Problem 2

(a)

$$\begin{cases} p(t^{(i)}=1 \mid y^{(i)}=1) = 1 \\ p(t^{(i)}=0 \mid y^{(i)}=1) = 0 \end{cases}$$

$h(x^{(i)}) \approx (t^{(i)}=1 \mid x^{(i)})$ $\qquad \dfrac{p(t^{(i)}=1 \mid y^{(i)}=1, x^{(i)})\, p(y^{(i)}=1 \mid x^{(i)})}{p(t^{(i)}=1 \mid x^{(i)})}$

conditionally independent $\quad /\!/ \qquad \qquad \|$

$$p(y^{(i)}=1 \mid t^{(i)}=1, x^{(i)}) = p(y^{(i)}=1 \mid t^{(i)}=1) = \frac{p(t^{(i)}=1 \mid y^{(i)}=1)\, p(y^{(i)}=1)}{p(t^{(i)}=1)}$$

Show that $p(t^{(i)}=1 \mid x^{(i)}) = p(y^{(i)}=1 \mid x^{(i)}) / \alpha$

$$\boxed{p(y^{(i)}=1 \mid t^{(i)}=1, x^{(i)}) = \beta \quad (\beta \in \mathbb{R})}$$

$$\left.\begin{aligned} p(y^{(i)}=1 \mid t^{(i)}=1, x^{(i)}) &= \frac{p(t^{(i)}=1 \mid y^{(i)}=1, x^{(i)})\, p(y^{(i)}=1 \mid x^{(i)})}{p(t^{(i)}=1 \mid x^{(i)})} = \beta \\ p(y^{(i)}=1 \mid t^{(i)}=1) &= \frac{p(t^{(i)}=1 \mid y^{(i)}=1)\, p(y^{(i)}=1)}{p(t^{(i)}=1)} = \beta \end{aligned}\right\} =$$

$$p(t^{(i)}=1 \mid y^{(i)}=1, x^{(i)})\, p(y^{(i)}=1 \mid x^{(i)}) = \beta \times p(t^{(i)}=1 \mid x^{(i)})$$

$$\| $$

$$p(t^{(i)}=1 \mid y^{(i)}=1)$$

$$\|$$

$$1$$

$\therefore \; p(y^{(i)}=1 \mid x^{(i)}) = \beta \times p(t^{(i)}=1 \mid x^{(i)})$ ✓