深度学习-第二章

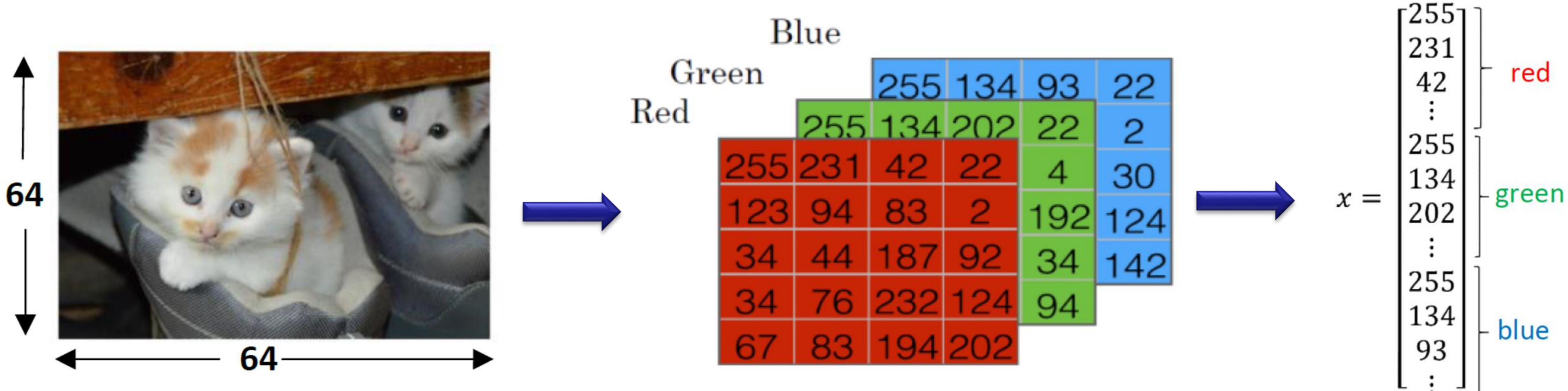
黄海广 副教授

2021年03月

本章目录

1.二分类与逻辑回归

符号定义



x：表示一个n_x维数据，为输入数据，维度为$(n_x,1)$；

y：表示输出结果，取值为$(0,1)$；

$(x^{(i)},y^{(i)})$：表示第i组数据；

$X=[x^{(1)},x^{(2)},...,x^{(m)}]$：表示所有的训练数据集的输入值，放在一个 $n_x\times m$的矩阵中，其中m表示样本数目；

$Y=[y^{(1)},y^{(2)},...,y^{(m)}]$：对应表示所有训练数据集的输出值，维度为$1\times m$。

逻辑回归

Logistic Regression

经典的分类算法,简单、有效,
目前用到最多的机器学习分类算法之一。

$\sigma(z)$代表一个常用的逻辑函数（logistic function）

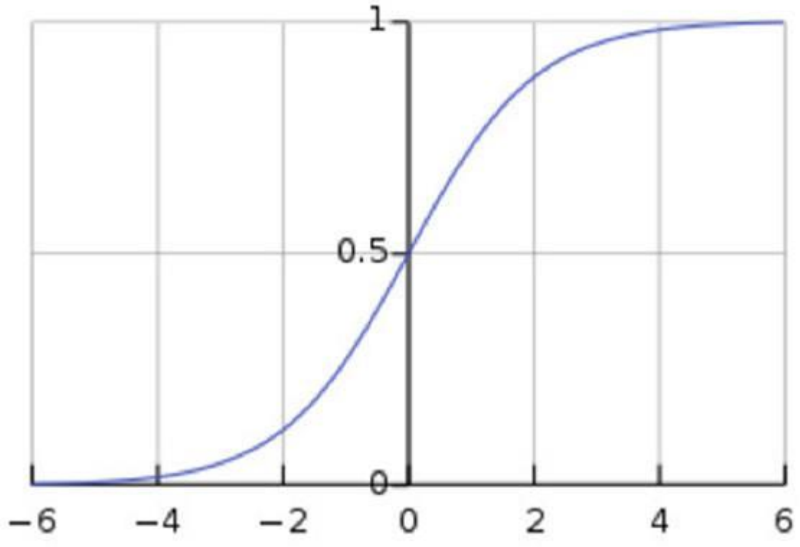
为S形函数（Sigmoid function）

$$z=w^T x + b$$

则：$\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

合起来，我们得到逻辑回归模型的假设函数：

$$L(\hat{y}, y) = -y\log(\hat{y}) - (1-y)\log(1-\hat{y})$$



sigmoid 函数

当$\sigma(z)$大于等于0.5时，预测 y=1

当$\sigma(z)$小于0.5时，预测 y=0

逻辑回归

损失函数

$$L(\hat{y}, y) = -y\log(\hat{y}) - (1-y)\log(1-\hat{y})$$

$\hat{y}$ 表示预测值

y 表示真实值

为了衡量算法在全部训练样本上的表现如何，我们需要定义一个算法的代价函数，算法的代价函数是对m个样本的损失函数求和然后除以m:

代价函数

$$J(w,b) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} L\left(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}\right) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(-y^{(i)}\log\hat{y}^{(i)} - (1-y^{(i)})\log(1-\hat{y}^{(i)})\right)$$

逻辑回归的梯度下降

损失函数 $L(\hat{y},y)$

设: $a=\hat{y}$

$$L(\hat{y},y)=L(a,y)=-y\log(a)-(1-y)\log(1-a)$$

z=w^Tx+b

因为$\frac{dL(a,y)}{dz}=\frac{dL}{dz}=(\frac{dL}{da})\cdot(\frac{da}{dz})$，并且$\frac{da}{dz}=a\cdot(1-a)$,

而$\frac{dL(a,y)}{da}$=$\frac{dL}{da}=(-\frac{y}{a}+\frac{(1-y)}{(1-a)})$，因此将这两项相乘，得到:

$$dz=\frac{dL(a,y)}{dz}=\frac{dL}{dz}=\left(\frac{dL}{da}\right)\cdot\left(\frac{da}{dz}\right)=(-\frac{y}{a}+\frac{(1-y)}{(1-a)})\cdot a(1-a)=a-y$$

逻辑回归的梯度下降

损失函数 $L(\hat{y}, y)$

设：$a = \hat{y}$

$L(\hat{y}, y) = L(a, y) = -y\log(a) - (1-y)\log(1-a)$

z=$w^T x + b$

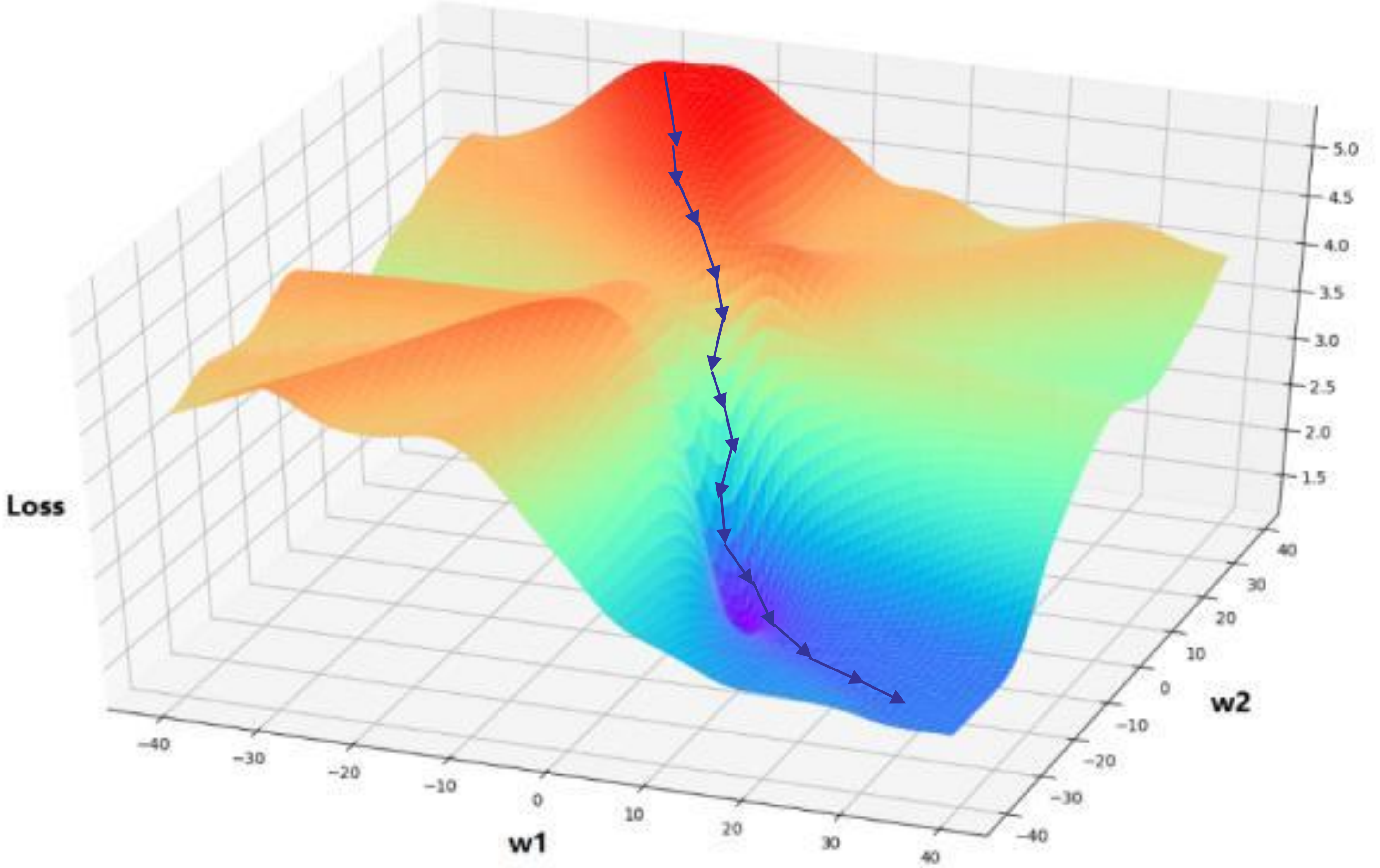
因为$\frac{dL(a,y)}{dz} = \frac{dL}{dz} = (\frac{dL}{da}) \cdot (\frac{da}{dz})$，并且$\frac{da}{dz} = a \cdot (1-a)$，

而$\frac{dL(a,y)}{da}$=$\frac{dL}{da} = (-\frac{y}{a} + \frac{(1-y)}{(1-a)})$，因此将这两项相乘，得到：

$$dz = \frac{dL(a,y)}{dz} = \frac{dL}{dz} = \left(\frac{dL}{da}\right) \cdot \left(\frac{da}{dz}\right) = (-\frac{y}{a} + \frac{(1-y)}{(1-a)}) \cdot a(1-a) = a - y$$

2.梯度下降

梯度下降



学习率

α

步长

梯度下降的三种形式

批量梯度下降（Batch Gradient Descent,BGD）

梯度下降的每一步中，都用到了所有的训练样本

随机梯度下降（Stochastic Gradient Descent,SGD）

梯度下降的每一步中，用到一个样本，在每一次计算之后便更新参数， 而不需要首先将所有的训练集求和

小批量梯度下降（Mini-Batch Gradient Descent,MBGD）

梯度下降的每一步中，用到了一定批量的训练样本

梯度下降的三种形式

批量梯度下降（Batch Gradient Descent）

梯度下降的每一步中，都用到了所有的训练样本

参数更新

$$w_j := w_j - \overset{\text{学习率}}{\alpha}\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\overbrace{\left(\left(h\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right) \cdot x_j^{(i)}\right)}^{\text{梯度}}$$

(同步更新w_j，(j=0,1,...,n))

梯度下降的三种形式

随机梯度下降（Stochastic Gradient Descent）

推导 $w = w - \alpha \cdot \frac{\partial J(w)}{\partial w}$ $\quad h(x) = w^T X = w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots + w_n x_n$

$$J(w) = \frac{1}{2}\left(h\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial w_j} J(w) = \frac{\partial}{\partial w_j} \frac{1}{2}\left(h\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}\left(h\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial w_j}\left(h\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right)$$

$$= \left(h\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial w_j}\left(\sum_{i=0}^{n}\left(w_i\, x_i^{(i)} - y^{(i)}\right)\right)$$

$$= \left(h\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right) x_j{}^{(i)}$$

梯度下降的三种形式

随机梯度下降（Stochastic Gradient Descent）

梯度下降的每一步中，用到一个样本，在每一次计算之后便更新参数，而不需要首先将所有的训练集求和

参数更新

$$w_j := w_j - \alpha\left(h\left(x^{(i)}\right) - y^{(i)}\right)x_j{}^{(i)}$$

(同步更新w_j，(j=0,1,...,n))

梯度下降的三种形式

小批量梯度下降（Mini-Batch Gradient Descent）

梯度下降的每一步中，用到了一定批量的训练样本

每计算常数b次训练实例，便更新一次参数 w

参数更新

$$w_j := w_j - \alpha \frac{1}{b} \sum_{k=i}^{i+b-1} \left(h\left(x^{(k)}\right) - y^{(k)} \right) x_j^{(k)}$$

(同步更新w_j，(j=0,1,...,n))

b=1（随机梯度下降,SGD）
b=m（批量梯度下降,BGD）
b=*batch_size*，通常是2的指数倍，常见有32,64,128等。（小批量梯度下降,MBGD）

逻辑回归的梯度下降

小批量梯度下降（Mini-Batch Gradient Descent)

梯度下降的每一步中，用到了一定批量的训练样本

每计算常数b次训练实例，便更新一次参数 w

参数更新

$$w_j := w_j - \alpha \frac{1}{b} \sum_{k=i}^{i+b-1} \left(h\left(x^{(k)}\right) - y^{(k)}\right) x_j^{(k)}$$

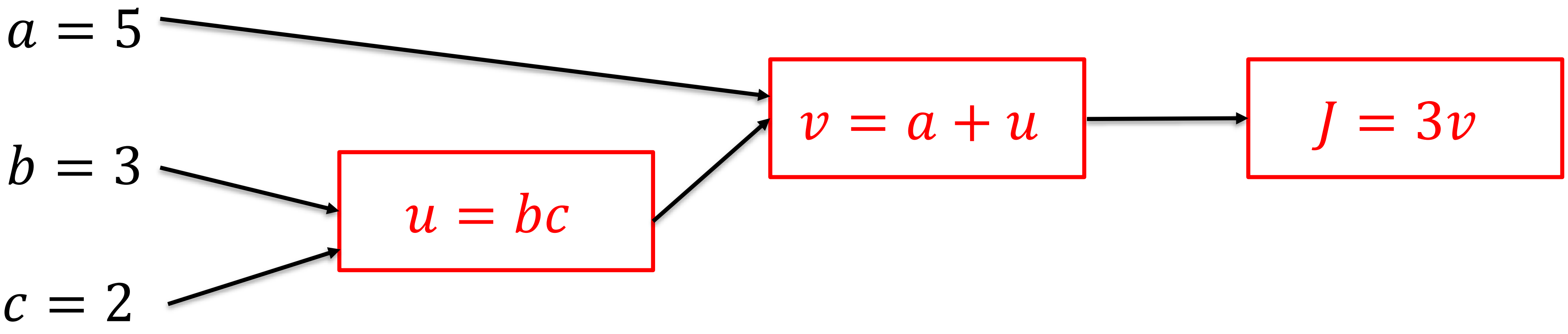
(同步更新w_j，(j=0,1,...,n))

b=1（随机梯度下降,SGD）
b=m（批量梯度下降,BGD）
b=*batch_size*，通常是2的指数倍，常见有32,64,128等。（小批量梯度下降,MBGD）

3.计算图

3.计算图

$$J(a, b, c) = 3(a + bc), a = 5, b = 3, c = 2$$

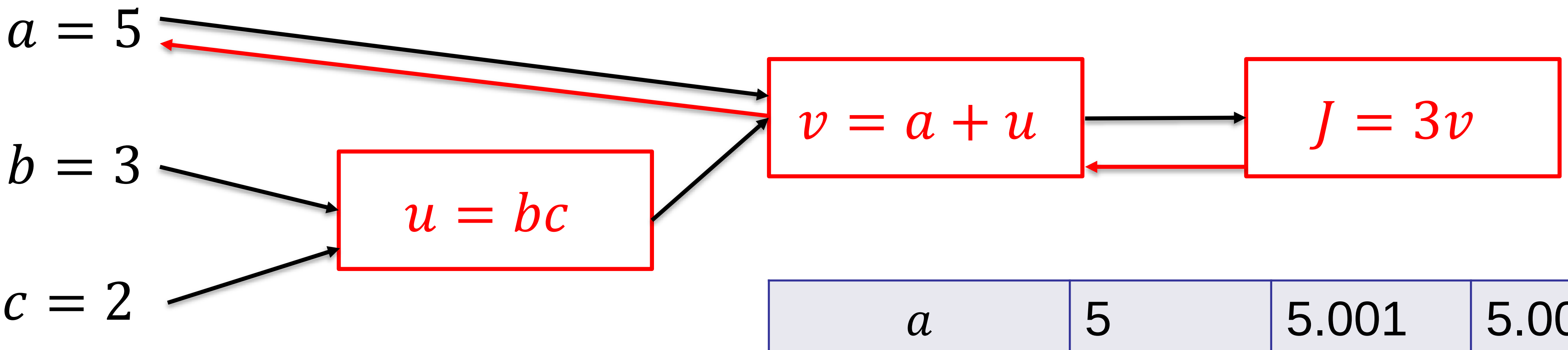


u	6
v	11
J	33

3.计算图

$$J(a,b,c) = 3(a+bc)$$

$$\frac{dJ}{du} = \frac{dJ}{dv}\frac{dv}{du}, \quad \frac{dJ}{db} = \frac{dJ}{du}\frac{du}{db}, \quad \frac{dJ}{da} = \frac{dJ}{du}\frac{du}{da}$$



$$\frac{dJ}{dv} = 3, \quad \frac{dv}{da} = 1$$

a	5	5.001	5.002
u	6	6.001	6.002
v	11	11.001	11.002
J	33	33.003	33.006

3.静态图与动态图

•动态图：运算与搭建同时进行

•静态图：先搭建图，后运算

根据计算图搭建方式，可将计算图分为动态图和静态图

PyTorch 是支持动态图的，可以在进行运算的同时进行

TensorFlow 是支持静态图的，需要在计算之前，先进行搭建（TensorFlow 2.X引入了动态图）

4.静态图与动态图

TensorFlow:先搭建所有的计算图之后，再把数据输入进去

```
N, D, H = 64, 1000, 100
x = tf.placeholder(tf.float32, shape=(N, D))
y = tf.placeholder(tf.float32, shape=(N, D))
w1 = tf.Variable(tf.random_normal((D, H)))
w2 = tf.Variable(tf.random_normal((H, D)))

h = tf.maximum(tf.matmul(x, w1), 0)
y_pred = tf.matmul(h, w2)
diff = y_pred - y
loss = tf.reduce_mean(tf.reduce_sum(diff ** 2, axis=1))
grad_w1, grad_w2 = tf.gradients(loss, [w1, w2])

learning_rate = 1e-5
new_w1 = w1.assign(w1 - learning_rate * grad_w1)
new_w2 = w2.assign(w2 - learning_rate * grad_w2)
updates = tf.group(new_w1, new_w2)

with tf.Session() as sess:
    sess.run(tf.global_variables_initializer())
    values = {x: np.random.randn(N, D),
              y: np.random.randn(N, D),}
    losses = []
    for t in range(50):
        loss_val, _ = sess.run([loss, updates],
                               feed_dict=values)
```

创建图

运行每次迭代

PyTorch:动态图的搭建是根据每一步的计算搭建的

```
import torch

N, D_in, H, D_out = 64, 1000, 100, 10
x = torch.randn(N, D_in)
y = torch.randn(N, D_out)
w1 = torch.randn(D_in, H, requires_grad=True)
w2 = torch.randn(H, D_out, requires_grad=True)

learning_rate = 1e-6
for t in range(500):
    y_pred = x.mm(w1).clamp(min=0).mm(w2)
    loss = (y_pred - y).pow(2).sum()

    loss.backward()
```

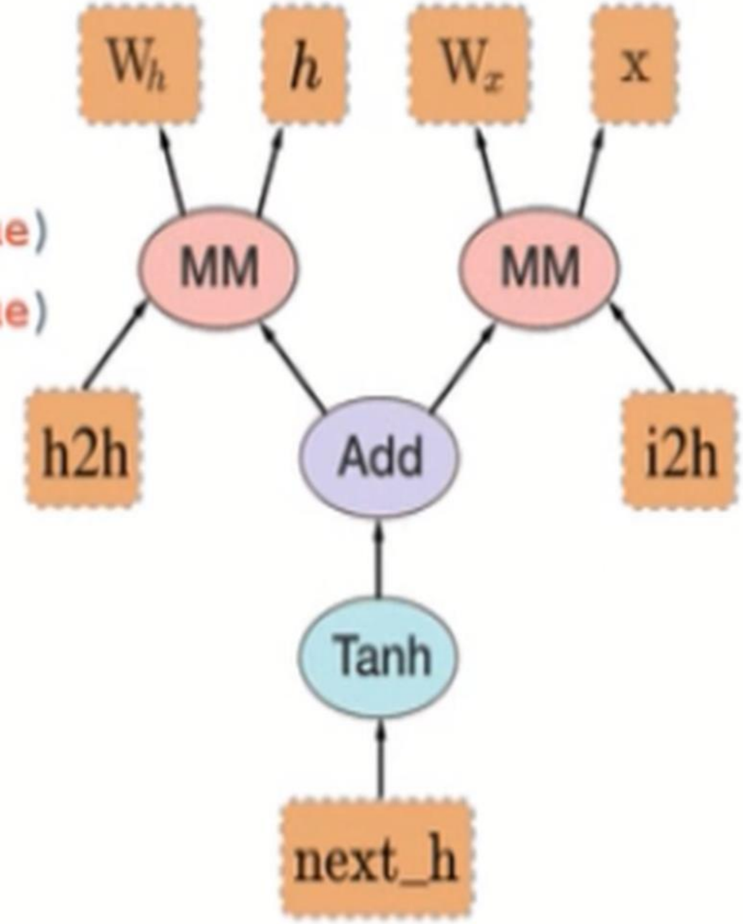
每次迭代中创建图

4.静态图与动态图


```
W_h = torch.randn(20, 20, requires_grad=True)  #先创建四个张量
W_x = torch.randn(20, 10, requires_grad=True)
x = torch.randn(1, 10)
prev_h = torch.randn(1, 20)

h2h = torch.mm(W_h, prev_h.t())   #将W_h和prev_h进行相乘，得到一个新张量h2h
i2h = torch.mm(W_x, x.t())  #将W_x和x进行相乘，等到一个新张量i2h
next_h = h2h + i2h  #创建加法操作
next_h = next_h.tanh() #使用激活函数

loss = next_h.sum()   #计算损失函数
loss.backward()   #梯度反向传播
```



4.向量化

4.向量化


```python
import numpy as np #导入numpy库
a = np.array([1,2,3,4]) #创建一个数据a
print(a)
```

```
[1 2 3 4]
```

```python
import time #导入时间库
a = np.random.rand(1000000)
b = np.random.rand(1000000) #通过round随机得到两个一百万维度的数组
tic = time.time() #现在测量一下当前时间
#向量化的版本
c = np.dot(a,b)
toc = time.time()
print('Vectorized version:' + str(1000*(toc-tic)) +'ms') #打印一下向量化的版本的时间

#继续增加非向量化的版本
c = 0
tic = time.time()
for i in range(1000000):
    c += a[i]*b[i]
toc = time.time()
print(c)
print('For loop:' + str(1000*(toc-tic)) + 'ms')#打印for循环的版本的时间
```

```
Vectorized version:32.90534019470215ms
250144.2759995963
For loop:718.0795669555664ms
```

非向量化版本的**for**循环花费了大约718毫秒，向量化版本花费了大约33毫秒。

举例：如果你想计算向量$u = Av$，

矩阵乘法的定义就是：$u_i = \sum_j A_{\mathrm{ij}} v_i$，

用非向量化实现，$u = np.zeros(n,1)$，

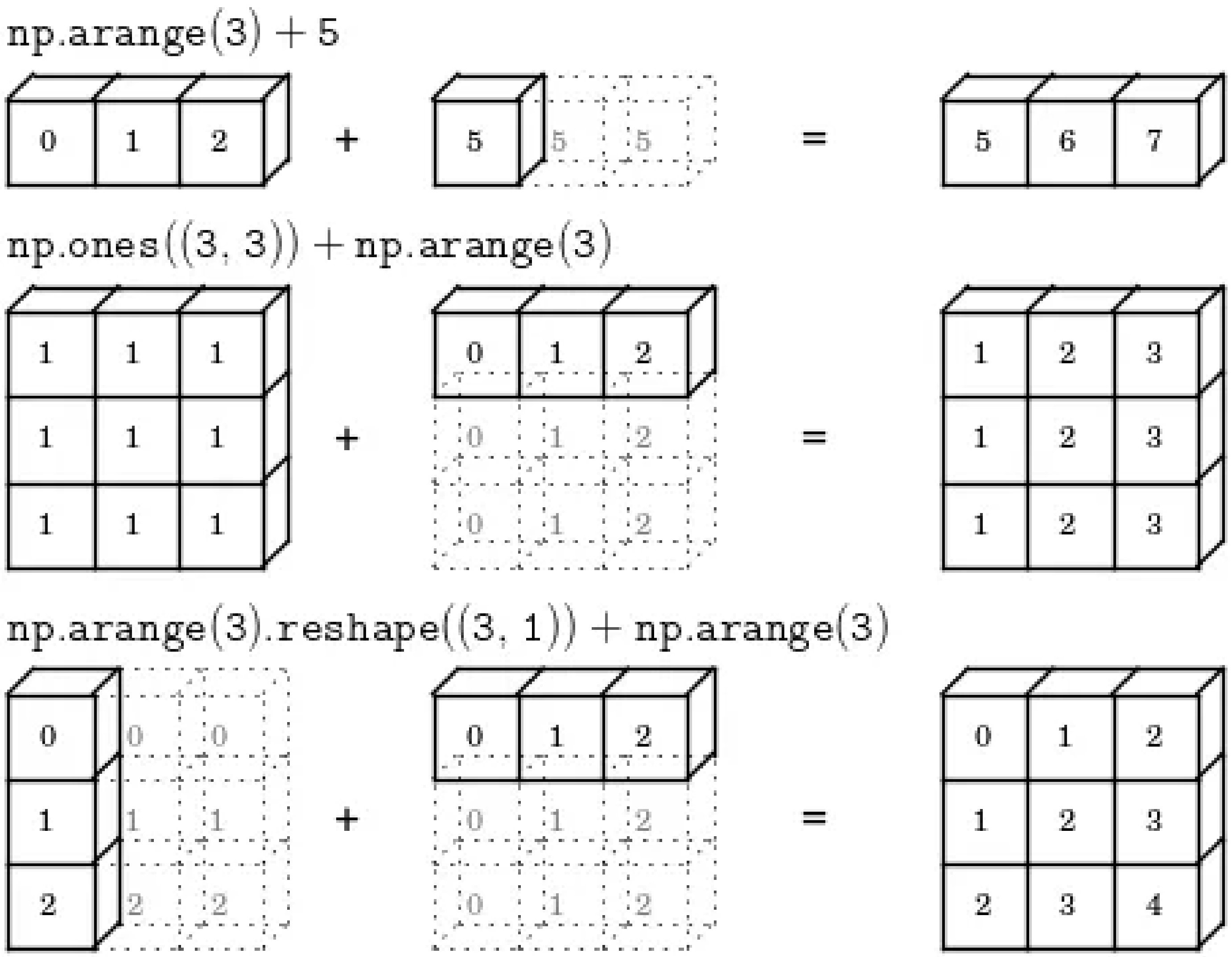
并且通过两层循环$for(i)$:$for(j)$:，得到

$u[i] = u[i] + A[i][j] * v[j]$ 。现在就有了

i 和 j 的两层循环，这就是非向量化。

向量化方式就可以用$u = np.dot(A,v)$，

4.向量化-Python广播



参考文献

1. IAN GOODFELLOW等，《深度学习》，人民邮电出版社，2017
2. Andrew Ng，http://www.deeplearning.ai

谢 谢！