Laboratorio 1 - Control Automático II - Ing. Electrónica

Ignacio Nahuel Chantiri 69869/1
Thomas Jorge Sille 68373/6
Universidad Nacional De La Plata, Argentina.

I. Introducción

El laboratorio se centra en la implementación de la técnica de control por realimentación de estados.

II. Marco teórico

II-A. Identificación de Bloques y sus funciones de transferencia.

Se presenta a continuación el circuito con los distintos bloques identificados.

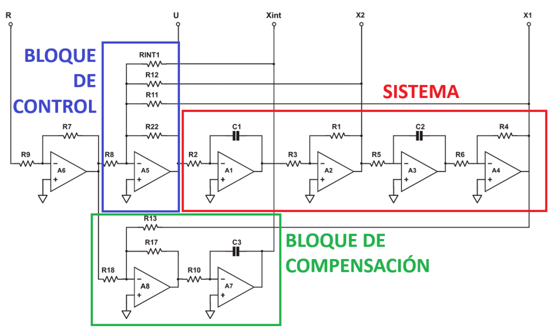

Fig. 1. Diagrama del circuito con los distintos bloques identificados

- **Sistema:** Compuesto por dos integradores. Para compensar la inversión asociada a la etapa de integración, se utilizan también dos inversores, uno a la salida de cada integrador. Tiene como entrada U, y $X1$ como salida.

$$\begin{cases} X_2 = \frac{U}{C_1 R_2 s} \\ X_1 = \frac{U}{(C_1 R_2 s)(C_2 R_5 s)} \end{cases}$$

  Se obtiene:

$$\frac{X_1}{U} = \frac{1}{(C_1 R_2)(C_2 R_5) s^2} \tag{1}$$

  Reemplazando por los valores reales, y teniendo en cuenta que $R_2 C_1 = R_5 C_2$:

$$\frac{X_1}{U} = \frac{10{,}000}{s^2} \quad [seg^2] \tag{2}$$

- **Bloque de control:** Lo compone un sumador con una ganancia distinta para cada valor de entrada. Su salida es U, y sus entradas, X_1, X_2 y X_{int}

$$U = R - \frac{R_{22}}{R_{int}} X_{int} - \frac{R_{22}}{R_{12}} X_2 - \frac{R_{22}}{R_{11}} X_1 \quad [\,] \tag{3}$$

  Expresado de este modo, quedan en evidencia las 3 distintas transferencias del bloque, dependiendo de cada entrada.

- **Bloque de compensación:** El bloque resta el valor de referencia $-R$ con la salida $X1$, y luego integra esta diferencia o error. Su salida es X_{int}.

$$X_{int} = \frac{-(R - X_1)}{s R_{10} C_3} \quad [\,] \tag{4}$$

II-B. Bloques y sus sistemas de variables de estado

El sistema representado por sus variables de estado $x = (x_1\ , x_2)$, se halla expresado en la forma:

$$\dot{x} = Ax + BU$$
$$y = Cx + DU$$

Para el bloque *Sistema*, las matrices correspondientes son:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_5 C_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_2 C_1} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

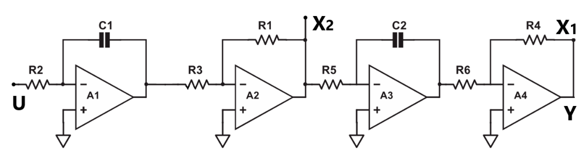

Fig. 2. Diagrama del bloque Sistema

Para el bloque de *Compensación*, teniendo en cuenta que el bloque inversor tiene ganancia 1, obtenemos un sistema de una sola variable de estado, X_{int}. Para un entendimiento más claro, se decidió representar el sistema no en forma matricial, sino como ecuacion diferencial:

$$\frac{dX_{\text{int}}}{dt} = \frac{R}{R_{10} C_3} - \frac{Y}{R_{10} C_3} \tag{5}$$

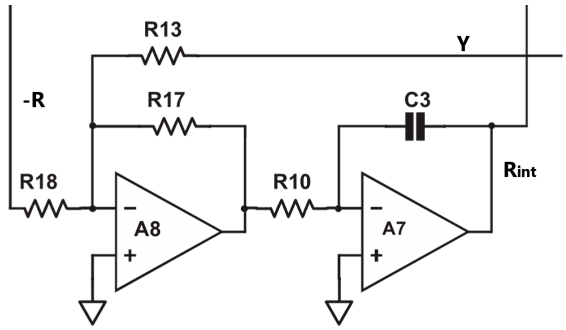

Fig. 3. Diagrama del bloque de compensación de error

II-C. *Análisis de Controlabilidad*

Previamente obtuvimos las matrices A y B:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_5C_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_2C_1} \end{bmatrix},$$

Llevándolas a la Forma Canónica Controlable mediante el cambio de variables $x_1 = x_1R_5C_2$, $x_2 = x_2R_5C_5$, (corregir) resulta:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{(RC)^2} \end{bmatrix}, \quad D = 0$$

Se evidencia ahora la controlabilidad del sistema, pues las ecuaciones de estado son:

$$\dot{x_1} = x_2$$
$$\dot{x_2} = U$$

Donde la entrada U controla $\dot{x_2}$, por lo que controla x_2.
A su vez, x_2 controla $\dot{x_1}$, por lo que también controla x_1
De esta manera, se accede a todas las variables de estado mediante la entrada U, lo que demuestra la controlabilidad del sistema.

II-D. *Análisis de Observabilidad*

Podemos obtener la Forma Canónica Observable partiendo de la forma Canónica Controlable, sabiendo que

$$A_c^T = A_o$$
$$B_c^T = C_o$$

Donde el subíndice c indica forma controlable y o forma observable. De esta forma obtenemos A_o y C_o, presentados a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Y las ecuaciones de estado son:

$$\dot{x_2} = x_1$$
$$y = x_2$$

El análisis de observabilidad es análogo, mediante Y.
La salida Y es observable, por lo que x_2 es observable.
Al ser x_2 conocida, también lo es $\dot{x_2}$.
Finalmente, a través de $\dot{x_2}$ observamos x_1

II-E. *Autovalores, polos de lazo abierto del sistema*

Los autovalores de lazo abierto del sistema pueden obtenerse hallando las soluciones de la ecuación característica:

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Pues la matriz A es conocida.
Desarrollando, se obtiene:

$$\lambda_{1,2} = 0$$

Esto se condice con la existencia de un polo doble en el origen, que se aprecia facilmente en la *función de transferencia del sistema* (2).

La posición de los autovalores, es decir, de los polos, podría ser verificada en la práctica con un barrido de frecuencia.