

Номер варианта – Ваш номер N в журнале. Если $N > 14$, то номер варианта $N - 14$.

1. Решить систему уравнений методом прогонки

$$1. \begin{cases} 2X_1 + 2X_2 = 1 \\ -X_1 + 2X_2 - 0,5X_3 = 0 \\ X_2 - 3X_3 - X_4 = 2 \\ X_3 + 2X_4 = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3X_1 + X_2 = 5 \\ X_1 + 2X_2 + X_3 = 6 \\ 3X_2 + 9X_3 + 6X_4 = 25 \\ 2X_3 + 4X_4 = 5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4X_1 + X_2 = 5 \\ X_1 + 3X_2 - 2,5X_3 = 2 \\ 1,5X_2 - 5X_3 + X_4 = 1 \\ 2X_3 + 4X_4 = 7 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 7X_1 - 2X_2 = 5 \\ -2X_1 + 12X_2 + 4X_3 = 8 \\ X_2 - 6X_3 + X_4 = 2 \\ 3X_3 + 5X_4 = 4 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 1,5X_1 + 0,5X_2 = 3,2 \\ -X_1 + 2X_2 - 0,4X_3 = -1 \\ 2,5X_2 + 5X_3 - 2X_4 = 4 \\ X_3 + 3X_4 = 3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3X_1 + X_2 = 5 \\ X_1 + 4X_2 - X_3 = 3 \\ -X_2 + 5X_3 + X_4 = 12 \\ X_3 + 2X_4 = 6 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 6X_1 + 3X_2 = 4 \\ X_1 - 7X_2 - X_3 = -4 \\ X_2 + 4X_3 - X_4 = 3 \\ 2X_3 - 7X_4 = 1 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2,5X_1 + 1,5X_2 = 8,4 \\ -2X_1 + 4X_2 - X_3 = 4 \\ X_2 + 6X_3 - X_4 = 5,6 \\ 2X_3 + 5X_4 = 7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 1,25X_1 - 0,2X_2 = 2,3 \\ -1,7X_1 + 2,87X_2 - X_3 = 4 \\ 1,4X_2 + 4,7X_3 - 2X_4 = 3,5 \\ -X_3 + 5X_4 = 1,4 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 3X_1 + 2,3X_2 = 2 \\ X_1 - 3X_2 + X_3 = 3,2 \\ 2,2X_1 + 4X_2 - X_3 = 6 \\ 5X_3 + 7X_4 = 5 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 10X_1 - 4X_2 = 8 \\ X_1 + 2X_2 - 0,2X_3 = 5,5 \\ X_2 - 7X_3 + X_4 = 2 \\ -2X_3 + 5X_4 = -1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 3X_1 + 2X_2 = 4 \\ X_1 - 8X_2 + X_3 = -1 \\ X_2 + 4X_3 - 3X_4 = 2 \\ X_3 + 2X_4 = 6 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 6X_1 + 3X_2 = 7 \\ X_1 - 2X_2 + 0,3X_3 = 4,3 \\ 2X_2 + 3X_3 - X_4 = 3 \\ -X_3 + 4X_4 = 8 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} X_1 - 0,2X_2 = 2 \\ -3X_1 + 6,2X_2 + X_3 = 4,2 \\ -X_2 + 4X_3 - X_4 = 2,3 \\ X_3 + 2X_4 - 0,3X_5 = 2 \\ X_4 + 2X_5 = 3,4 \end{cases}$$

2. Используя метод конечных разностей, найти решение краевой задачи с точностью до 0.0001

- | | |
|--|--|
| 1. $y'' + y'/x + 2y = x$
$y'(0,7)=0,5$
$y'(1)=1,2$ | 2. $y'' + 2y' - xy = x^2$
$y'(0,6)=0,7$
$y'(0,9)=1$ |
| 3. $y'' - x y' + 2y = x + 1$
$y'(0,9)=2$
$y(1,2)=1$ | 4. $y'' - 3y' + y/x = 1$
$y(0,4)=2$
$y'(0,7)=0,7$ |
| 5. $y'' + xy' + y = x + 1$
$y(0,5)=1$
$y'(0,8)=1,2$ | 6. $y'' - 3y' - y/x = x + 1$
$y'(1,2)=1$
$y'(1,5)=0,5$ |
| 7. $y'' + 2y' - y/x = 3$
$y'(0,2)=2$
$y'(0,5)=1$ | 8. $y'' - y'/2 + 3y = 2x^2$
$y(1)=0,6$
$y'(1,3)=1$ |
| 9. $y'' + 1,5y' - xy = 0,5$
$y(1,3)=1$
$y(1,6)=3$ | 10. $y'' + 4y' - 2y/x = 1/x$
$y'(1,2)=0,8$
$y(0,9)=1$ |
| 11. $y'' + 2xy' - y = 0,4$
$y'(0,3)=1$
$y'(0,6)=2$ | 12. $y'' - y'/2 + 4y/x = x/2$
$y'(1,3)=0,3$
$y(1,6)=0,6$ |
| 13. $y'' - 0,5x y' + y = 2$
$y'(0,4)=1,2$
$y(0,7)=1,4$ | 14. $y'' - y'/x - 0,4y = 2x$
$y(0,9)=1,7$
$y'(0,6)=0,6$ |

3. Решить смешанную задачу для уравнения $u_t = au_{xx} - bu + f$, $0 < x < 1$, $0 < t < T$ с шагом $h=0.01$

1. $a=4, b=0, f=x^2+t^2, T=5, u(0, t) = 0, u(1, t) = t^2, u(x, 0) = x(1 - x)$
2. $a=4, b=1, f=2x^2+1, T=5, u(0, t) = 1, u_x(1, t) = 1, u(x, 0) = 1 - x$
3. $a=1, b=x, f=1+t^2, T=4, u(0, t) = t, u(1, t) = 10 - t, u(x, 0) = 10x$
4. $a=1, b=1, f=e^{x+t}, T=2, u(0, t) = 1, u_x(1, t) = 0, u(x, 0) = 1 - x$
5. $a=9, b=x^2, f=\sin(\pi x), T=3, u(0, t) = t, u_x(1, t) = -1, u(x, 0) = x$

6. $a=9, b=1+t, f=2x^2t, T=5, u_x(0, t) = 1, u_x(1, t) = 0, u(x, 0) = \sin(\pi x)$
7. $a=1, b=5-t, f=2xt^2, T=4, u_x(0, t) = 0, u_x(1, t) = 0, u(x, 0) = \cos(\pi x)$
8. $a=4, b=0, f=t(t+1), T=5, u_x(0, t) = 1, u_x(1, t) = 2, u(x, 0) = \sin(\pi x/2)$
9. $a=16, b=0, f=x+t^2, T=7, u(0, t) = 5t, u(1, t) = t^2, u(x, 0) = \sin(\pi x)$
10. $a=9, b=4, f=0, T=2, u(0, t) = 2t^2, u(1, t) = 2 - 2\cos(t), u(x, 0) = \sin(\pi x)$
11. $a=1, b=x^2(1-x), f=4, T=4, u(0, t) = 1, u_x(1, t) = -1, u(x, 0) = 2x + 1$
12. $a=9, b=1-x^2, f=\sin^2(\pi x), T=3, u(0, t) = 0, u_x(1, t) = 0, u(x, 0) = x\cos(\pi x)$
13. $a=16, b=0, f=x+t, T=4, u(0, t) = 3, u(1, t) = 2 + t^2, u(x, 0) = 3 - x$
14. $a=9, b=1, f=t^2(t+1)/2, T=5, u_x(0, t) = 1, u(1, t) = 0, u(x, 0) = \sin(\pi x)$

4. Решить задачу с помощью PDETools

Изучить, как им пользоваться, например, в doc-файле с руководством

1. Решить краевую задачу для уравнения Лапласа внутри кольцевого сектора со следующими граничными условиями:

$$u|_{\varphi=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \varphi}\bigg|_{\varphi=\pi/2} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r}\bigg|_{r=1} = \cos \varphi, \quad u|_{r=5} = 20\sin 3\varphi.$$

2. Решить краевую задачу для уравнения Лапласа внутри кольцевого сектора со следующими граничными условиями:

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi}\bigg|_{\varphi=0} = 0, \quad u|_{\varphi=\pi/2} = r^2, \quad \frac{\partial u}{\partial r}\bigg|_{r=1} = 0, \quad u|_{r=5} = 25\sin \varphi.$$

3. Решить краевую задачу для уравнения Пуассона $\Delta u = x^2 + 2y^2$ внутри прямоугольника $-4 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 3$ с вырезанным из него эллипсом

$$\frac{(x-1)^2}{4} + 2(y-1)^2 = 1 \text{ со следующими граничными условиями:}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x=-4} = 0, \quad u|_{x=4} = y, \quad u|_{y=0} = 16 - x^2, \quad u|_{y=3} = x - 1, \text{ на границе эллипса } u = 0.$$

4. Решить краевую задачу для уравнения Пуассона $\Delta u = 3 + xy$ внутри прямоугольника $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 4$ с вырезанным из него эллипсом

$$\frac{(x-2)^2}{5} + 3(y-2)^2 = 1 \text{ со следующими граничными условиями: } u|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=4} = 5,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial x} + 2u \right)\bigg|_{x=6} = 0, \text{ на границе эллипса } \frac{\partial u}{\partial n} = 0.$$

5. Решить начально-краевую задачу в круге:

$$u_t = \Delta u, \quad r \in (0, 5), \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad t \in (0, 20),$$

$$u(r, \varphi, 0) = 0, \quad r \in [0, 5), \quad \varphi \in [0, 2\pi],$$

$$u(5, \varphi, t) = 8, \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad t \in [0, +\infty).$$

6. Решить начально-краевую задачу в эллипсе $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

$$u_t = 8 \Delta u, \quad t \in (0, 10),$$

$$u(r, \varphi, 0) = r, \quad u_n(r_0, \varphi, t) = 2(5 + 2t - u)$$

u_n - производная по внешней нормали к границе

7. Решить начально-краевую задачу для уравнения $u_t = \Delta u + xy^2$ внутри прямоугольника $0 \leq x \leq 6, \quad 0 \leq y \leq 4$ с вырезанным из него эллипсом

$$\frac{(x-1.5)^2}{5} + 2(y-2)^2 = 1 \text{ со следующими условиями: } u|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=4} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = 2,$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + 3u \right) \Big|_{x=6} = 0, \text{ на границе эллипса } \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \quad u|_{t=0} = 0, \quad t \in (0, 5).$$

8. Решить начально-краевую задачу для уравнения $u_t = \Delta u + r^2 t(10 - t)$ внутри кольца между эллипсами $\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{25} = 1$ и $\frac{(x-2)^2}{9} + (y+1)^2 = 1$ со следующими условиями: на внешней границе $u=0$, на внутренней $u=10$, Начальное условие $u|_{t=0} = 0, \quad t \in (0, 10)$.

9. Решить начально-краевую задачу для уравнения $u_t = 4\Delta u + t^2(10 - t)$ внутри прямоугольника $0 \leq x \leq 6, \quad 0 \leq y \leq 4$ с вырезанным из него эллипсом

$$\frac{(x-2)^2}{5} + 3(y-2)^2 = 1 \text{ со следующими граничными условиями: } u|_{y=0} = 10, \quad u|_{y=4} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial x} + 3u \right) \Big|_{x=6} = 0, \text{ на границе эллипса } \frac{\partial u}{\partial n} = 0. \text{ Начальное условие}$$

$$u|_{t=0} = 10 - 2.5y, \quad t \in (0, 10).$$

10. Решить краевую задачу для уравнения Гельмгольца $\Delta u + 3u = 0$ внутри эллипса

$$\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{25} = 1 \text{ с вырезанным из него прямоугольником } -1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2. \text{ Граничные}$$

условия: На границе эллипса $u = \sin \varphi + \cos^2 \varphi$, на правой и левой сторонах

прямоугольника $u=1$, на верхней и нижней его сторонах $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

11. Решить краевую задачу для уравнения Гельмгольца $\Delta u - u = 0$ внутри прямоугольника $-5 \leq x \leq 5$, $-2 \leq y \leq 2$ с вырезанным из него эллипсом $\frac{(x+1)^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1$.
Граничные условия: На границе эллипса $u = 0$, на правой и левой сторонах прямоугольника $u = 10$, на верхней и нижней его сторонах $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

12. Решить начально-краевую задачу для уравнения $u_{tt} = \Delta u + 2 \sin t$ внутри круга $x^2 + y^2 = 25$ с вырезанным эллипсом $(x-1)^2 + \frac{(y+1)^2}{8} = 1$ со следующими условиями:
на внешней границе $u = 0$, на внутренней $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$. Начальное условие $u|_{t=0} = 5 - r$, $u_t|_{t=0} = 0$, $t \in (0, 10)$.

13. Решить начально-краевую задачу для уравнения $u_{tt} = \Delta u$ внутри кольцевого сектора. Граничные условия:

$$u|_{\varphi=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \varphi}\bigg|_{\varphi=\pi/2} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r}\bigg|_{r=1} = \sin 2\varphi, \quad u|_{r=5} = \sin 3\varphi.$$

Начальные условия: $u|_{t=0} = 0$, $u_t|_{t=0} = 5 - r$, $t \in (0, 5)$.

14. Решить начально-краевую задачу для уравнения $u_{tt} = \Delta u + 2t(5 - t)$ внутри прямоугольника $-5 \leq x \leq 5$, $-2 \leq y \leq 2$ с вырезанным из него эллипсом $\frac{(x+1)^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$.
Граничные условия: На границе эллипса $u = 0$, на правой и левой сторонах прямоугольника $u = 1$, на верхней и нижней его сторонах $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.

15. Решить краевую задачу для уравнения Гельмгольца $\Delta u + 2u = x^2 + y$ внутри эллипса $\frac{x^2}{49} + \frac{(y-2)^2}{10} = 1$ с вырезанным из него прямоугольником $-1 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 2$. Граничные условия: На границе эллипса $u = 2x - y^2$, на правой и левой сторонах прямоугольника $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$, $u = 1$, на верхней и нижней его сторонах $u = \cos x$.

11. Решить краевую задачу для уравнения Гельмгольца $\Delta u - 5u = 0$ внутри прямоугольника $-5 \leq x \leq 5$, $-1.5 \leq y \leq 4$ с вырезанным из него эллипсом

$\frac{(x+1)^2}{5} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$. Граничные условия: На границе эллипса $u = x^2 y$, на правой и левой сторонах прямоугольника $u=0$, на верхней и нижней его сторонах $\frac{\partial u}{\partial y} = x$.