Julien SICOT

Méthode de Jacobi

eigenproblems

Table des matières

[1. Méthode de Jacobi 2](#_Toc159948092)

[2. Préparation 2](#_Toc159948093)

[3. Initialisation 2](#_Toc159948094)

[4. Trouver l’élément hors diagonale le plus grand 2](#_Toc159948095)

[5. Calcul l’angle de rotation 2](#_Toc159948096)

[6. Appliquer la rotation de Jacobi 3](#_Toc159948097)

[7. Vérification de la convergence 3](#_Toc159948098)

[8. Extraction des résultats 3](#_Toc159948099)

[9. Exemple 3](#_Toc159948100)

# Méthode de Jacobi

La méthode de Jacobi s’applique uniquement au calcul des valeurs propres et vecteurs propres des matrices symétriques. Une matrice symétrique est diagonalisable dans et possède une base orthonormée de vecteurs propres, c’est-à-dire : il existe une matrice orthogonale et nombre réels tels que . De plus la -ème colonne de est égale à un vecteur propre associé à la valeur propre de .

La méthode de Jacobi consiste à construire une suite de matrices semblables à la matrice , de la manière suivante : et où est une matrice de rotation dans le plan et d’angle

# Préparation

Objectif : trouver une matrice diagonale qui est semblable à la matrice donnée, de sorte que contienne les valeurs propres de sur sa diagonale, et la matrice de transformation contienne les vecteurs propres correspondant en colonnes

Matrice d’entrée : une matrice symétrique de taille

# Initialisation

Il faut initialiser une matrice identité de la même taille que . Cette matrice évoluera pour contenir les vecteurs propres.

De plus, nous aurons besoin d’un seuil de tolérance. La méthode itère jusqu’à ce que tous les éléments hors diagonale soient inférieurs à ce seuil.

# Trouver l’élément hors diagonale le plus grand

Recherche : parcourir les éléments de hors diagonale de pour trouver l’élément ayant la valeur absolue la plus élevée.

Indices  : Mémoriser les indices et de cet élément.

# Calcul l’angle de rotation

Objectif : Calcul l’angle pour la rotation de Jacobi qui sera utilisé pour annuler l’élément

Formule : Utiliser la formule en prenant des précautions pour éviter la division par 0. Si on peut dire que , ce qui équivaut à un angle de 45° assurant une rotation qui annule sans nécessiter de division.

Le choix de est spécial car ce qui signifie que lors de la rotation, les contributions des éléments et sont équilibrés de telle manière qu’ils seront annulés.

# Appliquer la rotation de Jacobi

Matrice de rotation : Construire une matrice de rotation basée sur , où et et

Mise à jour de  : Appliquer la rotation à pour obtenir une nouvelle matrice où

Mise à jour de  : appliquer la rotation à pour mettre à jour les vecteurs propres

# Vérification de la convergence

Critère de convergence : Vérifier que tous les éléments hors diagonale de sont inférieurs au seuil de tolérance.

Itération : Si le critère n’est pas satisfait, répéter l’étape 4 à 7 avec la matrice mise à jour

# Extraction des résultats

Valeurs propres : Les éléments de la diagonale de la matrice finale sont les valeurs propres de la matrice originale

Vecteurs propres : Les colonnes de la matrice finale sont les vecteurs propres correspondants

# Exemple

Un code en C a été écrit qui traite de cet exemple, il se trouve à l’adresse suivante V:\PG5\Affaires\ALVEO\ALVEOU280\code\eigenproblem\symmetric\_matrix\jacobi\customs