

# Laboratorio 4 - Circuitos Electrónicos I - Ing. Electrónica

Ignacio Nahuel Chantiri 69869/1  
Universidad Nacional De La Plata, Argentina, Julio 2024.

**Resumen**—El análisis de laboratorio presentado describe el estudio de un amplificador en configuración Cascode. Se propuso como objetivo verificar el comportamiento a frecuencias medias y altas y compararlo con una etapa simple de Emisor Común.

## I. INTRODUCCIÓN

El informe posee el siguiente formato:

Primeramente, incluye un *Marco Teórico* que abarca las explicaciones y describe el comportamiento esperado.

A continuación, se presenta el *Desarrollo experimental*, con la descripción del set-up y conexiones de la placa, junto con los resultados y mediciones correspondientes, seguido finalmente de una conclusión y comparación con las cuentas analíticas para cada uno de los pasos realizados.

## II. MARCO TEÓRICO

La placa utilizada es la diagramada en la Figura Figura 1.

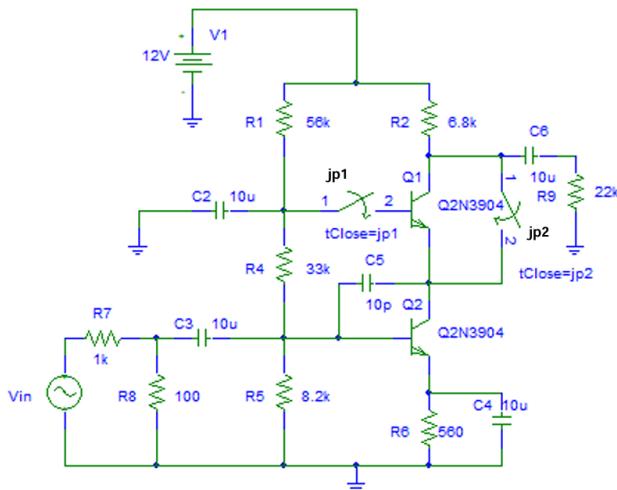


Fig. 1. Diagrama circuital de la placa utilizada.

Se compone de una configuración Cascode con dos jumpers (jp1 y jp2) que deja en uso el Cascode, o permite saltarse la etapa de Base Común, dejando en operación solamente la etapa de Emisor Común. Esto permitirá analizar la Ganancia de Tensión y el Ancho de Banda para ambos casos, solamente abriendo o cerrando los jumpers.

### II-A. Aproximación del polo dominante y Método de las Constantes de Tiempo.

Obtener la frecuencia de corte por medio de la transferencia de un amplificador puede ser una tarea engorrosa, por lo que para simplificar el análisis, se considera que la

respuesta en frecuencia del circuito está dado solamente por el comportamiento del polo más bajo. Para ello se asume que la frecuencia del polo más bajo es mucho menor que la del polo que le sigue, de modo que mientras más separados estén los polos, mejor es la aproximación.

Una transferencia genérica de tres polos reales y ningún cero finito tendrá la siguiente forma:

$$A = \frac{A_0}{(1 + s/p_1)(1 + s/p_2)(1 + s/p_3)} \quad (1)$$

$$A = \frac{A_0}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3} \quad (2)$$

Donde  $A_0$  es la ganancia de continua.

Se tiene entonces:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} \\ a_2 = \frac{1}{p_1 \cdot p_2} + \frac{1}{p_1 \cdot p_3} + \frac{1}{p_2 \cdot p_3} \\ a_3 = \frac{1}{p_1 \cdot p_2 \cdot p_3} \end{cases} \quad (3)$$

Ahora, considerando  $p_1 \ll p_2 \ll p_3$  se llega a la expresión final de los polos en función de los coeficientes  $a_i$ :

$$\begin{cases} p_1 \approx \frac{1}{a_1} \\ p_2 \approx \frac{a_1}{a_2} \\ p_3 \approx \frac{a_2}{a_3} \end{cases} \quad (4)$$

Haciendo uso de estas últimas expresiones, nos interesa particularmente la ubicación del polo dominante  $p_1$ . Para hallarlo, necesitamos saber el valor de  $a_1$ . Si se considera que el circuito visto desde los terminales de los capacitores existentes contiene sólo resistencias y fuentes dependientes, la transferencia para un circuito de tres polos se puede rescribir como:

$$a_1 = C_1 R_{11}^0 + C_2 R_{22}^0 + C_3 R_{33}^0 \quad (5)$$

Donde  $R_{11}^0$ ,  $R_{22}^0$  y  $R_{33}^0$  son las impedancias vistas desde los capacitores  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  a frecuencia cero. Como expresión general para  $N$  capacitores, se expresa el coeficiente  $a_1$  como:

$$a_1 = \sum_{i=1}^N C_i R_{ii}^0 \quad (6)$$

En resumen, se puede expresar  $a_1$  como la suma de las constantes de tiempo de cada capacitor individual cuando el resto de los capacitores están a circuito abierto.

Esta expresión es sumamente útil para aproximar la frecuencia de corte de un circuito multietapa como el que se analiza en este laboratorio, simplemente calculando la inversa de  $a_1$  según lo visto en la ecuación 6.

### II-B. Tiempo de respuesta (tiempo de subida)

Se denomina *Tiempo de subida* o *Tiempo de respuesta* al tiempo que tarda en reaccionar la señal de salida  $V_o$  ante un escalón en la entrada. Generalmente, se mide el intervalo de tiempo que tarda en tomar entre el 10 % y el 90 % de su valor final; por lo que es un indicador de cuán rápido puede responder el amplificador a una discontinuidad en la tensión de entrada. Para un circuito de un solo polo, el tiempo de respuesta  $t_r$  se relaciona con la frecuencia de corte según:

$$t_r = \frac{0.35}{f_H} \quad (7)$$

Esta fórmula es válida como aproximación para un circuito con más de un polo, como es el caso.

### II-C. Configuración Cascode.

La configuración Cascode tiene como objetivo el aumento de la impedancia de salida, y reducir el efecto de la capacidad de Miller, responsable de la limitación del Ancho de Banda del amplificador.

Para lograrlo, se colocan en cascada un par de transistores idénticos (idealmente), uno en Emisor Común y el otro en Base Común, en ese orden.

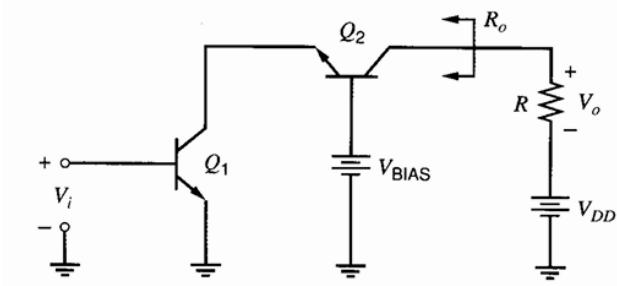


Fig. 2. Configuración cascode.

A continuación, se procede a analizar la placa diagramada en la Figura 1 en sus dos configuraciones posibles.

### II-D. Análisis de la Placa en Emisor Común. (jp1 abierto, jp2 cerrado)

El circuito de la Figura es un equivalente a dejar el jp1 abierto y el jp2 cerrado.

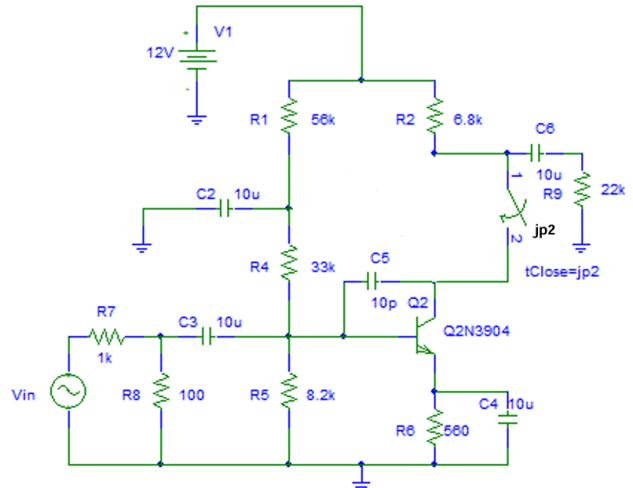


Fig. 3. Equivalente al circuito de la placa para polarización, con jp1 abierto y jp2 cerrado.

**II-D.1. Polarización del EC:** Para los datos de la placa:  $V_{cc} = 12V$ ,  $\beta = 200$ ,  $f_t = 270MHz$ ,  $C_\mu = 4pF$   
Se obtuvieron los siguientes valores de polarización:

- $V_e = V_b - 0.7V = 12V \cdot \frac{8.2k\Omega}{8.2k\Omega + 33k\Omega + 58k\Omega} - 0.7V \approx 0.29V$
- $I_{cq} = \frac{V_e}{R_e} = \frac{0.29V}{560\Omega} \approx 521\mu A$
- $V_{ce} = V_{cc} - I_{cq}R_c - V_e = 12V - (6.8k\Omega)(521\mu A) - 0.29V \approx 8.16V$
- $g_m = \frac{I_{cq}}{V_T} = \frac{521\mu A}{26mV} = 20.03m$
- $r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{200}{20.03m} = 10k\Omega$

**II-D.2. Respuesta del EC a frecuencias medias:** Para el análisis a frecuencias medias, se ignora el comportamiento capacitivo del transistor. El circuito final de frecuencias medias queda representado por el diagrama de la Figura 4

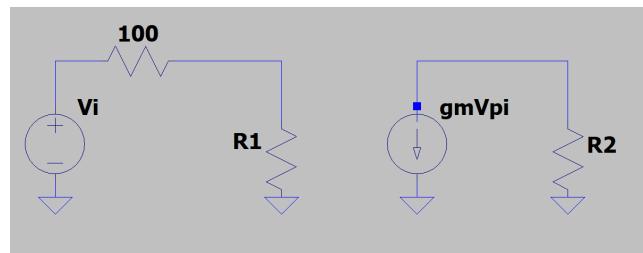


Fig. 4. Equivalente al circuito de la placa para frecuencias medias, con jp1 abierto y jp2 cerrado.

Con el modelo de pequeña señal de este circuito, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} V_o = -gmV_\pi R_2 \Omega \\ V_\pi = \frac{V_i R_1}{R_1 + 1k\Omega} \end{cases} \quad (8)$$

Siendo:

$$R_1 = (r_\pi // 33k // 8,2k // 100)\Omega \approx 97,5\Omega \quad (9)$$

y

$$R_2 = (22k // 8,8k)\Omega \approx 5,2k\Omega. \quad (10)$$

La ganancia de Tensión  $A_v$  para el EC queda expresada como:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-gmR_1R_2\Omega}{R_1 + 1k\Omega} \quad (11)$$

Resolviendo:

$$A_v = -9.2554 \quad (12)$$

*II-D.3. Respuesta del EC a frecuencias altas:* Para el análisis a frecuencias altas se considera también el comportamiento capacitivo del transistor. El circuito final de frecuencias altas queda representado por el diagrama de la Figura 5.

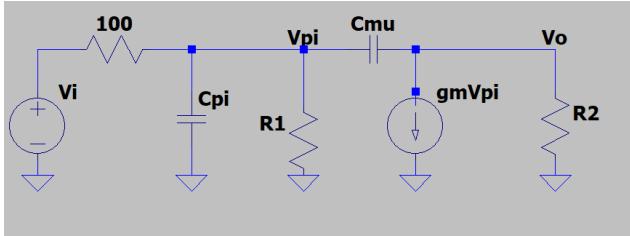


Fig. 5. Equivalente al circuito de la placa para frecuencias altas, con jp1 abierto y jp2 cerrado.

Se procede al análisis por método de las constantes de tiempo.

La resistencia  $R_\pi^0$  vista desde el capacitor  $C_\pi$  con el capacitor  $C_\mu$  a circuito abierto es:

$$R_\pi^0 = 1k\Omega // R_1 = 1k\Omega // 97,5\Omega \approx 88,86\Omega \quad (13)$$

La resistencia  $R_\mu^0$  vista desde el capacitor  $C_\pi$  con el capacitor  $C_\pi$  a circuito abierto es:

$$R_\mu^0 = R_\pi^0(1 + gmR_2) + R_2 \approx 14,53k\Omega \quad (14)$$

Siendo  $R_2 = 6,8k\Omega // 22k\Omega \approx 5,2k\Omega$

El coeficiente  $a_1$  será:

$$a_1 = C_\pi R_\pi^0 + C_\mu R_\mu^0 \quad (15)$$

Para  $C_\pi = 585,46pF$  y  $C_\mu = 4pF$ :

$$a_1 \approx 0,1118\mu s \quad (16)$$

La frecuencia de corte será  $\frac{1}{a_1}$ :

$$w_H = \frac{1}{0,1118\mu s} \approx 9,07M\frac{rad}{s} \quad (17)$$

$$f_H = \frac{w_H}{2\pi} \approx 1,444MHz \quad (18)$$

*II-D.4. Tiempo de respuesta del EC:* Para el Emisor Común, el tiempo de respuesta con la frecuencia de corte calculada será:

$$t_r = \frac{0,35}{f_H} = \frac{0,35}{1,444MHz} \approx 242,3ns \quad (19)$$

*II-E. Análisis de la Placa en Cascode. (jp1 cerrado, jp2 abierto)*

*II-E.1. Polarización del Cascode:* La corriente de polarización  $I_{cq}$  está dada por la  $V_{be}$  y la  $R_e$  del emisor común, por lo que los valores de polarización son similares.

*II-E.2. Respuesta del Cascode a frecuencias medias:* Del modelo de pequeña señal del Cascode (Figura 6) se puede derivar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} V_o = -gmV_{\pi 2}R_2 \\ V_{\pi 2} = \frac{gmV_{\pi 1}}{gm + r_{\pi 2}^{-1}} \\ V_{\pi 1} = \frac{V_i R_1}{(R_1 + 1k\Omega)} \end{cases} \quad (20)$$

Siendo:

$$R_1 = (r_\pi // 33k // 8,2k // 100)\Omega \approx 97,5\Omega \quad (21)$$

y

$$R_2 = (22k // 8,8k)\Omega \approx 5,2k\Omega. \quad (22)$$

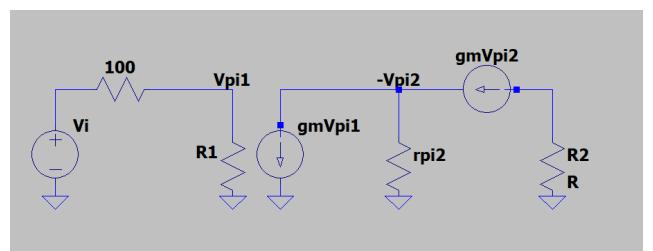


Fig. 6. Equivalente al circuito de la placa para frecuencias altas, con jp1 abierto y jp2 cerrado.

La ganancia de Tensión  $A_v$  para el Cascode queda expresada como:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-gm^2 R_1 R_2}{(R_1 + 1k\Omega)(gm + r_{\pi 2}^{-1})} \approx -9,2 \quad (23)$$

*II-E.3. Respuesta del Cascode a frecuencias altas:* Para el análisis a frecuencias altas se considera también el comportamiento capacitivo de los transistores. El circuito final de frecuencias altas queda representado por el diagrama de la Figura 7.

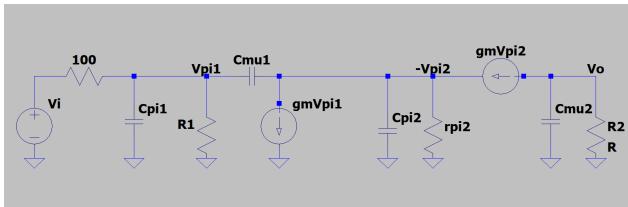


Fig. 7. Equivalente al circuito de la placa para frecuencias altas, con jp1 abierto y jp2 cerrado.

Se procede al análisis por método de las constantes de tiempo.

La resistencia  $R_{\pi 1}^0$  vista desde el capacitor  $C_{\pi 1}$  con el resto de los capacitores a circuito abierto es:

$$R_{\pi 1}^0 = 1k\Omega \parallel R_1 = 1k\Omega \parallel 97,5\Omega \approx 88,86\Omega \quad (24)$$

La resistencia  $R_{\pi 2}^0$  vista desde el capacitor  $C_{\pi 2}$  con el resto de los capacitores a circuito abierto es:

$$R_{\pi 2}^0 = r_{\pi 2} \parallel (Z + R_2) \approx 49,62\Omega \quad (25)$$

La resistencia  $R_{\mu 1}^0$  vista desde el capacitor  $C_{\mu 1}$  con el resto de los capacitores a circuito abierto es:

$$R_{\mu 1}^0 = R_{\pi 2}^0(1 + gmR_{\pi 1}^0) + R_{\pi 1}^0 \approx 226,9\Omega \quad (26)$$

La resistencia  $R_{\mu 2}^0$  vista desde el capacitor  $C_{\mu 2}$  con el resto de los capacitores a circuito abierto es:

$$R_{\mu 2}^0 = (Z + r_{pi2}) \parallel R_2 \approx 2.5k\Omega \quad (27)$$

Siendo:

$$R_2 = 6.8\text{ k}\Omega \parallel 22\text{ k}\Omega \approx 5.2\text{ k}\Omega$$

$$R_1 = (r_{\pi} \parallel 33\text{ k}\Omega \parallel 8.2\text{ k}\Omega \parallel 100\Omega) \approx 97,5\Omega \quad (28)$$

$$Z = gm^{-1} - R_2$$

Para el Cascode, el coeficiente  $a_1$  será:

$$a_1 = C_{\pi 1}R_{\pi 1}^0 + C_{\mu 1}R_{\mu 1}^0 + C_{\pi 2}R_{\pi 1}^0 + C_{\mu 1}R_{\mu 1}^0 \quad (29)$$

Para  $C_{\pi} = 585,46\text{ pF}$  y  $C_{\mu} = 4\text{ pF}$ :

$$a_1 \approx 919,3\mu\text{s} \quad (30)$$

La frecuencia de corte será  $\frac{1}{a_1}$ :

$$\omega_H = \frac{1}{919,3\mu\text{s}} \approx 10,877M\frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (31)$$

$$f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} \approx 1,731\text{ MHz} \quad (32)$$

*II-E.4. Tiempo de respuesta del Cascode:* Para el Cascode, el tiempo de respuesta con la frecuencia de corte calculada será:

$$t_r = \frac{0,35}{f_H} = \frac{0,35}{3\text{ MHz}} \approx 202,1\text{ ns} \quad (33)$$

### III. DESARROLLO EXPERIMENTAL

Habiendo estudiado la placa de manera teórica previamente, se procedió a comprobar los resultados empíricamente. Para todas las medidas de esta sección, la onda amarilla en el osciloscopio corresponde a la señal de entrada, mientras que la onda azul/celeste. corresponde a la de salida. Se polarizó la placa con una  $V_{cc}$  de 12V. La señal de entrada es una sinusode de  $V_{max} = 100\text{ mV}$ .

#### III-A. Ganancia a Frecuencias Medianas del Emisor Común

Se cerró el jp2 y se abrió el jp1, de manera que solo quede conectado el Emisor Común, y se midió la ganancia a un

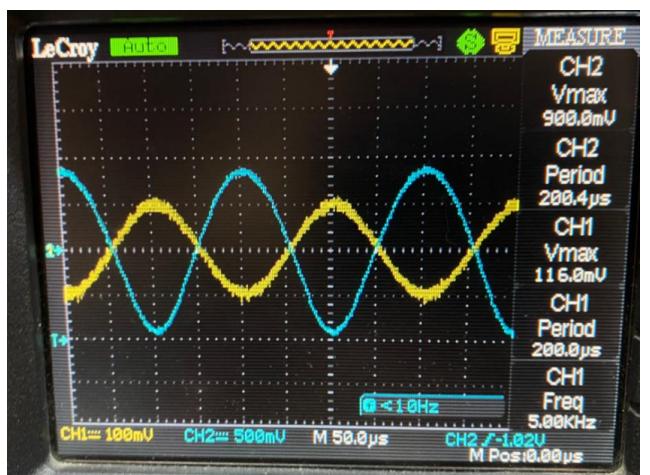


Fig. 8. Ganancia de la etapa del emisor común. Entrada en amarillo, salida en celeste.

La ganancia observada experimentalmente a frecuencias medianas para el Emisor Común fue  $A_v = \frac{900\text{ mV}}{116\text{ mV}} \approx 7.8$

#### III-B. Frecuencia de corte $f_H$ del Emisor Común.

Para hallar la frecuencia de corte se buscó una atenuación de 3dB en la salida del amplificador. Esto es:

$$V_o = \frac{900\text{ mV}}{\sqrt{2}} \approx 636\text{ mV} \quad (34)$$

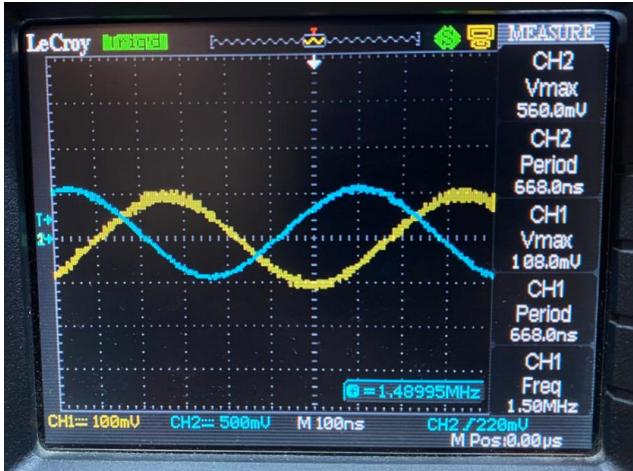


Fig. 9. Se midió la frecuencia para una atenuación de 3dB (aproximadamente 636mV en la salida). Entrada en amarillo, salida en celeste.

La frecuencia de corte medida para el Emisor Común fue  $f_H = 1,49\text{Mhz}$

### III-C. Respuesta temporal $t_r$ del Emisor Común.

El tiempo de respuesta  $t_r$  se midió primeramente con la función de "Rise Time" del osciloscopio, a una frecuencia media, de  $100\text{kHz}$ . De todas maneras, se comprobó esa medición manualmente, posicionando los cursos entre el 10% y el 90% del valor final de  $960\text{mV}$  ( $96\text{mV}$  y  $864\text{mV}$ , respectivamente) y midiendo la diferencia de tiempo.



Fig. 10. Se observa el tiempo de respuesta en la esquina inferior derecha, como "Rise Time"

El tiempo de respuesta medido para el Emisor Común fue  $t_r = 304\text{ns}$ .

### III-D. Ganancia a Frecuencias Medianas del Cascode.

Se abrió el jp2 y se cerró el jp1, de manera que quede el Emisor Común en cascada con el Base Común.

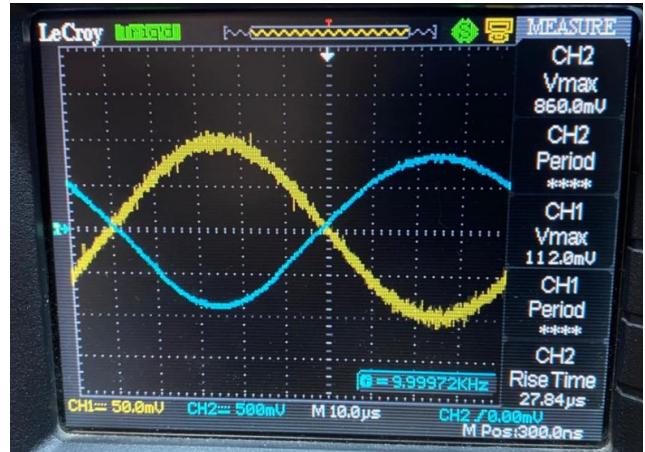


Fig. 11. Ganancia del Cascode. Entrada en amarillo, salida en celeste.

La ganancia observada experimentalmente a frecuencias medianas para el Cascode fue  $A_v = \frac{860\text{mV}}{112\text{mV}} \approx 7.7$

### III-E. Frecuencia de corte $f_H$ del Cascode.

Para hallar la frecuencia de corte se buscó una atenuación de 3dB en la salida del amplificador. Esto es:

$$V_o = \frac{860\text{mV}}{\sqrt{2}} \approx 608\text{mV} \quad (35)$$



Fig. 12. Se midió la frecuencia para una atenuación de 3dB (aproximadamente 608mV en la salida). Entrada en amarillo, salida en celeste.

La frecuencia de corte medida para el Cascode fue  $f_H = 1,55\text{Mhz}$ .

### III-F. Respuesta temporal $t_r$ del Emisor Común.

El tiempo de respuesta para el Cascode se midió de manera exactamente igual a que la del Emisor Común.

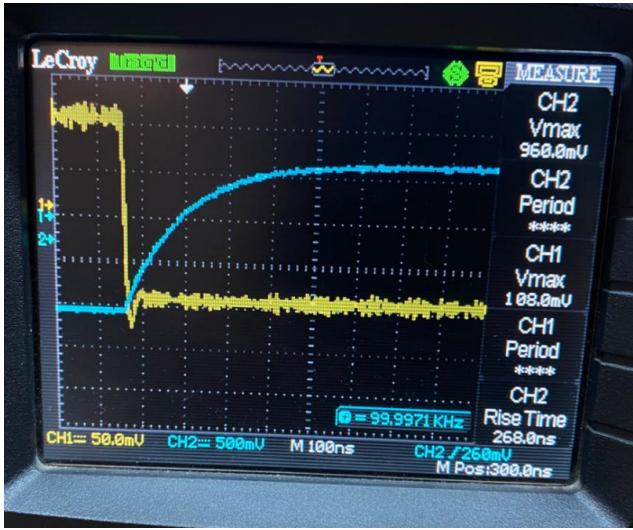


Fig. 13. Se observa el tiempo de respuesta en la esquina inferior derecha, como "Rise Time"

El tiempo de respuesta medido para el Cascode fue  $t_r = 268\text{ns}$ .

#### IV. MEDICIONES Y RESULTADOS

A continuación se muestran dos tablas. La Tabla I contiene los resultados obtenidos experimentalmente para las configuraciones EC y Cascode. La tabla II contiene los resultados obtenidos analíticamente en la sección *Marco Teórico*.

	Emisor Común	Cascode
$A_v$ (freq. medias)	-7,8	-7,7
$f_H$ [MHz]	1,49	1,55
$t_r$ [ns]	304	268

TABLA I. Resultados experimentales

Primeramente se observa que la Ganancia de Tensión se mantuvo prácticamente constante para ambas configuraciones, mientras que se obtuvo un aumento del ancho de banda de aproximadamente  $60\text{kHz}$  (Mejora del 4%). A su vez, se logró una reducción del tiempo de respuesta de  $36\text{ns}$  (Mejora del 11%)

	Emisor Común	Cascode
$A_v$ (freq. medias)	-9,25	-9,2
$f_H$ [MHz]	1,444	1,731
$t_r$ [ns]	242	202

TABLA II. Resultados teóricos esperados.

Se esperaba, según lo calculado, un aumento del 19,8% del ancho de banda, ademas de una reducción del 16,5% del tiempo de respuesta. Con respecto a la ganancia, se esperaba que se mantenga constante para ambas configuraciones.

Si se comparan los valores medidos con los teóricos, el error en la ganancia fue de aproximadamente 18,5% tanto para el EC como para el Cascode, mientras que el error relativo para la frecuencia de corte fue muy pequeño para el caso del EC (3,1%) y un poco mayor para el Cascode

(11,6%). Para el tiempo de respuesta, el error medido para el EC fue del 25,6%, y del 32,6% para el Cascode.

#### V. CONCLUSIONES

En sí, los resultados fueron los esperados con lo que respecta al aumento del ancho de banda, la reducción del tiempo de respuesta, y la invariabilidad de la ganancia. Ahora, teniendo en cuenta qué tan buena es dicha mejora, los experimentos realizados demuestran que el aumento de casi el 20% del ancho de banda no sucedió, sino que fue mucho menor (alrededor del 4%), por lo que quizás para muchas aplicaciones, esta configuración quizás no sea la adecuada para aumentar el rango de frecuencias de operación. Con respecto al tiempo de respuesta, el aumento fue del 11%, que es un aumento poco más considerable.

#### REFERENCES

- [1] J. Millman and A. Grabel, "Microelectrónica," McGraw-Hill, New York, 6ta edición, 1993.
- [2] P. R. Gray and R. G. Meyer, "Analysis and Design of Analog Integrated Circuits," John Wiley Sons, New York, 4th edition, 2001