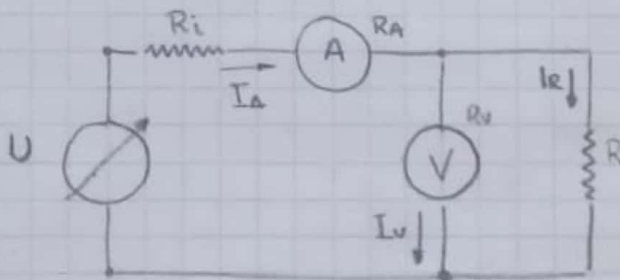


Ejercicio N°1: Se midió una  $R$  de aproximadamente  $17 \Omega$ , cuyo valor se mantiene sin variaciones mientras no se supere su corriente admisible que es de  $5 A$ . Se utilizó el método de voltímetro amperímetro, conexión corta, empleando una fuente variable  $0-20 V$  con  $R_i < 0,1 \Omega$ . Los instrumentos usados y sus lecturas fueron:

- Voltímetro digital,  $3 \frac{1}{2}$  dígitos, alcance  $20 V$ ,  $E_v = \pm (0,8\% U_m + 1 \text{ dígito})$ ,  $R_v = 10 M\Omega$ , lectura  $6,02 V$
- Amperímetro analógico,  $C = 0,5$ , alcance  $1 A$ ,  $100 \text{ div}$ ,  $R_a = 0,05 \Omega$ , lectura  $35,1 \text{ div}$ .

a) Dibuje el circuito usado. Empleando el método de la Guía 13D, calcule el valor de  $R$  y exprese el resultado en la forma  $[R \pm U_R]$ , para un intervalo de confianza del 95%.

Método voltímetro - amperímetro - conexión corta



$$\rightarrow R = \frac{U_m}{I_m}, \text{ vemos que } I_m = I_A = I_R + I_v \Rightarrow I_R = I_m - I_v$$

$$\Rightarrow R = \frac{U_m}{I_m - I_v} = \frac{U_v}{I_A - \frac{U_v}{R_v}}$$

Lo utilizamos más adelante para el cálculo de errores, analizando su peso en la medida.

Análisis los errores presentes en la medida

- Error de los instrumentos (fortuito)
- Error de inserción (sistemático).

- Error fortuito

$$\bullet \bar{E}_{Um} = \pm (0.8\% U_m + 1 \text{ Dig}) = \pm (0.8/100 \cdot 6.02 \text{ V} + 10 \text{ mV}) =$$

↓  
alícuota 20V → 2000 cuentas → Dig = 10 mV

$$\bar{E}_{Um} = \pm 0.058 \text{ V} = 58.16 \times 10^{-3} \text{ V}$$

• Amperímetro (Im) → Clase 0.5, Alícuota 1 A, 100 divisiones

$$E_{Im} = \pm \frac{C}{100} \cdot X_f \quad \text{donde } X_f = 1 \text{ A} \Rightarrow E_{Im} = \pm \frac{0.5 \cdot 1 \text{ A}}{100} = \pm 5 \text{ mA}$$

Constante  
en toda la escala

$$I_m = 35.1 \text{ dV} \cdot \frac{1 \text{ A}}{100 \text{ dV}} = 0.351 \text{ A} = 351 \text{ mA}$$

$$e_{Um} = \pm \frac{E_{Um}}{U_m} = \pm \frac{58.16 \times 10^{-3} \text{ V}}{6.02 \text{ V}} \cdot 100 = 0.966\%$$

$$e_{Im} = \pm \frac{E_{Im}}{I_m} \cdot 100 = \pm \frac{5 \times 10^{-3} \text{ A}}{351 \times 10^{-3} \text{ A}} \cdot 100 = 0.83\%$$

Error de inserción (sistemático) - Por consumo propio

⇒ Utilizo la expresión mencionada previamente

$$R = \frac{U_m}{I_m - \frac{U_m}{R_v}} \Rightarrow e_R = \pm \left( 1 + \frac{R}{R_v} \right) \cdot (e_{Um} + e_{Im})$$

$$e_R = \pm \left( 1 + \frac{17 \Omega}{10 \text{ k}\Omega} \right) \cdot (e_{Um} + e_{Im}) \approx \pm (e_{Um} + e_{Im}) = \pm 1.816\%$$

≈ 1 → Error de inserción despreciable frente a (e<sub>Um</sub> + e<sub>Im</sub>)

Analizando  $v_{eff}$ , debemos tomar en cuenta las condiciones propuestas por el enunciado del problema.

$v_{eff} = \infty$  dado que se ha tomado una única medición de cada variable.

$$\rightarrow K = 1.96$$

$$E_R = \pm \frac{1.816}{100} \cdot \frac{6.02 \text{ V}}{351 \text{ mA}} = \pm 0.31\%$$

$$\Rightarrow R = R_m \pm K \cdot E_R = [17.15 \pm 0.6076] \Omega$$

↓  
donde  $K \cdot E_R =$

$$\Rightarrow \therefore R = [17.2 \pm 0.6] [\Omega]$$

b) ¿Fue adecuada la elección de conexión corta o debió usarse conexión larga? Justificar.

Para esto, podemos utilizar el criterio de Rcritica

$$R_c = \sqrt{R_a^2 + R_v^2} = \sqrt{(0.05)^2 + (10 \text{ m})^2} (\Omega) = 707.1 \Omega$$

Como  $R < R_c \rightarrow$  Conexión corta

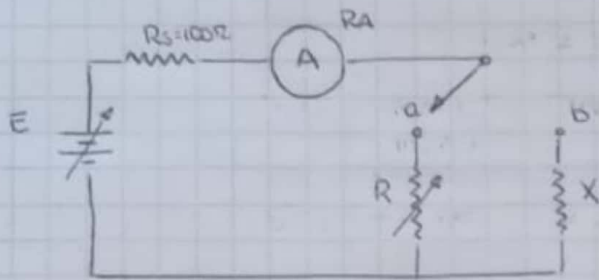
∴ Se pueden utilizar las 2 conexiones, pero si nos basamos en este criterio, está bien elegido el método.

c) ¿Podría mejorar la medición utilizando el mismo circuito y con los mismos instrumentos? Justificar.

Ejercicio N°2 Empleando el circuito de la figura se midió la resistencia  $X$ .  $A$  es un amperímetro analógico,  $C=0.5$ , alcance 10 mA, 100 div,  $R_A=0.05 \Omega$ , res 0.1 de división.  $R$  es una caja de decadas con una tolerancia de 0.2 % para todas sus decadas. El operario logró ajustar el circuito de modo tal que el amperímetro indicara 80.3 divisiones, tanto con la llave "a" como en "b", para ajustar de  $R$  en:

$$R = 2 \times 100 \Omega + 5 \times 10 \Omega + 4 \times 1 \Omega + 8 \times 0.1 \Omega$$

a) Deduzca y calcule el error de insensibilidad.



El método es sencillo, en una etapa de la medición se tiene al conjunto excitación - detector (en este caso el amperímetro) - incógnita ( $X$ ) y se observa la indicación del detector. Luego se intercambia la incógnita por el patrón, y eventualmente se lo ajusta hasta lograr la misma indicación en el detector.

Este método posee ventajas comparativas frente a otros métodos pero introduce un nuevo tipo de error a la medición, el error de insensibilidad, el cual es resultante de la falta de sensibilidad del conjunto.

Es fundamental notar que el amperímetro no está colocado para medir corriente, sino para verificar que su valor sea el mismo en ambas etapas de la medida. Este detalle es el que justifica el método. No influye en el resultado del error de la indicación de ningún instrumento.

El error que afecta a  $X$  será por un lado el error de  $R$ , y por el otro, el error de insensibilidad.

=> Para encontrar y evaluar el error de insensibilidad debemos pensar en las pequeñas variaciones de corriente que no van a poder ser detectadas por el amperímetro.

$$I = \frac{U}{R_s + R} = \frac{U}{R_s + X}$$

$$\text{Si calculamos } \frac{\partial I}{\partial X} = - \frac{U}{(R_s + X)^2}$$



a) Partir de la cual resulta el cálculo del error de insensibilidad si se tiene en cuenta las siguientes consideraciones:

- en el límite la mínima variación de corriente detectable en el amperímetro es igual a su resolución,  $\Delta_0 I$
- el instrumento se lee dos veces: una cuando se aprecia la indicación para  $X$ , y la otra cuando se hace para  $R$ .

$$\Rightarrow e_{\text{insens}} = \pm \frac{2 \cdot \Delta_0 I}{X \cdot I} [X + R_s]$$

$$\text{donde } \Delta_0 I = 0,1 \text{ div} \cdot \frac{10 \text{ mA}}{100 \text{ div}} = 0,01 \text{ mA}$$

$$I = 80,3 \text{ div} \cdot \frac{10 \text{ mA}}{100 \text{ div}} = 8,03 \text{ mA}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow e_{\text{ins}} &= \pm \frac{2 \cdot 0,01 \text{ mA}}{254,8 \Omega \cdot 8,03 \text{ mA}} \cdot [254,8 \Omega + 100 \Omega] \cdot 100 = \\ &= \pm 0,347\% \end{aligned}$$

- Empleando errores límites obtenga el valor de  $X$  y exprézelo correctamente acotado.

$$e_x = \pm [e_R + e_{\text{ins}}] = \pm [0,2\% + 0,347\%] = \pm 0,547\%$$

$$E_x = \frac{0,547}{100} \cdot 254,8 \Omega = 1,39 \Omega$$

$$\Rightarrow X = [255 \pm 1] [\Omega]$$

## Unidad Temática Nro. 2

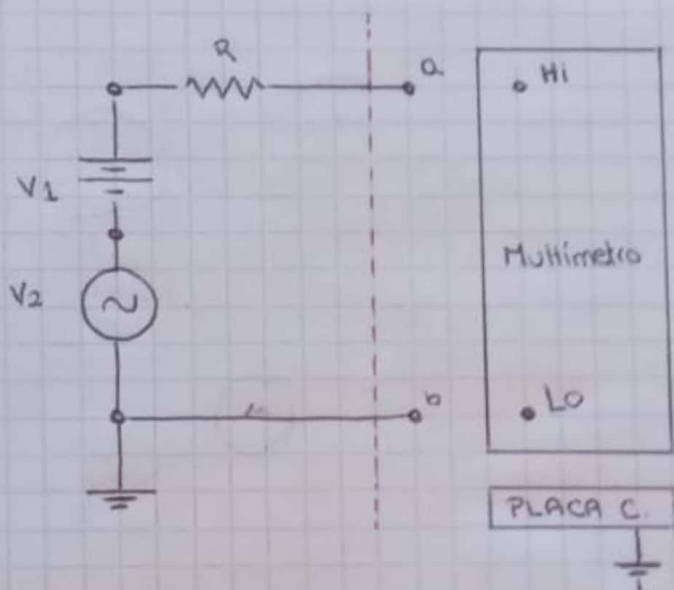
**Ejercicio N°1:** Ud. es la persona encargada de revisar ciertos parámetros de una fuente de tensión que puede modelarse como se aparece en el circuito de la figura. Allí se verifica que solo son accesibles los bornes a y b. Se desea medir la tensión eficaz en bornes a y b, en vacío. Luego, medir la corriente continua que entrega la fuente al conectarle una carga resistiva de  $1\text{ k}\Omega$ .

**Requisitos de exactitud:** medir tensión con error  $E_{\text{un}} = \pm 0.5\%$ , corriente con error  $E_{\text{un}} = \pm 2.5\%$

El instrumento se encuentra sobre la placa conductora referenciada a tierra.

Para realizar las mediciones dispone de los multímetros HP332, HP974, resistores tipo shunt de valores  $1\Omega$ ,  $10\Omega$ ,  $100\Omega$  con tolerancia  $\pm 0.8\%$  y un resistor de carga de potencia adecuado de  $1\text{ k}\Omega$ .

Los valores estimados se encuentran expresados en valor eficaz en la Tabla 1,  $V_1$  es una tensión continua y  $V_2$  es una señal senoidal.



VALORES			Frec.
$V_1$	390	V	DC
$V_2$	70	V	50Hz
R	500	$\Omega$	-

- a) Elija el equipamiento para llevar a cabo cada medida, justificando su elección. Explique de forma clara y sencilla como haría cada medición, detallando modos y alcances elegidos, realizando un diagrama que ilustre la ubicación de cada elemento que interviene en la medida. Analice los posibles fuentes de errores, indicando si son despreciables o no, y acote los resultados por propagación de errores límites. Suponga los valores indicados por el instrumento a través de los valores estimados de la señal presentados en la tabla.

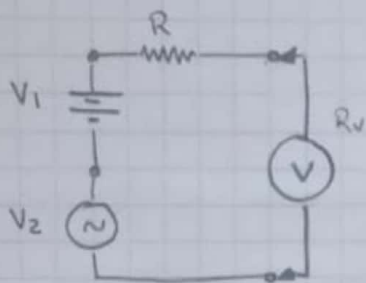
a) Teniendo en cuenta los requisitos solicitados por el enunciado respecto a la exactitud y los valores de tensión y corriente a medir, voy a implementar la siguiente metodología:

### 1) Medición de Tensiones:

→ Instrumento HP972 A ( $3\frac{3}{4}$  dígitos)

→ Medición: Por el requisito de exactitud solicitada, procederé a medir la tensión de forma directa, por un lado la tensión continua y, en otra, la tensión alterna.

MODO CONTINUA



→ Vemos que en esta configuración,  $V_2$  actúa como una señal en modo normal a la medición de  $V_1$ .

→ Errores involucrados:

- Error del instrumento (fortuito)
- Error de inserción (sistemático)
- Error por señal en modo normal.

Procedo a evaluar dichos errores:

• Error fortuito:  $E_{um} = \pm (0.2\% U_m + 1 \text{ Dig}) = \pm \left( \frac{0.2}{100} 390 \text{ V} + 100 \text{ mV} \right) =$   
↳ alcance 400 V

$$= \pm 0.88 \text{ V}$$

$$E_{um} = \pm \left( \frac{0.88 \text{ V}}{390 \text{ V}} \right) 100 = \pm 0.226 \%$$

• Error de inserción:  $U_m = V_2 \cdot \frac{R_v}{R + R_v} \Rightarrow V_1 = U_m \cdot \frac{R + R_v}{R_v}$

$$\Rightarrow e_{ins} = \frac{U_m - U_v}{U_v} \cdot 100 = \frac{U_m - U_m \frac{R + R_v}{R_v}}{\frac{R + R_v}{R_v} \cdot U_m} \cdot 100 = \frac{1 - \frac{R + R_v}{R_v}}{\frac{R + R_v}{R_v}} \cdot 100 =$$

$$e_{ins} = \frac{\frac{R_v}{R + R_v} - \frac{R_v}{R_v}}{\frac{R + R_v}{R_v}} \cdot 100 = - \frac{R}{R + R_v} \cdot 100 = - 5 \times 10^{-3} \%$$

$$E_{ins} = - \frac{5 \times 10^{-3}}{100} : 390 \text{ V} = -0.019 < \frac{E_{um}}{10}$$

∴ Despreciable frente al error fortuito

### • Error por señal en modo NORMAL

Como habíamos mencionado,  $\frac{1}{2}$  se aplica como una señal de modo normal, Debemos determinar si es un error despreciable o no.

$$\Rightarrow \text{NMRR} > 60 \text{ dB a } 50 \text{ o } 60 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow \text{NMRR} = 20 \log \left( \frac{U_{\max}}{U_{\text{vista}}} \right) > 60 \text{ dB}$$

$$\frac{U_{\max}}{U_{\text{vista}}} > 10^3 \Rightarrow U_{\text{vista}} < \frac{U_{\max}}{10^3} = \frac{70 \cdot \sqrt{2}}{10^3} \text{ V}$$

$$U_{\text{vista}} < 9.9 \times 10^{-3} \text{ V}$$

Vemos que  $U_{\text{vista}} < \frac{E_{\text{um}}}{10} \Rightarrow$  Despreciable frente al error fortuito propio del instrumento.

### Modo ALTERNA:

→ En este caso, lo que queremos medir es la componente de alterna de la señal de entrada.  
Para esto utilizamos el mismo equipo en modo AC. Debemos notar que posee en la entrada del instrumento, antes de procesar la señal, una etapa de desacople de continua.  
A su vez, es importante mencionar que el HP972 es un equipo de valor eficaz por valor medio, lo cual no será un problema dado que la señal es una función senoidal de 50 Hz, evitando tener dificultades con la forma de onda.

### → Errores involucrados en la medición:

- Error del instrumento (fortuito)
- Error de inserción (sistemático): No valdamos dado que es el mismo porcentualmente que en el caso de continua
- Error por señales en modo NORMAL: Señal de DC desacoplada
- Error por señal en modo común: El instrumento se encuentra sobre una placa conductora de modo que evita tener señales en modo común en este caso o haciéndolas despreciables frente al error fortuito

$$\rightarrow \text{Error fortuito: } E_{\text{um}} = \pm (0.5 \% U_m + 2 \text{ Dig}) = \pm (0.5/100 \cdot 70 \text{ V} + 2 \cdot 100 \text{ mV}) = \pm 0.55 \text{ V}$$

$$e_{\text{um}} = \pm \frac{0.55 \text{ V}}{70 \text{ V}} \cdot 100 = \pm 0.786 \%$$



$$G = \frac{E_{\text{rel}}}{U_m}$$

Procedo analizar los resultados en DC y en AC

$$U_{m\text{TOTAL}} = \sqrt{U_{DC}^2 + U_{AC}^2} = \sqrt{390^2 + 70^2} \text{ (V)} = 396.232 \text{ V}$$

Aplico propagación de errores para analizar el peor caso

$$E_{U_{m\text{TOTAL}}} = \pm \left( \left| \frac{\partial U_{mT}}{\partial U_{DC}} \right| E_{U_{mDC}} + \left| \frac{\partial U_{mT}}{\partial U_{AC}} \right| E_{U_{mAC}} \right)$$

$$\text{donde } \left| \frac{\partial U_{mT}}{\partial U_{DC}} \right| = \frac{U_{DC}}{\sqrt{U_{DC}^2 + U_{AC}^2}} = 0.9843$$

$$\left| \frac{\partial U_{mT}}{\partial U_{AC}} \right| = \frac{U_{AC}}{\sqrt{U_{DC}^2 + U_{AC}^2}} = 0.1767$$

$$E_{U_{mDC}} = 0.88 \text{ V}$$

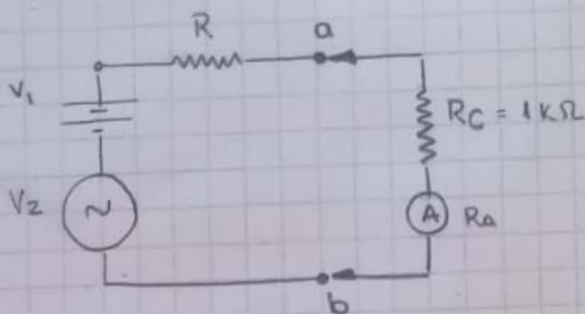
$$E_{U_{mAC}} = 0.55 \text{ V}$$

$$\Rightarrow E_{U_{m\text{TOTAL}}} = \pm (0.9843 \cdot 0.88 \text{ V} + 0.1767 \cdot 0.55 \text{ V}) = \pm 0.9633$$

$$\therefore U_T = [396 \pm 1] \text{ [V]}$$

$$e_{um} = \pm 0.25\% \text{ WMPLE } \checkmark$$

2) Medición de Corrientes. Instrumento HP974 A (4 3/4 DIGITOS TRMS)



Dado que puedo ubicar los instrumentos y las resistencias a conveniencia, lo ubico como se especifica en la figura.

→ Alcance: 500 mA - Resolution 10 μA  
DC:  $\pm(0.3\% + 2)$  - RA = 2.55  
AC:  $\pm(1\% + 20)$  - RA = 2.55

MODO CONTINUA:

$$I_m = V_1 / (R + R_c) = 390 \text{ V} / (500 \Omega + 1 \text{ k}\Omega) = 260 \text{ mA}$$

$$E_{I_m} = \pm (0.3\% I_m + 2 \text{ Dig}) = \frac{0.3}{100} \cdot 260 \text{ mA} + 2 \cdot 10 \mu\text{A} = \pm 0.8 \text{ mA}$$

$$e_{im} = \pm \frac{0.8 \text{ mA}}{260 \text{ mA}} \cdot 100 = 0.308\%$$

• Error de inserción (sistemático)

$$e_{ins} = \frac{I_m - I_v}{I_v} \cdot 100$$

donde  $I_v = V_i \cdot \frac{1}{R_A + R + R_c}$

$$e_{ins} = \frac{V_r \cdot \frac{1}{R + R_c} - V_i \cdot \frac{1}{R_A + R + R_c} \cdot 100}{V_i \cdot \frac{1}{R_A + R + R_c}} = \frac{\frac{1}{R + R_c} - \frac{1}{R_A + R + R_c}}{\frac{1}{R_A + R + R_c}} \cdot 100 =$$

$$= +0,167\%$$

$$E_{ins} = \frac{0,167}{100} \cdot 0,26 \text{ A} = 0,434 \text{ mA}$$

Vemos que  $E_{ins} > \frac{E_{im}}{10} \Rightarrow$  Debemos considerar el error de inserción al evaluar el error total.

• Error por señal en modo normal

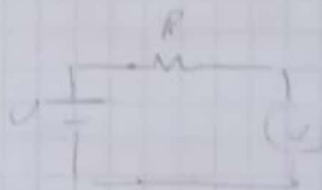
$$NMRR > 60 \text{ dB}$$

$$NMRR = 20 \log \left( \frac{I_{max}}{I_{vista}} \right) > 60 \text{ dB}$$

$$\frac{I_{max}}{I_{vista}} > 10^3 \Rightarrow I_{vista} < \frac{I_{max}}{10^3} = 0,066 \text{ mA}$$

$$I_{vista} < \frac{E_{im}}{10} \Rightarrow \text{despreciable fuente de error (atenua)}$$

$$E_{Imax} = \pm \left( \frac{2 I_m}{2} \right)$$



$$I = I_m + E_{im}$$

$$E_I = E_{Im} + E_{ei}$$

$$P_M = P_{op} + \frac{P}{R_v} (R_R + R_c)$$

$$I = \frac{U}{R + R_c} \quad I_m = \frac{U}{R_c + R + R_A}$$

$$I = \frac{U}{R + R_c} \cdot \frac{(R_c + R + R_A)}{(R_c + R + R_A)} = I_m \cdot \frac{R_c + R + R_c}{R + R_c} = I_m \left( 1 + \frac{R_A}{R + R_c} \right)$$

$$E_I = \frac{2,5}{9,8}$$

$$P_I = C_{I_m} + k_1 C_{R_c} + k_2 C_{R_A} + C_{R_c}$$

- b) Un operador se acerca y le comenta que la tensión de modo común presente al medir corriente no le permitirá realizar la medición.  
c) ¿Ud qué opina? ¿Se debe arrepentir de lo que dijo o está en lo cierto? Justificar.

Al medir corriente, me aseguro de conectar el LO del multímetro a la conexión de tierra, sobre la cual no se encuentra ninguna otra fuente conectada. De esta manera, busco minimizar los errores presentes en la medición.

Genero el desbalance sobre el conector de HI del multímetro, lo cual permite mantener el nivel de rechazo a señales de modo común alto.

- c) Un operador asegura que debe seleccionar el mayor de los alcances en todos los casos para medir adecuadamente, debido al factor de cresta. ¿Ud qué opina?

Recordemos que el factor de cresta es utilizado en los instrumentos de valor eficaz verdadero para limitar los valores máximos picos (instantáneos) que puede tener una señal al medir en alterna.

En el caso del HP 974A, el valor pico de la señal puede ser hasta 3 veces el valor eficaz de la señal.

Vemos en este ejercicio que estamos por debajo de este límite.