# МОСКВА ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ Имени М.В. Ломоносова ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ КАФЕДРА ЭКОНОМИКИ ИННОВАЦИЙ

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА «Особенности формирования портфелей финансовых активов с использованием криптовалют»

Выполнил студент Группы э405: Мыльников Григорий Игоревич Научный руководитель: Мирзоян Ашот Гамлетович

### Оглавление

Введение	3
Глава 1. Криптовалюты как финансовый актив. Современные подходы к	
изучению	5
1. Криптовалюты. Основные понятия и термины.	5
2. Особенности инвестирования в криптовалюты.	7
Глава 2. Модели формирования инвестиционных портфелей. Методологи	ия и
данные	16
1. Математические подходы к анализу финансовых данных	16
1.1. Модели временных рядов.	16
1.2. Подходы к формированию инвестиционных портфелей.	21
2. Основные гипотезы.	25
3. Сбор и первичный анализ данных.	26
Глава 3. Факторы ценообразования криптовалют. Портфельный анализ	33
1. Проверка эффективности рынка криптовалют	33
2. Оценка связи рынка криптовалют с традиционными рынками с помощью	
многомерных моделей	37
3. Выявление оптимальных стратегий инвестирования в криптовалюты	45
4. Использование прогнозов временных рядов при выборе оптимальной	
инвестиционной стратегии.	53
Заключение	58
Список использованных источников и литературы	60
Приложение	63

#### Введение

В последнее десятилетие широкое распространение получили криптовалюты. С самого начала своего существования этот финансовый инструмент привлек к себе внимание энтузиастов, ищущих альтернативу фиатным деньгам. Значительный рост цен основных криптовалют заставил заговорить о них не только как о работающей технологии, но и как средстве сохранения стоимости и предмете спекуляций. Инвесторам уже доступны для покупки тысячи криптовалют и их число непрерывно растет. Для них открыты мировые крипто биржи, им доступна непрерывно развивающаяся инфраструктура криптовалют. Актуальность работы продиктована растущим интересом инвесторов к криптовалютам. Необходимо объединить опыт исследований и моделирования финансового поведения криптовалют, а также проверить их применимость на реальных данных.

Криптовалюты сегодня всё более уверенно входят в мир финансов. Разросшийся объем этого рынка привел к тому, что государства начали воспринимать всерьез данный вид активов. Растущая популярность криптовалют требует от финансовых регуляторов сформулировать позицию об их статусе, разработать соответствующее законодательство. Сейчас правовой режим криптовалют остается неопределенным для большинства стран. Однако с каждым годом их становится всё труднее игнорировать, что в будущем будет неизбежно вести к окончательному формированию данного рынка, его правовому оформлению.

Для того, чтобы инвесторам правильно воспользоваться новым финансовым инструментом, необходимо тщательно исследовать его особенности. На формирование инвестиционного портфеля влияет множество факторов: желаемая доходность и уровень риска, склонность инвестора к тому или иному инвестиционному поведению и т. д. Добиться желаемого результата возможно изучив доступные возможности. Одной из таких возможностей являются криптовалюты, рассмотрению которых будет посвящена данная работа.

**Целью** работы является выявление особенностей ценообразования на рынке криптоактивов и выявление оптимального способа их включения в инвестиционный портфель

Для того, чтобы добиться поставленной цели исследования, необходимо решить следующие **задачи**:

- 1. Раскрыть сущность понятия криптовалют, выделить инфраструктурные особенности, позволяющие рассматривать их как отдельный класс активов;
- 2. Систематизировать существующие подходы к формированию инвестиционного портфеля с криптовалютами;

- 3. Выявить факторы влияющие на доходность и волатильность криптовалют;
- 4. Оценить связь криптовалют с традиционными рынками;
- 5. Определить инвестиционные стратегии, при которых добавление криптовалют улучшало бы эффективность финансового портфеля.

Объектом исследования данной работы являются криптовалюты.

**Предмет** исследования — это особенности ценообразования валют, факторы, влияющие на величину их доходности и волатильности.

В первой главе описывается, что такое криптовалюты, приводятся основные понятия. Далее следует краткий обзор инфраструктуры криптовалют, технический и экономический аспект рынка, его тенденции. Следом представлен обзор актуальной литературы, в котором собраны основные результаты исследований в данной области.

Вторая глава посвящена математическим подходам в описании крипто активов, а также первичному анализу используемых в работе данных. В ней рассматриваются актуальные подходы к моделированию поведения рынка криптовалют и стратегиям формирования финансового портфеля, а также сформулированы основные гипотезы данного исследования.

Третья глава состоит из проверки гипотез. Строятся модели временных рядов для активов, исследуется взаимное влияние крипто активов и традиционного рынка, производится анализ криптовалют в составе финансового портфеля.

Ознакомиться с данными и кодом для построения моделей можно по ссылке<sup>1</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> <URL: https://github.com/superVo1d/diploma/ >

# Глава 1. Криптовалюты как финансовый актив. Современные подходы к изучению.

#### 1. Криптовалюты. Основные понятия и термины.

Криптовалюта — это форма цифрового актива, защищенного криптографией и основанного на распределенной компьютерной сети.

Криптовалюты активно используют различные механизмы шифрования. Благодаря криптографии цифровая валюта надежно защищена от подделывания и проблемы двойного расходования. Это делает возможным безопасные онлайн-платежи без обращения к третьим лицам.

Главной инфраструктурной особенностью криптовалют является их частичная или полная децентрализация<sup>2</sup>. В традиционной онлайн торговле шлюзы, через которые проходят платежи, принадлежат конкретным частным или государственной организациям. Для осуществления любой транзакции требуется их подтверждение. Криптовалюты работают без посредников. Подобно любой другой пиринговой системе пользователи взаимодействуют напрямую между собой, используя специальное программное обеспечение. Множество компьютеров подключаются друг к другу через интернет создавая децентрализованную сеть. В этой сети пользователи сами проводят и подтверждают транзакции, занимаются эмиссией денежных средств и обеспечивают их ликвидность. Строго определенный для всех участников рынка компьютерный протокол и выстроенная на основе криптографии и теории игр система обеспечивает надежность обмена валютой.

Критически важным элементом для большинства криптовалют является технология «блокчейн» — открытый реестр, поддерживаемый распределенной сетью компьютеров<sup>3</sup>. Инновация блокчейна состоит в возможности записывать и хранить данные, сохраняя высокое доверие системе, без необходимости обращения к третьим лицам. Для криптовалют блокчейн обеспечивает безопасный и децентрализованный учет транзакций. Как и обычная база данных блокчейн хранит информацию в цифровом виде. Ключевое различие между ними заключается в том, как структурированы данные. База данных обычно структурирует свои данные в таблицы, тогда как блокчейн, как следует из его

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Decentralized Finance (DeFi) Definition <URL: https://www.investopedia.com/decentralized-finance-defi-5113835> (дата обращения: 04.05.2022).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Blockchain definition: What you need to know <URL: https://www.investopedia.com/terms/b/blockchain.asp > (дата обращения: 04.05.2022).

названия, структурирует свои данные в связанные куски, известные как блоки. Блоки имеют определенную емкость для хранения и при заполнении закрываются и связываются с ранее заполненным блоком, образуя цепочку данных. Вся последующая информация, которая следует только что добавленным блоком, записывается во вновь сформированный блок, который затем также будет добавлен в цепочку после заполнения. Каждый блок криптографически связан с предыдущим цифровой подписью. Это делает невозможным подмену отдельных элементов цепочки без изменения остальных. Такая структура позволяет эффективно хранить данные, но не редактировать их. Поэтому блокчейн является основой для неизменяемых книг учета или записей транзакций, которые нельзя изменить, удалить или уничтожить. Благодаря децентрализации блокчейн позволяет распределять хранящиеся в нём данные между несколькими сетевыми узлами в разных местах. Это поддерживает точность данных, хранящихся в нем. Изменение записи в одном экземпляре блокчейна, не приведет к его изменению в других. Если злоумышленник вмешается в запись транзакций, все остальные узлы могут свериться друг с другом и таким образом легко выявить узел с неверной информацией. Таким образом, никто в сети не может поменять хранящиеся в блокчейне данные. Из-за этого история транзакций криптовалюты необратима.

Криптовалюта может быть куплена на бирже, напрямую у заинтересованных лиц или добыта с помощью «майнинга» (mining). Майнинг — это свойственный большинству криптовалют механизм выпуска новых монет в обращение<sup>4</sup>. Вместе с тем это способ подтверждения транзакций и критически важный компонент блокчейна для работы в качестве распределенного реестра. После того, как был совершен платёж с использованием криптовалюты, средства не сразу достигают адресата. Вместо этого все новые пока не подтвержденные транзакции попадают в мемпул (mempool или memory pool) — зал ожидания для ещё неодобренных платежей. Далее часть из них (в размере определяемом протоколом) объединяются в общий «блок» после чего отправляются на проверку. Майнинг осуществляется специальной группой пользователей — майнерами, через решение ресурсозатратных вычислительных задач. Решить задачу — значит подобрать специальный криптографический ключ, подтверждающий транзакции в блоке. Сложность задач постоянно регулируется самим протоколом пропорционально количеству вычислительной мощности (скорости хеширования) сети, поддерживая постоянную скорость обработки новых блоков. Чем больше майнеров (а следовательно, больше

\_

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> What Is Cryptocurrency Mining? | Binance Academy <URL: https://academy.binance.com/en/articles/what-is-cryptocurrency-mining > (дата обращения: 04.05.2022).

доступной вычислительной мощности) в сети, тем труднее становится вычисление блоков, и наоборот. Такой механизм делает скорость выпуска новых монет стабильной и предсказуемой. Полученное решение отправляется на валидацию остальным участникам сети. В силу используемых алгоритмов дальнейшая проверка уже не требует от них сколь угодно существенных ресурсов. Если валидация происходит успешно, то блок считается решенным и добавляется в блокчейн. В качестве награды за выполненную работу первый нашедший решение получает установленную на программном уровне плату, а также комиссию за совершенные транзакции в токенах соответствующей криптовалюты. Данный принцип получил название «доказательство выполнения работы» (proof-of-work). Он обеспечивает безопасность системы. создавая достаточные издержки ДЛЯ злоумышленников и делая мошенничество в рамках такой сети невыгодным. Таким образом в экосистеме криптовалют пользователи сами осуществляют эмиссию и сами подтверждают платежи.

Несмотря на обилие преимуществ, которые предлагают традиционные криптовалюты Биткоин (Bitcoin) и Эфир (Ethereum) вроде децентрализации, транзакций без посредников и многого другого на бытовом уровне они не лишены недостатков. Одним из главных является их значительная волатильность, что делает невозможным использование их в качестве замены конвенциональным платежным средствам (Taleb 2022). Колебания цен на них непредсказуемы, что мешает проведению сделок. Для решения этой проблемы были придуманы стейблкоины (stablecoin) — криптовалюты, не подверженные колебаниям цен<sup>5</sup>. Стейблкоины борются с волатильностью, привязывая свою стоимость к более стабильным активам, таким как фиатные валюты. Хотя точные механизмы варьируются от одной монеты к другой, все стейблкоины спроектированы так, что не допускают значительных изменений цен.

#### 2. Особенности инвестирования в криптовалюты.

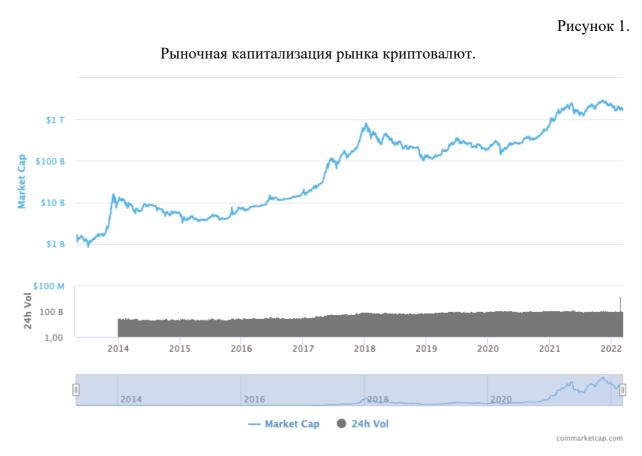
С момента своего появления рынок криптовалют непрерывно развивался. Представленный в 2008 году Биткоин стал пионером концепции блокчейн, и первой, получившей широкое признание, криптовалютой. Де-факто став золотым стандартом индустрии, он на десятилетие вперед определил её облик. Начиная с 2011 года криптовалюты получили значительное распространение, начало появляться всё больше разнообразных альткоинов — такое название получили все остальные криптовалюты выпущенные после Биткоина. С тех пор инфраструктура криптовалют усложнялась, число

\_

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Stablecoin defenition <URL: https://www.investopedia.com/terms/s/stablecoin.asp > (дата обращения: 04.05.2022).

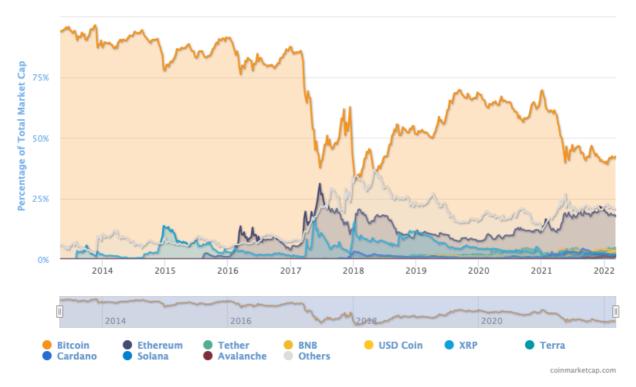
доступных для покупки монет росло, как и число инвесторов в электронную валюту. Увеличению рынка криптовалют способствовали технологический прогресс, улучшающееся общественное восприятие, появление новых монет, поведение финансовых регуляторов, а также разработки внутри самой цифровой экосистемы. До сих пор криптовалюты показывают экспоненциальный рост, наращивая свою рыночную капитализацию (Рис. 1). Как видно из графика за последние 8 лет она увеличилась более чем в 10 раз.

На сегодняшний день для покупки инвесторам доступно около 10 000 различных монет. Текущая капитализация рынка криптовалют составляет около 1.75 трлн. долл. с долей Биткоина 42%. Из-за такой высокой концентрации значительная часть исследований криптовалют концентрируется исключительно на Биткоине, игнорируя альткоины. Это не случайность, ведь Биткоин долгое время составлял основу рынка криптовалют и до сих пор занимает существенную его часть (Рис. 2). Как видно, его доля с каждым годом уменьшалась, подчеркивая заинтересованность инвесторов в альтернативных монетах.



Примечание. Шкала логарифмирована. Источник: Global Cryptocurrency Market Charts | CoinMarketCap <URL: https://coinmarketcap.com/charts/ > (дата обращения: 06.05.2022).

Рисунок 2. Рыночная капитализация основных криптовалют в процентном соотношении (график доминирования Биткоина).



*Источник: Global Cryptocurrency Market Charts* | *CoinMarketCap* < URL: https://coinmarketcap.com/charts/ > (дата обращения: 06.05.2022).

Большинство новых монет на рынке криптовалют появляется и исчезает достаточно быстро. Тем не менее можно выделить некоторые общие закономерности в их развитии. В исследовании «Evolutionary dynamics of the cryptocurrency market» (ElBahrawy, et al. 2017) авторы указывают на существование жизненного цикла криптовалют. Они показывают примерно одинаковую динамику во времени. Число активно торгуемых крипто активов во времени практически не изменяется. В 2014 году каждую неделю появлялось примерно 7 новых монет и такое же число монет прекращало свое существование. Для выбранного периода (2013–2017гг.) распределение рыночной доли криптовалют во времени оказалось стабильным. Чтобы в этом убедиться, авторы брали разные временные промежутки (от 1 недели до 4 лет) и строили распределения рыночных долей основных крипто активов. Получившиеся статистики оказались подчинены степенному закону. Другой мерой стабильности рынка криптовалют стала продолжительности занятия определённого ранга капитализации в иерархии криптовалют. Для этого было посчитано среднее время, которое крипто актив занимает определенную позицию в ранжированном списке рыночной капитализации. Чем меньше ранг, тем быстрее происходит смена ранга. При этом первая

строчка стабильно остается за Биткоином. За следующие пять мест борются 33 криптовалюты со средней ротацией 12.6 недель. Места 7–12 в разное время занимают 70 криптовалют со средней продолжительностью смены места равной 3.6 недель. Для криптовалют из нижнего эшелона на изменение позиции в списке уходит одна неделя и меньше. Как и с прошлым показателем, динамика рангов сохраняет устойчивость на всём рассмотренном промежутке.

В статье «Network Models to Enhance Automated Cryptocurrency Portfolio Management» (Giudici, Pagnottoni and Polinesi 2020) авторы используют теорию случайных матриц и сетевые расстояния между крипто активами для решения задачи оптимизации финансового портфеля. Уникальность работы заключается в новизне методологии, заключающейся в изучении сетевой топологии набора активов. Применяя теорию случайных матриц, они удаляют шум из данных о доходности набора активов и получают преобразованную корреляционную матрицу. Далее на основе этой матрицы рассчитывается Евклидово расстояние между каждой парой её элементов. Получив расстояния, строится взвешенный ненаправленный граф. Получившийся граф не только дает графическую интерпретацию связей между активами, но и позволяет в каждый момент времени выявить наиболее влиятельные активы. В качестве меры влияния используется стандартный для теории графов показатель центральности. На основе этого показателя авторы получают веса для каждого актива в портфеле. Данные веса оказываются негативно коррелированными с весами, полученными через Теорию Марковица для рассмотренных соотношений риска и доходности. Затем используя данные дневной торговли в период с 2017 по 2019 год для крупнейших по капитализации криптовалют, а также предложенную инвестиционную стратегию авторы приходят к лучшему финансовому результату, чем при использовании альтернативных стратегий.

B статье «Risk-Based Portfolio Optimization in the Cryptocurrency World» (Burggraf 2019) рассматриваются основные современные стратегии формирования портфеля применительно к криптовалютам. Авторы используют следующие условия для весов в задаче минимизации риска: обратная волатильность, минимизация дисперсии (с L2регуляризацией и без неё), максимизация декорреляции с L2-регуляризацией, максимизация диверсификации, равновзвешенный портфель и паритет риска. Большинство стратегий показывали лучшие результаты, чем отдельные крипто активы равновзвешенный портфель. Худшей стратегией показателю доходности, ПО скорректированной на риск, оказалась максимизация декорреляции, а лучшей в долгосрочном периоде показала себя минимизация дисперсии. На выбор оптимальной стратегии в каждом периоде влияла текущая фаза рыночного цикла. Благодаря

рассмотренному временному диапазону (в наблюдения вошли ежедневные цены 13 основных криптовалют в период с 1015 по 2014 год), в выборку вошли как периоды спада, так и периоды подъема. Пик роста цен активов пришелся на 2017 год, затем рынок преимущественно падал. Как заключает автор, несмотря на разные рыночные условия применение всех перечисленных стратегий позволяло значительно снизить риски для инвестора. Это лишний раз подчеркивает неоднородность и внутреннюю дифференциацию присущую рынку криптоактивов.

Исследование микроструктуры рынка может красноречиво описать присущий ему инвестиционный климат, а также указать на его подверженность внешним шокам. Так, например, в работе «How Elon Musk's Twitter Activity Moves Cryptocurrency Markets» (Ante 2021) анализируется влияние лидеров мнений в социальных сетях на поведение рынка криптовалют. Проводится event-study на основе 47 публикаций Илона Маска в социальной сети Твиттер<sup>6</sup>, затрагивающих криптовалюты (BTC, ETH, DOGE), в период с 2019 по 2021 год. В качестве исследуемых переменных выбраны детализированные до минут цены активов, а также объем торговли для DOGE/USDT, BTC/USDT и ETH/USDT за шесть часов до и двух часов после каждого события. Сначала рассчитывались ожидаемые цены активов и объем торгов по ним на основе предыдущего периода, затем результат сравнивался с имеющимися реальными данными. Расхождение этих значений приписывалось в заслугу Илону Маску и даже получило название «эффект Маска». В итоге было зафиксировано значительное изменение цен и повышение объема торгов по всем трем криптовалютам. Индивидуальное влияние на цену оказалось значимым только для DogeCoin, что говорит о низкой ликвидности и рыночной неэффективности актива. Через на него поднималась до 12.5% через 2 минуты после публикации и до 26.5% через один час. Также на характер изменения цен активов влиял эмоциональный оттенок публикации. Повышающий эффект от сообщений с позитивным окрасом был сильнее, чем понижающий эффект от остальных. Результаты анализа предложенных событий подчеркивают спекулятивный характер ряда крипто активов, а также указывают на гипертрофированную степень влияния социальных факторов на данном рынке.

Существует большой пласт исследований, посвященных изучению криптоактивов в изоляции от остальных рынков, однако в этой работе мы бы хотели также затронуть их сочетания с традиционными активами. Так в статье «Re-evaluating cryptocurrencies' contribution to portfolio diversification» (Schmitz and Hoffmann 2020) авторы задаются вопросом, подходят ли криптовалюты в качестве активов для диверсификации портфеля.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Elon Musk (@elonmusk) / Твиттер <URL: https://twitter.com/elonmusk > (дата обращения: 04.05.2022).

Для этого строятся стандартные оптимизационные задачи. В качестве переменных рассматриваются стоимость основных промышленных индексов с 2014 года по 2019 в перспективе немецкого инвестора. Криптовалюта в портфеле представлена специально сконструированным равнозвешенным индексом, охватывающим весь рынок криптовалют. За время наблюдения авторы выявили несколько временных участков, когда криптовалюты могут значительно повысить диверсификацию портфеля. Само по себе их наличие не позволяет достичь большей эффективности, однако инвесторам, чья прибыль зависит от величины падения рынка, будет полезно включить их в свой портфель даже с небольшим весом. Хотя авторы и рассматривают данный тип активов как спекулятивный и чрезмерно рискованный, они признают его как инструмент увеличения диверсификации для опытных инвесторов.

Рассматривая поведение криптовалют, относительно друг друга стоит уделить особое внимание эффекту переливания риска (эффекту «заражения»). В статье «Does volatility connectedness across major cryptocurrencies behave the same at different frequencies?» (Mensi, et al. 2021) исследуется перетекание риска среди основных криптовалют. В основе методологии лежит VAR-модель, на основе которой рассчитываются индексы перетекания риска. В свою очередь, индексы позволяют сделать выводы о характере связи между активами и направлении перетекания дисперсии. Авторы статьи обнаруживают значимые эффекты переливания риска. Это говорит о высокой рыночной интеграции и зависимости. Bitcoin, Ethereum и Litecoin оказались основными распространителями риска, а Dash, Ripple, Monero, Stellar и Nem его главными получателями. Краткосрочный эффект переливания намного выше, чем среднесрочный и долгосрочный. Авторы сравнивают эффективность четырех портфелей: состоящего только из Bitcoin, минимизирующего риск, равновзвешенного, а также минимизирующего дисперсию. В динамике Bitcoin содержится значительное количество информации о крипто рынке. Его добавление в портфель криптовалют не влияет на диверсификацию. Авторы приходят к вывод, что фьючерсы Bitcoin — хороший способ хеджировать свои позиции против высокой волатильности среди крипто активов. Другое открытие — серьезные институциональные изменения, произошедшие с крипто рынками в 2016–2017 году повлияли на степень переливания риска. Выйдя на качественно новый объем торговли в этот период, крипто рынок получил существенную поддержку от государств. Финансовые институты и регуляторы начали воспринимать криптовалюты всерьез. В связи с этим уровень заражения риском с того времени только увеличился.

В статье «Cryptocurrencies and traditional asset classes influence each other?» (Kurka 2019) рассматривается связь между традиционными и крипто активами. Автором

исследуются механизмы асимметричной передачи шоков между наиболее ликвидными представителями традиционных классов активов, включая сырьевые товары, иностранную валюту, акции и финансовые инструменты, а также криптовалюты, представленные Биткойном. Для этого используется оригинальная методология на основе VAR-модели. Результаты показывают, что безусловная связь между криптовалютами и традиционными активами незначительна. Тем не менее анализ выявляет периоды существенной передачи шока между Биткойном и традиционными активами. Этот вывод подрывает потенциал Биткойна в качестве хеджирования традиционных активов и показывает, что рыночные сбои могут распространиться от Биткойна на традиционную экономику. Таким переливанием риска сопутствуют определенные события, такие как изменения политики или сбои на рынке криптовалют. В частности, в статье исследовалось влияние таких событий как коллапс крупнейшей биржи криптовалют «Мt.Gox» в апреле 2013 года, закрытие банковских аккаунтов на китайских биржах в 2014 году, девальвация китайской юани в августе 2015 и появление в августе 2017 Bitcoin Cash — ответвления Биткоина с увеличенной пропускной способностью для транзакций. Растущая рыночная капитализация криптовалют еще больше усиливает важность выводов исследования.

Важную роль в понимании динамики рынка криптовалют играют инфраструктурные особенности. Существующая литература показывает, что цены на криптовалюты не имеют свойственных остальной экономике движущих сил и на этом основании могут быть выделены в отдельный класс активов. В то же время остается открытым вопрос, связаны ли колебания цен на Биткоин с его транзакционной активностью — критическим элементом его растущей рыночной микроструктуры. В статье «Bitcoin returns and transaction activity» (Koutmos 2018) исследуются эмпирические связи между доходностью Биткойна и активностью транзакций. Для оценки активности транзакций используются такие метаданные рынка как количество транзакций в Биткоин и уникальных адресов Биткоин-кошельков в системе. В результате оценивания двунаправленных VARмоделей показывается, что шок в одно стандартное отклонение для активности транзакций приводит к увеличению доходности чуть более чем на 0,30% на третий день после шока. К шестому дню происходит разворот в поведении цены, и любой такой выигрыш отыгрывается обратно. При сравнении двунаправленных связей между доходностью и транзакционной активностью здесь демонстрируется, что вклад шоков отдачи в транзакционную активность не является однородным. А именно, шок доходности количественно больше по величине. Это замечание, вводит в исследование поведения криптовалют на рынке новые структурные переменные и объясняет через них природу индиосинкритических шоков.

Критическим элементом для понимания криптовалют как отдельного класса активов является поведения криптовалют внутри своего рынка. Например, в статье «High frequency volatility co-movements in cryptocurrency markets» (Katsiampa, Corbet and Lucey, High frequency volatility co-movements in cryptocurrency markets 2019) изучается динамика условной волатильности основных криптовалют, но и их сопутствующие движения волатильности. Для этого исследователи применяют модель ВЕКК к внутридневным данным по восьми крупнейшим по капитализации криптовалютам. В статье доказывается то, что предыдущие квадраты ошибок и прошлая условная волатильность существенно влияют на все условные отклонения доходности будущих периодов. Также показывается, что криптовалютные инвесторы больше всего внимания уделяют новостям, касающимся Neo, и наименьшее — новостям, касающимся Dash, при этом шоки в OmiseGo сохраняются меньше всего, а шоки Биткойна сохраняются больше всего. При этом все рассмотренные криптовалюты обладают высоким уровнем устойчивости волатильности с течением времени. На условные ковариации значительно влияют как перекрестные произведения прошлых ошибок, так и прошлые условные ковариации, что предполагает сильную взаимозависимость между криптовалютами. Для ценовой доходности всех исследованных криптовалют найдены значительные асимметричные эффекты положительных и отрицательных шоков в условной волатильности, в то время как условные ковариации отражают асимметричные последствия хороших и плохих новостей соответственно. Наконец, показывается существование изменяющихся во времени условных корреляций. При этом выбранные криптовалюты имеют сильную положительную корреляцию, что еще больше подчеркивает взаимозависимости на криптовалютных рынках. Вышеуказанные результаты в совокупности дают убедительные доказательства, подтверждающие развитие рынков криптовалюты с точки зрения интеграции новых альткоинов. В контексте наличия убедительных свидетельств манипулирования рынком и других общих торговых отклонений изучение перетекания волатильности становятся еще более важной частью портфельного анализа криптовалют.

Другой характеристикой формирующегося рынка криптовалют является портрет инвестора. В статье «The Characteristics and Portfolio Behavior of Bitcoin Investors: Evidence from Indirect Cryptocurrency Investments» (Hackethal and Hanspal 2021) исследуется, какой тип инвестиционного поведения свойственен держателем криптовалют. Для этого авторами используются реальные торговые данные одного крупного немецкого онлайн-банка. Обнаружено, что криптовалютные инвесторы — это активные трейдеры, склонные к инвестиционным предубеждениям и имеющие портфели с высоким показателем риска. Криптовалютные инвесторы с большей вероятностью будут инвестировать в акции,

основываясь на оценке СМИ, и чаще будут использовать эвристики технического анализа. В соответствии с эффектами внимания и ожидаемой полезностью показывается, что средний инвестор в криптовалюту существенно увеличивает свою торговую активность после своей первой покупки криптовалюты. Кроме того, криптовалютные инвесторы, как правило, становятся более восприимчивы к более рискованным ценным бумагам после добавления в свой портфель криптовалют. Другими словами, вопреки традиционной портфельной теории, криптовалютные инвесторы склонны брать на себя дополнительный риск и, не склонны перераспределять свои активы в портфеле в пользу более безопасных активов в качестве компенсации за высокую волатильность криптовалют. Результаты исследования так же показывают, что раннее принятие криптовалют также является показателем высокой готовности принятия новых финансовых продуктов.

## Глава 2. Модели формирования инвестиционных портфелей. Методология и данные.

#### 1. Математические подходы к анализу финансовых данных.

#### 1.1. Модели временных рядов.

Существует множество моделей для работы с временными рядами доходностей. Для анализа финансовых данных используют стандартные эконометрические модели такие как ARDL, ARMA, GARCH, VAR, а также их многочисленные модификации.

Несмотря на свою простоту, в исследованиях можно встретить модель авторегрессии и распределённого лага ARDL. Она полезна при исследовании зависимостей во времени между двумя разными переменными. Кроме того она учитывает их текущую корреляцию, а также позволяет изучить ассиметричные эффекты шоков в краткосрочном и долгосрочном периоде. Модель ARDL (p,q) задается уравнением:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \ldots + \alpha_p y_{t-p} + \beta_1 x_t + \ldots + \beta_q x_{t-q} + \varepsilon_t,$$

где p и q — параметры, отвечающие за порядок модели. Модель ARDL использовалась в работе «Asymmetric correlation and hedging effectiveness of gold & cryptocurrencies: From preindustrial to the 4th industrial revolution» (Thampanya N. 2020). Исследование подтверждает наличие ассиметричного влияния золота на фондовый рынок. Криптовалюта ожидаемо не оказывает существенного влияния на фондовый рынок, а корреляция между акциями и криптовалютой в большинстве случаев оказывается положительной. Исследователи приходят к выводу, что добавление золота или криптовалюты в портфель акций не увеличивает его доходность с поправкой на риск. В другой работе, посвященной криптовалютам, «Factors Influencing Cryptocurrency Prices: Evidence from Bitcoin, Ethereum, Dash, Litecoin, and Monero» (Sovbetov 2018) модель ARDL используется для выявления факторов, влияющих на цены пяти наиболее распространенных криптовалют. Авторы приходят к нескольким выводам. Во-первых, факторы, связанные с показателями всего рынка криптовалют, такие как бета-коэффициент, объем торгов и волатильность, являются важными определяющими факторами для динамики цен всех пяти криптовалют как в краткосрочной, так и в долгосрочной перспективе. Во-вторых, узнаваемость криптовалют также имеет значение с точки зрения определения их цены, но только в долгосрочной перспективе. В-третьих, индекс S&P500 оказывает слабое положительное долгосрочное влияние на Bitcoin, Ethereum и Litecoin, в то время как в краткосрочной перспективе его эффект отрицательный.

Чтобы иметь возможность моделировать взаимосвязи в динамике доходности активов, необходимо перейти к многомерным моделям. Одной из наиболее простых, но всё ещё широко использующейся в исследованиях, является модель векторной регрессии VAR. В векторном виде модель VAR (p) задается уравнением:

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + e_t$$

Так в исследовании «Investigating Volatility Transmission and Hedging Properties Between Bitcoin And Ethereum» (Beneki, et al. 2019) модель VAR использовалась для построения импульсной функции отклика. Методология заключалась в оценивании движения волатильности между двумя рассматриваемыми криптовалютами, Bitcoin и Ethereum. В данном случае VAR использовалась на втором шаге двухшагового алгоритма и на вход получала оценки условной ковариации активов. В результате исследователи обнаруживают значительные эффекты переливания дисперсии, а также отсроченную положительную реакцию волатильности Bitcoin на положительный шок волатильности на доходности Ethereum. Они приходят к выводу, что хотя Bitcoin и Ethereum и представляли ранее некоторые возможности диверсификации в первые годы рассматриваемого периода (в исследовании наблюдения охватывают 2015–2018гг.), в последнее время эти возможности значительно сократились.

Для моделирования и предсказания изменения среднего традиционно используется авторегрессионная модель скользящего среднего ARMA. Она связывает будущее значение переменной не только со своими лагами, но и со своими прошлыми значениями ошибок. ARMA лежит в основе всех моделей волатильности, о которых пойдет далее речь. ARMA (p,q) задается уравнением:

$$y_t = c + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}$$

Обобщением модели ARMA является интегрированная авторегрессионная модель скользящего среднего ARIMA. Для некоторых случаях анализируемые временные ряды не являются стационарными и требуют перехода к разностям. За количество таких переходов в модели ARIMA (p, d, q) отвечает параметр d. При d = 0, ARIMA (p, d, q) тождественна модели ARMA (p, q).

В качестве незаменимого инструмента для изучения динамики волатильности активов часто выступают модели обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности (GARCH). В ней условная дисперсия является линейной функцией доходности прошлых периодов, а также собственных лаггированных значений. Динамика волатильности для актива в ней задается уравнением:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p X_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2,$$

где  $\sigma_t$  — стандартное отклонение ошибки модели в периоде t, p и q — параметры, отвечающие за порядок модели.

Способность модели GARCH фиксировать волатильность широко изучена в литературе (Lama, et al. 2015) (Cheikh, Zaied and Chevallier n.d.). Однако всех своих преимуществах, GARCH исследует временные ряды изолированно, что для финансовых данных является сильным допущением так как не учитывает влияние других активов на случайную ошибку. Решить эту проблему призвана многомерная модель GARCH (MGARCH). Вместо работы с отдельными одномерными моделями волатильности она строит и прогнозирует взаимосвязи между ними. Многомерные модели GARCH применимы для изучения волатильности как внутри одного класса активов, так и между разными рынками. MGARCH используется для исследования изменчивости волатильности и эффектов перетекания во многих исследований. Выявление этих зависимостей делает возможным оптимальное управление рисками, а значит и лучшее распределение активов портфеля.

Класс моделей MGARCH активно разрабатывается. Встречающиеся в исследованиях многомерные модели волатильности в основном различаются по тому, как параметризована матрица волатильности, а также предположениями о распределении случайной ошибки. Так, одной из наиболее используемых в исследованиях моделью из класса MGARCH является BEKK (Engle and Kroner 1995). Ковариационная матрица в ней имеет вид:

$$\Sigma_{t}^{BEKK} = CC^{T} + \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{p} A_{ik} \, \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}^{T} A_{ik}^{T} + \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{q} B_{jk} \, \Sigma_{t-j} B_{jk}^{T},$$

где A, B, C — матрицы оцениваемых параметров  $(n \times n)$ , причем C — нижнетреугольная, p и q — порядок авторегрессии и скользящего среднего,  $\varepsilon_t$  — ошибка модели для среднего в периоде t, K — порядок модели ВЕКК. В разных исследованиях использовались многомерные модели ВЕКК для изучения динамики волатильности криптовалют. В работе «Volatility co-movement between Bitcoin and Ether» (P. Katsiampa, Volatility co-movement between Bitcoin and Ether 2018) ВЕКК строился для портфеля из двух криптовалют, Bitcoin и Ethereum. Было замечено, что между криптовалютами существует изменяющаяся во времени корреляция, а многомерное распределение Стьюдента для ошибки превосходит нормальное распределение. В работе «High frequency volatility co-movements in cryptocurrency markets» (Katsiampa, Corbet and Lucey, Volatility co-movement between Bitcoin and Ether 2019) исследуются внутренняя динамика волатильности среди восьми

криптовалют с использованием модели BEKK. Обнаруживается, что, несмотря на то, что Bitcoin является крупнейшей по капитализации криптовалютой, он не является доминирующим активом с точки зрения распространения риска. При этом шоки от Bitcoin самые продолжительные.

Другой пример многомерной модели GARCH — модель динамической условной корреляции DCC (dynamical conditional correlation) (R. Engle 2002), которая обладает гибкостью одномерных моделей GARCH в сочетании с экономичной параметрической моделью для корреляций. Данная модель так же как и BEKK широко используется в исследованиях, посвященных моделированию взаимодействия между финансовыми активами. Модель динамической условной корреляции параметризована следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_t &= (1 - \alpha - \beta)\overline{Q} + \alpha \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + \beta Q_{t-1} \\ Q_t^* &= diag(\sqrt{Q_t}) \\ R_t &= Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \\ D_t &= diag(\sigma_t) \\ \Sigma_t^{DCC} &= D_t R_t D_t, \end{aligned}$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — параметры модели,  $\overline{Q}$  — первоначальная корреляционная матрица между доходностями активов по всей выборке,  $Q_t^{i,j}$  — корреляционная матрица между доходностями активов i и j в момент t,  $R_t$  — динамическая корреляционная матрица,  $\varepsilon_t$  — ошибка,  $D_t$  — матрица условных стандартных отклонений,  $\sigma_t$  — условное стандартное отклонение, представленное любой моделью класса GARCH. Модель динамической корреляции применительно к криптовалютам встречается, например, в работе «Systematic risk in cryptocurrency market: Evidence from DCC-MGARCH model» (Canh, et al. 2019). Исследователи выбирают семь крупнейших криптовалют и исследуют динамику их волатильности с использованием модели DCC-MGARCH. Они обнаружили, что между криптовалютами существуют переливы волатильности с очень высокой положительной корреляцией. Из чего делается вывод, что эти высокие положительные корреляции существенно ограничивают возможности для диверсификации портфеля.

При работе с финансовыми данными в моделях также необходимо учитывать свойственную им асимметрию. На практике это означает, что разнонаправленные шоки могут оказывать разное влияние на волатильность финансового актива. Выявляют эту асимметрию с использованием асимметричных моделей обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности GARCH, таких как экспоненциальная модель GARCH

(EGARCH) (Nelson 1991) и пороговая модель GJR-GARCH (Glosten and Runkle 1993). Не менее популярной среди исследователей является модель APARCH (Ding, Granger and Engle 1993), модификация модели GARCH, оценивающая ассиметричные эффекты. Модель APARCH (p,q) имеет вид:

$$\sigma_t^{\delta} = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^{\delta} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^{\delta},$$

где p, q и  $\delta$  — параметры модели.

Асимметрия волатильности также изучалась и контексте криптовалют. Так в исследовании «Investors' Behavior in Cryptocurrency Market» (Arvanitis, Topaloglou and Tsomidis 2021) с помощью event-study было выявлена асимметричная реакция инвесторов на положительные и отрицательные новости о Bitcoin. В случае событий положительно влияющих не цену криптовалюты инвесторы действовали более рационально и эффективность рынка повышалась, а в случае негативных событий инвесторы действовали более иррационально и волатильность цен повышалась. В другой работе (Р. Katsiampa, An empirical investigation of volatility dynamics in the cryptocurrency market 2019) было показано, что на условную дисперсию пяти рассмотренных криптовалют существенное влияние оказывают как прошлые квадраты ошибок, так и прошлые условные волатильности. При этом было обнаружено, что на текущую условную волатильность Bitcoin, Ethereum, Ripple и Litecoin оказывают существенное разнонаправленное прошлые шоки, вызванные хорошими и плохими новостями.

Также стоит отметить, что большинство финансовых рядов демонстрируют лептокуртическое поведение, которое хорошо описано в литературе. К лептокуртикам относят распределения с избыточным положительным эксцессом. Они имеют более широкую или более плоскую форму с более толстыми хвостами, что свидетельствует о высокой вероятности достижения экстремальных положительных или отрицательных значений. Для решения этой проблемы было предложено множество способов, предлагающих различные методы моделирования ошибки. Так в исследовании «Portfolio value-at-risk with two-sided Weibull distribution: Evidence from cryptocurrency markets» (Silahli, et al. 2021) сравнивается эффективность известных подходов применительно к криптовалютам. Для этого строятся модели гетероскедастичности с нормальным распределением, распределением Стьюдента, а также распределением Вейбулла. Последнее превосходит первые два по критерию value-at-risk, из чего делается вывод, что оно лучше объясняет волатильность финансовых временных рядов.

#### 1.2. Подходы к формированию инвестиционных портфелей.

Задача оптимизация портфеля — построить портфель из торгуемых активов, с двумя основными целями: максимизация ожидаемой доходности и минимизация риска.

Постановка задачи усложняется, когда в неё включаются дополнительные ограничения. Ограничения могут быть как линейными/нелинейными, так и учитывающими предпочтения инвесторов, существующие возможности для инвестирования, инвестиционные стратегии и другие факторы.

Эффективность различных портфельных стратегий, основанных на риске, применительно к традиционным классам активов, широко описана в литературе, однако подобных исследований для альтернативных инвестиций на удивление мало. Ещё меньше работ, фокусирующихся на смешанном наборе активов и их сочетании в одном портфеле. В нашем случае портфели составляются из торгуемых акций компаний и криптовалют. Через изучение стратегий распределения активов, основанных на риске, с точки зрения инвестора в криптовалюту, мы пронаблюдаем те возможности диверсификации, которые перед ним открываются. Особый интерес представляет вопрос, улучшит ли его эффективность добавление криптовалюты к портфелю традиционных активов.

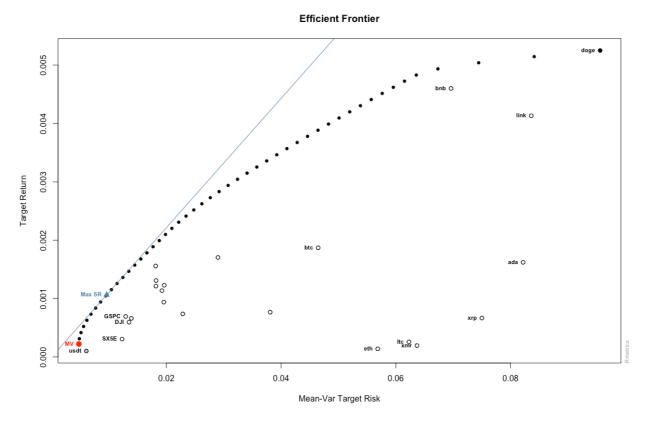
Предложенный в 1952 году подход Марковица на основе среднего отклонения был стандартным подходом к распределению активов в индустрии управления активами на протяжении десятилетий (Markowitz 1952). Несмотря на свою теоретическую привлекательность и рациональность, на практике он не всегда применим из-за высокой чувствительности к входным параметрам (Michaud 1989). Основная проблема с оптимизацией портфеля с помощью подхода Марковица заключается в его стремлении максимизировать влияние случайных ошибок во входных данных, дает неустойчивый во времени чувствительный к выборке результат. Поэтому неограниченная оптимизация может привести к показателям хуже, чем у равновзвешенного портфеля, в том числе и при добавлении криптовалют (Brauneis and Mestel 2019). Улучшить его показатели могут регуляризация, наложение строгих ограничений и включение доступной фундаментальной информации (Ravipati 2012).

Эффективная граница множества доступных портфелей Марковица при запрете на коротких продаж показана на графике 1. Она представляет собой множество портфелей (заштрихованные кружки), риск которых минимален для каждого выбранного уровня доходности. В координатах риск/доходность также отмечены и исследуемые активы (полые кружки). Среди них подписаны индексы и криптовалюты. Синяя линия — линия рынка капиталов (capital market line — CML). Она является результатом комбинации рыночного

портфеля и безрискового актива. А точка пересечения с границей эффективности, касательной к которой является СМL, представляет собой рыночный портфель для данного набора активов. Уже здесь заметен характерный для криптовалют уровень сопутствующего риска. Индексы S&P500, Dow Jones Industrial Average и EURO STOXX50, а также акции скучены у левого края границы эффективности в то время как криптовалюты находятся сильно правее. Это говорит о том, что добиться меньшей дисперсии при заданном уровне доходности, возможно лишь включая в портфель криптовалют традиционные активы. Несмотря на высокий уровень риска, доходность некоторых альткоинов может быть значительно выше, чем у традиционных активов. Для части из них при том же уровне доходности риск несоизмеримо больше. Примечательно, что наиболее крупные по капитализации из них, Віtсоіп и Еthereum, на графике расположены ближе всего к традиционным активам, а наименее зрелые дальше всего. При этом стейблкоин Theter, чья доходность колеблется около нуля, а также крайне волатильный DogeCoin оба находятся на эффективной границе, что означает соблюдение оптимального уровня риска и доходности для этих активов.

Другой популярный подход включает составление портфеля с минимальной дисперсией (Clarke, de Silva and Thorley 2011). Он расположен на левом крае границы эффективности (красный заштрихованный кружок на графике 1) и является единственным портфелем на границе эффективности, который не требует ожидаемой доходности, но может быть определен путем выполнения оптимизации через оценку ковариационной матрицы. Оптимизационная задача для случаев наличия (условие  $-1 \le w_i \le 1$ ) и отсутствия (условие  $0 \le w_i \le 1$ ) возможности коротких продаж представлена в таблице 1. Здесь для определения весов используется оценка ковариационной матрицы  $\Sigma$ , а уровень ожидаемой доходности задается экзогенно. Решением задачи будут веса, при которых дисперсия портфеля  $\sigma_p$  минимальна при условии выполнения всех ограничений. Обширный объем литературы доказывает преимущество портфелей с минимальной дисперсией по сравнению с другими стратегиями распределения активов. Портфель с минимальной дисперсией превосходит индекс, взвешенный по рыночной капитализации, демонстрируя более высокую доходность, более низкую волатильность и, следовательно, лучшую эффективность с поправкой на риск (Clarke, Silva and Thorley 2006).

Граница эффективности криптовалют и традиционных активов.



Примечание: граница эффективности (заштрихованные черные кружки на графике) построена только для длинных позиций (доля каждого актива положительна); подписанные пустые кружки — индексы и криптовалюты, неподписанные — акции; синяя линия — линия рынка капиталов.

В задачах оптимизации портфеля коэффициент Шарпа оценивает его эффективность с поправкой на риск. Он может выступать не только как метрика уже составленного портфеля, но и как объект оптимизации. Чем выше коэффициент Шарпа портфеля, тем выше его эффективность с поправкой на риск. В случае же отрицательного коэффициента Шарпа, безрисковый актив будет предпочтительнее, чем рискованный актив. Поэтому следующей важной целью при выборе портфеля является максимизация коэффициента Шарпа. Графически такой портфель представляет собой точку пересечения линии рынка капиталов и границей области допустимых значений (синий треугольник на графике 1). Задача максимизации коэффициента обычно решается с использованием дробного программирования, где такие параметры, как доходность, дисперсия и т. д., оцениваются по историческим данным. Математическая модель для оптимизации портфеля на основе коэффициента Шарпа представлена в таблице 1. Здесь числитель целевой функции обозначает превышение доходности инвестиции над доходностью безрискового актива  $r_f$ ,

а знаменатель — степень риск портфеля. Цель состоит в том, чтобы максимизировать коэффициент Шарпа. В данном случае ограничения обозначают, что инвестор желает иметь полностью инвестированный портфель (сумма весов равна 1), а короткие продажи запрещены.

Помимо объективных критериев, оптимальный портфель для инвестора — это портфель, который прежде всего учитывает его собственные предпочтения в принятии риска. Количественно индивидуальные характеристики инвестора могут быть выражены в коэффициентах неприятия риска (risk aversion coefficient)  $\lambda$  и неприятия концентрации (concentration aversion)  $\lambda_{hhi}$ . Второй может использоваться с различными метриками концентрации, например, индексом Херфиндаля — Хиршмана  $HHI = w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2$ , где  $w_i$  — вес i-ого актива в портфеле. Соотношение риска и ожидаемой доходности инвестиции для инвестора описывается функцией полезности или функцией предпочтений инвестора, которая характеризует отношение инвестора к получению прибыли в условиях неопределенности (Табл. 1). В данном случае для оптимизации используется квадратичная функция полезности. Одним из следствий теории полезности является утверждение о том, что в условиях неопределенности получения будущих доходов, инвесторы считают, что большей полезности (доходности) отвечает большая неопределенность (риск). Графически портфель, учитывающий предпочтения инвестора находится в точке касания кривых безразличия инвестора и границы достижимого множества портфелей.

Таблица 1. Оптимизационные задачи для различных инвестиционных стратегий.

Стратегия инвестирования	Оптимизационная задача
Минимизация дисперсии	$w = \underset{w \in R}{arg \min} \ w' \Sigma w$ $0 \le w_i \le 1$
Минимизация дисперсии (короткие продажи разрешены)	$w = \underset{w \in \mathbb{R}}{arg \min} \ w' \Sigma w$ $-1 \le w_i \le 1$

Неприятие риска	$w = \underset{w \in \mathbb{R}}{arg  max} \left( w'\mu - \frac{\lambda}{2} (w'\Sigma w + \lambda_{hhi} * HHI) \right)$ $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$
Максимизация коэффициента Шарпа	$w = \arg \max_{w \in R} \left( \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i  \mu_i - r_f}{\sqrt{\sum_i \sum_j w_i  w_j \sigma_{ij}}} \right)$ $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$
	$\overline{i=1}$ $0 \le w_i \le 1$

Замечание:  $w_i$  — вес i-ого актива в портфеле;  $\mu_i$  — доходность i-ого актива;  $\Sigma$  — ковариационная матрица активов;  $\sigma_{ij}$  — ковариация доходностей активов i и j;  $\lambda$  — коэффициент избегания потерь;  $\lambda_{hhi}$  — коэффициент избегания концентрации; HHI — индекс Херфиндаля-Хиримана, оценивающий степень концентрированности активов в портфеле.

#### 2. Основные гипотезы.

Рассмотренная литература позволяет выделить три основные гипотезы.

#### Гипотеза 1. Рынок криптовалют неэффективен.

Эффективность рынка предполагает, что вся имеющаяся на нем информация в мгновенно и полном объеме находит отражение в ценах активов. Однако рынок криптовалют всё ещё проходит стадию формирования и является открытым к разного рода манипуляциям. Если рынок действительно не эффективен, то это открывает для инвесторов арбитражные возможности. Из чего вытекает гипотеза 2.

Гипотеза 2. Добавление криптовалюты в финансовый портфель улучшает его результат.

Приведенные в предыдущем разделе инвестиционные стратегии требуют проверки эмпирическими данными на результативность и устойчивость при условии добавления

криптовалют. Для этого необходимо провести портфельный анализ активов, применить разные стратегии для традиционных активов вместе криптовалютами и без, а также сравнить их степень диверсификации и доходность. А для того, чтобы убедиться в устойчивости результатов во времени, мы применим полученные портфели на новых данных.

#### Гипотеза 3. Рынок криптовалют не связан с традиционными рынками.

Мерой связи рынков будем считать эффект, который оказывают шоки цен одного рынка на другой, а также побочные эффекты в виде перетекания волатильности. Ранее в исследованиях уже упоминалось то, что среди криптовалют есть активы, изменение волатильности которых ведет к изменению волатильности остальных. Для проверки гипотезы мы построим многомерные модели ожидаемой доходности и её волатильности для активов, описывающих традиционный рынок и рынок криптовалют. Однако наличие значимой связи видится маловероятным, так как на ценообразование криптовалют оказывает куда большее влияние их восприятие инвесторами. Традиционные активы же напротив, отражают фундаментальные характеристики рынка.

#### 3. Сбор и первичный анализ данных.

Для нашего анализа будем использовать данные о торговле десяти популярных криптовалют (Bitcoin – BTC, Ethereum – ETH, BinanceCoin – BNB, Litecoin – LTC, Monero – XMR, DogeCoin – DOGE, Tether – USDT, XRP – XRP, Cardano – ADA, ChainLink – LINK), десяти крупнейших по капитализации компаний индекса S&P 500 (Apple – AAPL, Microsoft – MSFT, Amazon – AMZN, Google – GOOGL и GOOG, Tesla – TSLA, Johnson & Johnson – JNJ, Nvidia – NVDA, Meta – FB, UnitedHealth – UNH), а также сводные индексы (S&P 500 – GSPC, Dow Jones Industrial Average – DJI, EURO STOXX 50 – STX5E). Торговые данные для криптовалют взяты с крупнейшей криптобиржи «Віпапсе»<sup>7</sup>, а для акций и индексов с финансовой платформы «Yahoo finance»<sup>8</sup>. Всего для изучения доступно 1374 наблюдения — цены закрытия торгов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

Выбор десяти криптовалют обусловлен тремя основными причинами. Во-первых, рассматриваемые активы (Bitcoin, Ethereum, BinanceCoin, Litecoin, Monero, Dogecoin, Tether, XRP, Cardano, ChainLink) отражают значительную часть рынка криптовалют. На их долю приходится более 60% общей рыночной капитализации. Они являются наиболее

-

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Cryptocurrency Historical Market Data | Binance https://www.binance.com/en/landing/data.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Yahoo Finance - Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News https://finance.yahoo.com/.

ликвидными с точки зрения объема торгов, что затрудняет потенциальное манипулирование ценами и, следовательно, делает выводы более надежными. Этот список включает крупные по капитализации и новые криптовалюты, что делает это исследование полезным для инвесторов в криптовалюту. Дополнительно в исследование включен DogeCoin — альткоин, известный благодаря своей значительной волатильности. Он ни раз становился предметом рыночных манипуляций и включен в наш анализ, как пример спекулятивного актива, возможного исключительно на рынке криптовалют (Chohan and Chohan 2017).

Для дальнейшей работы с активами преобразуем их цены в логарифмированную доходность по формуле:

$$r_t^{(i)} = log \frac{S_t^{(i)}}{S_{t-1}^{(i)}}, i = 1, ..., n, t = 0, ..., T,$$

где  $S_t^{(i)}$ — цена i-ого актива в период t. Полученные преобразованием временные ряды представлены на графике 2 (полная версия в Приложении 1).

В таблице 2 содержатся описательные характеристики для логарифмированной доходности каждого актива. Стандартное отклонение криптовалют значительно выше, чем у акций, максимальные значения больше, а минимальные меньше. Коэффициент эксцесса, характеризующий остроту пика распределения актива у криптовалют также выше чем у традиционных активов. Отдельно можно выделить DogeCoin, который демонстрирует максимальный коэффициент эксцесса значительно превышающий другие. Это говорит о том, что он наиболее сильно отличается от нормального распределения, что нужно учитывать при дальнейшем моделировании.

Корреляция доходности активов представлена на диаграмме 1. Из неё видна положительная зависимость между всеми рассматриваемыми активами. Можно также увидеть сильную взаимосвязь среди криптовалют и среди традиционных активов. Обе группы активов тесно коррелируют внутри себя и в меньшей степени между собой. Отдельно от всех стоит Tether — стейблкоин, привязанный к доллару по курсу 1:1. Он не коррелирует ни с одним другим активом, а его доходность колеблется около нуля.

Таблица 2. Описательные статистики для логарифмированной доходности активов.

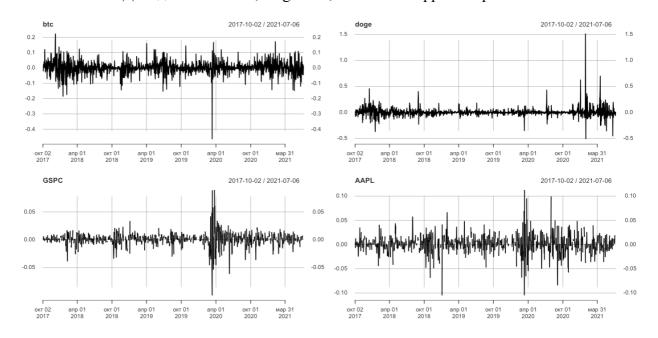
Показатель	btc	eth	bnb	ltc	xmr	doge	usdt	xrp	ada	link
Min	-0.4647	-0.5507	-0.5431	-0.4491	-0.5342	-0.5151	-0.0526	-0.5505	-0.5037	-0.6146
Медиана	0.0018	0.0012	0.0010	0.0000	0.0021	-0.0007	-0.0001	-0.0010	0.0010	0.0004
Среднее	0.0015	0.0015	0.0037	0.0007	0.0006	0.0039	0.0000	0.0009	0.0010	0.0004
Max	0.2251	0.2347	0.5292	0.3893	0.3450	1.5164	0.0566	0.6069	0.8615	0.4806
StdDev	0.0425	0.0534	0.0653	0.0582	0.0581	0.0853	0.0053	0.0690	0.0746	0.0773
Skewness	-0.8858	-1.0415	0.3651	-0.0748	-1.0077	4.9207	0.6058	0.8820	1.9032	-0.0940
Kurtosis	12.6744	10.7671	12.8240	9.1088	11.1617	80.4661	32.2916	15.7041	21.6521	6.5544
Показатель	AAPL	MSFT	<b>AMZN</b>	GOOGL	GOOG	TSLA	JNJ	NVDA	FB	<b>UNH</b>
Min	-0.1049	-0.0996	-0.0825	-0.0856	-0.0863	-0.1885	-0.1058	-0.2077	-0.2102	-0.1179
Медиана	0.0005	0.0015	0.0013	0.0011	0.0012	0.0009	0.0009	0.0018	0.0010	0.0012
Среднее	0.0011	0.0015	0.0010	0.0012	0.0013	0.0009	0.0007	0.0016	0.0009	0.0013
Max	0.1132	0.1329	0.1241	0.0919	0.0994	0.1793	0.0718	0.1583	0.1027	0.1204
StdDev	0.0200	0.0180	0.0192	0.0180	0.0180	0.0382	0.0138	0.0288	0.0225	0.0194
Skewness	-0.0832	0.2490	0.1516	-0.0038	0.0436	0.0121	-0.7331	-0.4672	-0.8758	0.4539
Kurtosis	5.3621	7.0570	4.4645	4.3837	4.7679	4.2997	10.1929	5.8806	12.6493	8.3877
Показатель	GSPC	DJI	SX5E							
Min	-0.0999	-0.1052	-0.1324							
Медиана	0.0010	0.0011	0.0008							
Среднее	0.0007	0.0005	0.0002							
Max	0.0897	0.1076	0.0883							
StdDev	0.0128	0.0134	0.0122							
Skewness	-0.2127	-0.1935	-1.7023							
Kurtosis	13.8504	16.5651	23.9974							

Примечание: составлено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

На графике 3 мы видим скользящее стандартное отклонение для доходности рассматриваемых активов (полная версия в Приложении 2). Для всех акций наблюдается довольно похожая картина за исключением индивидуальных шоков. Динамика их волатильности соответствует динамике индексов, чьи графики трудноразличимы между собой. Для криптовалют ситуация выглядит иначе. Для всех монет мы видим повышенную волатильность в начале рассматриваемого периода и в конце, с просадкой посередине. При этом пики графиков разных криптовалют меньше соответствуют друг другу, чем это наблюдалось при рассмотрении традиционных активов. Общий для всех графиков волатильности акций пик весной 2020 года также можно найти и на графиках криптовалют.

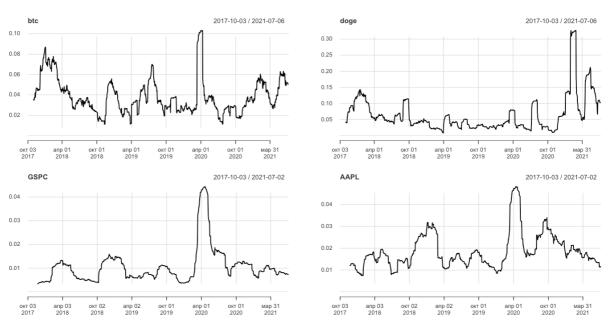
Однако для них этот пик выглядит острее, что говорит о небольшой продолжительности шокового эффекта.

График 2. Доходность Bitcoin, DogeCoin, S&P 500 и Apple во времени.



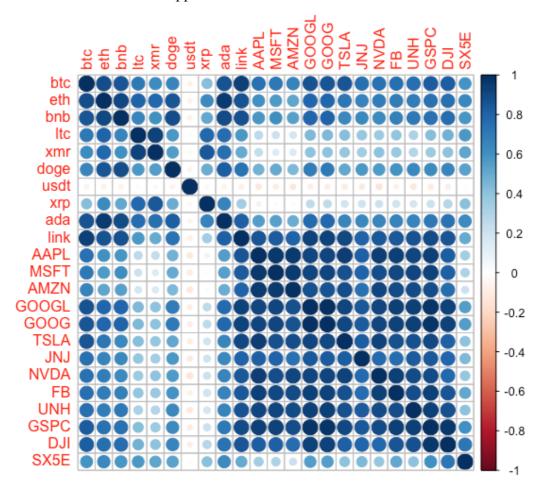
Примечание: составлено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

График 3. Скользящее стандартное отклонение для доходности Bitcoin, DogeCoin, S&P 500 и Apple (ширина окна — 30 дней).



Примечание: составлено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

#### Корреляция доходностей активов.

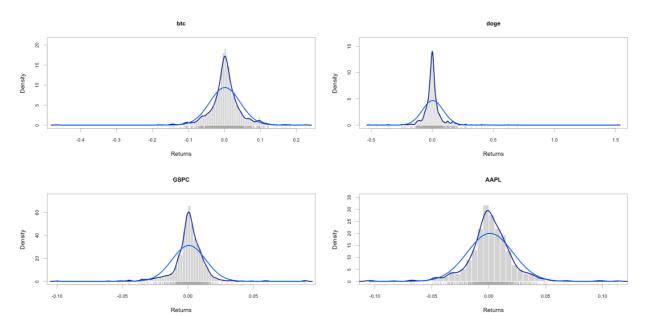


Примечание: составлено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

Для того, чтобы увидеть насколько распределение доходностей активов близко к нормальному, обратимся к графикам 4 и 5 (полные версии в Приложении 3 и Приложении 4). На первом показана гистограмма доходности активов. Светло синей линией выделено нормальное распределение. Можно заметить, что традиционные активы показывают более плоскую кривую, в то время как криптовалюты демонстрируют острые пики, которые заметно отличаются от нормального распределения. Особенно выделяются DogeCoin, Ripple и Tether. Их распределение хуже всего моделируется нормальным. Подтверждение этого мы можем найти и на графике квантиль-квантиль, который ставит в соответствия реализовавшееся распределение наблюдений нормальному.

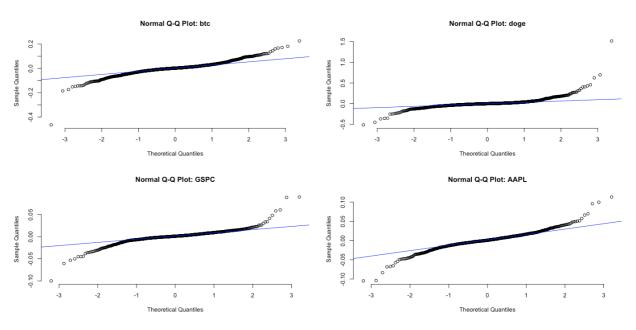
График 4.

#### Гистограмма доходности Bitcoin, DogeCoin, S&P 500 и Apple.



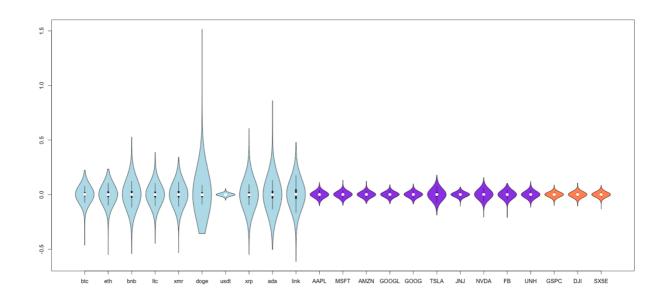
Примечание: составлено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

График 5. График квантиль-квантиль для доходности Bitcoin, DogeCoin, S&P 500 и Apple.



Примечание: составлено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

#### Скрипичный график доходности активов.



Примечание: составлено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

Наиболее ярко показывает разницу между активами скрипичный график для доходности (Граф. 6). На нем криптовалюты выделены синим, акции фиолетовым и индексы оранжевым. Здесь хорошо различимы длинные хвосты у доходностей криптовалют, что говорит о высокой вероятности достижения экстремально больших или низких значений. В случае DogeCoin его график демонстрирует наиболее существенный разброс, что лишний раз подтверждает спекулятивный характер актива. Графики для акций и индексов куда более скученные, а значит их доходность куда более сосредоточена вокруг среднего значения. Наиболее «коротким» оказался график Tether. Его цена искусственно поддерживается около нуля, поэтому разброс значений доходности минимален.

# Глава 3. Факторы ценообразования криптовалют. Портфельный анализ.

#### 1. Проверка эффективности рынка криптовалют.

Чтобы проверить гипотезу о неэффективности рынка криптовалют, построим модели временных рядов для доходностей активов. Начнем с базовой модели авторегрессии скользящего среднего ARIMA. Воспользуемся критерием Акаике для определения спецификаций моделей. Результаты оценивания моделей представлены в Табл. 3. Ряды доходностей ожидаемо оказались стационарными (порядок интегрирования d=0). Как видно, динамика ВТС ЕТН, LTС и LINK наиболее близка к белому шуму, остальные активы так или иначе демонстрируют зависимость от прошлых значений среднего (ar) и величины отклонения (ma). Для BNB, XMR, DOGE и XRP обнаружен значимый на 1% уровне отрицательный эффект от предыдущего значения цены активов. Для BNB, XMR, DOGE, USDT и XRP существует значимый эффект от прошлого значения ошибки. Причем отрицательный он только для USDT. Кроме того для XMR, DOGE, USDT и XRP оценки всех коэффициентов в моделях оказались значимыми на уровне 1%. Обнаруженная зависимость текущих значений доходности от предыдущих лагов может свидетельствовать о неэффективности рынка.

Таблица 3. ARIMA (p, d, q) для доходностей криптоактивов.

	btc	eth	bnb	ltc	xmr	doge	usdt	xrp	ada	Link
p	0	0	3	0	2	1	0	1	2	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
q	0	0	2	0	2	1	1	3	0	0
Mean	0	0	0.0042 (0.0029)	0	0	0	0	0	0	0
ar1	0	0	-1.0492*** (0.2478)	0	-1.0483*** (0.1430)	-0.5810*** (0.1624)	0	-0.9305*** (0.0590)	-0.0656 (0.0464)	0
ar2	0	0	-0.2420 (0.2616)	0	-0.7609*** (0.1194)	0	0	0	0.0889* (0.0464)	0
ar3	0	0	0.1129*** (0.0549)	0	0	0	0	0	0	0
mal	0	0	0.9961*** (0.2476)	0	0.9369*** (0.1613)	0.6883*** (0.1432)	-0.3720*** (0.0433)	1.0740*** (0.0754)	0	0
ma2	0	0	0.2549 (0.2412)	0	0.6595*** (0.1402)	0	0	0.2984*** (0.0662)	0	0
та3	0	0	0	0	0	0	0	0.1127*** (0.0518)	0	0

#### Продолжение таблицы 3.

AIC	-1599.93	-1421.33	-1277.18	-1303.44	-1304.58	-1301.64	-3506.22	-1124.69	-970.17	-1006.96
Log likelihood	800.97	711.66	645.59	652.72	657.29	653.82	1755.11	567.34	488.08	504.48
MSE	0.0025	0.0039	0.00635	0.0042	0.00464	0.018164	0.00003442	0.006062	0.005933	0.0071
Null-model MSE	0.0025	0.0039	0.00638	0.0042	0.00463	0.018163	0.00003441	0.006058	0.005932	0.0071

Примечание. В таблице приведены спецификации и результаты оценивания моделей ARIMA(p, d, q) для доходностей криптоактивов (уровни значимости: 0.1 - \*, 0.05 - \*, 0.01 - \*\*). Параметры моделей оценены из предположения о нормальном распределении случайной ошибки.

Далее оценим изменение волатильности во времени. Для этого построим модель GARCH (1,1) исходя из спецификации моделей для среднего полученных на предыдущем шаге. Результаты оценивания временных рядов с учетом гетероскедастичности представлены в Табл. 4. Оценки из обычных моделей ARIMA были скорректированы с учетом меняющейся во времени волатильности. Можно заметить, что для каждого из активов мы получили очень похожие по величине коэффициенты с одинаковыми высокими уровнями значимости. Это говорит о том, что их волатильность подчинена одному и тому же закону. На неё воздействует значимый положительный эффект как от прошлых значений доходности, так и от прошлого уровня волатильности. Чем больше оказалась случайная компонента доходности криптовалюты, тем выше окажется уровень завтрашней волатильности. В свою очередь повышенная волатильность также будет провоцировать свое дальнейшее увеличение. Это объяснимо сетевыми эффектами, возникающими при повышении интереса инвесторов после новостей о изменении цен на криптовалюты. Обнаруженная в результате моделирования общая для всех криптовалют математическая форма волатильности подтверждает наличие общего шаблона ценообразования на этом рынке. Кроме того, полученные с поправкой на гетероскедастичность оценки коэффициентов ar1, ar2, ma1, ma2 свидетельствуют о существовании зависимости ожидаемой доходности актива от своих лагов, а также предыдущих ошибок. Это говорит в пользу наличия неэффективности на рынке криптовалют.

Таблица 4.

GARCH (1, 1) для доходностей криптоактивов.

	Btc	eth	bnb	ltc	xmr	doge	usdt	xrp	ada	Link
Mean	0.0045*	0.0045*	0.0046**	0.0045**	0.0045**	0.0045**	0.0044**	0.0045**	0.0045**	0.0045**
mean	(0.0023)	(0.0023)	(0.0022)	(0.0023)	(0.0022)	(0.0021)	(0.0022)	(0.0022)	(0.0022)	(0.0023)
arl	0	0	-0.5106*** (0.1014)	0	-0.4716*** (0.0086)	0.4451 (0.3245)	0	-0.9900*** (0.0062)	-0.0466 (0.0357)	0
ar2	0	0	0.4527*** (0.0654)	0	0.5121*** (0.0056)	0	0	0	-0.0149 (0.0355)	0
ar3	0	0	0.0011 (0.0997)	0	0	0	0	0	0	0
ma1	0	0	0.4719** (0.1946)	0	0.4490*** (0.0006)	-0.4935 (0.3141)	-0.0481 (0.0362)	0.9509 (0.0000)	0	0
ma2	0	0	-0.5024*** (0.0567)	0	-0.5510*** (0.0011)	0	0	-0.0631*** (0.0072)	0	0
та3	0	0	0	0	0	0	0	-0.0131 (0.0093)	0	0
ω	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)	0.0003** (0.0001)
$lpha_1$	0.0920*** (0.0286)	0.0920*** (0.0286)	0.0883*** (0.0283)	0.0920*** (0.0286)	0.0891*** (0.0276)	0.0876*** (0.0281)	0.0897*** (0.0282)	0.0883*** (0.0279)	0.0891*** (0.0282)	0.0920*** (0.0286)
$eta_1$	0.8645*** (0.0309)	0.8645*** (0.0309)	0.8682*** (0.0308)	0.8645*** (0.0309)	0.8662*** (0.0310)	0.8698*** (0.0304)	0.8676*** (0.0303)	0.8661*** (0.0310)	0.8680*** (0.0304)	0.8645*** (0.0309)
Log likelihood	881.9668	881.9668	883.5218	881.9668	884.5225	883.1202	882.8425	884.6241	883.0247	881.9668

Примечание. В таблице приведены спецификации и результаты оценивания моделей GARCH(1, 1) для доходностей криптоактивов (уровни значимости: 0.1 - \*, 0.05 - \*, 0.01 - \*\*). Параметры моделей оценены из предположения о нормальном распределении случайной ошибки.

Для того, чтобы учесть асимметричность в волатильности доходности активов, воспользуемся моделью APARCH. Результаты оценивания представлены в Табл. 5. На фоне остальных моделей выделяется модель для USDT. Как видно, её логарифм правдоподобия почти в три раза превышает логарифм правдоподобия любой другой модели. Асимметрия в модели APARCH оценивается через коэффициент  $\gamma_1$ , причем -1 <  $\gamma_1$  < 1. Положительная

оценка параметра означает, что негативные шоки оказывают повышающий эффект на волатильность актива, а позитивные шоки понижающий. Такая ситуация наблюдается на высоком уровне значимости у DOGE. Для XRP на уровне значимости 1% справедливо обратное. Для остальных валют значимого свидетельства асимметрии нет. Для DOGE негативный вчерашний шок приведет сегодня к большему уровню волатильности, чем если бы этот шок был позитивным. Для XRP справедливо обратное. Если вчера его цена повысилась, то уровень волатильности будет ниже, чем если бы она была выше. Для DOGE это объясняется спекулятивным характером актива и как следствие специфичным поведением инвесторов. Также заметим, что с учетом асимметричности значимыми оказались лаги в оцененных моделях для среднего BNB, XMR, DOGE, USDT, XRP и ADA.

Таблица 5. АРАКСН (1, 1) для доходностей криптоактивов.

	btc	eth	bnb	ltc	xmr	doge	usdt	xrp	ada	link
ти	0.0010 (0.0017)	-0.0004 (0.0006)	0.0026*** (0.0001)	-0.0005 (0.0022)	0.0016*** (0.0000)	0.0012 (0.0018)	0.0000*** (0.0000)	0.0006*** (0.0001)	0.0008 (0.0023)	0.0040 (0.0028)
ar1	0	0	-1.4754*** (0.0027)	0	-0.6238*** (0.0073)	-0.5275*** (0.1435)	0	-0.5593*** (0.0326)	-0.0848** (0.0372)	0
ar2	0	0	-0.5607*** (0.0065)	0	-0.4244*** (0.0050)	0	0	0	0.0180 (0.0368)	0
ar3	0	0	0.0172*** (0.0001)	0	0	0	0	0	0	0
ma1	0	0	1.3959*** (0.0065)	0	0.3689*** (0.0026)	0.4352*** (0.1459)	-0.1196*** (0.0015)	0.5105*** (0.0223)	0	0
ma2	0	0	0.4819*** (0.0040)	0	0.3333*** (0.0038)	0	0	0.1290*** (0.0162)	0	0
та3	0	0	0	0	0	0	0	0.1492*** (0.0121)	0	0
ω	0.0005 (0.0007)	0.0052 (0.0044)	0.0068 (0.0045)	0.0031 (0.0059)	0.0036 (0.0030)	0.0084 (0.0326)	0.0042** (0.0018)	0.0073* (0.0038)	0.0000*** (0.0000)	0.0018 (0.0013)
$lpha_1$	0.0496** (0.0201)	0.0388*** (0.0148)	0.0986*** (0.0169)	0.1021*** (0.0353)	0.0923*** (0.0086)	0.8671*** (0.2030)	0.2782*** (0.0376)	0.1399*** (0.0195)	0.0002 (0.0010)	0.0871*** (0.0168)
$eta_1$	0.7840*** (0.0965)	0.9255*** (0.0226)	0.9008*** (0.0179)	0.7160*** (0.0909)	0.9181*** (0.0005)	0.2677 (0.1852)	0.7541*** (0.0291)	0.8620*** (0.0217)	0.9643*** (0.0066)	0.9045*** (0.0167)

#### Продолжение таблицы 5.

1/	-0.2312	-0.5381	-0.1788	-0.0794	-0.0765	0.2392***	-0.1461	-0.4739***	-0.8728	-0.2691*
$\gamma_1$	(0.1736)	(0.3788)	(0.1685)	(0.1684)	(0.1351)	(0.0626)	(0.1078)	(0.1396)	(3.0944)	(0.1493)
c	1.8889***	0.7822***	0.5202*	1.4997**	0.3169***	1.3434	0.2516***	0.6867***	3.5000***	1.1632***
δ	(0.5283)	(0.2605)	(0.2714)	(0.6816)	(0.0286)	(1.1607)	(0.0800)	(0.1892)	(0.0799)	(0.2563)
Log					404400	0.000.00	****	100664	00	0440000
likelihood	1241.056	1085.954	1000.822	1027.172	1044.89	938.9764	3168.616	1006.612	885.3568	814.9098

Примечание. В таблице приведены спецификации и результаты оценивания моделей APARCH(1, 1) для доходностей криптоактивов (уровни значимости: 0.1 - \*, 0.05 - \*, 0.01 - \*\*). Параметры моделей оценены из предположения о нормальном распределении случайной ошибки

.

# 2. Оценка связи рынка криптовалют с традиционными рынками с помощью многомерных моделей.

Чтобы проверить, оказывают ли два рынка традиционный и крипто активов взаимное влияние друг на друга, построим векторную авторегрессию VAR (3) для двух крупнейших по капитализации крипто активов ВТС и ЕТН, а также индекса S&P500.

Таблица 6. VAR (3) для доходностей Bitcoin, Ethereum и S&P 500.

	btc	eth	GSPC
btc_lag1	0.0756	0.0611	-0.0067
	(0.0608)	(0.0739)	(0.0165)
eth_lag1	-0.1180**	-0.0438	-0.0108
	(0.0499)	(0.0607)	(0.0136)
GSPC_lag1	0.0270	0.0124	-0.1407***
	(0.1440)	(0.1751)	(0.03920)
btc_lag2	0.0716	0.1321*	0.0161
	(0.0612)	(0.0744)	(0.0166)
eth_lag2	-0.0182	-0.0318	-0.0183
	(0.0500)	(0.0608)	(0.0136)

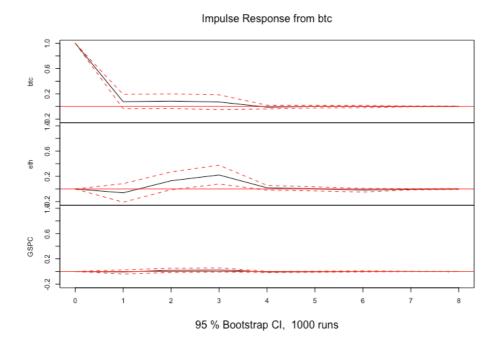
Продолжение таблицы 6.

GSPC lag2	-0.0898	0.0004	-0.1053***
051 C_tug2	(0.1443)	(0.1754)	(0.0393)
btc lag3	0.0724	0.2204***	0.0256
o.eugo	(0.0611)	(0.0743)	(0.0166)
eth lag3	-0.0303	-0.1437**	0.0077
cin_iag5	(0.0500)	(0.0608)	(0.0136)
GSPC lag3	0.0343	0.0512	-0.1225***
OSI C_lugs	(0.1433)	(0.1742)	(0.0390)
Константа	0.0015	-0.0004	0.0009*
Констинти	(0.0018)	(0.0022)	(0.0004)
Adjusted <i>R</i> -squared	0.0027	0.016	0.0447
F-statistic	1.208	2.263	4.639
<i>p</i> -value	0.2865	0.0169	0.0000

Примечание. В таблице приведены оценивания модели VAR(3) для доходностей Bitcoin, Ethereum и S&P~500 (уровни значимости: 0.1~-\*,~0.05~-\*\*,~0.01~-\*\*\*). Параметры моделей оценены из предположения о нормальном распределении случайной ошибки.

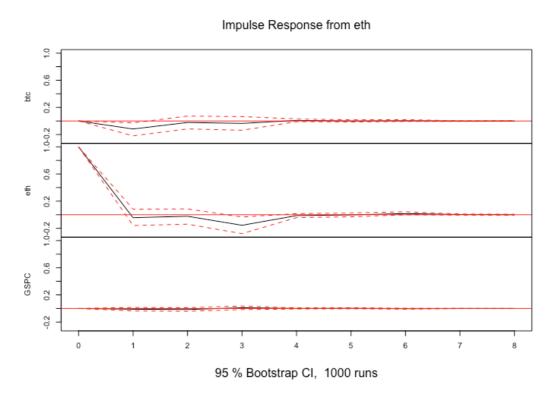
Результаты оценивания модели показаны в Табл. 6. Как можно заметить, на ВТС оказывает значимое влияние первый лаг ЕТН, на ЕТН второй и третий лаг ВТС, а также собственный третий лаг. На значение индекса S&P 500 значимое влияние оказывают только собственные значения в предыдущих трех периодах. Визуализацией полученных оценок могут быть графики функций импульсного отклика (Граф. 7–9). Они наглядно демонстрируют, что крипто активы оказывают взаимное влияние друг на друга, в то время как колебания традиционного рынка, выраженного в индексе S&P500, с ними не связаны. Построенная модель позволяет делать выводы о причинности изменений цен. Полученные оценки уравнений говорят в пользу гипотезы о том, что ценообразование на рынке криптовалют не зависит от уровня цен активов на традиционном рынке. В то же время цены на криптовалюты вновь демонстрируют наличие тесной связи между собой. А именно, мы выявили, что текущие цены на криптовалюты Вitcoin и Ethereum зависят от цен на друг друга в предыдущие дни.

## Функция импульсного отклика для доходности Bitcoin.

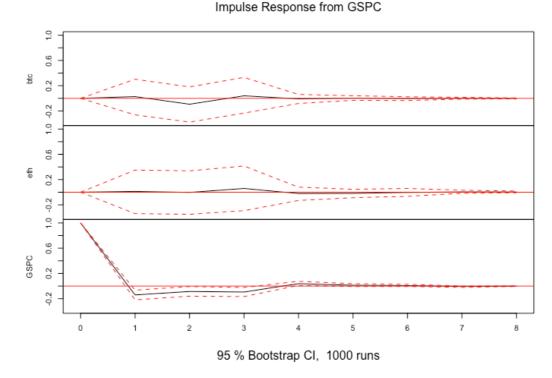


Примечание: зависимые переменные — доходность Ethereum и S&P 500.

График 8. Функция импульсного отклика для доходности *Ethereum*.



Примечание: зависимые переменные — доходность Bitcoin и S&P 500.



Примечание: зависимые переменные — доходность Bitcoin и Ethereum.

Теперь построим модели распределенных лагов ARDL. В Табл. 7 показаны результаты их оценивания. Модель 1 указывает на значимую зависимость доходности Bitcoin от индекса S&P 500. С другой стороны, Модель 2 также выявляет связь индекса с Bitcoin, но только в текущем периоде. Это говорит о существовании текущей корреляции между активами, что не позволяет делать выводы о причинности. Вывод о не связанности рынков в плане передачи изменения цен снова подтверждается. При этом S&P 500 значимо зависит от своих прошлых значений в первом и втором периоде. Модель 3 показывает зависимость доходности Ethereum от Bitcoin. Мы видим значимые коэффициенты для текущего, первого и второго периода. Это говорит о влиянии шоков Bitcoin на доходность Ethereum в этих периодах. Кроме того из всех представленных моделей Модель 3 обладает наибольшим исправленным R-квадрат, что может говорить о хорошей предсказательной силе модели. Значимые положительные коэффициенты, характеризующие текущую корреляцию говорят о том, что рынок криптовалют подвержен тем же рыночным циклам, что и традиционный. Причем эта связь положительная. Когда цены на традиционные активы идут вверх, вместе с ними растет и уровень цен на криптовалюты. Когда падают, то рынок криптовалют также теряет в цене.

Таблица 7. ARDL для доходности Bitcoin, Ethereum и S&P 500.

	Модель 1	Модель 2	Модель 3
Зависимая переменная	btc	GSPC	eth
btc	_	0.0704*** (0.0100)	0.9516*** (0.0291)
btc_lag1	-0.0172 (0.0379)	-0.0116 (0.0104)	-0.1329*** (0.0460)
btc_lag2	_	_	0.0636 *** (0.0290)
GSPC	0.9341*** (0.1329)	_	_
GSPC_lag1	0.0977 (0.1371)	-0.1358*** (0.0377)	_
$GSPC\_lag2$	_	-0.1006*** (0.0364)	_
eth_lag1	_	_	0.0735 (0.0378)
Константа	0.0012 (0.0017)	0.0007 (0.0005)	-0.0016 (0.0015)
Adjusted R-squared	0.06307	0.09049	0.6101
F-statistic	16.73	18.41	274.9
<i>p</i> -value	0.0000	0.0000	0.0000

Примечание. В таблице представлены результаты оценивания моделей ADL для доходностей Bitcoin, Ethereum и S&P 500 (уровни значимости: 0.1 —\*, 0.05 — \*\*, 0.01 — \*\*\*).

Теперь обратимся к модели BEKK-GARCH для выявления эффектов перетекания волатильности между традиционными рынками и рынками криптовалют. Для этого

построим её для Bitcoin и S&P 500. Результаты оценивания модели BEKK (1, 1) для BTC-GSPC представлены в таблице 8. Положительное значение  $a_{11}a_{12} = 0.0618$  говорит о том, что шок доходности Bitcoin оказывает положительное влияние на ковариацию доходности двух активов в следующем периоде. Положительное значение  $a_{21}a_{22} = 0,0006$  означает, что шок доходности S&P 500 положительно влияет на ковариацию доходности двух активов в следующем периоде. Оба коэффициента значимы, но общий эффект оказывается небольшим. Отрицательное значение  $b_{11}b_{12} = -0.1623$  означает, что, увеличение дисперсии доходности Bitcoin оказывает отрицательное влияние на ковариацию доходности двух активов в следующем периоде. При этом положительное значение  $b_{21}b_{22} = 0,0003$  означает, что увеличение дисперсии доходности S&P 500 увеличивает ковариацию доходности двух активов в следующем периоде. Тем не менее наибольшее и значимое влияние на доходности обоих активов оказывают их предыдущие шоки и значения дисперсии. Полученные оценки показывают, что между традиционным рынком и рынком криптовалют существуют небольшие эффекты перетекания волатильности. Это не позволяет судить о причинности изменений, но дополняет информацию, которая может быть использована инвестором для прогнозирования завтрашней волатильности и составления оптимального портфеля.

Таблица 8. BEKK-GARCH для доходности Bitcoin и S&P 500.

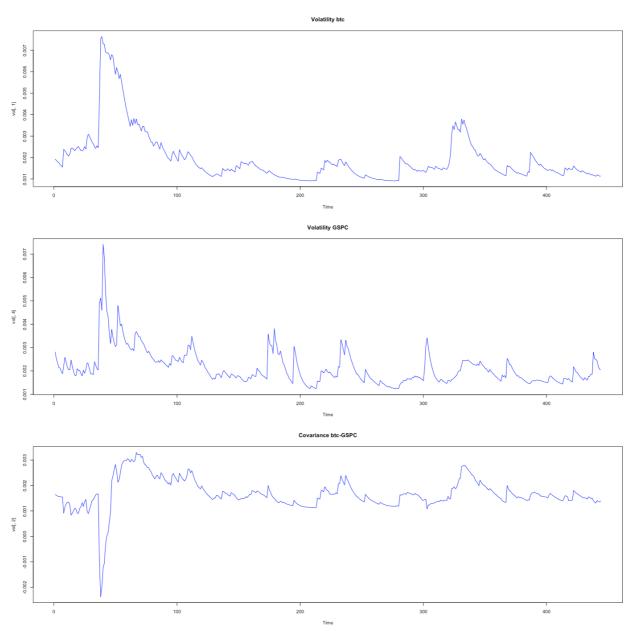
Коэффициент	Модель BEKK (1, 1) BTC-GSPC
$c_{11}$	0.0139*** (0.0028)
$c_{21}$	0.0007 (0.002)
C <sub>22</sub>	0.0028*** (0.0007)
$a_{11}$	0.1335*** (0.0489)
$a_{21}$	0.0013 (0.0098)

Продолжение таблицы 8.

a	0.4625***
$a_{12}$	(0.1771)
a	0.4761***
$a_{22}$	(0.0597)
h	0.9461***
$b_{11}$	(0.0217)
L	0.0004
$b_{21}$	(0.0169)
7.	-0.1715
$b_{12}$	(0.12892)
7	0.8410***
$b_{22}$	(0.0456)
Log likelike ed	2467 122
Log likelihood	3467.133

Примечание. В таблице представлены результаты оценивания модели ВЕКК-GARCH для волатильности активов.  $a_{ij}$ — элемент матрицы A,  $b_{ij}$ — элемент матрицы B,  $c_{ij}$ — элемент матрицы C (уровни значимости: 0.1 —\*, 0.05 — \*\*, 0.01 — \*\*\*). В качестве моделей среднего используется ARIMA (1, 0, 1).

График 10. Динамика условной дисперсии и ковариаций доходностей Bitcoin и индекса S&P500.



Примечание: Оценки полученны на основе модели BEKK-MGARCH (1, 1).

Оцененные моделью BEKK волатильность и ковариации активов представлены на Графике 10. Из него можно увидеть, что в начале рассматриваемого периода волатильность обоих активов достигает своего максимума. При этом их ковариация значительно падает и даже становится отрицательной. В остальное время условная ковариация между Bitcoin и индексом положительна.

#### 3. Выявление оптимальных стратегий инвестирования в криптовалюты.

Проверим, улучшит ли добавление криптовалюты в инвестиционный портфель его финансовый результат. Для этого разделим набор данных для криптовалют и акций на обучающую и тестовую выборку в пропорции  $\sim 0.63$  (1/e). Будем строить портфели используя обучающую выборку и сравнивать результаты с тестовой.

Построим портфель, минимизирующий дисперсию. Сумма весов 1, короткие продажи разрешены. В качестве цели положим ежедневную доходность, равную ожидаемой доходности равновзвешенного портфеля. Характеристики получившегося портфеля представлены в таблице 9 и на диаграмме 2. Как видно из графика распределения весов наибольший вес пришелся на Tether, наиболее консервативного из крипто активов. Поскольку его цена всегда равна 1 доллару, то это равносильно вложению в безрисковый актив. В остальном как длинные, так и короткие позиции оказались в основном в традиционных активах. На тестовой выборке общая доходность портфеля оказалась значительно меньше, чем на обучающей. Это говорит о том, на длинном временном интервале её доходность плохо прогнозируется. При этом уровень риска несколько снизился, что соответствует заданной оптимизационной задаче. Такой портфель подошел бы инвестору несклонному к риску.

Диаграмма 2. Портфель 1 (минимизация дисперсии). Распределение весов.

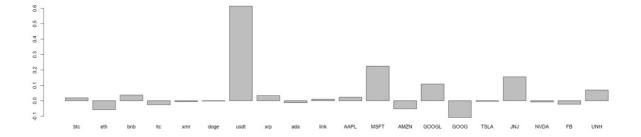


Таблица 9. Портфель 1 (минимизация дисперсии). Основные характеристики для обучающего и тестового периодов.

	Портфель 1	Портфель 1
	(обучающая выборка)	(тестовая выборка)
Средняя доходность	0.0009	0.0005
Общая доходность	0.4261	0.1261
Стандартное отклонение	0.0096	0.0080
VaR	-0.0141	-0.0131
ES	-0.0211	-0.0109

Теперь составим портфель только из акций. Его результаты на обучающей и тестовой выборке представлены в таблице 10 и графике 3. Несмотря на то, что короткие позиции разрешены, оптимальный портфель практически их не содержит. Большая часть акций вкладывается в JNJ, актива обладающего наименьшей дисперсией среди всех акций. Несмотря на схожие результаты на тестовой выборке, у нас получился более доходный, но более рискованный портфель. Стандартное отклонение больше, а value-at-risk (VaR) и expected shortfall (ES), метрики отражающие уровень ожидаемых потерь, ниже.

Диаграмма 3. Портфель 2 (минимизация дисперсии/ без криптовалют). Распределение весов.

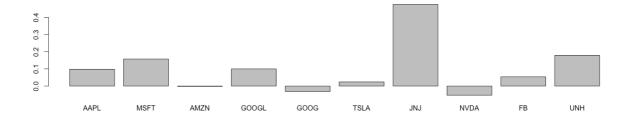
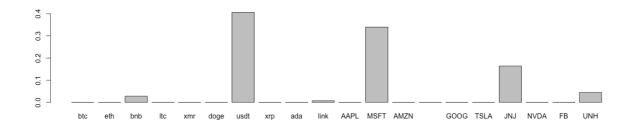


Таблица 10. Портфель 2 (минимизация дисперсии/ без криптовалют). Основные характеристики для обучающего и тестового периодов.

	Портфель 2	Портфель 2
	(обучающая выборка)	(тестовая выборка)
Средняя доходность	0.0009	0.0008
Общая доходность	0.4176	0.2095
Стандартное отклонение	0.0099	0.0172
VaR	-0.0167	-0.0231
ES	-0.0345	-0.0245

Теперь построим портфель с ограничением коротких продаж. Как и в предыдущем случае, будем минимизировать дисперсию при ожидаемой средней доходности. Характеристики получившегося портфеля представлены в таблице 11 и на диаграмме 4. Большую часть портфеля составляет Tether, который хеджирует акции Microsoft. Также небольшую часть портфеля занимает BNB. Полученный портфель показал меньшую доходность на тестовой выборке, при таком же уровне риска.

#### Диаграмма 4.



Портфель 3 (минимизация дисперсии с ограничением коротких продаж). Распределение весов.

Таблица 11. Портфель 3 (минимизация дисперсии с ограничением коротких продаж). Основные характеристики для обучающего и тестового периодов.

	Портфель 3	Портфель 3
	(обучающая выборка)	(тестовая выборка)
Средняя доходность	0.0010	0.0006
Общая доходность	0.4340	0.1653
Стандартное отклонение	0.0084	0.0115
VaR	-0.0135	-0.0184
ES	-0.0204	-0.0296

Построим портфель из акций минимизирующий дисперсию и с ограничением коротких продаж. Результаты представлены в таблице 11 и на диаграмме 5. На тестовой выборке Портфель 4 показал лучшую доходность, чем Портфель 3 при том же уровне риска. И снова добавление криптовалют ухудшило эффективность портфеля.

Диаграмма 5. Портфель 4 (минимизация дисперсии с ограничением коротких продаж /без криптовалют). Распределение весов.

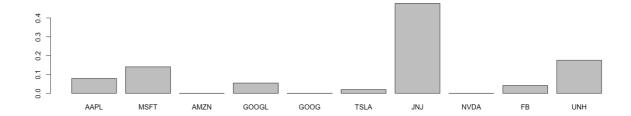


Таблица 12. Портфель 4 (минимизация дисперсии с ограничением коротких продаж/ без криптовалют). Основные характеристики для обучающего и тестового периодов.

	Портфель 4	Портфель 4
	(обучающая выборка)	(тестовая выборка)
Средняя доходность	0.0009	0.0009
Общая доходность	0.4114	0.2272
Стандартное отклонение	0.0098	0.0173
VaR	-0.0168	-0.0228
ES	-0.0350	-0.0229

Далее построим портфель максимизирующий квадратичную функцию полезности. В качестве коэффициента избегания потерь  $\lambda$  возьмем 20. Это означает, что инвестор не склонен к риску и готов к существенным жертвам ожидаемой доходностью в обмен на снижение риска. Коэффициент неприятия концентрации  $\lambda_{hhi}$  положим равным 0.01. Это означает, что при прочих равных инвестор стремится к большей диверсификации портфеля. Условие ограничит инвестора от того, чтобы малое число активов занимало делило между собой большую часть портфеля. Значение коэффициента 0.01 соответствует портфелю с низким уровнем концентрации, а значит лучше диверсифицированному. Характеристики получившегося портфеля представлены в таблице 13 и на диаграмме 6. Как можно видеть, веса распределены между всеми активами с приоритетом в традиционных активах. Акции занимают практически равные доли в портфеле, в то время как доли криптовалют значительно отличаются. Наибольшая доля в портфеле у наименее рискованного Tether. Портфель хорошо диверсифицирован и его доходность в тестовом периоде превзошла доходность в обучающем при несколько большем уровне риска.

Диаграмма 6. Портфель 3 (максимизация функции полезности). Распределение весов.

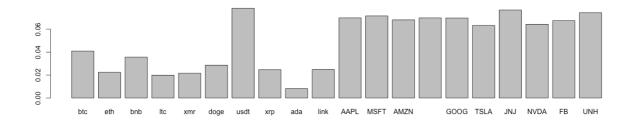


Таблица 13. Портфель 5 (максимизация функции полезности). Основные характеристики для обучающего и тестового периодов.

	Портфель 5	Портфель 5
	(обучающая выборка)	(тестовая выборка)
Средняя доходность	0.0007	0.0016
Общая доходность	0.3284	0.4225
Стандартное отклонение	0.0156	0.0262
VaR	-0.0257	-0.0481
ES	-0.0381	-0.1286

Теперь построим портфель из акций, который бы максимизировал полезность с теми же параметрами, что и в предыдущем случае. Результаты представлены в таблице 14 и диаграмме 7. На тестовой выборке Портфель 5 превосходит Портфель 6 по доходности при несколько большем уровне риска. В новом портфеле веса активов оказались практически равны. При этом он показал устойчивость к изменению выборки, так как его основные метрики в тестовом и обучающем периоде оказались равны.

Диаграмма 7. Портфель 6 (максимизация функции полезности). Распределение весов.

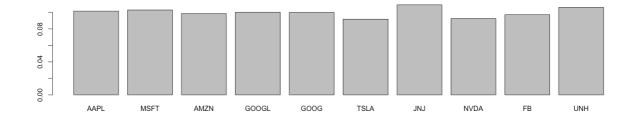


Таблица 14. Портфель 6 (максимизация функции полезности). Основные характеристики для обучающего и тестового периодов.

	Портфель 6	Портфель 6
	(обучающая выборка)	(тестовая выборка)
Средняя доходность	0.0009	0.0013
Общая доходность	0.3989	0.3388
Стандартное отклонение	0.0123	0.0203
VaR	-0.0203	-0.0313
ES	-0.0326	-0.0524

Теперь построим портфель максимизирующий коэффициент Шарпа. Характеристики получившегося портфеля представлены в таблице 15 и на диаграмме 8. Портфель плохо диверсифицирован, большую часть в нем занимают акции Microsoft, гораздо меньшие доли у акций JNJ, UNH, а также у криптовалют BNB и LINK. При сравнимом уровне риска на тестовой выборке портфель показал почти в 4 раза меньшую кумулятивную доходность.

Диаграмма 8. Портфель 7 (максимизация коэффициента Шарпа). Распределение весов.

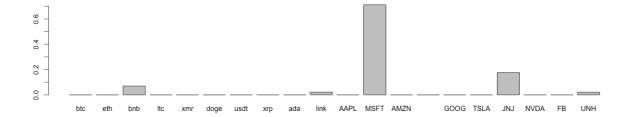


Таблица 15. Портфель 7 (максимизация коэффициента Шарпа). Основные характеристики для обучающего и тестового периодов.

	Портфель 7 (обучающая выборка)	Портфель 7 (тестовая выборка)
Средняя доходность	0.0017	0.0011
Общая доходность	0.7449	0.2896
Стандартное отклонение	0.0138	0.0239
VaR	-0.0215	-0.0374
ES	-0.0317	-0.0745

Построим портфель максимизирующий коэффициент Шарпа только из акций. Результаты представлены в таблице 16 и на диаграмме 9. Большую часть портфеля как и раньше составляют акции Microsoft. При этому доходность несколько уменьшилась, как и сопутствующий уровень риска.

Диаграмма 9. Портфель 8 (максимизация коэффициента Шарпа/ без криптовалют). Распределение весов.

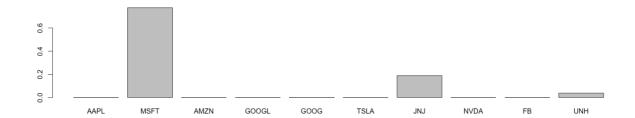


Таблица 16. Портфель 8 (максимизация коэффициента Шарпа/ без криптовалют). Основные характеристики для обучающего и тестового периодов.

	Портфель 8 (обучающая выборка)	Портфель 8 (тестовая выборка)
Средняя доходность	0.0016	0.0010
Общая доходность	0.7162	0.2540
Стандартное отклонение	0.0127	0.0206
VaR	-0.0200	-0.0268
ES	-0.0320	-0.0268

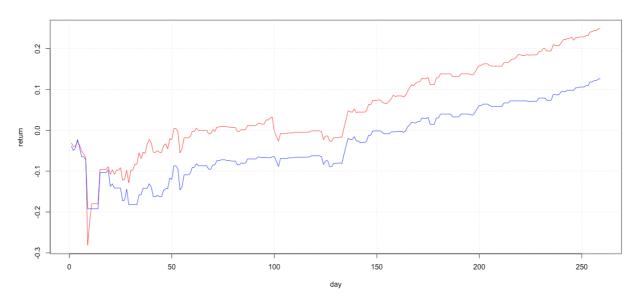
## 4. Использование прогнозов временных рядов при выборе оптимальной инвестиционной стратегии.

Теперь воспользуемся моделями временных рядов для составления портфелей. Делать мы будем вместе с ежедневной ребалансировкой. Вместо того, чтобы строить один портфель по обучающей выборке, мы будем заново настраивать веса на каждом шаге алгоритма. В тестовом периоде выборки 259 дней, значит всего будет сделано 259 шагов. На каждой итерации будем строить модель динамической условной корреляции DCC-GARCH по всем имеющимся до данного дня наблюдениям. На основе модели получим прогноз для ковариационной матрицы и ожидаемой доходности (для прогнозирования среднего используется модель ARIMA(1, 0, 1)) на следующий день. Так при ребалансировке портфеля, вместо того, чтобы опираться на безусловную ковариацию и среднее посчитанное в предыдущие периоды мы будем пользоваться их прогнозами, что должно улучшить финансовый результат за весь период. А для того, чтобы сравнить эффективность портфелей с криптовалютами и без, для каждой оптимизационной задачи построим два варианта портфелей. Один будет состоять из S&P500, STOXX 50 и Bitcoin, а другой только из S&P500 и STOXX 50.

Портфели 9-10, максимизирующие коэффициент Шарпа изображены на графиках 11 и 12. Портфель 10 допускает использование криптовалют. Время от времени они используется для хеджирования традиционных активов. Несколько раз его доля в портфеле становится наибольшей. Віtсоіп и в целом к концу тестового периода показывает лучший финансовый результат, чем портфель, состоящий только из индексов.

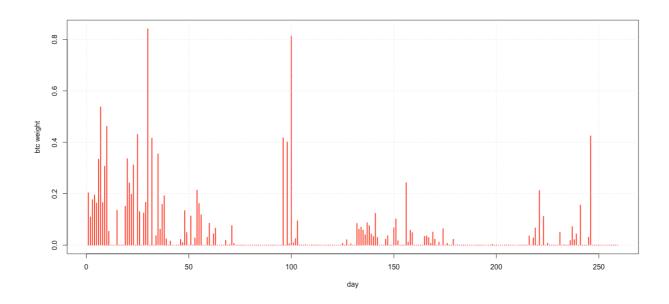
Портфели 9–10 (максимизация коэффициента Шарпа/ короткие продажи запрещены) с ребалансировкой (DCC-GARCH).

График 11.



Примечание: график аккумулятивной доходности для Портфеля 9 выделен синим и для Портфеля 10 красным).

График 12. Доля Bitcoin в Портфеле 10 (максимизация коэффициента Шарпа/ короткие продажи запрещены) с ребалансировкой (DCC-GARCH).



Портфели 11-14, минимизирующие риск представлены на графиках 13–16. Портфели 11 и 13 допускают использование криптовалют. Они уходят в сильный минус в начале тестового периода. В это же время доля Вітсоіп в них максимальна, что видно на графиках распределения весов. Связано это с повышенной волатильностью, которая наблюдалась на всех рынках в это же время. Несмотря на возможность коротких продаж, Портфель 14 содержит преимущественно длинные позиции Вітсоіп. Доля которого практически сходит на нет к концу тестового периода. В итоге оба портфеля с криптовалютами проигрывают по доходности портфелям без них.

График 13. Портфели 11–12 (минимизация риска / короткие продажи запрещены) с ребалансировкой (DCC-GARCH).



Примечание: график аккумулятивной доходности для Портфеля 11 выделен синим и для Портфеля 12 красным.

График 14. Доля Bitcoin в Портфеле 12 (минимизация риска / короткие продажи запрещены) с ребалансировкой (DCC-GARCH).

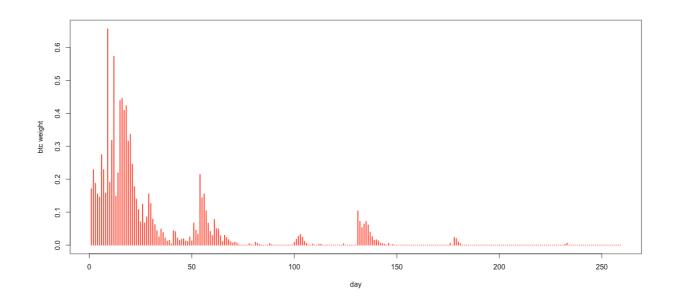
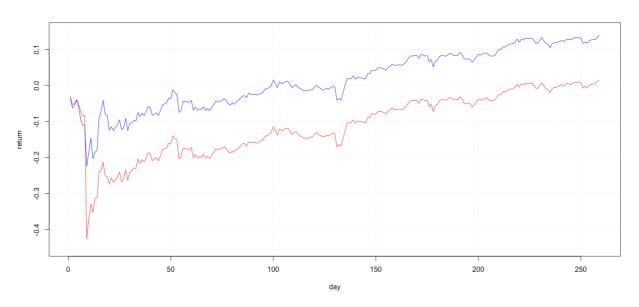


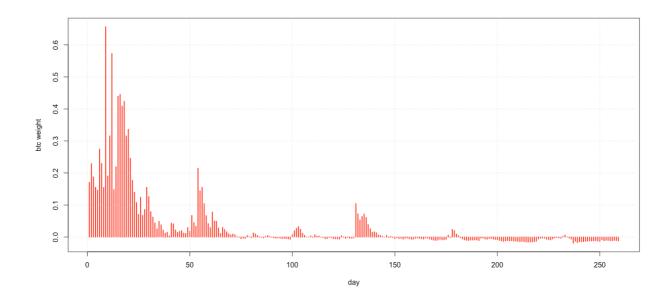
График 15.

Портфели 13–14 (минимизация риска / короткие продажи разрешены) с ребалансировкой (DCC-GARCH).



Примечание: график аккумулятивной доходности для Портфеля 13 выделен синим и для Портфеля 14 красным.

График 16. Доля Віtcoin в Портфеле 14 (минимизация риска / короткие продажи разрешены) с ребалансировкой (DCC-GARCH).



Мы убедились в том, что полученные ранее выводы о применимости различных инвестиционных стратегий для портфелей с криптовалютами справедливы и в ситуации с ежедневной ребалансировкой. Более того, в этот раз инвесторы получили возможность предсказывать будущие цены и волатильность. Но как и до этого, только при некоторых инвестиционных стратегиях использование криптовалют улучшило финансовые показатели портфеля. В нашем случае такой стратегией оказалась максимизация коэффициента Шарпа. При ежедневном пересмотре портфеля она стабильно показывала лучший результат при включении в свой состав криптовалюты. Стратегия минимизации дисперсии напротив, ухудшала свои показатели при наличии у инвестора возможности покупать и продавать криптовалюту.

### Заключение.

В этой работе мы рассмотрели основные подходы к моделированию поведения цен криптовалют, сравнили различные подходы к составлению финансовых портфелей, исследовали взаимосвязь криптовалют и традиционных рынков.

Результаты оценивания моделей временных рядов для криптовалют подтвердили, что крупнейшие по капитализации из них Bitcoin и Ethereum сложнее всего поддаются моделированию в отрыве от остального рынка. При этом были обнаружены статистически значимые свидетельства неэффективности рынка для BinanceCoin, Monero, DogeCoin, Tether, Ripple и Cardano. Это подтверждает гипотезу о том, что на рынке криптовалют присутствуют неэффективности, которые оказывают влияние на торговлю.

Далее мы провели исследование связи крипто активов с традиционными рынками. Была частично подтверждена гипотеза о том, что криптовалюты занимают обособленное место в финансовой системе. Значимых связей между изменением цен на Bitcoin и колебаниями индекса S&P 500 не обнаружено. Также из полученной многомерной модели волатильности нельзя сделать однозначный вывод о перетекании волатильности между традиционными активами и криптовалютами. При этом значимой оказалась текущая корреляция между ними. Это свидетельствует о том, что оба рынка подвержены одним и тем же рыночным циклам, но причинно-следственной связи между изменениями цен на них не наблюдается.

Была подтверждена гипотеза о том, что криптовалюты могут служить инструментом диверсификации финансового портфеля. При некоторых инвестиционных стратегиях портфели, в составе которых имелись криптовалюты, показали устойчиво лучшие результаты по критериям ежедневной доходности и сопутствующего риска. Так портфели, максимизирующие коэффициент Шарпа стабильно показывали лучший результат. Также с криптовалютами хорошо показала себя стратегия, максимизирующая полезность для несклонного к риску инвестора. Портфель оказался хорошо диверсифицирован и показал устойчивость на новых данных. При этом стратегия минимизации дисперсии как с возможностью коротких продаж так и без давала худшие показатели во всех случаях. Наконец, мы воспользовались предсказанными моделями временных рядов ожидаемыми доходностями м уровнями волатильности для составления портфелей. Для портфеля с криптовалютами стратегия максимизации коэффициента Шарпа вновь дала лучший результат, чем если бы криптовалют в его составе не было. При этом было замечено, что крипто активы сопряжены с большим уровнем риска, нежели традиционные активы, что подходит инвесторам с менее чувствительным к уровню риска.

Криптовалюты по-прежнему остаются крайне волатильным, связанным с большим риском финансовым инструментом. Однако, уже сейчас можно сказать, что его присутствие на рынке будет только увеличиваться, а его инфраструктура продолжит формироваться и приобретать законченный вид. Вместе с тем его роль в качестве инвестиционного актива будет становиться всё привлекательнее, что будет только увеличивать число новых инвесторов и формализовывать его присутствие на рынке. Справятся ли криптовалюты с новыми вызовами, покажет только время.

## Список использованных источников и литературы.

- 1. Ante, Lennart. 2021. How Elon Musk's Twitter Activity Moves Cryptocurrency Markets.
- 2. Arvanitis, Stelios, Nikolas Topaloglou и Georgios. Tsomidis. 2021. Investors' Behavior in Cryptocurrency Market.
- 3. Beneki, Christina, Alexandros Koulis, Nikolaos A. Kyriazis, Stephanos. Papadamou. 2019. Investigating volatility transmission and hedging properties between Bitcoin and Ethereum. *Research in International Business and Finance* (Elsevier) vol. 48(C).
- 4. Brauneis, Alexander, Roland. Mestel. 2019. Cryptocurrency-portfolios in a mean-variance framework. *Finance Research Letters* Vol. 28: 259-264.
- 5. Burggraf, Tobias. 2019. Risk-Based Portfolio Optimization in the Cryptocurrency World.
- 6. Canh, Nguyen Phuc, Udomsak Wongchoti, Su Dinh Thanh, Nguyen Trung. Thong. 2019. Systematic risk in cryptocurrency market: Evidence from DCC-MGARCH model. *Finance Research Letters* (Elsevier) vol. 29(C): 90-100.
- 7. Cheikh, N. B., Y. B. Zaied, J. Chevallier. Asymmetric volatility in cryptocurrency markets: New evidence from smooth transition GARCH models, Finance Research Letters, Volume 35, 2020.
- 8. Chohan, Usman W., Usman W. Chohan. 2017. A History of Dogecoin Discussion Series: Notes on the 21st Century.
- 9. Clarke, R., H, de Silva, S. Thorley. 2006. Minimum-Variance Portfolios in the U.S. Equity Market. *The Journal of Portfolio Management* 33: 10-24.
- 10. Clarke, Roger G., Harindra de Silva, Steven. Thorley. 2011. Minimum Variance Portfolio Composition. *Journal of Portfolio Management* Vol. 37 (No. 2): 31-45.
- 11. Ding, Zhuanxin, Clive W.J. Granger, Robert F. Engle. 1993. A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance* Volume 1 (Issue 1): 83-106.
- 12. ElBahrawy, Abeer, Laura Alessandretti, Anne Kandler, Romualdo Pastor-Satorras, Andrea Baronchelli. 2017. Evolutionary dynamics of the cryptocurrency market. *Royal Society Open Science*.
- 13. Engle, R. F., K. F. Kroner. 1995. Multivariate Simultaneous Generalized Arch. *Econometric Theory* vol. 11, no. 1: 122–50.
- 14. Engle, Robert. 2002. Dynamic Conditional Correlation. *Journal of Business & Economic Statistics* 20:3: 339-350.
- 15. Giudici, Paolo, Paolo Pagnottoni, Gloria Polinesi. 2020. Network Models to Enhance Automated Cryptocurrency Portfolio Management. *Front Artif Intell*.

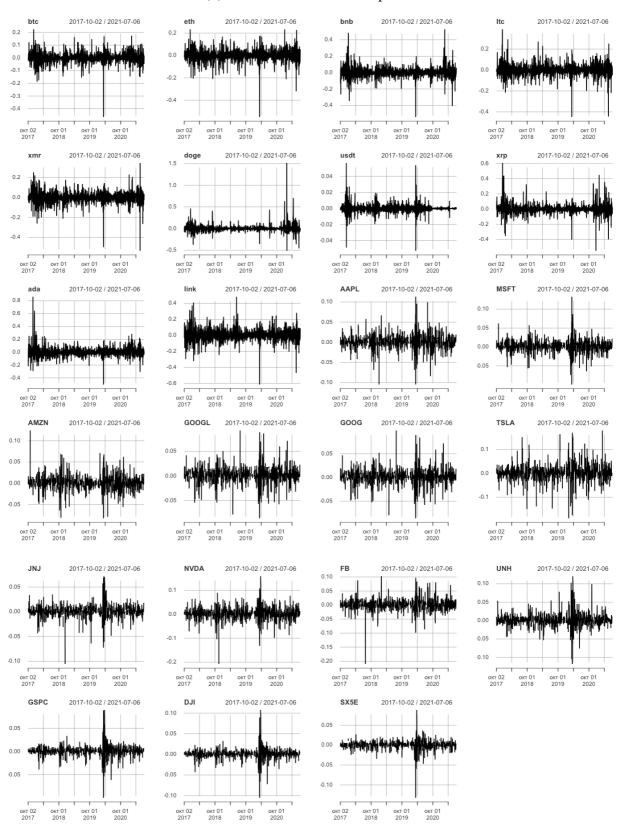
- 16. Glosten, Lawrence R, Jagannathan, Ravi, David E Runkle. 1993. On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance* vol. 48 (issue 5): 1779-1801.
- 17. Hackethal, Andreas, Tobin. Hanspal. 2021. The Characteristics and Portfolio Behavior of Bitcoin Investors: Evidence from Indirect Cryptocurrency Investments. *European Finance Review*.
- 18. Katsiampa, Paraskevi, Shaen Corbet, Brian Lucey. 2019. High frequency volatility comovements in cryptocurrency markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* vol. 62 (issue C): 35-52.
- 19. Katsiampa, Paraskevi, Shaen Corbet, Brian. Lucey. 2019. Volatility co-movement between Bitcoin and Ether. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* Volume 62: 35-52.
- 20. Katsiampa, Paraskevi. 2019. An empirical investigation of volatility dynamics in the cryptocurrency market. *Research in International Business and Finance* (Elsevier) vol. 50(C): 322-335.
- 21. Katsiampa, Paraskevi. 2018. Volatility co-movement between Bitcoin and Ether. *Finance Research Letters* 30.
- 22. Koutmos, Dimitrios. 2018. Bitcoin returns and transaction activity. *Economics Letters* Volume 167: 81-85.
- 23. Kurka, Josef. 2019. Do cryptocurrencies and traditional asset classes influence each other? *Finance Research Letters* vol. 31 (issue C): 38-46.
- 24. Lama, Achal, Girish Jha, Ranjit Paul, Bishal. Gurung. 2015. Modelling and Forecasting of Price Volatility: An Application of GARCH and EGARCH Models. *Agricultural economics research review* 28.
- 25. Markowitz, H. 1952. Portfolio Selection. *The Journal of Finance* 7(1): 77–91.
- 26. Mensi, Walid, Khamis Hamed Al-Yahyaee, Idries Mohammad Wanas Al-Jarrah, Xuan Vinh Vo, Sang Hoon Kang. 2021. Does volatility connectedness across major cryptocurrencies behave the same at different frequencies? A portfolio risk analysis. *International Review of Economics & Finance, Elsevier, vol. 76(C)* 96-113.
- 27. Michaud, Richard O. 1989. The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal? *Financial Analysts Journal*.
- 28. Nelson, D. B. 1991. Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica* 59(2): 347–370.
- 29. Nessrine, Hamzaoui, Boutheina. Regaieg. 2016. The Glosten-Jagannathan-Runkle-Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic Approach to Investigating the

- Foreign Exchange Forward Premium Volatility. *International Journal of Economics and Financial Issues* 6(4): 1608-1615.
- 30. Ravipati, A. 2012. Markowitz's portfolio selection model and related problems.
- 31. Schmitz, Tim, Ingo Hoffmann. 2020. Re-evaluating cryptocurrencies' contribution to portfolio diversification A portfolio analysis with special focus on German investors.
- 32. Silahli, Baykar, Kemal Dincer Dingec, Atilla Cifter, Nezir. Aydin. 2021. Portfolio valueat-risk with two-sided Weibull distribution: Evidence from cryptocurrency markets. *Finance Research Letters* (Elsevier) vol. 38(C).
- 33. Sovbetov, Yhlas. 2018. Factors Influencing Cryptocurrency Prices: Evidence from Bitcoin, Ethereum, Dash, Litcoin, and Monero. *Journal of Economics and Financial Analysis* 2(2): 1-27.
- 34. Taleb, Nassim. 2022. Bitcoin, Currencies, and Fragility.
- 35. Thampanya N., Nasir M. A., Huynh T. L. D. 2020. Asymmetric correlation and hedging effectiveness of gold & cryptocurrencies: From pre-industrial to the 4th industrial revolution. *Technological Forecasting and Social Change* Volume 159.

## Приложение.

### Приложение 1.

#### Доходность активов во времени.



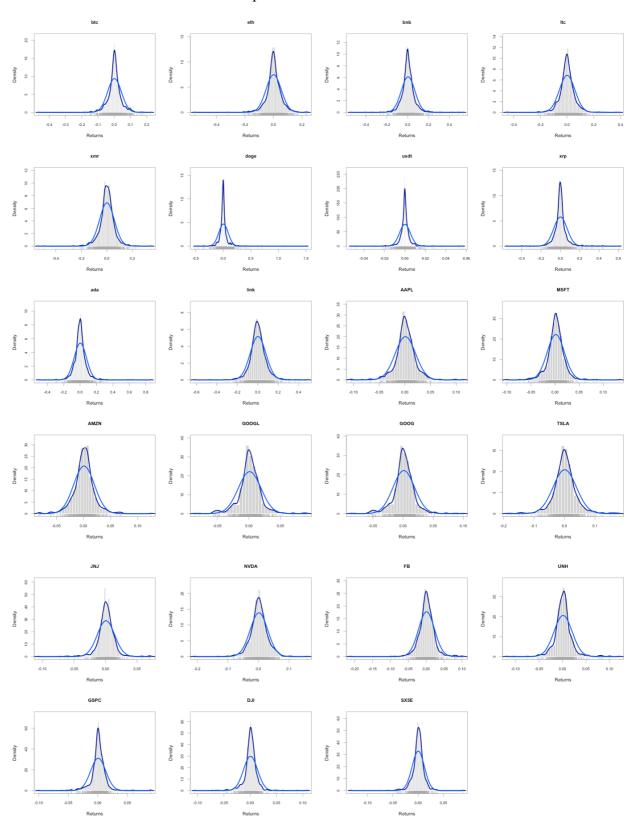
Примечание: получено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

Приложение 2.



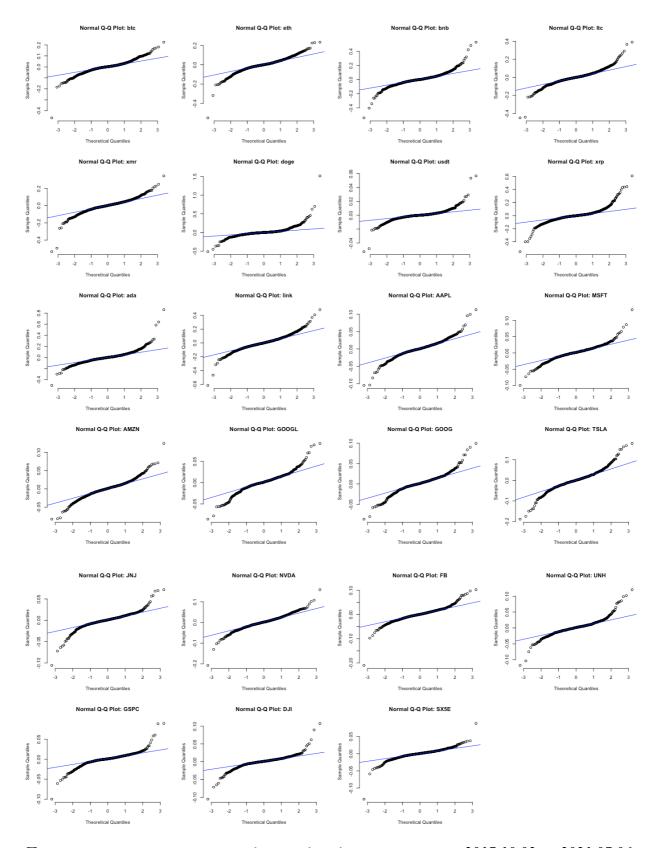
Примечание: получено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

## Гистограмма доходности активов.



Примечание: получено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.

## График квантиль-квантиль для доходности активов.



Примечание: получено на основе данных доходности активов с 2017.10.02 по 2021.07.06.