Julien SICOT

Factorisation QR

eigenproblems

Table des matières

[1. Méthode de Jacobi 2](#_Toc159948092)

[2. Préparation 2](#_Toc159948093)

[3. Initialisation 2](#_Toc159948094)

[4. Trouver l’élément hors diagonale le plus grand 2](#_Toc159948095)

[5. Calcul l’angle de rotation 2](#_Toc159948096)

[6. Appliquer la rotation de Jacobi 3](#_Toc159948097)

[7. Vérification de la convergence 3](#_Toc159948098)

[8. Extraction des résultats 3](#_Toc159948099)

[9. Exemple 3](#_Toc159948100)

# Factorisation QR

Le principe est que n’importe quelle matrice peut être décomposée en un produit d’une matrice orthogonale et d’une matrice triangulaire tel que

Utilisation des rotations de Givens pour rendre la matrice en une matrice de Hessenberg, une matrice de Hessenberg est une matrice triangulaire supérieure avec une sous diagonale supplémentaire.

Si la matrice originale est symétrique, alors la matrice de Hessenberg supérieure est également symétrique et donc tridiagonale.

Nous appellerons la matrice de Hessenberg

Si la matrice est irréductible, alors . La matrice de Hessenberg est irréductible si aucun de ses éléments sur-diagonale et sous-diagonale sont nuls.

Nous commencerons avec la matrice qui est donc notre matrice tridiagonale, à chaque itération de nous effectuerons une décomposition QR de où . Ici est une matrice orthogonale et une matrice triangulaire supérieure.

Nous allons former la nouvelle matrice , cette étape exploite la propriété que donne les mêmes valeurs propres que la matrice originale . Il faut répéter les itérations jusqu’à ce que converge vers une matrice diagonale. Les valeurs propres seront donc les éléments contenus dans la diagonale de et les vecteurs propres seront contenus dans l’accumulation des matrices

# Utilisation de Givens

En utilisant la méthode de Givens pour obtenir une matrice de forme tridiagonale. Une fois que la matrice est de forme tridiagonale, on peut dire que avec les matrices de Givens qui permettent de zéroter les éléments de la matrice initiale

# Exemple

Prenons une matrice , nous allons commencer par initialiser une matrice  
 .

Pour effectuer la première rotation nous allons supprimer l’élément avec le pivot , nous aurons donc , qui va nous permettre de créer la matrice de rotation

Après application de la rotation, nous avons .  
Nous allons maintenant supprimer l’élément , nous aurons donc et , nous avons donc une matrice de rotation

Après application de la rotation, nous avons .

Pour effectuer la dernière rotation nous allons supprimer l’élément avec le pivot , nous aurons donc et , nous avons donc une matrice de rotation

Et nous obtenons la forme tridiagonale

Maintenant que nous avons la forme de de Hessenberg(tridiagonale), le but est de rentre la matrice triangulaire supérieure en continuant à utiliser les rotations de Givens et en accumulant les matrices de rotation dans une matrice Q. A la fin du processur nous aurons avec une matrice orthgonale et une matrice triangulaire supérieure