

---

# 承诺书

我们授权全国大学生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

(指导教师签名意味着对参赛队的行为和论文的真实性负责)

日期: 2018 年 09 月 13 日

(请勿改动此页内容和格式。此承诺书打印签名后作为纸质论文的封面，注意电子版论文中不得出现此页。以上内容请仔细核对，如填写错误，论文可能被取消评奖资格。)

赛区评阅编号（由赛区组委会填写）：

---

**2018 高教社杯全国大学生数学建模竞赛**

**编 号 专 用 页**

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人						
备 注						

送全国评阅统一编号（由赛区组委会填写）：

全国评阅随机编号（由全国组委会填写）：

（请勿改动此页内容和格式。此编号专用页仅供赛区和全国评阅使用，参赛队打印后装订到纸质论文的第二页上。注意电子版论文中不得出现此页。）

# CT 成像系统模型与算法

## 摘要

为什么要成为一个数模无敌高手?“无敌是多么多么寂寞,无敌是多么多么空虚,独自在顶峰中,冷风不断的吹过,我的寂寞,谁能明白我,无敌是多么多么寂寞,无敌是多么多么空虚,躲在天边的她,可不可听我诉说,我的寂寞,无尽的寂寞”。

世界上并没有成为“高手”的捷径,但一些基本原则是可以遵循的。要成为高手,需具备以下条件:1、扎实的基础;2、丰富的想像力;3、最简单的是最好的;4、不钻牛角尖;5、对答案的渴求;6、多与别人交流;7、良好的编程素养;8、韧性和毅力。如果认真听周老师的课,以上8条可以忽略。

**关键字:** 数学建模、高手

## 目录

一、 问题重述.....	3
二、 模型的假设.....	3
三、 符号说明.....	3
四、 图表公式.....	4
4.1 公式.....	4
4.2 图.....	4
4.3 表.....	4
4.4 引用.....	4
附录 A MATLAB 程序.....	6
1.1 主程序.....	6
1.2 问题一.....	7
附录 B 其它程序.....	8

## 一、问题重述

CT(Computed Tomography)可以在不破坏样品的情况下,利用样品对射线能量的吸收特性对生物组织和工程材料的样品进行断层成像,由此获取样品内部的结构信息。一种典型的二维 CT 系统如图 1 所示,平行入射的 X 射线垂直于探测器平面,每个探测器单元看成一个接收点,且等距排列。X 射线的发射器和探测器相对位置固定不变,整个发射-接收系统绕某固定的旋转中心逆时针旋转 180 次。对每一个 X 射线方向,在具有 512 个等距单元的探测器上测量经位置固定不动的二维待检测介质吸收衰减后的射线能量,并经过增益等处理后得到 180 组接收信息。

请建立相应的数学模型和算法,解决以下问题:

1. 在正方形托盘上放置两个均匀固体介质组成的标定模板,模板的几何信息如图所示,相应的数据文件见附件 1,其中每一点的数值反映了该点的吸收强度,这里称为“吸收率”。对应于该模板的接收信息见附件 2。请根据这一模板及其接收信息,确定 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置、探测器单元之间的距离以及该 CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向。
2. 附件 3 是利用上述 CT 系统得到的某未知介质的接收信息。利用 (1) 中得到的标定参数,确定该未知介质在正方形托盘中的位置、几何形状和吸收率等信息。另外,请具体给出图 3 所给的 10 个位置处的吸收率,相应的数据文件见附件 4。

## 二、模型的假设

- 载物托盘平面始终垂直于 CT 旋转轴,发射-接收系统平行于托盘平面。
- X 射线不与样品发生衍射,散射,不考虑硬化效应。
- 模板加工精度足够高,不考虑模板几何形状的误差。

## 三、符号说明

符号	定义
$A$	面积 ( $\text{m}^2$ )
$B$	定义 (单位)
$\gamma$	定义 (单位)
$\theta$	定义 (单位)

## 四、图表公式

### 4.1 公式

见公式 1。

$$E = mc^2 \quad (1)$$

### 4.2 图

问题二结果见图1。

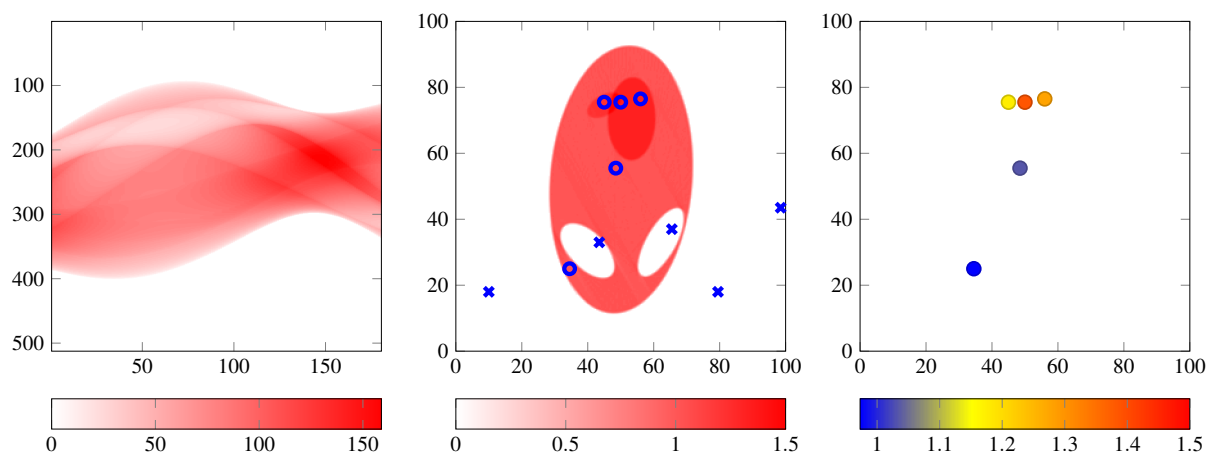


图 1 问题二结果图

### 4.3 表

表格应具有三线表格式，如表 1 所示。

表 1 标准三线表格

$D(\text{in})$	$P_u(\text{lbs})$	$u_u(\text{in})$	$\beta$	$G_f(\text{psi.in})$
5	269.8	0.000674	1.79	0.04089
10	421.0	0.001035	3.59	0.04089
20	640.2	0.001565	7.18	0.04089

### 4.4 引用

第4.1小节给出了一个公式的例子。第一问的解题程序见附录 附录 A 中的代码 2。随便胡乱的引一个文献 [1]，再引两个 [2, 3]。

## 参考文献

- [1] Eric Beauregard, Jean Proulx, and D. Kim Rossmo. Spatial patterns of sex offenders: Theoretical, empirical, and practical issues. *Aggression and Violent Behavior*, 10(5):579–603, 2005.
- [2] Scotia J. Hicks and Bruce D. Sales. *Crime Analysis: From First Report to Final Arrest*. American Psychological Association, Washington, DC, 2006.
- [3] 王永庆. 人工智能原理与方法. 西安交通大学出版社, 1998.

## 附录 A MATLAB 程序

主程序见代码 1。主程序调用了 `getparm` 函数，这个函数的定义见代码 2。

### 1.1 主程序

代码 1: 主程序

```
1 % 2017 CUMCM problem A - Parameters Calibration on CT System
2 %
3 % September 18, 2017
4 %
5
6 %% -----
7 % problem 1
8
9 [phi, d, xc, yc] = getparm;
10
11 %% -----
12 % problem 2
13 proj0 = load('data/3.dat');
14 figure('name', 'Problem 2-1')
15 [xyrate, img] = proj2img(proj0, phi, d, xc, yc, 1);
16
17 figure('name', 'Problem 2-2')
18 proj = img2proj(img, phi, d, xc, yc, 1);
19
20 figure('name', 'Problem 2-3')
21 subplot(2,1,1); imagesc([0,179]+phi, [1,512], proj0); colorbar;
22 subplot(2,1,2); imagesc([0,179]+phi, [1,512], proj); colorbar;
23
24 %% -----
25 % problem 3
26 proj0 = load('data/5.dat');
27 figure('name', 'Problem 2-1')
28 [xyrate, img] = proj2img(proj0, phi, d, xc, yc, 1);
29
30 figure('name', 'Problem 2-2')
31 proj = img2proj(img, phi, d, xc, yc, 1);
32
33 figure('name', 'Problem 2-3')
34 subplot(2,1,1); imagesc([0,179]+phi, [1,512], proj0); colorbar;
35 subplot(2,1,2); imagesc([0,179]+phi, [1,512], proj); colorbar;
```



## 1.2 问题一

### 代码 2: 参数计算程序

```
1 function [phi, d, xc, yc] = getparm(isplot)
2 % 2017 CUMCM problem A - Parameters Calibration on CT System
3 %
4 % September 18, 2017
5 %
6
7 if nargin==0; isplot = 1; end
8
9 phantom = load('data/1.dat');
10 proj = load('data/2.dat');
11
12 width = sum(proj>0); % Projection width
13
14 [wmax, imax] = max(width);
15 [wmin, imin] = min(width);
16
17 % phase/initial angle
18 phi = 180-imin;
19
20 % distance between two adjacent receivers
21 d = 80/sum(proj(:,imax)>0);
22
23 % rotation center on square pallet
24 idy = find(proj(:,imax)>0);
25 yc = (256-(max(idy)+min(idy))/2)*d;
26
27 idx = find(proj(:,imin)>0);
28 idx = idx(idx>100);
29 xc = -(256-(max(idx)+min(idx))/2)*d;
30
31
32 %% -----
33 if ~isplot; return; end
34
35 figure('name', 'Problem 1-1')
36 hp = imagesc([0,179]+phi, [1,512], proj);
37 hold on
38 plot([90,180; 90 180], [0 0; 512 512], 'w')
39 plot([0,179]+phi, [256.5, 256.5], 'w')
40 xlabel('Incident directions of X-rays (degree)');
41 ylabel(sprintf('512 receivers (%5.4f mm)', d));
42
43 plot( 90, (max(idy)+min(idy))/2, 'rx', 90, 256.5, 'ro');
```

```

44 plot(180, (max(idx)+min(idx))/2, 'rx', 180, 256.5, 'ro');
45
46 % ellipse & circle
47 t = linspace(0,2*pi,90);
48 xi = 15*cos(t);
49 yi = 40*sin(t);
50
51 xi2 = 4*cos(t)+45;
52 yi2 = 4*sin(t);
53
54 % square pallet
55 xb = [-50 50 50 -50 -50]';
56 yb = [-50 -50 50 50 -50]';
57
58 figure('name', 'Problem 1-2')
59 fill(xb, yb,[0.6,0.6,0.6])
60 hold on
61 fill(xi,yi,'r', xi2, yi2,'r')
62 plot(xc,yc,'bx',0,0,'ok');
63 xlabel('x (mm)'); ylabel('y (mm)')
64 axis image
65 axis([-60 60 -60 60])
66 text(xc-10,yc+5,sprintf('(%6.4f,%6.4f)', xc, yc), 'color', 'blue')

```

## 附录 B 其它程序

### 代码 3: 一个 C++ 程序

```

1 #include <stdio.h>
2 int main(int argc, char ** argv)
3 {
4     printf("Hello world!\n"); // heollo world!
5     return 0;
6 }

```

### 代码 4: 一个 python 程序

```

1 from pylab import *
2 import scipy.signal as signal
3 #A function to plot frequency and phase response
4 def mfreqz(b,a=1):
5     w,h = signal.freqz(b,a)
6     h = abs(h)
7     return(w/max(w), h)

```