งในแนวนอน X และ Y จะหาได้ดังสมการที่ (3.6)

$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (3.6)$$

หรือสามารถประมาณค่าขนาดเกรเดียนต์ได้ดังสมการที่ (3.7)

$$|G| = |G_x| + |G_y| \quad (3.7)$$

เมื่อ $|G|$ คือ ขนาดของเกรเดียนต์

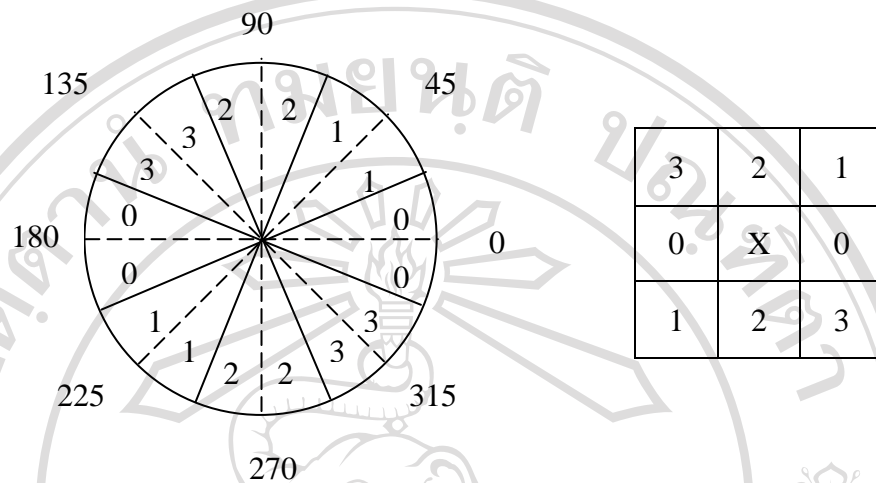
เมื่อได้ค่าขนาดของเกรเดียนต์แล้วในการหาทิศทางของเกรเดียนต์สามารถทำได้ดังสมการที่ (3.8)

$$\theta[i, j] = \tan^{-1} \left(\frac{G_y}{G_x} \right) \quad (3.8)$$

ขั้นตอนที่ 3 กำจัดจุดภาพที่ไม่ใช่ขอบที่มีค่าสูงสุด (Nonmaxima Suppression)

จุดภาพที่เป็นผลลัพธ์จากการหาขอบวัตถุวิธีแคนนี่จะเป็นขอบวัตถุที่มีลักษณะบาง เนื่องจากจะเลือกจุดภาพที่มีค่าขนาดสูงสุดและมีทิศทางเดียวกันกับเกรเดียนต์เท่านั้น ดังนั้นขั้นตอนต่อไปนี้เป็นการกำจัดจุดภาพที่ไม่ใช่ขอบวัตถุ ใช้หน้าต่างย่อยที่มีขนาดเท่ากับ 3×3 กำหนดให้จุดภาพที่ต้องการพิจารณาอยู่ตรงกลางแนวเส้นทิศทางเกรเดียนต์แบ่งเป็น 4 ส่วนแสดงด้วยค่า 0-3 แทนทิศทางใน 4 ทิศทางที่เป็นไปได้ของหน้าต่างย่อย 3×3 ในการพิจารณาจุดภาพข้างเคียง โดยให้จุดศูนย์กลางของวงกลมคือจุดภาพตรงกลางของหน้าต่างย่อยดังแสดงตัวอย่างทิศทางเกรเดียนต์และทิศทางของหน้าต่างย่อยดังรูปที่ 3.5 ส่วนการเลือกพิจารณาค่าในทิศทางใดนั้นจะทำการเลือกจากค่าทิศทางของเกรเดียนต์ที่จุดกลางของหน้าต่างย่อยแล้วนำไปเปรียบเทียบกับมุมที่แสดงในวงกลม จากนั้นตรวจสอบว่าค่าเกร

เดียนต์ของจุดกลางหน้าต่างย่อมมีค่ามากกว่าทั้ง 2 ค่าที่อยู่ในทิศทางที่พิจารณาหรือไม่ ถ้ามากกว่าให้คงค่าเดิมไว้แต่ถ้าน้อยกว่าค่าใดค่าหนึ่งให้ปรับค่าจุดกลางนี้เป็น 0



รูปที่ 3.5 เส้นแบ่งค่าทิศทางของเกรเดียนต์

ในขั้นตอนการจัดจุดภาพที่ไม่ใช่ขอบวัตถุที่มีค่าเกรเดียนต์สูงสุดนี้จะช่วยให้จุดภาพที่เป็นสัญญาณรบกวนและจุดภาพที่เป็นพื้นผิว (Texture) ซึ่งไม่ใช่ขอบวัตถุจะถูกกำจัดออกไป

ขั้นตอนที่ 4 การแบ่งข้อมูลโดยใช้ค่าขีดแบ่ง

การแบ่งข้อมูลโดยค่าขีดแบ่งนั้นทำเพื่อตัดสินว่าจุดภาพใดคือส่วนที่เป็นขอบวัตถุ โดยเลือกใช้ค่าขีดแบ่ง 2 ค่าเพราะในภาพอาจมีบางจุดภาพที่ไม่ใช่ขอบวัตถุแต่เป็นสัญญาณรบกวนหรือพื้นผิววัตถุที่อาจมีความชัดเจนใกล้เคียงขอบภาพ

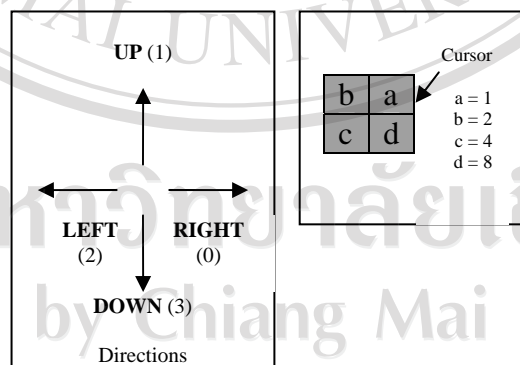
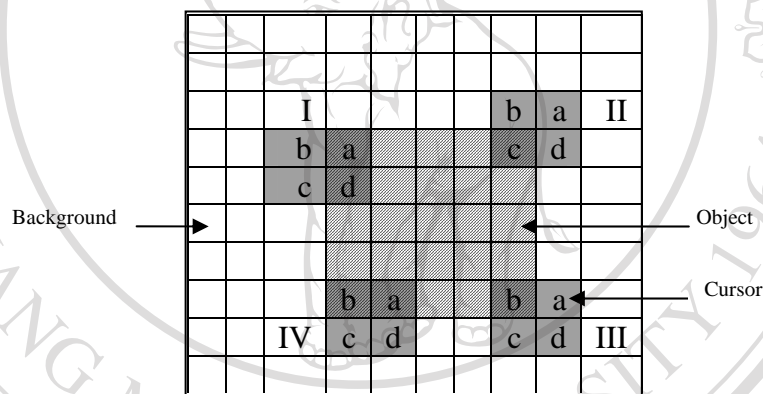
กำหนดให้ค่าขีดแบ่งมี 2 ค่าได้แก่ T_1 และ T_2 ให้ค่าขีดแบ่งที่มีค่ามากกว่าเป็น T_1 และค่าขีดแบ่งที่น้อยกว่าเป็น T_2 วิธีแบ่งข้อมูลทำโดยเลือกให้จุดภาพที่มีค่ามากกว่าค่าขีดแบ่ง T_1 ให้มีค่า 1 (เป็นเส้นขอบ) ถ้าจุดภาพมีค่าน้อยกว่า T_2 ให้มีค่า 0 (ไม่เป็นเส้นขอบ) ส่วนที่เหลือคือจุดที่มีค่าอยู่ระหว่าง T_1 และ T_2 ให้พิจารณาว่ามีจุดภาพที่มีค่ามากกว่า T_1 เป็นจุดภาพข้างเคียงหรือไม่ ถ้ามีให้มีค่าเป็น 1 และถือเป็นจุดภาพที่เป็นขอบวัตถุด้วยเช่นกัน แต่ถ้าไม่มีจุดภาพข้างเคียงมีค่ามากกว่า T_1 เลยให้มีค่าเป็น 0

3.2.4 การติดตามขอบภาพ (Image Boundary Following) [Janakiraman 1995]

การติดตามขอบภาพนั้นทำเพื่อหาพิกัดขอบวัตถุจากนั้นนำค่าพิกัดที่ได้มาหาค่า B-descriptor และ D-descriptor เพื่อนำไปเป็นลักษณะเฉพาะเพื่อนำไปจัดกลุ่มก้อนหินปูนขนาดเล็กลงไป

ภาพดิจิทัลของวัตถุถูกแบ่งเป็นส่วนๆ ในหน่วยที่เล็กที่สุดที่เรียกว่าจุดภาพ จากรูปที่ 3.6 จุดภาพที่ถูกแสงนั้นเรียกว่าจุดภาพที่พิจารณา (Active Pixel) ซึ่งเป็นจุดภาพที่เป็นเส้นขอบวัตถุ จึงมีค่าเป็น 1 และจุดภาพอื่นๆ ที่ไม่ได้แสงเป็นพื้นหลังมีค่าเป็น 0

วิธีการนี้จะใช้เคอร์เซอร์ที่มีขนาด 2×2 ในการตรวจสอบขอบวัตถุภายในภาพ การวิเคราะห์เพื่อหาทิศทางในการเลื่อนเคอร์เซอร์จะเริ่มขึ้นเมื่อเคอร์เซอร์วางทับจุดที่เป็นขอบวัตถุเป็นจุดแรกและจะหยุดเมื่อเคอร์เซอร์เลื่อนกลับมาที่จุดเริ่มต้น



รูปที่ 3.6 การเคลื่อนที่ของเคอร์เซอร์

3.2.4.1 เคอร์เซอร์และรหัสเงื่อนไข (Cursor and Condition Code)

ในการหาขอบวัตถุในภาพเริ่มจากสร้างเคอร์เซอร์ขนาด 2×2 จุดภาพประกอบไปด้วยช่องจำนวน 4 ช่องโดยจุดศูนย์กลางอยู่ที่ช่อง b ดังรูปที่ 3.6 และในแต่ละช่องมีน้ำหนักที่ให้กับข้อมูลต่างกันดังนี้

- น้ำหนักของ a คือ 1
- น้ำหนักของ b คือ 2
- น้ำหนักของ c คือ 4
- น้ำหนักของ d คือ 8

เมื่อเคอร์เซอร์อยู่บนภาพตรงจุดภาพเริ่มต้นในบริเวณจุดภาพที่เป็นขอบวัตถุ การคำนวณหาค่ารหัสเงื่อนไข (Condition Code: Cc) ขึ้นอยู่กับรูปแบบหรือตำแหน่งของจุดภาพที่อยู่ในเคอร์เซอร์และรหัสเงื่อนไขที่ถูกสร้างขึ้น

ตัวอย่างที่ 3.1 ถ้าค่าของจุดภาพในเคอร์เซอร์ คือ Pa Pb Pc และ Pd สร้างรหัสเงื่อนไขได้ดังนี้

$$Cc = 1Pa + 2Pb + 4Pc + 8Pd$$

จากวัตถุสี่เหลี่ยมในรูปที่ 3.6

ถ้าเคอร์เซอร์ถูกวางตรงมุมซ้ายบนของวัตถุรหัสเงื่อนไขจะเป็น

$$Cc(I) = (1 \times 1) + (2 \times 0) + (4 \times 0) + (8 \times 1) = 9$$

และ ในทำนองเดียวกัน

$$Cc(II) = (1 \times 0) + (2 \times 0) + (4 \times 1) + (8 \times 0) = 4$$

$$Cc(III) = (2 \times 1) = 2$$

$$Cc(IV) = (1 \times 1) + (2 \times 1) = 3$$

3.2.4.2 รหัสทิศทาง (Direction Codes : Cd)

เมื่อเคอร์เซอร์เลื่อนมายังจุดที่เป็นขอบวัตถุและได้กำหนดรหัสเงื่อนไขแล้ว ในขั้นตอนต่อไปเป็นการเปรียบเทียบรหัสเงื่อนไขกับรหัสทิศทางเพื่อกำหนดทิศทางการเลื่อนของเคอร์เซอร์ โดยการเลื่อนจะขึ้นอยู่กับรูปแบบของจุดภาพที่อยู่ในเคอร์เซอร์ ซึ่งมีทั้งหมด 16 รูปแบบที่แตกต่างกัน ตามรูปที่ 3.7 เคอร์เซอร์แต่ละอันจะมีทิศทางในการเคลื่อนที่ไปยังจุดถัดไปบนขอบวัตถุ รหัสทิศทางที่กำกับมีอยู่ 4 ทิศทางดังนี้

RIGHT	ค่าทิศทางคือ	0
UP	ค่าทิศทางคือ	1
LEFT	ค่าทิศทางคือ	2
DOWN	ค่าทิศทางคือ	3

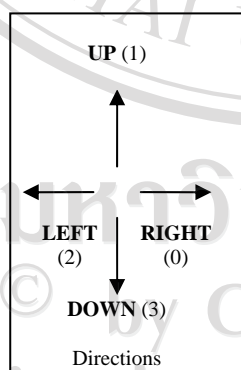
3.2.4.3 ขั้นตอนการติดตามขอบ (Boundary Following Procedure)

จากตัวอย่างที่ 3.1 พิจารณาเคอร์เซอร์ทั้ง 4 ที่อยู่ในรูปที่ 3.6 บริเวณ I II III และ IV ได้ดังนี้

Cc (I)	= 9 ----- >	Cd (I)	= 1 ----- >	UP
Cc (II)	= 4 ----- >	Cd (II)	= 3 ----- >	DOWN
Cc (III)	= 2 ----- >	Cd (III)	= 2 ----- >	LEFT
Cc (IV)	= 3 ----- >	Cd (IV)	= 2 ----- >	LEFT

ดังนั้นจากรูปที่ 3.6 จุดที่ (I) เคอร์เซอร์ต้องขยับขึ้นข้างบนเพื่อไปจุดต่อไป จุดที่ (II) เคอร์เซอร์ต้องขยับไปข้างล่าง จุดที่ (III) เคอร์เซอร์ต้องขยับไปด้านซ้ายและจุดที่ (IV) เคอร์เซอร์ต้องขยับไปทางซ้าย โดยปกติถ้าเคอร์เซอร์เริ่มที่จุดที่ (I) แล้วเคอร์เซอร์จะเลื่อนไปตามขั้นตอนวิธีแล้ววนกลับมาหยุดเลื่อนที่จุดเดียวกัน

Canonical From	Containment Code C_c	Direction Code C_d	Canonical From	Containment Code C_c	Direction Code C_d
	0	-		9	1
	1	1		5	4
	2	2		10	4
	4	3		7	3
	8	0		14	0
	3	2		13	1
	6	3		11	2
	12	0		15	-



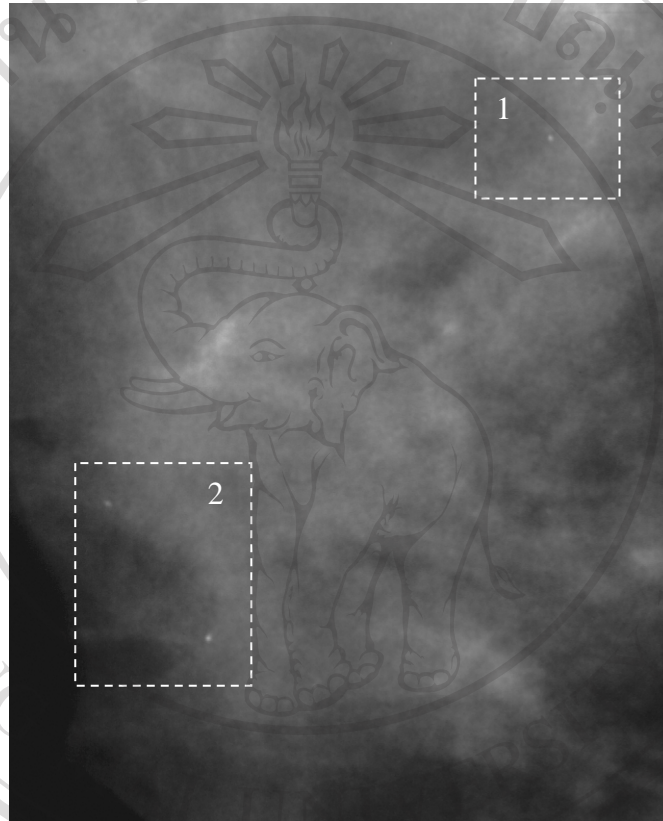
$C_d = 4$ คือการหาขอบภาพ
ในแนวแกนในที่นี่
ไม่ได้ใช้

รูปที่ 3.7 ตารางค่าเงื่อนไขและค่าทิศทาง

จากรูปที่ 3.7 แสดงรูปแบบของการเลื่อนเคอร์เซอร์ทั้ง 16 รูปแบบ โดยมีรายละเอียดรูปแบบจุดภาพ รหัสเงื่อนไขและรหัสทิศทาง ยกตัวอย่างเช่น รูปแบบที่ 2 เมื่อเคอร์เซอร์วางอยู่ในบริเวณที่มีจุดภาพที่เป็นเส้นขอบ 1 จุดคือจุดบนขวา ค่ารหัสเงื่อนไขมีค่าเท่ากับ 1 และรหัสทิศทางเท่ากับ 1 เช่นกันเป็นต้น

3.3 การแยกลักษณะเฉพาะ (Feature Extraction)

ลักษณะเด่นของก้อนหินปูนขนาดเล็กคือ เป็นจุดสว่างกว่าบริเวณโดยรอบและโดยส่วนใหญ่มีรูปร่างเป็นก้อนชัดเจนอาจเป็นวงกลมหรือวงรี ดังตัวอย่างภาพในรูปที่ 3.8 แสดงส่วนที่มีก้อนหินปูนขนาดเล็กสองบริเวณในส่วนที่ 1 มีก้อนหินปูน 1 บริเวณและในส่วนที่ 2 มีก้อนหินปูน 2 บริเวณ



รูปที่ 3.8 ตัวอย่างภาพแผ่นภาพรังสีเต้านมที่มีก้อนหินปูนขนาดเล็ก

ดังนั้นลักษณะเฉพาะของก้อนหินปูนขนาดเล็กที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้จึงให้ความสำคัญกับค่าระดับสีเทา ความแตกต่างของค่าระดับสีเทาและรูปร่างของก้อนหินปูนขนาดเล็กซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.3.1 ค่าเฉลี่ยระดับสีเทาภายในวัตถุ

ค่าเฉลี่ยค่าระดับสีเทาภายในวัตถุคือค่าเฉลี่ยของค่าระดับสีเทาภายในวัตถุที่เราสนใจ

$$g_{avg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i \quad (3.9)$$

g_{avg} คือ ค่าเฉลี่ยระดับสีเทาภายในวัตถุ

g_i คือ ค่าระดับสีเทาของจุดภาพภายในวัตถุ

n คือ จำนวนจุดภาพที่อยู่ภายในวัตถุ

3.3.2 ค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยระดับสีเทาภายในวัตถุกับค่าเฉลี่ยระดับสีเทาภายนอกวัตถุ

ค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยระดับสีเทาภายในวัตถุกับค่าเฉลี่ยระดับสีเทาภายนอกวัตถุที่สนใจ

$$g_{dif} = g_{in} - g_{out} \quad (3.10)$$

g_{dif} คือ ค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยระดับสีเทาภายในวัตถุกับค่าเฉลี่ยระดับสีเทาภายนอกวัตถุ

g_{in} คือ ค่าเฉลี่ยค่าระดับสีเทาภายในวัตถุ

g_{out} คือ ค่าเฉลี่ยค่าระดับสีเทาภายนอกวัตถุ

3.3.3 ตัวอย่างรูปร่างแบบฟูริเยร์ (Fourier Description) [Janakiraman 1995, Keller 2002]

เราสามารถระบุหรือแยกแยะวัตถุต่างๆ ได้ด้วยชุดตัวเลขที่เรียกว่าลักษณะเฉพาะแบบดั้งเดิม (Primitive Feature) ซึ่งเป็นชุดตัวเลขที่น้อยที่สุดที่สามารถแยกแยะวัตถุได้อยู่ในรูปของ เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (Feature Vectors) ซึ่งตัวอย่างรูปร่างแบบฟูริเยร์ (Fourier Descriptors) สามารถหาเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะที่เป็นตัวแทนของวัตถุที่มีรูปร่างต่างกันได้

การหาตัวอย่างรูปร่างแบบฟูริเยร์เราต้องหาขอบวัตถุและบันทึกเป็นคู่ลำดับของจุด $u(n) = (x(n), y(n))$ แล้วเขียนเป็นจำนวนเชิงซ้อน

$$u(n) = x(n) + jy(n) \quad (3.11)$$

แปลง $u(n)$ ให้อยู่ในโดเมนความถี่ (Frequency Domain) โดยทำการแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Fourier Transformation: DFT) ตามสมการที่ (3.12)

$$a_n = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u(n) e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}, k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N-1}{2} \quad (3.12)$$

และสามารถที่จะแปลงกลับไปยังโดเมนเวลา (Spatial Domain) ได้โดยแปลงย้อนกลับของการแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ (3.13)

$$u(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} a(k) e^{\frac{j2\pi kn}{N}}, n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N-1}{2} \quad (3.13)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ a_n เรียกว่า การหาตัวอธิบายรูปร่างแบบฟูรีเยร์ซึ่งจะแสดงขอบวัตถุในโดเมนความถี่ ตัวอธิบายรูปร่างแบบฟูรีเยร์คือค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงฟูรีเยร์ที่ถูกทำให้เป็นมาตรฐาน (Normalize) แล้วคือ B-descriptor และ D-descriptor ดังสมการที่ (3.14)

$$b(n) = \frac{a_{1+n} \cdot a_{1-n}}{a_1^2} \quad (3.14)$$

$$d(n) = \frac{a_{1+n} \cdot |a_1|^n}{a_1^{n+1}} \quad (3.15)$$

ค่า B-descriptor ได้จากสมการที่ (3.14) คุณสมบัติของ B-descriptor คือไม่ขึ้นกับขนาด มุม ตำแหน่งและจุดเริ่มต้นลำดับของขอบค่า D-descriptor ได้จากสมการที่ (3.15) ซึ่งคุณสมบัติของ D-descriptor คือไม่ขึ้นกับการย้ายตำแหน่ง การขยายขนาด

3.3.4 การแปลงเวฟเลต(Wavelet Transform) [Gonzalez 2002, McAndrew 2004]

การแปลงสัญญาณช่วยให้วิเคราะห์สัญญาณได้ดียิ่งขึ้นเพราะสามารถดึงเอาลักษณะเด่นของสัญญาณให้ชัดเจนขึ้น แต่การเลือกการแปลงสัญญาณให้เหมาะสมก็มีความสำคัญ โดยจะต้องพิจารณาจากลักษณะสัญญาณที่นำมาใช้และกระบวนการในการแปลงสัญญาณที่เหมาะสมที่สามารถดึงเอาลักษณะเด่นของสัญญาณออกมาได้อย่างชัดเจนที่สุด

การแปลงเวฟเลตเป็นการแปลงสัญญาณที่พัฒนามาจากการแปลงฟูรีเยร์ (Fourier Transform) โดยที่การแปลงฟูรีเยร์เป็นการวิเคราะห์สัญญาณที่แปลงสัญญาณจากโดเมนเวลา (Time Domain) ไปเป็นโดเมนความถี่ (Frequency Domain) โดยฟังก์ชันพื้นฐาน (Basis Function) ที่ใช้อยู่ในรูปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential) ผลการวิเคราะห์จะออกมาในรูปของการแตกองค์ประกอบของสัญญาณในรูปของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ที่มีขนาดและความถี่ที่แตกต่างกัน แต่เมื่อทำการแปลงฟูรีเยร์ไปแล้วนั้นจะไม่สามารถบอกถึงการเปลี่ยนแปลงทางด้านเวลาได้ จึงได้มีการดัดแปลงการพิจารณาสัญญาณโดยแบ่งสัญญาณออกเป็นส่วนย่อยๆ หรือแบ่งเป็นหน้าต่างย่อยแล้วจึงพิจารณาทีละส่วน แล้วเลื่อนไปพิจารณาในส่วนถัดไปจึงเรียกว่า การแปลงฟูรีเยร์ช่วงสั้น (Short Time Fourier Transform) แต่ในการนำไปใช้พบว่าช่วงสัญญาณที่มีความถี่สูงจะมีการเปลี่ยนแปลงเร็วกว่าช่วงสัญญาณที่มีความถี่ต่ำ ดังนั้นจึงมีการนำการแปลงสัญญาณที่มีขนาดหน้าต่างย่อยที่ต่างกันในด้านความถี่ที่ต่างกันทำให้สามารถวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในโดเมนเวลาได้ การแปลงเวฟเลตใช้เวฟเลตแม่ (Mother Wavelet) เป็นฟังก์ชัน

พื้นฐานและยังมีการปรับขนาดหน้าต่างย่อยโดยใช้หน้าต่างสั้นกับความถี่สูงและหน้าต่างกว้างกับความถี่ต่ำทำให้สามารถเลือกคุณลักษณะทางเวลาและความถี่ได้

3.3.4.1 การแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Wavelet Transform)

ในการนำการแปลงเวฟเลตมาประยุกต์ใช้ในงานวิจัยนี้ ใช้การแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่องวิเคราะห์สัญญาณภาพรังสีเต้านมซึ่งเป็นสัญญาณภาพที่เป็นไฟล์ภาพดิจิทัลซึ่งก็เพียงพอและเหมาะสม

การเลือกใช้ฟังก์ชันพื้นฐานในการแปลงเวฟเลตนั้นมีความสำคัญโดยที่หลักการในการเลือกนั้นจะเลือกจากเวฟเลตแม่ที่มีความเหมาะสม ควรมีลักษณะที่สามารถดึงเอาคุณลักษณะของสิ่งที่ต้องการออกมาได้ชัดเจน

การแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่องใน 1 มิติ นั้นมีฟังก์ชันพื้นฐานหรือเวฟเลตฟังก์ชัน (Wavelet Function) คือ $\psi(x)$ และสเกลลิงฟังก์ชัน (Scaling Function) คือ $\varphi(x)$ โดยที่

$$\varphi_{j,m,n}(x, y) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - m, 2^j y - n), \quad (3.15)$$

$$\psi^i_{j,m,n}(x, y) = 2^{j/2} \psi^i(2^j x - m, 2^j y - n), \quad i = \{H, V, D\} \quad (3.16)$$

เมื่อ i แทนทิศทางของเวฟเลต H คือทิศทางการคำนวณในแนวแกน x V คือทิศทางการคำนวณในแนวแกน y และ D คือทิศทางการคำนวณในแนวทแยงมุมส่วนแกน x และแกน y นั้นมีทิศทางตามรูปที่ 3.4 (ข) สำหรับการแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่อง 2 มิติ นั้นมีสเกลลิงฟังก์ชัน 2 มิติ คือ $\varphi(x, y)$ และมีเวฟเลตฟังก์ชัน (Wavelet Function) 2 มิติ ที่นำมาใช้อีก 3 ตัวได้แก่ $\psi^H(x, y)$, $\psi^V(x, y)$ และ $\psi^D(x, y)$ โดยทั้ง 4 ฟังก์ชันนั้นคือผลคูณของเวฟเลตฟังก์ชันใน 1 มิติ ดังรายละเอียดตามสมการที่ (3.17-3.20) ตามลำดับ

$$\varphi(x, y) = \varphi(x) \varphi(y) \quad (3.17)$$

$$\psi^H(x, y) = \psi(x) \varphi(y) \quad (3.18)$$

$$\psi^V(x, y) = \varphi(x) \psi(y) \quad (3.19)$$

$$\psi^D(x, y) = \psi(x) \psi(y) \quad (3.20)$$

เมื่อสัญญาณผ่าน φ นั้นคือการใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านในแนวแกน y และแกน x ผลลัพธ์คือส่วนค่าประมาณ (Approximation) ส่วน ψ^H แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงในแนวแกน x คือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวกรองความถี่สูงผ่านในแนวแกน y และใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านในแนวแกน x ตัวอย่างคือเส้นขอบแนวนอน ส่วน ψ^V แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงในแนวแกน y คือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านในแนวแกน y และใช้ตัวกรองความถี่สูงผ่านในแนวแกน x ตัวอย่างคือเส้นขอบแนวตั้งและสลับทแยง

คือ ψ^D แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงในแนวทแยงมุม คือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวกรองความถี่สูงผ่านในแนว y และ x ดังนั้นสมการของการแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่องที่สามารถนำมาใช้กับการวิเคราะห์ภาพ เป็นดังสมการที่ (3.21) และสมการที่ (3.22)

$$W_\phi(j_0, m, n) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \phi_{j_0, m, n}(x, y) \quad (3.21)$$

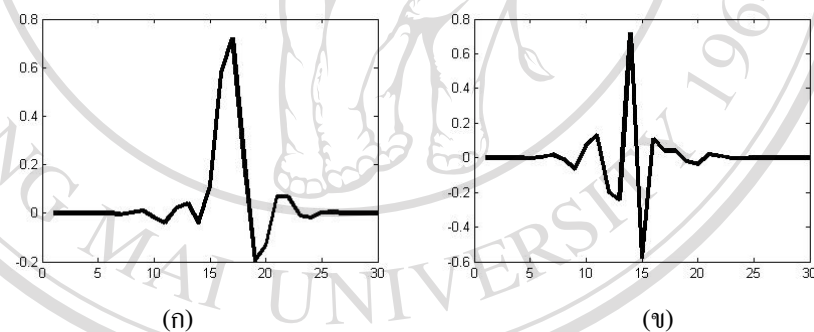
$$W_\phi^i(j, m, n) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \psi_{j, m, n}^i(x, y), \quad i = \{H, V, D\} \quad (3.22)$$

โดยที่ $f(x, y)$ คือ รูปขนาด $M \times N$

$\phi(x, y)$ คือ สเกลลิงฟังก์ชัน

$\psi_{j, m, n}(t)$ คือ เวฟเลตฟังก์ชัน

ในการแปลงเวฟเลตในงานวิจัยนี้เลือกเวฟเลตแม่ Symlets ซึ่งในการแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่อง 2 มิติ เนื่องจากมีลักษณะที่คล้ายกับก้อนหินปูนที่ต้องการตรวจจับดังแสดงในรูปที่ 3.9 เมื่อรูปที่ 3.9 (ก) แสดงสเกลลิงฟังก์ชันและรูปที่ 3.9 (ข) แสดงเวฟเลตฟังก์ชัน



รูปที่ 3.9 เวฟเลตแม่ Symlets

(ก) สเกลลิงฟังก์ชัน

(ข) เวฟเลตฟังก์ชัน

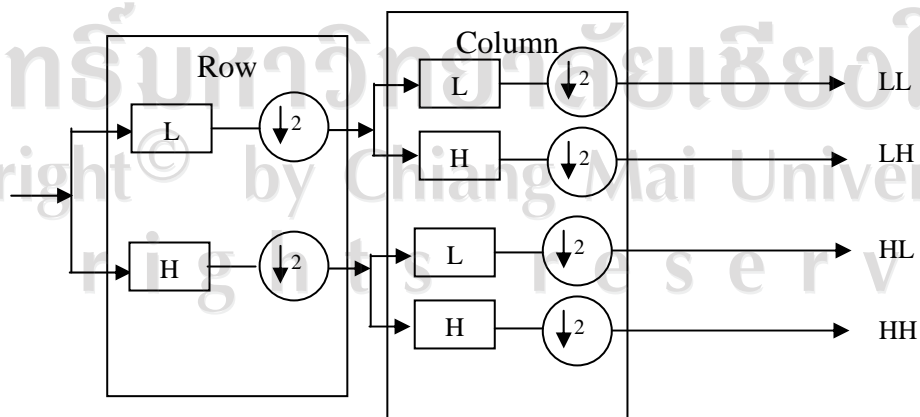
การวิเคราะห์หลายระดับความละเอียด (Multi-Resolution Analysis)

โดยปกติในภาพจะมีขนาดของวัตถุ ความเข้มของสี หรือระดับค่าสีเทา หรือองค์ประกอบภายในภาพอื่นๆ ที่แตกต่างกัน ทำให้การพิจารณาลักษณะเฉพาะต้องทำในหลายระดับ เช่นถ้าลักษณะเฉพาะมีขนาดใหญ่ก็ควรเลือกใช้ฟังก์ชันพื้นฐานที่มีขนาดใหญ่ หรือถ้าลักษณะเฉพาะที่ต้องการเป็นรายละเอียดที่มีขนาดเล็ก ในการเลือกใช้ลักษณะเฉพาะก็ควรที่จะเลือกฟังก์ชันพื้นฐานที่มีขนาดเล็กเช่นกัน การแปลงแบบเวฟเลตทำการวิเคราะห์สัญญาณได้โดยสามารถเลือกระดับความละเอียดเพื่อแก้ปัญหา

ฟิลเตอร์เบงค์(Filter Bank)

การทำฟิลเตอร์เบงค์ทำเพื่อใช้แยกสัญญาณที่มีความถี่ที่แตกต่างกัน โดยตัวกรองสัญญาณที่ใช้จะมี 2 ตัวคือตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter) และตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High Pass Filter) หรือคือการใช้สเกลลิงฟังก์ชัน $\varphi(x, y)$ เป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่านและเวฟเลตฟังก์ชัน $\psi(x)$ เป็นตัวกรองความถี่สูงผ่านแล้วทำการคอนโวลูชันกับภาพตั้งต้น จากนั้นลดอัตราซีกตัวอย่างลง (Down Sampling) โดยเรียกชุดสัญญาณที่ได้จากตัวกรองความถี่สูงผ่านเรียกว่าส่วนรายละเอียด (Detail) และเรียกชุดสัญญาณที่ได้จากตัวกรองความถี่ต่ำผ่านเรียกส่วนค่าประมาณ (Approximation)

โดยจากรูปที่ 3.9 แสดงฟิลเตอร์เบงค์ของการแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่อง 2 มิติ โดยที่ L แทนตัวกรองความถี่ต่ำผ่านและ H แทนตัวกรองความถี่สูงผ่าน จากรูปการคำนวณทำในแนวแกน y ก่อนด้วยทั้งตัวกรองความถี่ต่ำผ่านและตัวกรองความถี่สูงผ่าน จากนั้นนำสัญญาณผ่านตัวลดอัตราซีกตัวอย่างแล้วจึงนำสัญญาณผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นตอนนี้ทั้งสองสัญญาณไปทำการคำนวณในแนวแกน x ด้วยตัวกรองความถี่ต่ำผ่านและตัวกรองความถี่สูงผ่าน จากนั้นนำไปผ่านตัวลดอัตราซีกตัวอย่างอีกครั้งหนึ่ง จะทำให้ได้ผลลัพธ์จากการแปลงเวฟเลตมีทั้งหมด 4 ค่า ได้แก่ LL LH HL HH เมื่อ LL คือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านทั้งในแนวแกน y และ x ต่อมา LH คือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านในแนวแกน y และใช้ตัวกรองความถี่สูงผ่านในแนวแกน x ต่อมา HL คือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวกรองความถี่สูงผ่านในแนวแกน y และใช้ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านในแนวแกน x และสุดท้าย HH คือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวกรองความถี่สูงผ่านทั้งในแนวแกน y และแกน x และรูปที่ 3.10 แสดงส่วนประกอบของการแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่อง 2 มิติ



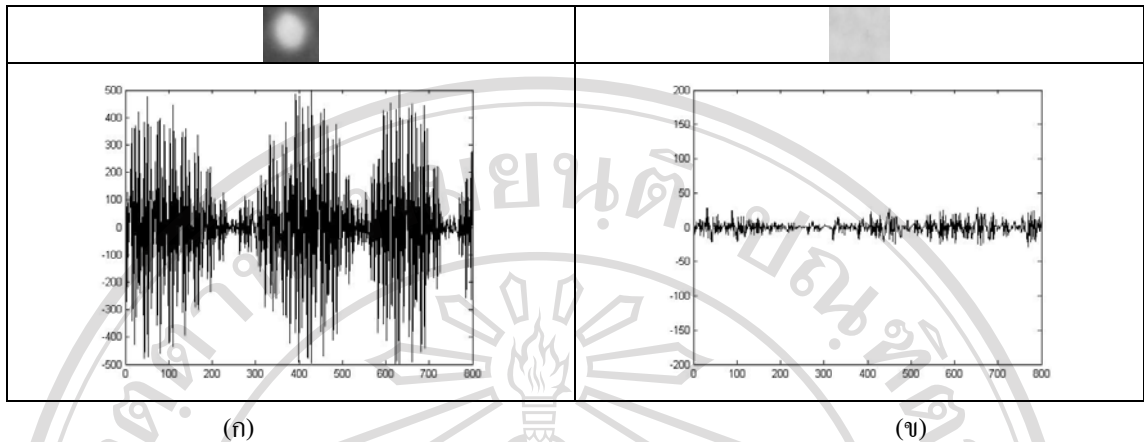
รูปที่ 3.10 ฟิลเตอร์เบงค์ของการแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่อง 2 มิติ

ในการแปลงหลายระดับความละเอียดนี้ เมื่อทำการคำนวณตามขั้นตอนดังรูปที่ 3.9 แล้วจะเรียกว่าเป็นการคำนวณ 1 ระดับและในขั้นตอนที่การคำนวณในระดับที่ 2 นั้นจะนำสัญญาณจากส่วนค่าประมาณหรือผลลัพธ์จากตัวกรองความถี่ต่ำผ่านทั้งในแนวแกน y และแกน x มาใช้เป็นสัญญาณเข้าในระดับที่ 2 ต่อไปและผลลัพธ์ที่ได้จากการแปลงเวฟเลตในแต่ละระดับคือ ค่าสัมประสิทธิ์นั่นเอง

LL Approximation	HL Vertical details
LH Horizontal detail	HH Diagonal details

รูปที่ 3.11 ส่วนประกอบของการแปลงเวฟเลตแบบไม่ต่อเนื่อง 2 มิติ

เมื่อผลลัพธ์จากการแปลงเวฟเลตคือค่าสัมประสิทธิ์ที่สามารถบ่งบอกลักษณะของสัญญาณว่าอยู่รูปแบบใด โดยในงานวิจัยนี้สนใจสัญญาณภาพดิจิทัลที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วนั้นถือได้ว่ามีความน่าจะเป็นก้อนหินปูนขนาดเล็กสูง จากการทดลองพบว่าสามารถเลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์ได้หลายค่าแต่ที่สามารถแสดงความแตกต่างระหว่างก้อนหินปูนขนาดเล็กและบริเวณที่ไม่มีก้อนหินปูนขนาดเล็กได้อย่างชัดเจนที่สุดได้แก่ ค่าสัมประสิทธิ์ของจากตัวกรองความถี่ต่ำผ่านทั้งในแนวแถวและหลัก ดังนั้นจึงใช้ค่าสัมประสิทธิ์ของจากตัวกรองความถี่ต่ำผ่านทั้งแนวแถวและหลักหรือที่เรียกว่าส่วนค่าประมาณมาใช้โดยได้ทำการวิเคราะห์สัญญาณในหลายระดับความละเอียดด้วยการนำส่วนค่าประมาณมาเป็นส่วนที่จะนำไปวิเคราะห์ในลำดับขั้นต่อไป ซึ่งในงานวิจัยนี้ทำการวิเคราะห์ทั้งหมด 4 ระดับและนำค่าสัมประสิทธิ์ของส่วนค่าประมาณในระดับที่ 4 มาใช้เป็นลักษณะเฉพาะหนึ่งในงานวิจัยนี้ต่อไป



รูปที่ 3.12 (ก) ตัวอย่างค่าสัมประสิทธิ์จากการแปลงเวฟเลตในบริเวณที่มีก้อนหินปูนขนาดเล็ก
 (ข) แสดงรูปตัวอย่างค่าสัมประสิทธิ์จากการแปลงเวฟเลตในบริเวณที่ไม่มีก้อนหินปูนขนาดเล็ก
 รูปที่ 3.12 (ก) แสดงรูปตัวอย่างค่าสัมประสิทธิ์จากการแปลงเวฟเลตในบริเวณที่มีก้อนหินปูนขนาดเล็กและรูปที่ 3.12 (ข) แสดงรูปตัวอย่างค่าสัมประสิทธิ์จากการแปลงเวฟเลตในบริเวณที่ไม่มีก้อนหินปูนขนาดเล็ก

3.3.5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน [Olofsson 2005]

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้นตัววัดการกระจายตัวของข้อมูลที่ได้รับมานิยมตัวหนึ่งคือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งเป็นตัววัดการกระจายที่สำคัญทางสถิติเพราะเป็นค่าที่ใช้แสดงถึงการกระจายของข้อมูลได้ดีกว่าค่าพิสัยและค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad (3.23)$$

โดยที่ x_i คือ ข้อมูล

N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

\bar{x} คือ ค่าเฉลี่ยของชุดข้อมูล จากสมการที่ (3.24)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (3.24)$$