



温州大學  
WENZHOU UNIVERSITY

# 机器学习-人工神经网络

黄海广 副教授

2021年06月

# 本章目录

2

**01 发展历史**

**02 感知机算法**

**03 BP算法**

# 1. 人工神经网络发展历史

3

**01 发展历史**

**02 感知机算法**

**03 BP算法**

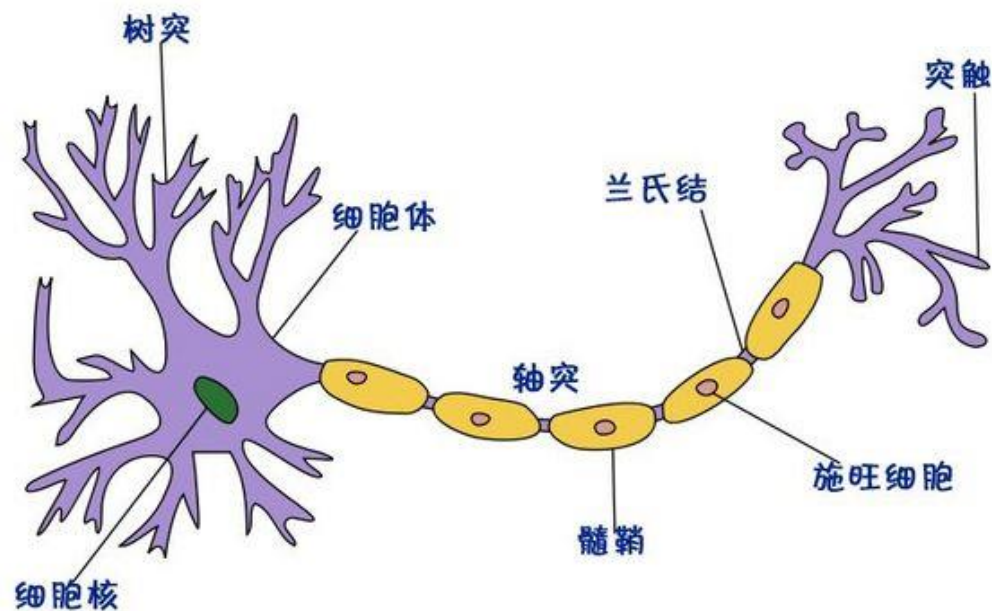
# 1.人工神经网络发展历史

4

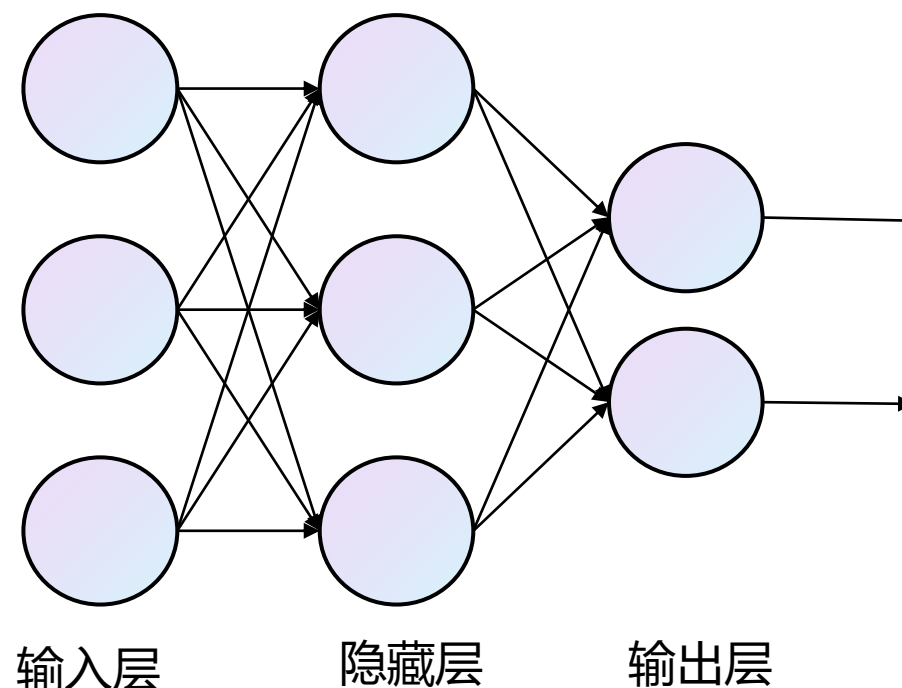
## 发展历史

1943年，心理学家McCulloch和逻辑学家Pitts建立神经网络的数学模型，

### MP模型



神经元生理结构



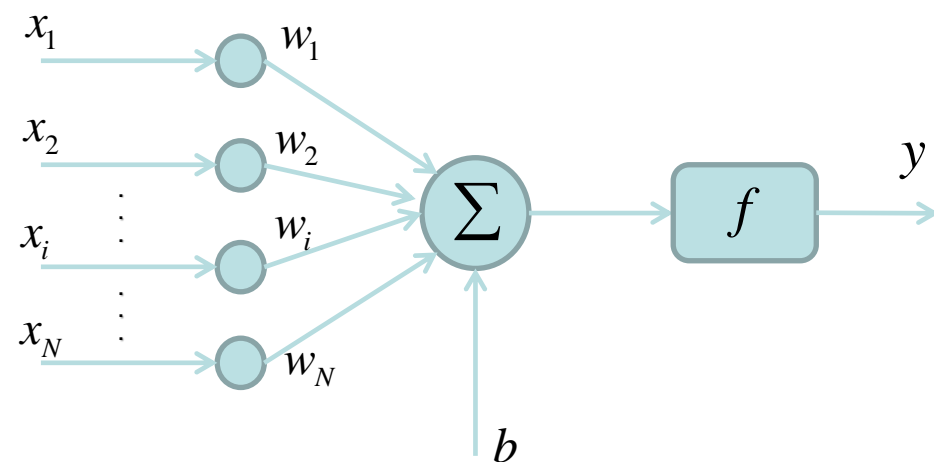
神经元数学模型

# 1.人工神经网络发展历史

5

1960年代，人工网络得到了进一步地发展感知机和自适应线性元件等被提出。

M.Minsky仔细分析了以感知机为代表的神经网络的局限性，指出了感知机不能解决非线性问题，这极大影响了神经网络的研究。



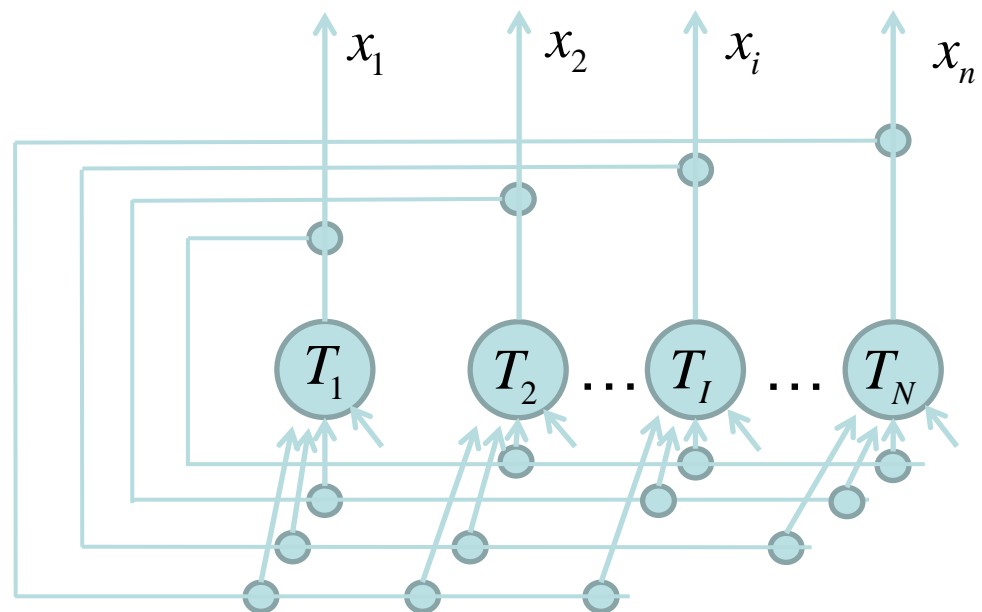
$$y = f \left( \sum_{i=1}^N w_i x_i + b \right)$$

单层感知机的数学模型

# 1.人工神经网络发展历史

6

1982年，加州理工学院J.J.Hopfield教授提出了Hopfield神经网络模型，引入了计算能量概念，给出了网络稳定性判断。

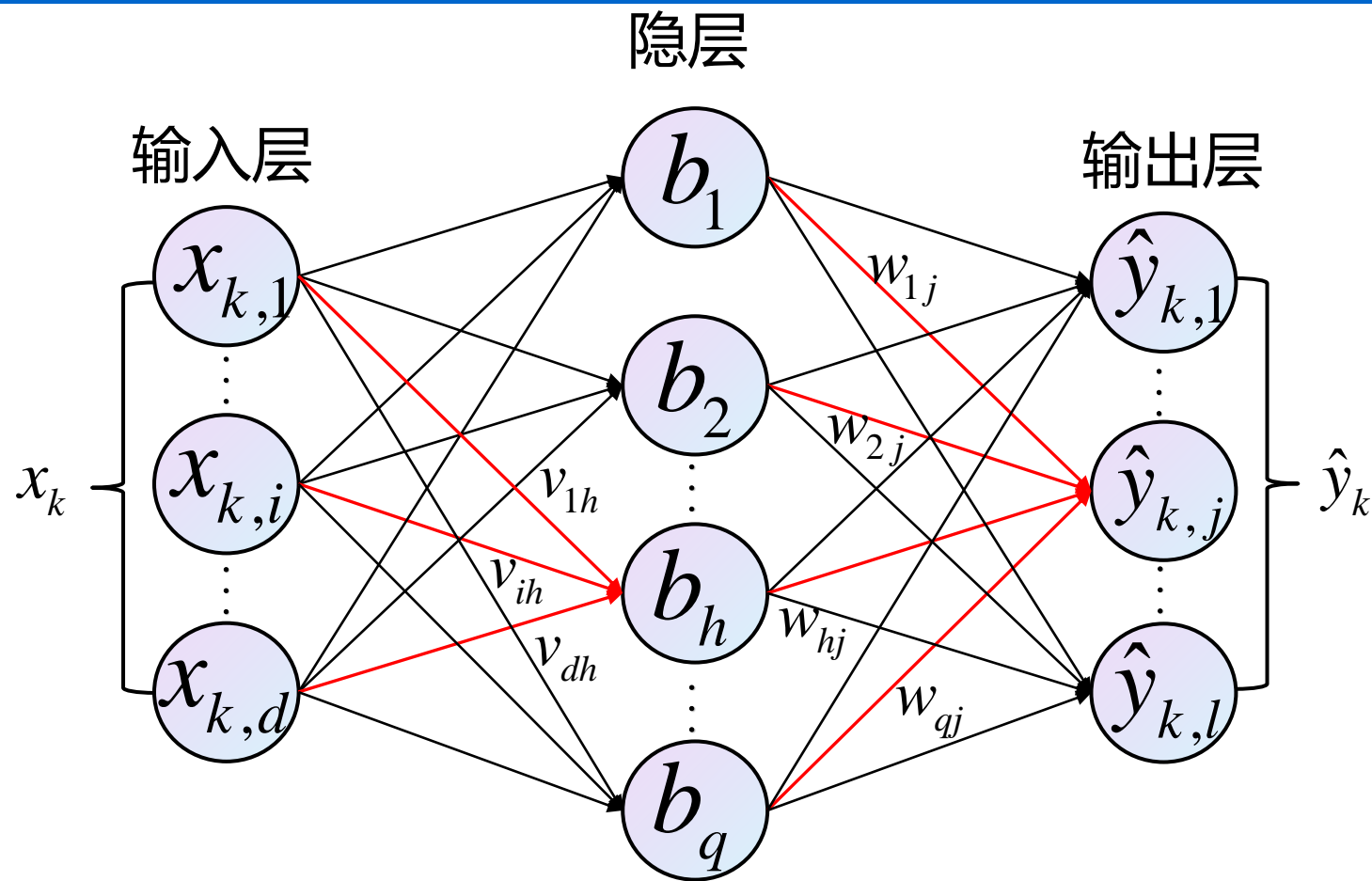


离散Hopfield神经网络模型

# 1.人工神经网络发展历史

7

1986年，Rumelhart和McClelland为首的科学家提出了BP（Back Propagation）神经网络的概念，是一种按照误差逆向传播算法训练的多层前馈神经网络，目前是应用最广泛的神经网络。



BP神经网络模型



# 1.人工神经网络发展历史

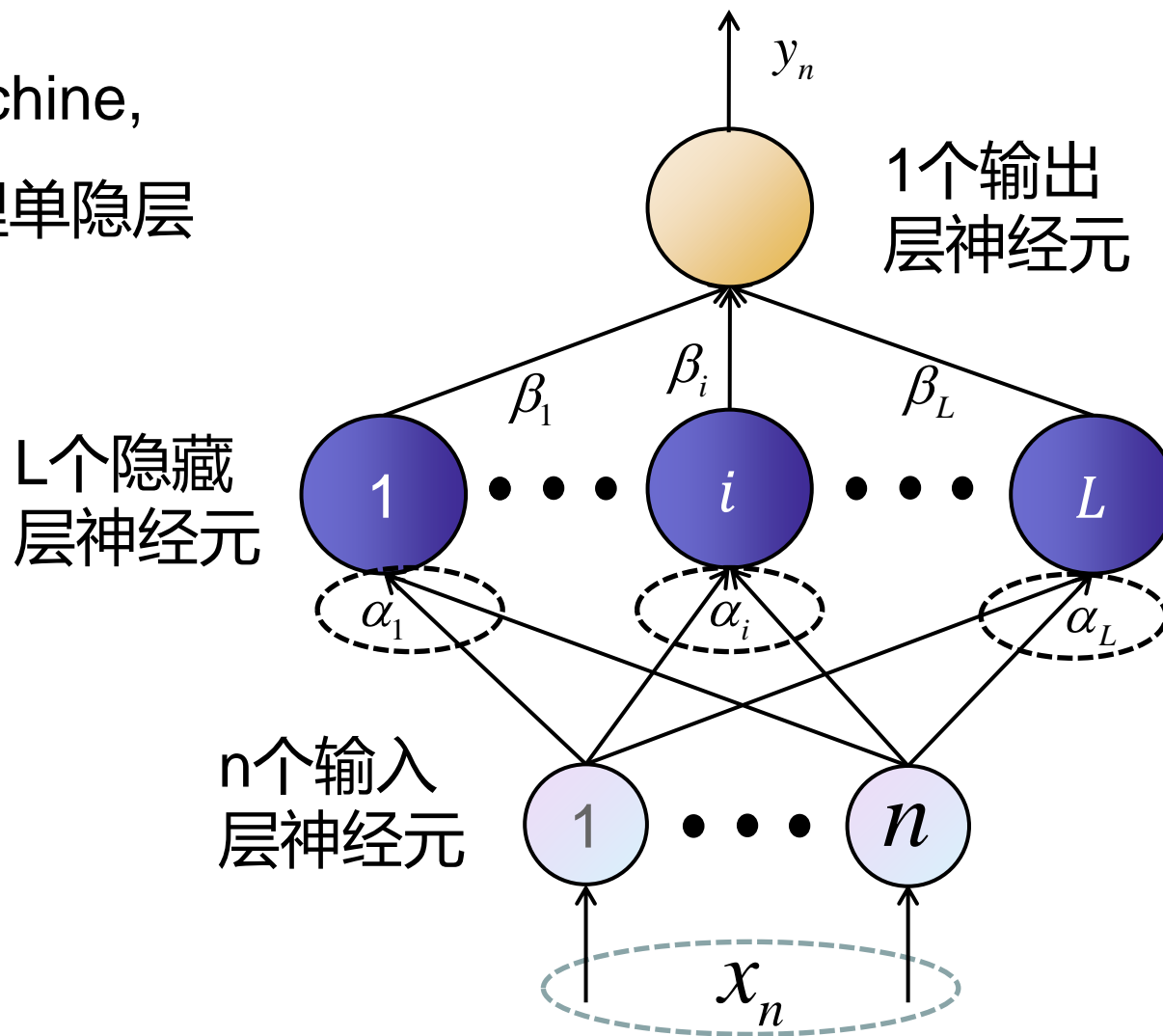
8

极限学习机(Extreme Learning Machine, ELM), 是由黄广斌提出的用于处理单隐层神经网络的算法

随机初始化输入权重 $\alpha_i$ 和偏置, 只求解输出权重值 $\beta_i$ 。

优点:

- 1.学习精度有保证
- 2.学习速度快





## 2.感知器算法

9

**01** 发展历史

**02** 感知机算法

**03** BP算法

## 2.感知机算法

10

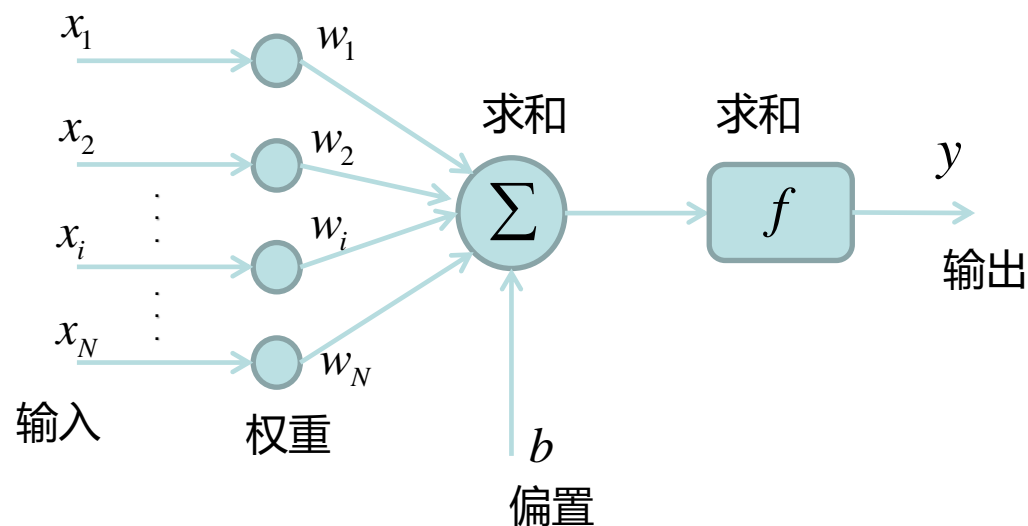
感知机 (Perceptron) 是二分类问题的线性分类模型。

用  $X \in R^{n \times d}$  表示数据集, 用  $Y$  表示标签。

需要学习的目标函数是

$$f(x) = \text{sign}(w^T x + b)$$

从一堆输入输出中学习模型参数 $w$ 和 $b$ 。



## 2.感知机算法

11

### 感知机算法 (Perceptron Algorithm) :

随机选择模型参数的 $(w_0, b_0)$ 初始值。

选择一个训练样本 $(x_n, y_n)$ 。

若判别函数 $w^T x_n + b > 0$ , 且 $y_n = -1$ , 则 $w = w - x_n$ ,  $b = b - 1$ 。

若判别函数 $w^T x_n + b < 0$ , 且 $y_n = +1$ , 则 $w = w + x_n$ ,  $b = b + 1$ 。

再选取另一个训练样本 $(x_m, y_m)$ , 回到2。

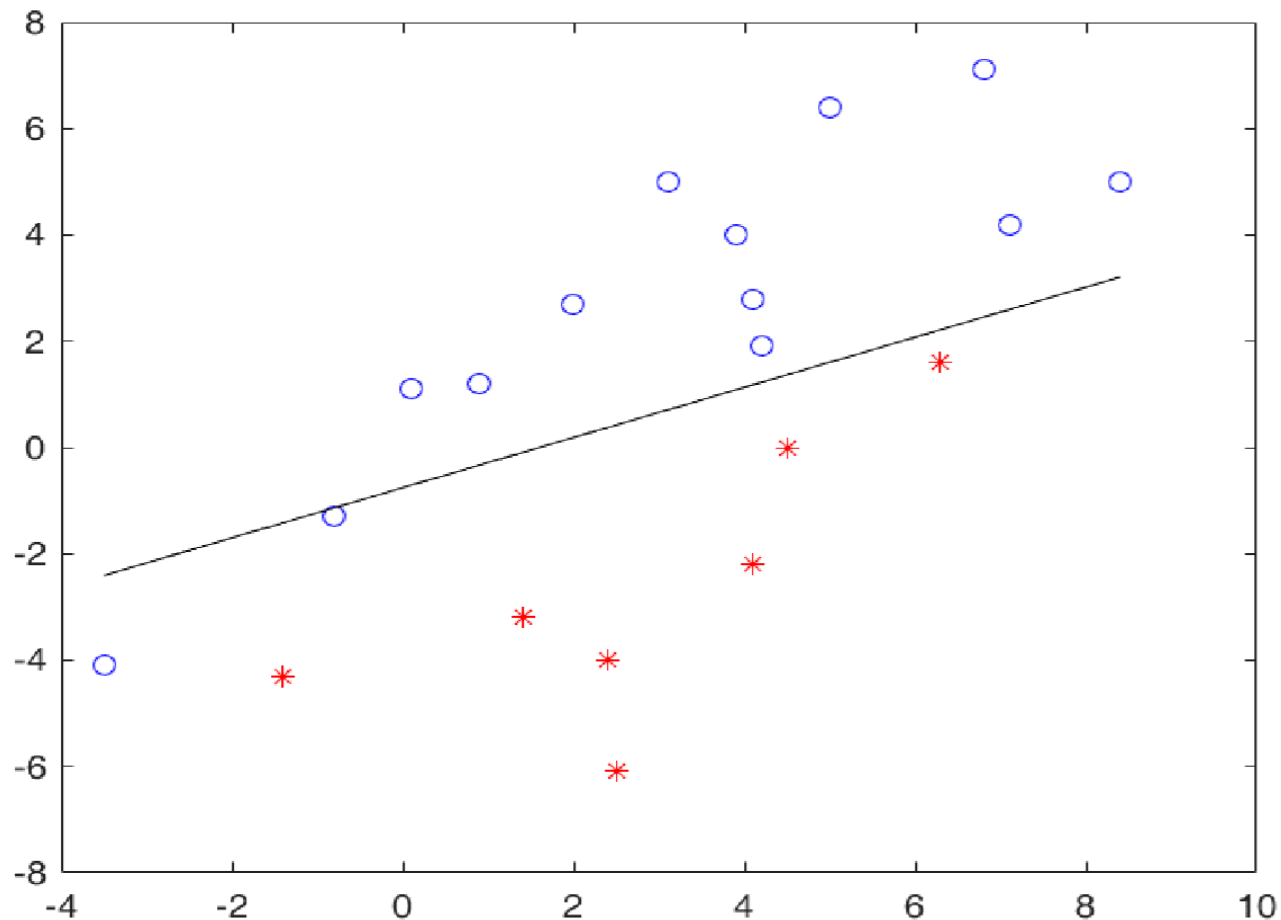
终止条件: 直到所有数据的输入输出对都不满足2中的(i)和(ii)中之一, 则退出循环。

## 2.感知机算法

12

算法演示 分类问题

单层感知机只能处理  
线性问题，**无法处理**  
**非线性问题！！**



## 2.感知器算法

13

**01** 发展历史

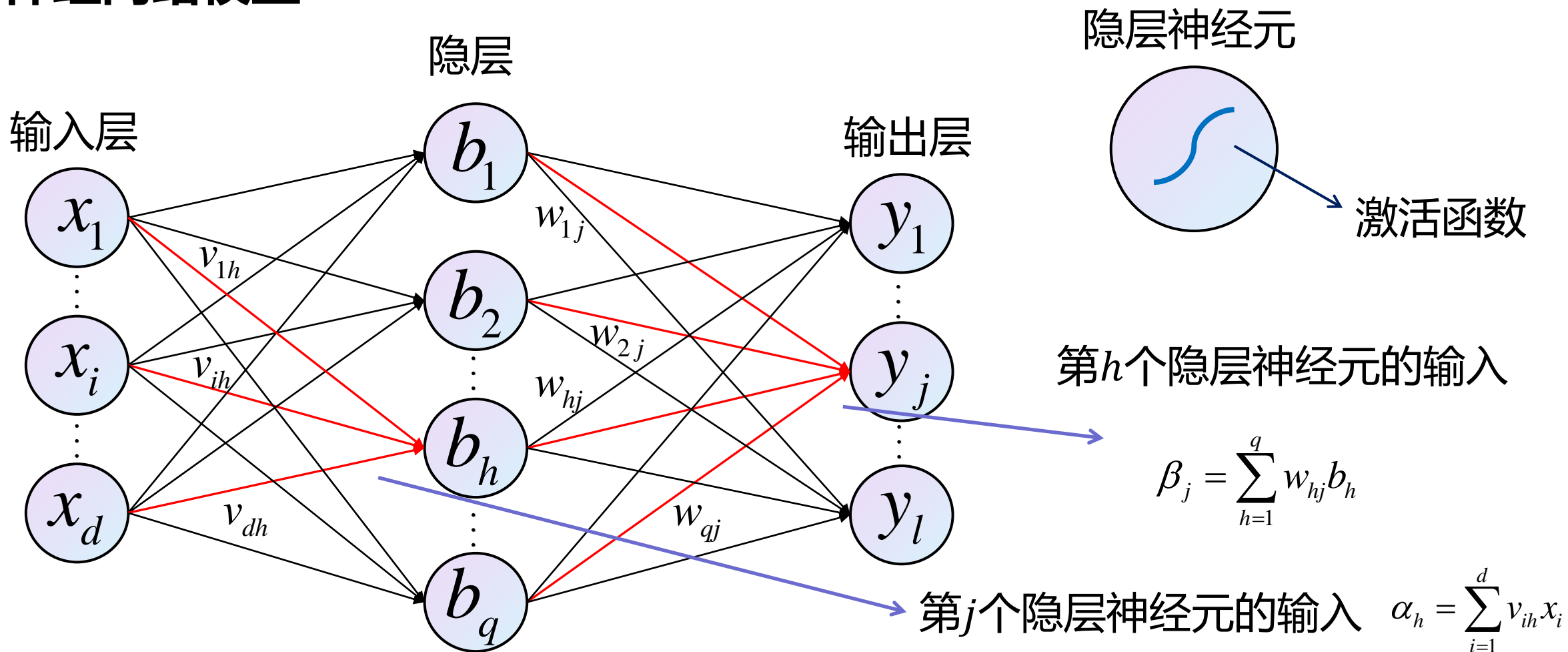
**02** 感知机算法

**03** BP算法

# 3.BP算法

14

## 神经网络模型



# 3.BP算法

15

## 激活函数

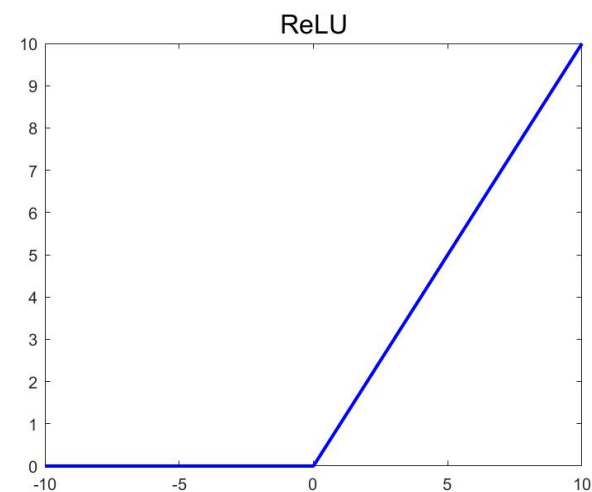
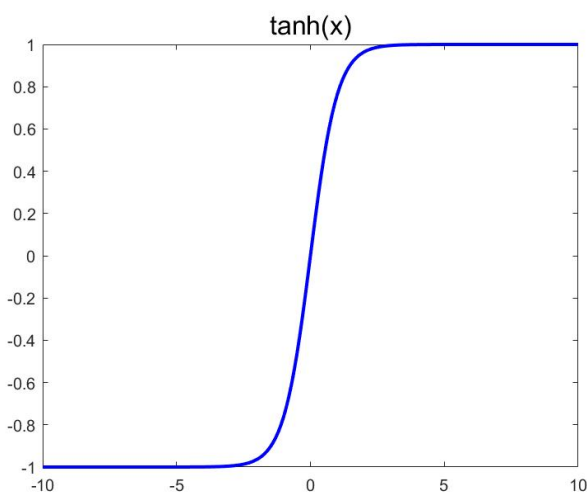
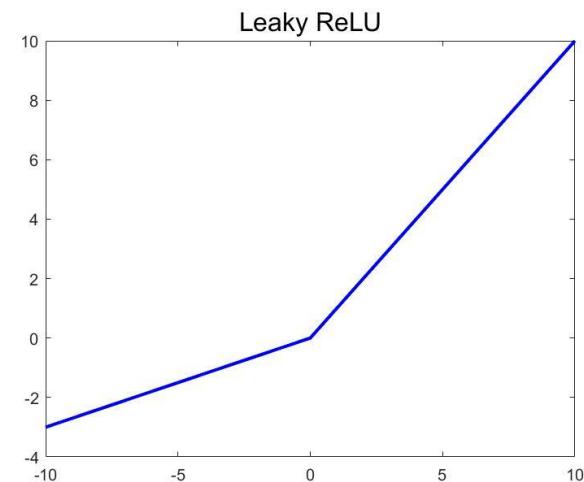
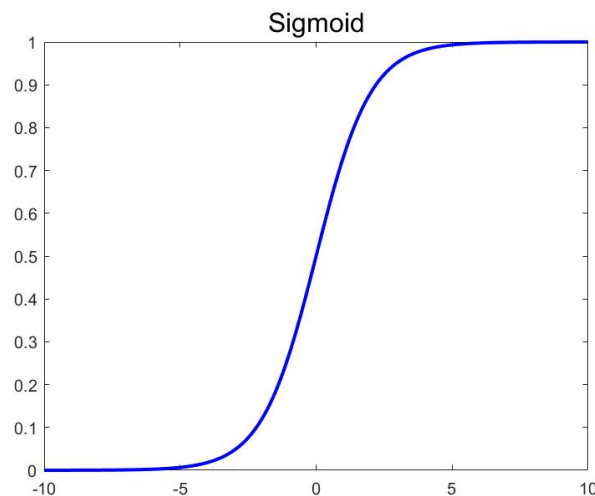
常见激活函数选择:

sigmoid 函数

tanh 函数

ReLU 函数

Leaky ReLU函数





# 3.BP算法

16

## 最常用Sigmoid函数的优缺点:

### 优点:

- 1.函数处处连续, 便于求导
- 2.可将函数值的范围压缩至 $[0,1]$ , 可用于压缩数据, 且幅度不变
- 3.便于前向传输

### 缺点:

- 1.在趋向无穷的地方, 函数值变化很小, 容易出现梯度消失, 不利于深层神经的反馈传输
- 2.幂函数的梯度计算复杂
- 3.收敛速度比较慢

# 3.BP算法

17

## 主要步骤

第一步，对样本明确预测输出值与损失函数

第二步，明确参数调整策略

第三步，计算输出层阈值的梯度

第四步，计算隐层到输出层连接权值的梯度

第五步，计算隐层阈值的梯度

第六步，计算输入层到隐层连接权值的梯度

第七步，引出归纳结论

# 3.BP算法

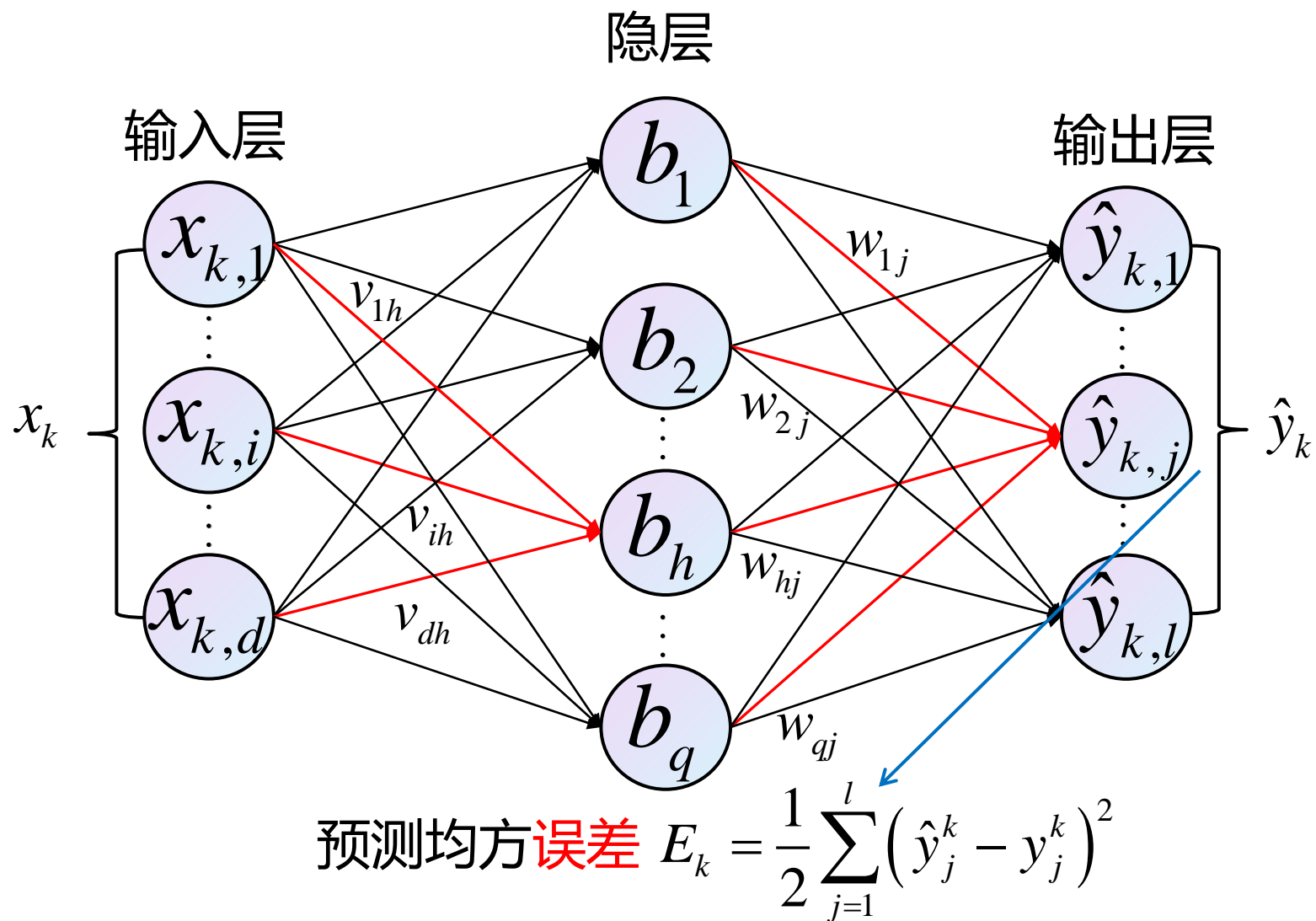
18

## 第一步，明确损失函数

对样本 $(x_k, y_k)$ ，神经网络的预测输出值为 $\hat{y}_k$ 。

全网络在样本 $(x_k, y_k)$ 上的均方

误差 
$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^l (\hat{y}_j^k - y_j^k)^2$$



# 3.BP算法

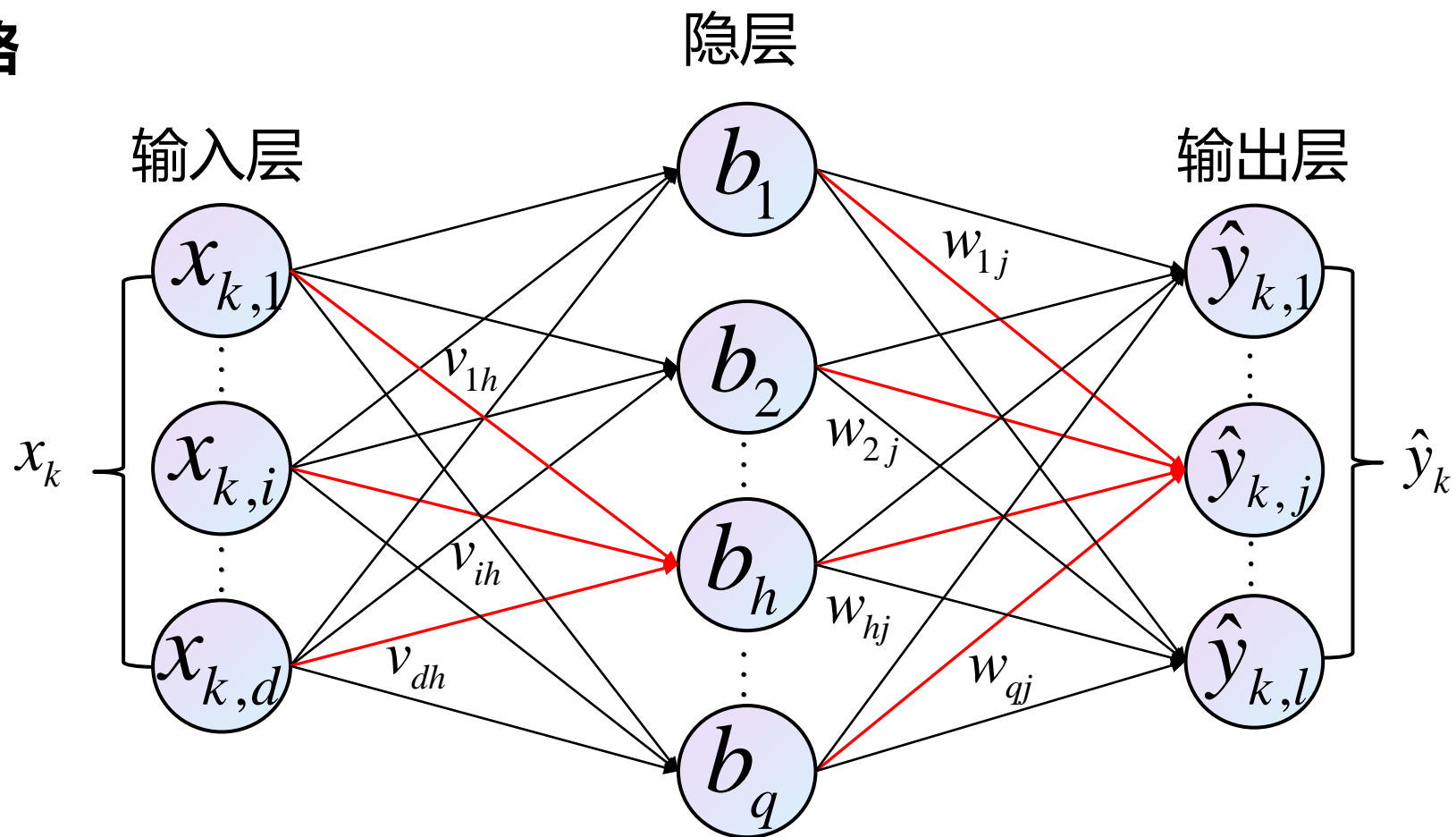
19

## 第二步，明确参数调整策略

基于梯度下降 (Gradient Descent) 策略，以目标的负梯度方向对参数进行调整

$$v = v + \Delta v$$

$$\Delta v = -\rho \frac{\partial E_n}{\partial v}$$



# 3.BP算法

20

第三步，计算输出层阈值 $\theta_j$ 的梯度 $\frac{\partial E_k}{\partial \theta_j}$

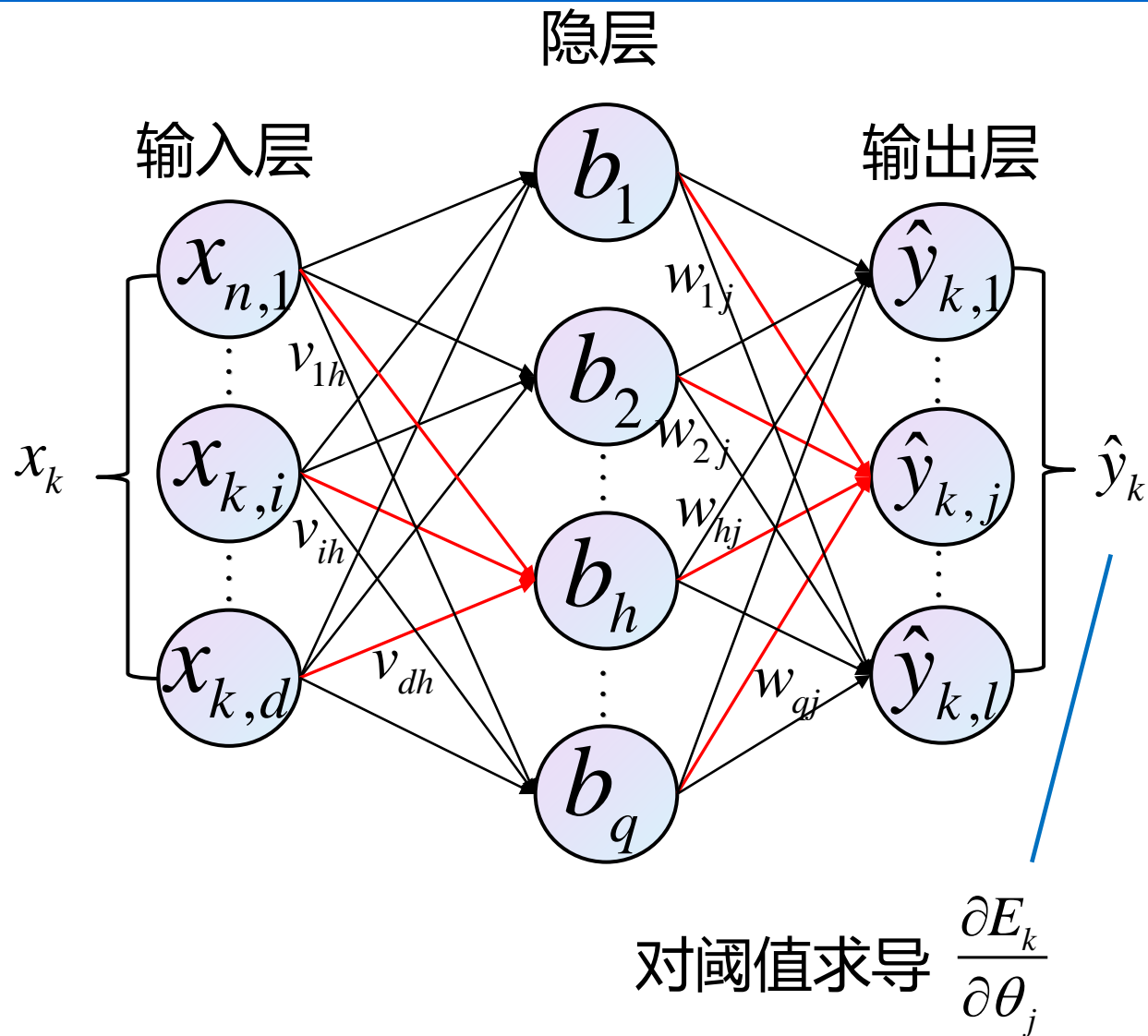
利用链式法则，可得

$$\frac{\partial E_k}{\partial \theta_j} = \frac{\partial E_k}{\partial \hat{y}_j^k} \cdot \frac{\partial \hat{y}_j^k}{\partial \theta_j}$$

$$\text{其中, } \frac{\partial E_k}{\partial \hat{y}_j^k} = \hat{y}_j^k - y_j^k \quad \frac{\partial \hat{y}_j^k}{\partial \theta_j} = -\hat{y}_j^k (1 - \hat{y}_j^k)$$

$$\text{所以, } g_j = \frac{\partial E_k}{\partial \theta_j} = \hat{y}_j^k (1 - \hat{y}_j^k) (y_j^k - \hat{y}_j^k)$$

更新公式  $\theta_j \leftarrow \theta_j - \eta g_j$



# 3.BP算法

21

第四步，计算隐层到输出层连接

权值 $w_{hj}$ 的梯度 $\frac{\partial E_k}{\partial w_{hj}}$

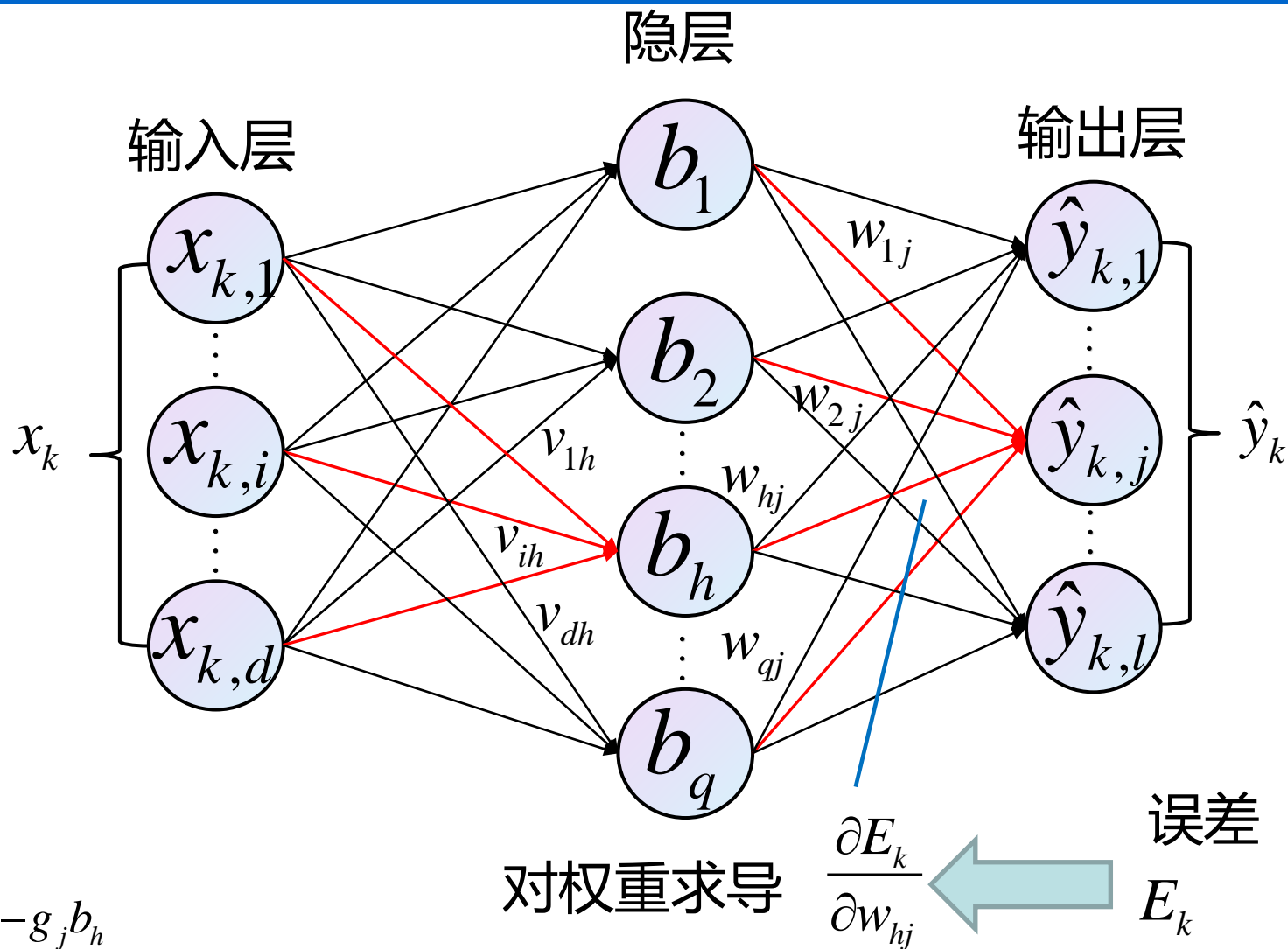
利用链式法则，可得

$$\frac{\partial E_k}{\partial w_{hj}} = \frac{\partial E_k}{\partial \hat{y}_j^k} \cdot \frac{\partial \hat{y}_j^k}{\partial \beta_j} \cdot \frac{\partial \beta_j}{\partial w_{hj}}$$

其中， $\frac{\partial E_k}{\partial \hat{y}_j^k} = \hat{y}_j^k - y_j^k$      $\frac{\partial \hat{y}_j^k}{\partial \beta_j} = \hat{y}_j^k (1 - \hat{y}_j^k)$

可得  $\frac{\partial \beta_j}{\partial w_{hj}} = b_h$

综上所述可得  $\frac{\partial E_k}{\partial w_{hj}} = \hat{y}_j^k \cdot (\hat{y}_j^k - y_j^k) \cdot (1 - \hat{y}_j^k) \cdot b_h = -g_j b_h$



# 3.BP算法

22

第五步，计算隐层阈值 $\gamma_h$ 的梯度 $\frac{\partial E_k}{\partial \gamma_h}$

利用链式法则，可得

$$\frac{\partial E_k}{\partial \gamma_h} = \frac{\partial E_k}{\partial b_h} \cdot \frac{\partial b_h}{\partial \gamma_h}$$

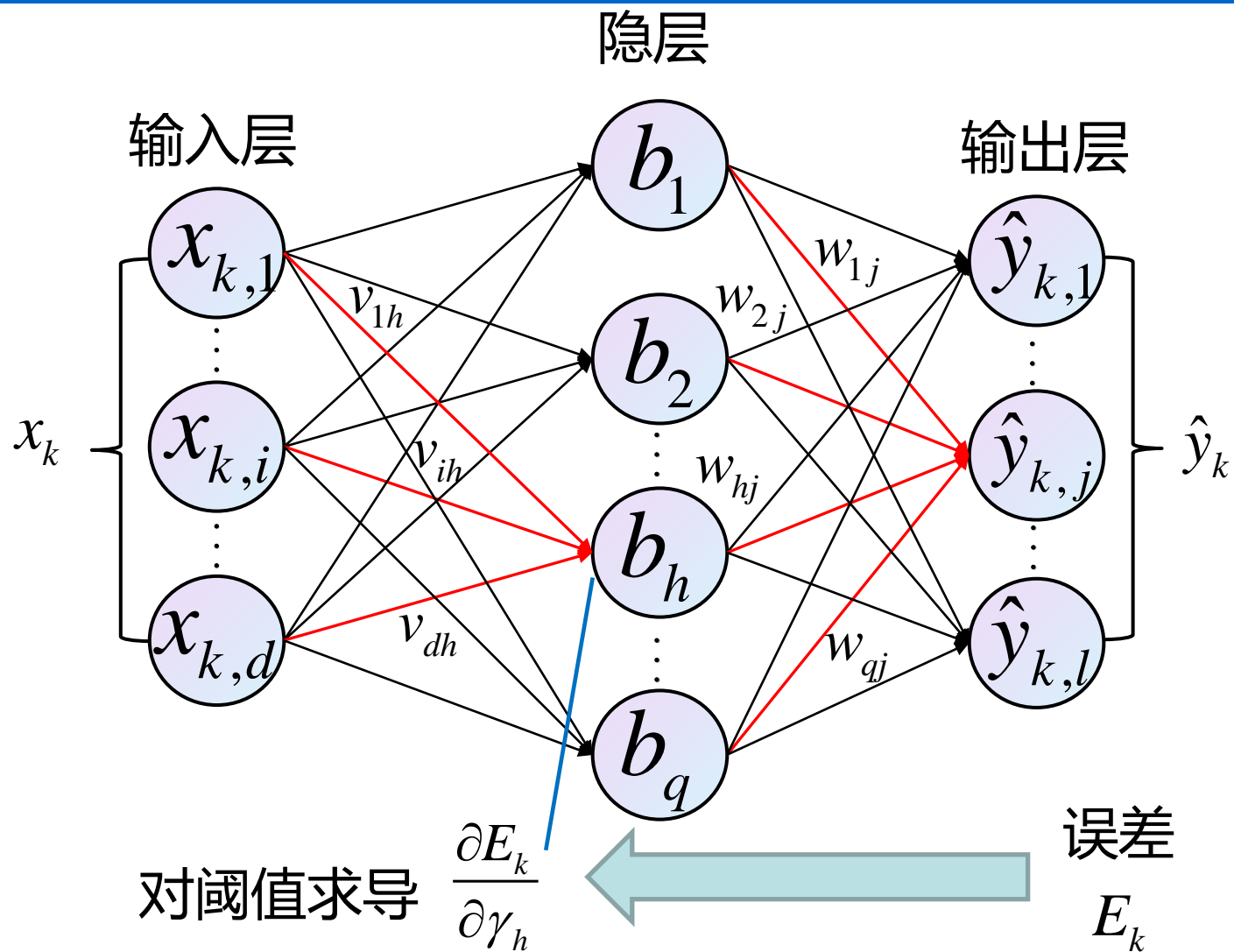
$$\text{其中, } \frac{\partial E_k}{\partial b_h} = \sum_{j=1}^l \frac{\partial E_k}{\partial \hat{y}_j^k} \cdot \frac{\partial \hat{y}_j^k}{\partial \beta_j} \cdot \frac{\partial \beta_j}{\partial b_h} = -\sum_{j=1}^l g_j w_{hj}$$

$$\frac{\partial b_h}{\partial \gamma_h} = \frac{\partial}{\partial \gamma_h} f(\alpha_h - \gamma_h) = -b_h(1-b_h)$$

$$\text{所以有 } \frac{\partial E_k}{\partial \gamma_h} = b_h(1-b_h) \sum_{j=1}^l w_{hj} g_j$$

$$\text{令 } e_h = b_h(1-b_h) \sum_{j=1}^l w_{hj} g_j$$

$$\text{更新公式 } \gamma_h \leftarrow \gamma_h - \eta e_h$$





# 3.BP算法

23

第六步，计算隐层权重 $v_{ih}$ 的梯度 $\frac{\partial E_k}{\partial v_{ih}}$

利用链式法则，可得

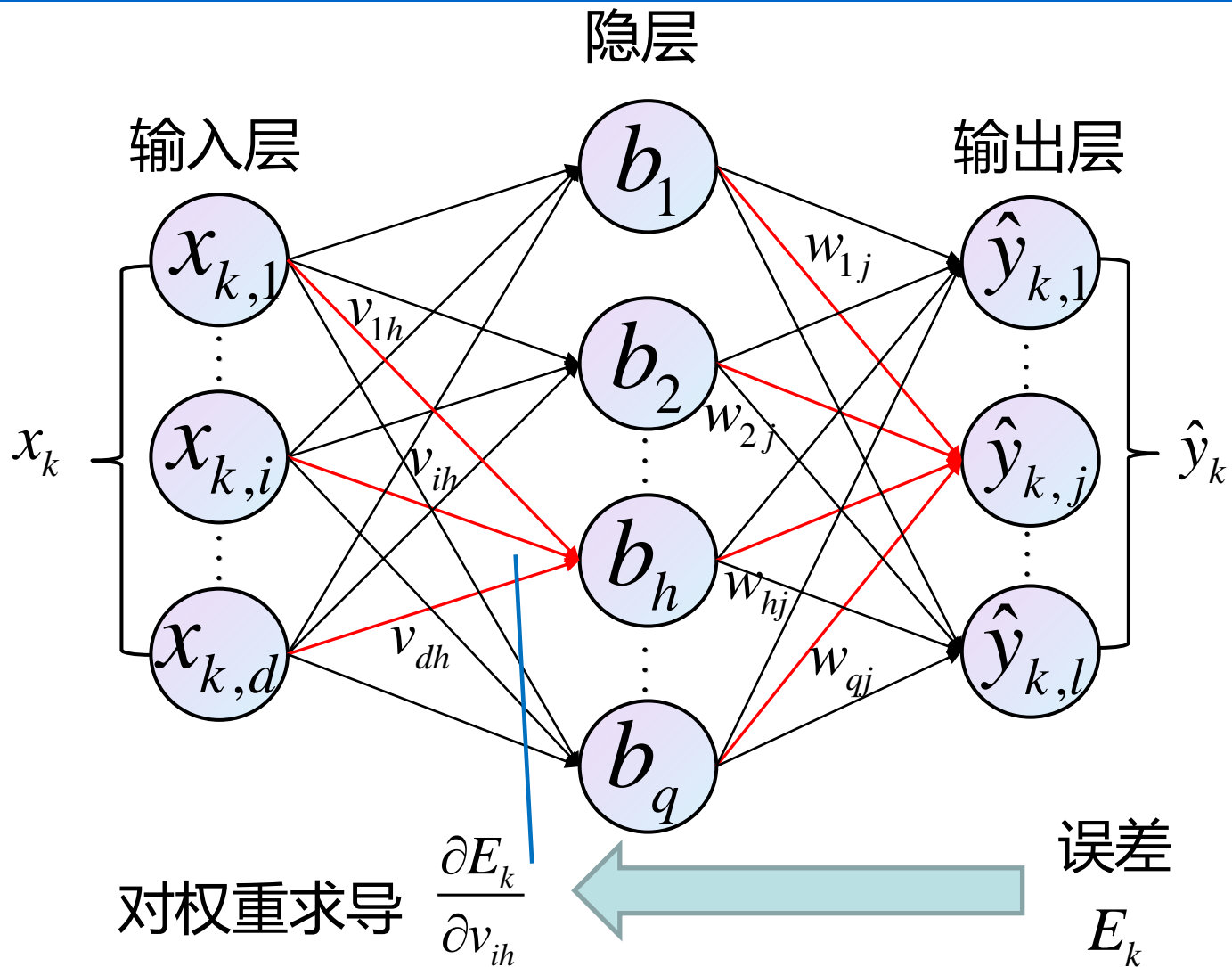
$$\frac{\partial E_k}{\partial v_{ih}} = \frac{\partial E_k}{\partial b_h} \cdot \frac{\partial b_h}{\partial \alpha_h} \cdot \frac{\partial \alpha_h}{\partial v_{ih}}$$

其中， $\frac{\partial E_k}{\partial b_h} = -\sum_{j=1}^l g_j w_{hj}$      $\frac{\partial b_h}{\partial \alpha_h} = b_h(1-b_h)$

$$\frac{\partial \alpha_h}{\partial v_{ih}} = x_i$$

所以有 $\frac{\partial E_k}{\partial v_{ih}} = -b_h(1-b_h)x_i \sum_{j=1}^l w_{hj} g_j = -e_h x_i$

更新公式  $v_{ih} \leftarrow v_{ih} + \eta e_h x_i$



# 3.BP算法

24

## 第七步，引出结论

观察  $\frac{\partial E_k}{\partial \gamma_h} = b_h (1 - b_h) \sum_{j=1}^l g_j w_{hj}$ ，可知

隐层阈值梯度取决于隐层神经元输出、输出层阈值梯度和隐层与输出层的连接权值。

在阈值的调整过程中，当前层的阈值梯度取决于下一层的阈值，这就是BP算法的精髓。

观察  $\frac{\partial E_k}{\partial w_{hj}} = -g_j b_h$ ，可知

当前层的连接权值梯度，取决于当前神经元阈值梯度和上层神经元输出。

# 3.BP算法

25

## 第七步，引出结论

只要知道**上一层**神经元的阈值梯度，即可计算**当前层**神经元阈值梯度和连接权值梯度。

随后可以计算**输出层**神经元阈值梯度，从而计算出**全网络**的神经元阈值和连接权值梯度。

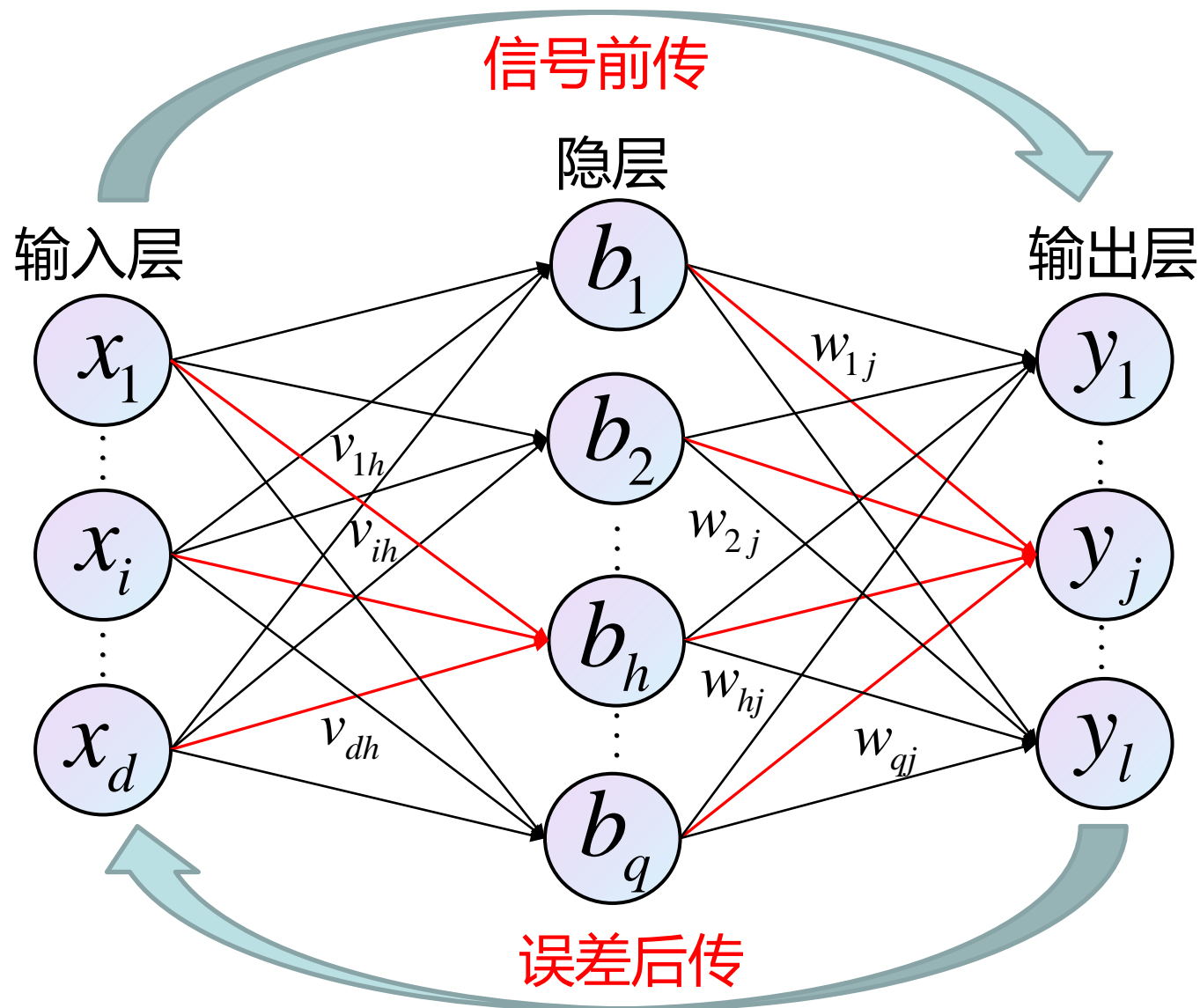
最终达到**训练网络**的目的。

# 3.BP算法

26

算法流程回顾：

- 1.将输入样本提供给输入层神经元
- 2.逐层将**信号前传**至隐层、输出层，产生输出层的结果
- 3.计算输出层误差
- 4.将**误差反向传播**至隐藏层神经元
- 5.根据隐层神经元对连接权重和阈值进行调整
- 6.上述过程循环进行，直至达到某些停止条件为止



# 3.BP算法

27

## 优点：

- 1.能够自适应、自主学习。BP可以根据预设参数更新规则，通过不断调整神经网络中的参数，已达到最符合期望的输出。
- 2.拥有很强的非线性映射能力。
- 3.误差的反向传播采用的是成熟的链式法则，推导过程严谨且科学。
- 4.算法泛化能力很强。

## 缺点：

- 1.BP神经网络参数众多，每次迭代需要更新较多数量的阈值和权值，故收敛速度比较慢。
- 2.网络中隐层含有的节点数目没有明确的准则，需要不断设置节点数字试凑，根据网络误差结果最终确定隐层节点个数
- 3.BP算法是一种速度较快的梯度下降算法，容易陷入局部极小值的问题。

1. 《统计学习方法》，清华大学出版社，李航著，2019年出版
2. 《机器学习》，清华大学出版社，周志华著，2016年出版
3. Christopher M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning, Springer-Verlag, 2006

谢谢!

